Résumé : La schématisation en barre est une approche polyvalente qui a pour atout principal de faciliter le passage à l'abstraction. L'atelier se propose de commencer par illustrer son utilisation dans quelques domaines, comme l'arithmétique, les grandeurs et mesures, ou encore les statistiques. La seconde partie de l'atelier se concentrera sur la transition entre l'arithmétique et l'algèbre, en montrant comment cette méthode permet aux élèves de développer une pensée algébrique à travers différentes pratiques de classe, tout en reconnaissant des limites à cette approche.

Journées Académiques de l'IREMS de Lille

05 et 06 mars 2026

Schémas en barres

Sophie, Bourreau, membre de l’IREMS de Lille,

enseignante au collège Lucie Aubrac de Tourcoing

Journées Académiques de l'IREMS de Lille

Nouveautés ?

Réglettes Cuisenaire : 1952

?

Plan math RMC : 2019

Journées Académiques de l'IREMS de Lille

Nouveautés ?

ET SI

ON FAISAIT UNE

PAUSE?

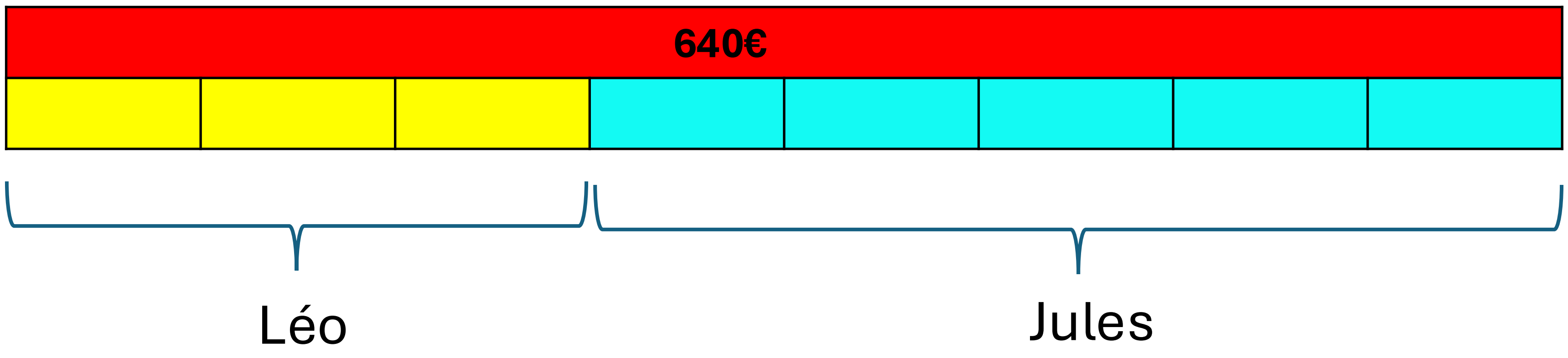
Journées Académiques de l'IREMS de Lille

Schémas en barres

Et vous ?

Les ratios

Deux amis, Léo et Jules ont joué au loto et leur mise s’est faite selon le ratio 3 : 5.
Ils gagnent 640 €.
Quelle est la somme d’argent qui revient à chacun d’eux ?



- Vidéo Mathmaster
- https://podeduc.apps.education.fr/hauts-de-france-college-lucie-aubrac-tourcoing/classe-de-5e/video/87657-resoudre-un-probleme-avec-des-ratios/

Les fractions

De la fraction partage à la fraction mesure

Fraction

L'unité est définie comme étant la longueur de la réglette vert foncé.

Unité

Quelle est la longueur des réglettes suivantes ? :

=

=

=

Fraction

Prends les réglettes nécessaires et complète les égalités :

= ----- de la réglette vert foncé

= ----- de la réglette orange

= ---- de la réglette marron

= ---- de la réglette vert clair

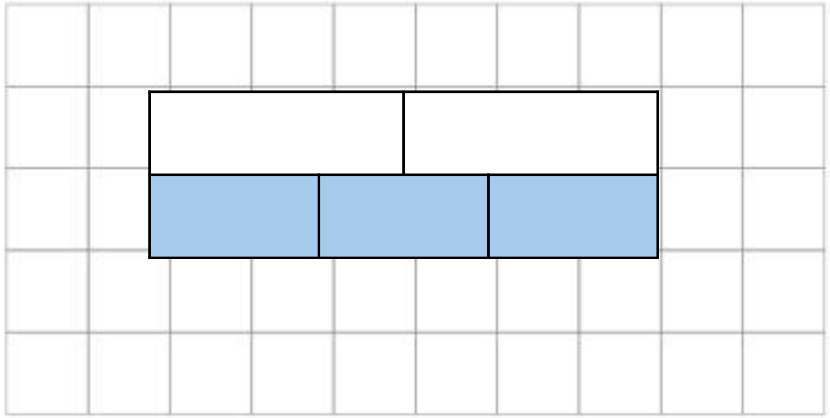
CBPM

Les fractions

De la fraction partage au nombre rationnel

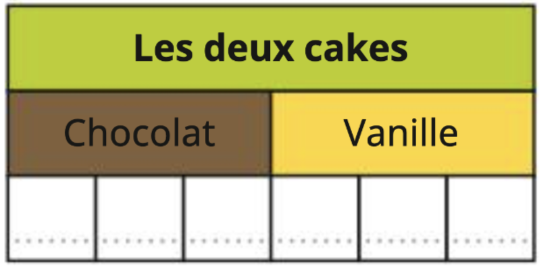
2. Lisa, Léo et Noé veulent se partager équitablement deux cakes de même taille.

a. En s'inspirant de la question **1**, représenter la situation avec un schéma en barres.



b. Peut-on écrire le résultat de la division de 2 par 3 sous forme d'un nombre décimal ? ....

c. L'un des cakes est au chocolat, l'autre à la vanille.
Lisa n'aime pas la vanille.
Compléter le schéma en barres ci-contre en indiquant les parts de Lisa, de Léo et de Noé.
Quelle fraction du cake au chocolat représente la part de Lisa ?



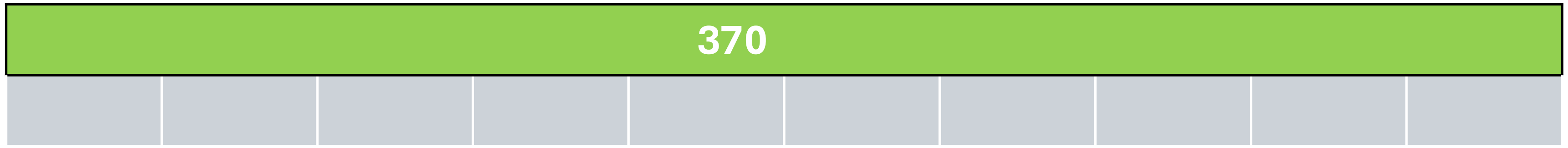
....

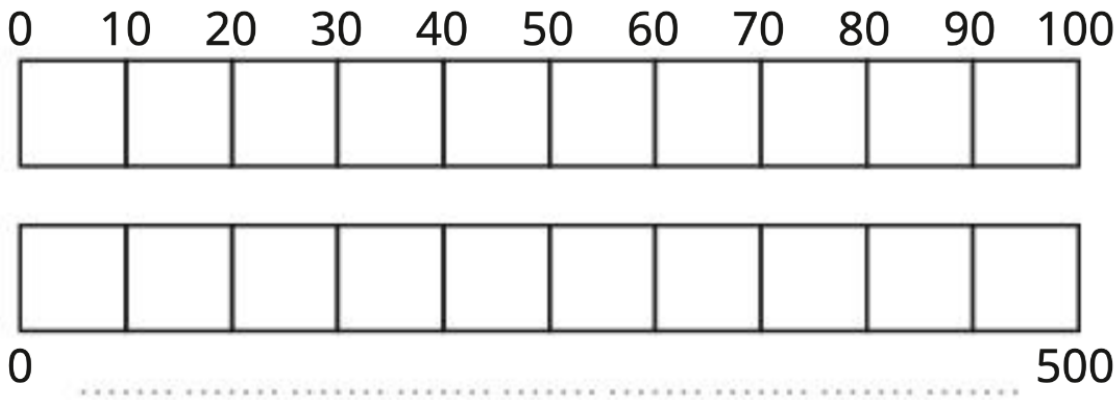
d. Compléter :

- On peut donc écrire que « 2 : 3 = ... », ou que « $\frac{2}{3}$ est le nombre qui, multiplié par ...., est égal à .... ».

Belin – Multiples 6eme

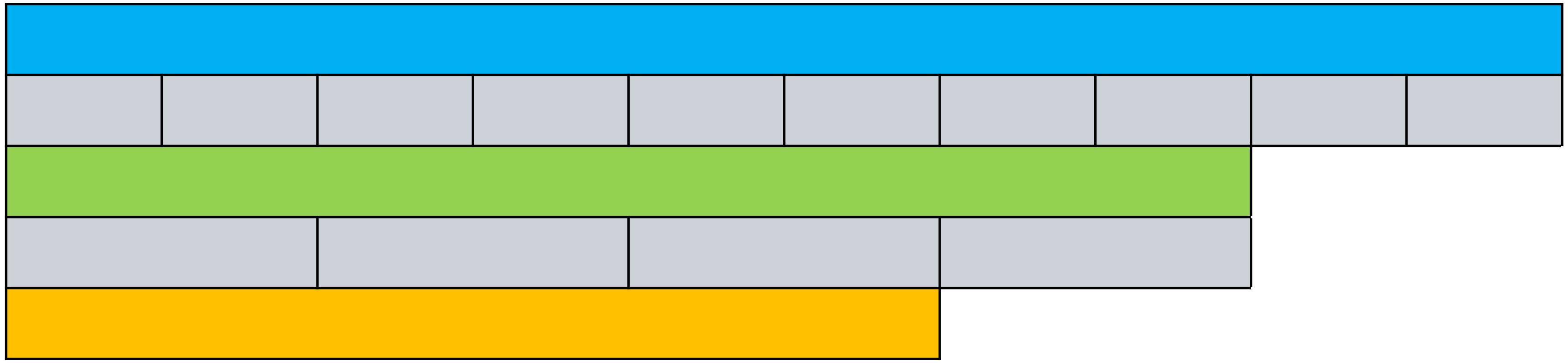
Les pourcentages





Les pourcentages

Deux réductions successives : 20 % puis 25 %



Ecriture des nombres

… x 4 = 1

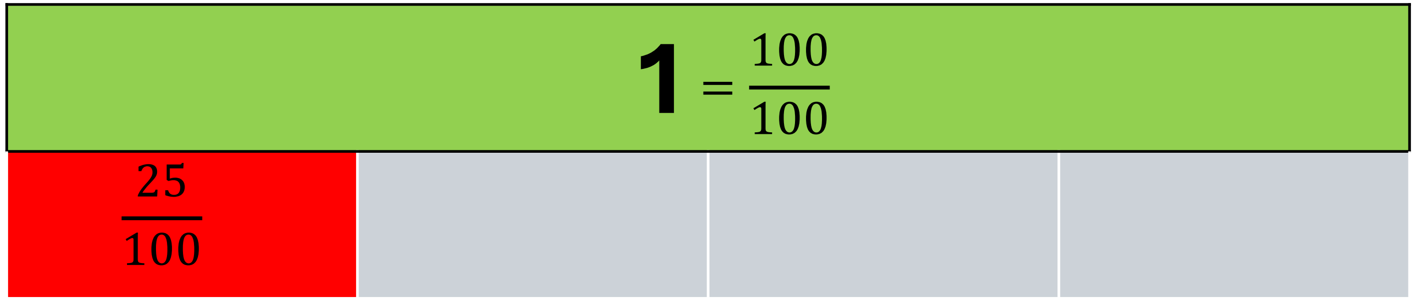


Schéma en barres

- Les barres :
  - « Largeur » fixe
  - **Longueur** variable :

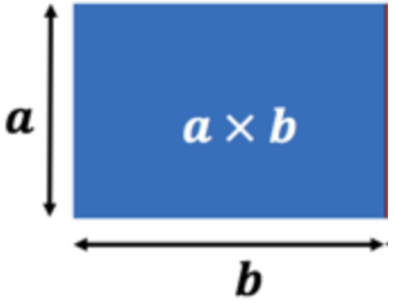
    - respect ODG pas toujours possible,

    - pas de proportionnalité (sauf parts égales)

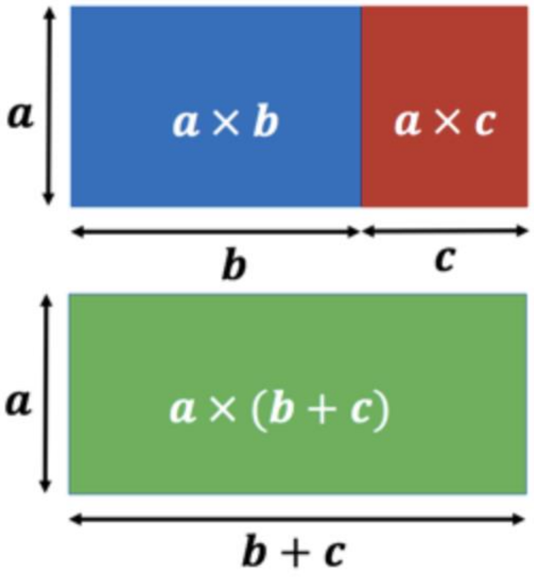
- Ajout d'une légende sur le schéma

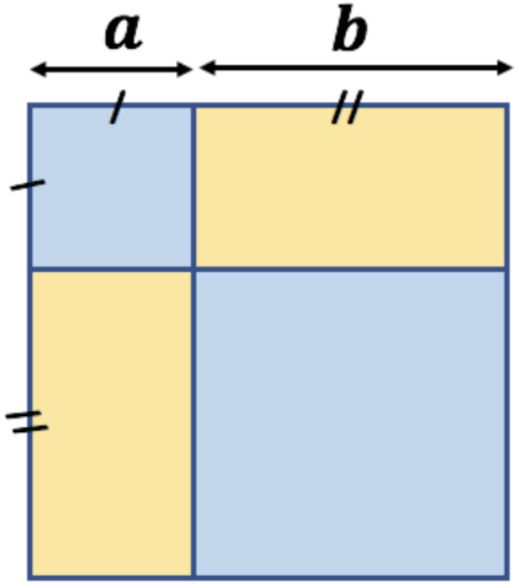
Autre représentation de propriétés algébriques

Avec des rectangles variant aussi en « largeur »



Multiplication a x b





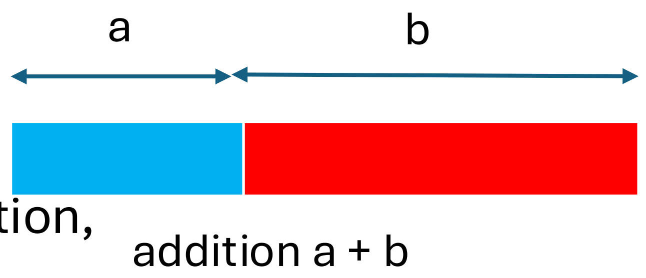
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Peggy_Marco

Comment se passe la co-existence des deux représentations en algèbre … ?

Schéma en barres

Des manipulations porteuses de sens :



Différentes des « manipulations » qui servent à catalyser une réaction, comme les leçons à manipuler ou les flash-cards …)

- Mettre les barres bout à bout c'est additionner

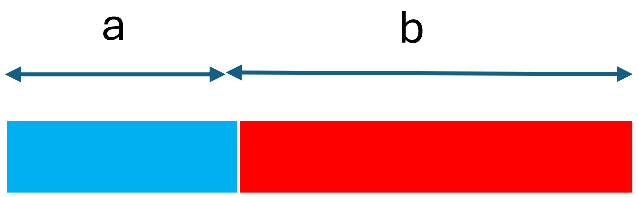
- Mettre en dessous des barres de même longueur, c'est montrer une égalité.

Deux significations vite assimilées par les élèves

Schéma en barres

- Barres : largeur fixe, longueur variable.

- Manipulations, signification vite assimilée



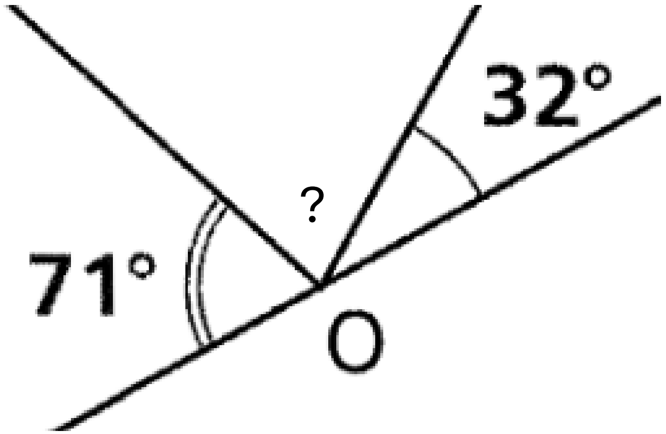
addition a + b

égalité

On s'appuie sur la longueur :
- Donc nombres positifs …. Et les négatifs ?
- Risque de confusion des grandeurs : exemple somme des angles ?

Somme des angles d’un triangle

Schéma en barres ou pas ?



180		
71	?	32

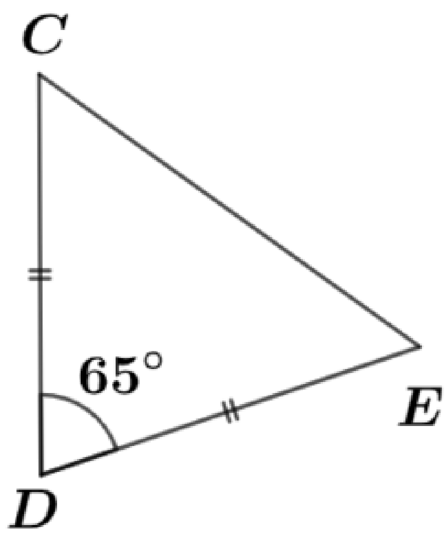
Tout dépend :

- La notion d’angles est-elle bien assimilée ? Pas de risque de confusion avec les longueurs ?
- La capacité d’abstraction est-elle suffisante ?

Distinction des deux cas des triangles isocèles.

CAS 1 : exemple 4

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DEC}$

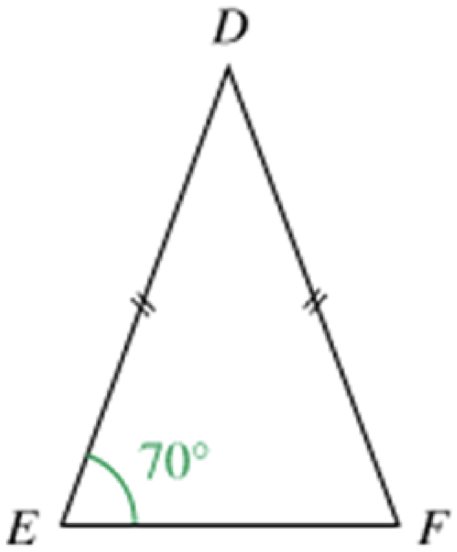


Somme des angles : 180°		
?	?	65°

$\underbrace{\quad ? \quad ? \quad}_{\text{2 parts égales}}$

CAS 2 : exemple 5

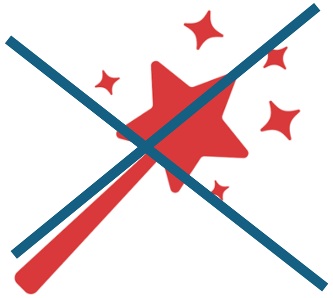
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EDF}$



Somme des angles : 180°		
70°	70°	?

$\underbrace{\quad 70° \quad 70° \quad}_{\text{2 parts égales}}$

PREMIERE PAUSE AVEC LES SCHEMAS EN BARRE



Juicy_fish

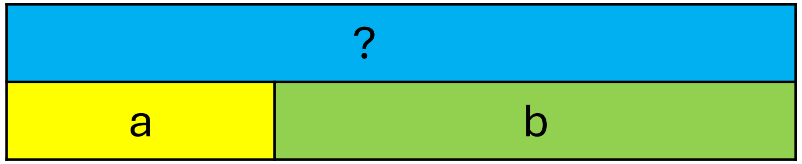
- Pas de garantie de reconnaissance du bon modèle.
- Attention aux dérives : fausses réussites.
- Ne pas imposer le passage par le schéma en barres

MAIS, prise en compte l'hétérogénéité des élèves, facilite la communication.
- Elève / enseignant (accès « à la pensée » de l'élève)
- Enseignant / élèves (support pour explications, pérennité sur les cycles)
- Elève / élève (communiquer lors de la résolution de problèmes)

S'intègrent dans « Manipuler/ verbaliser/ abstraire »

Le modèle serait une représentation où les relations mathématiques sont justifiées par les idées explorées lors de la recherche et les preuves. Les représentations peuvent aussi être symboliques.

Schéma additif



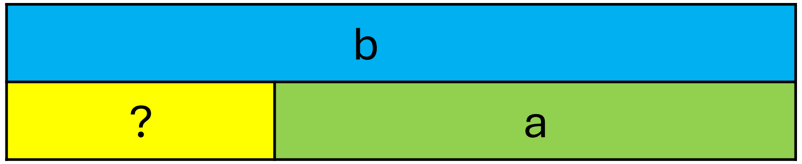
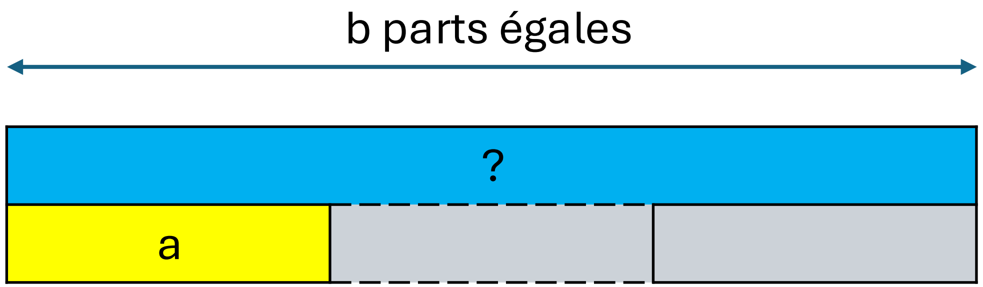
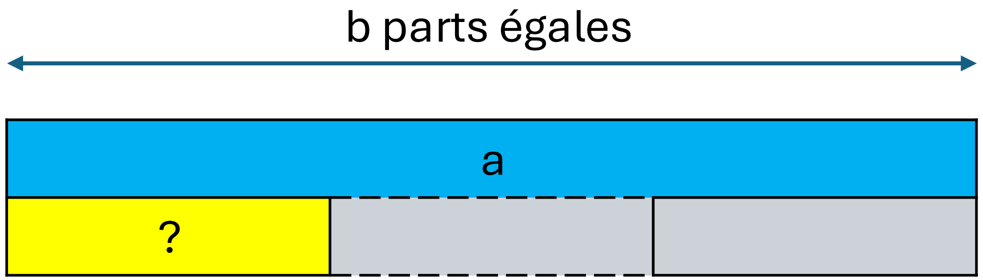
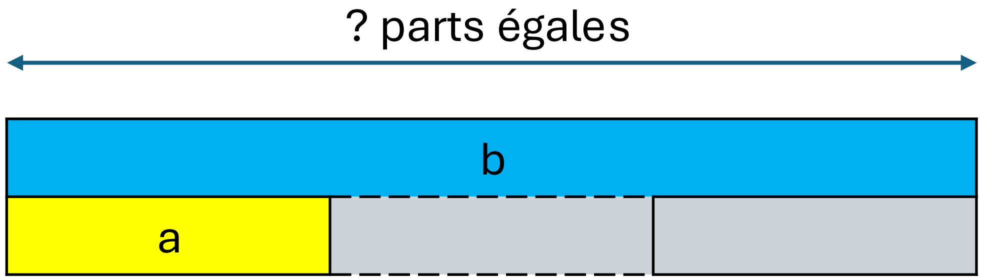


Schéma multiplicatif

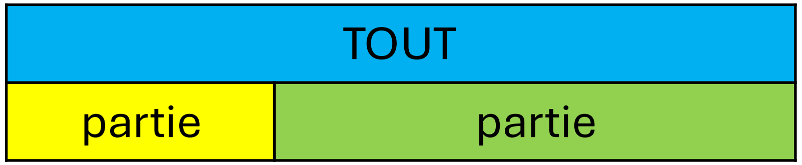




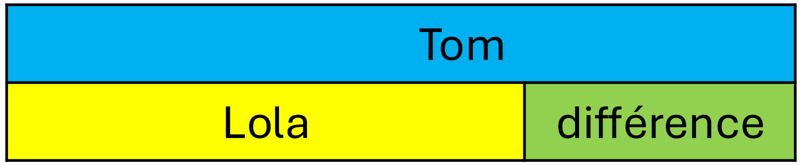


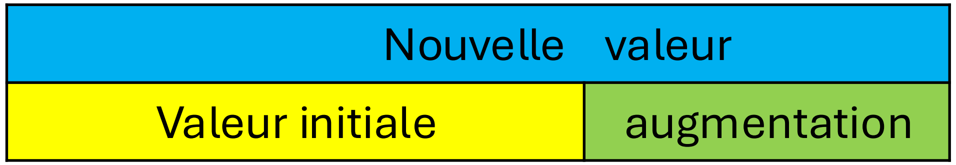
Remarque sur la catégorisation des schémas

Schémas Partie/Tout



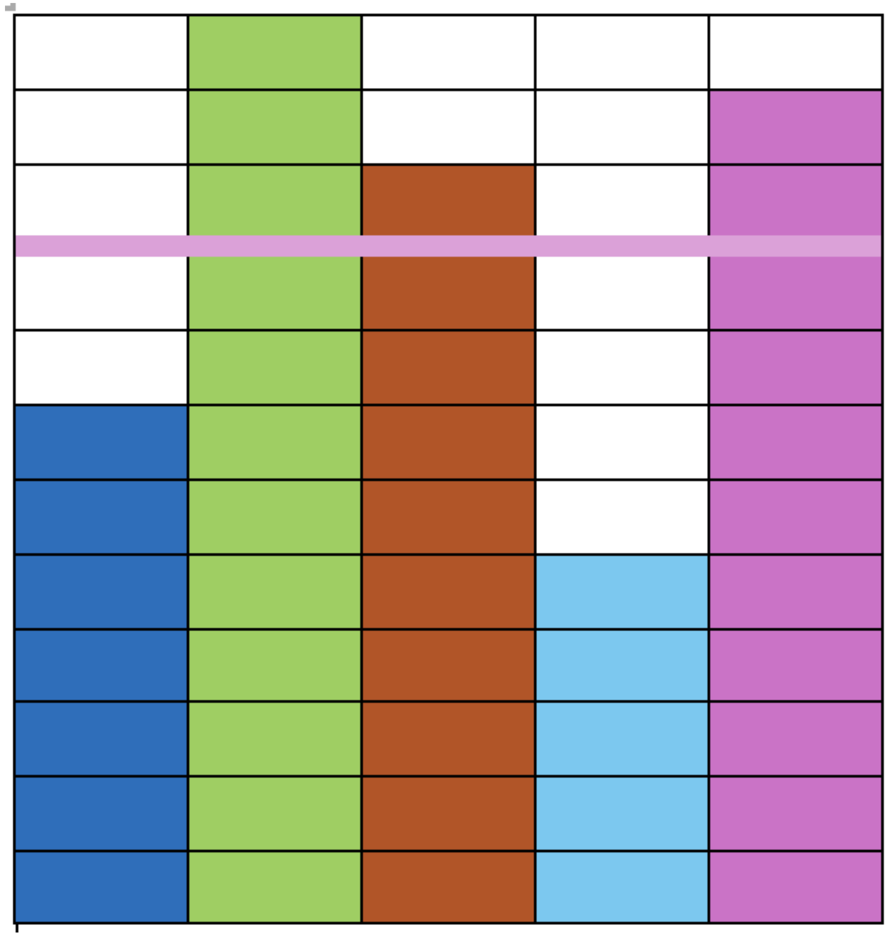
Schémas de comparaison, de variation

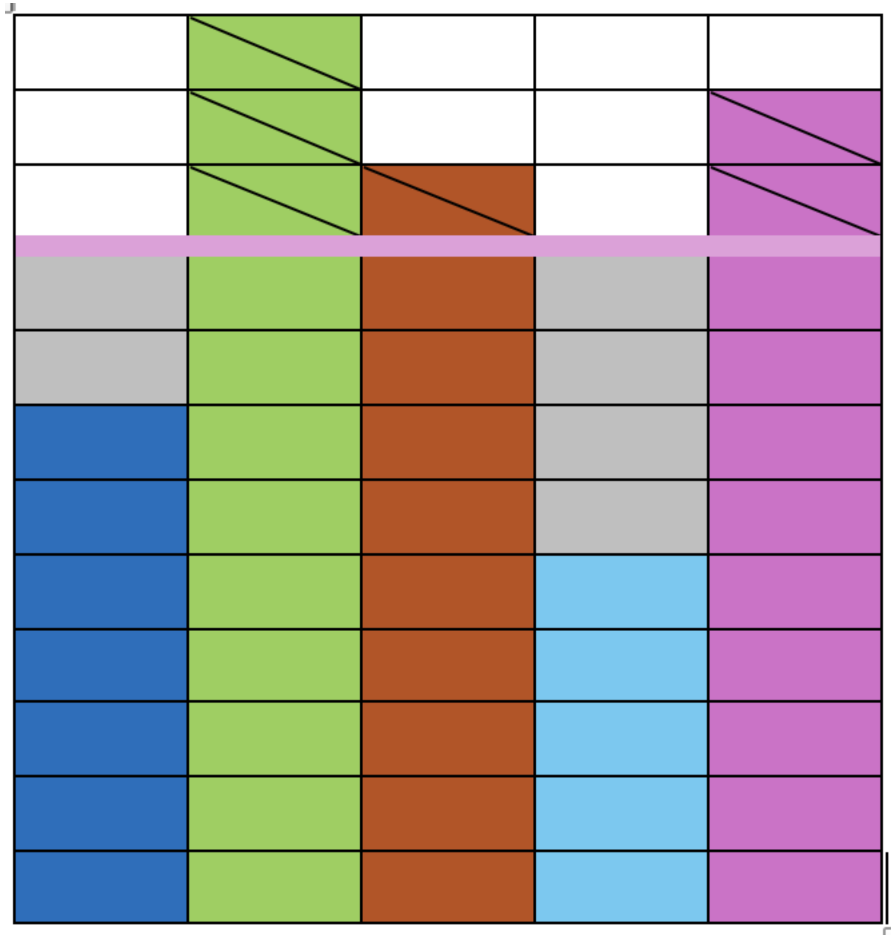




Une représentation du calcul de la moyenne
Du **schéma additif** au **schéma multiplicatif**

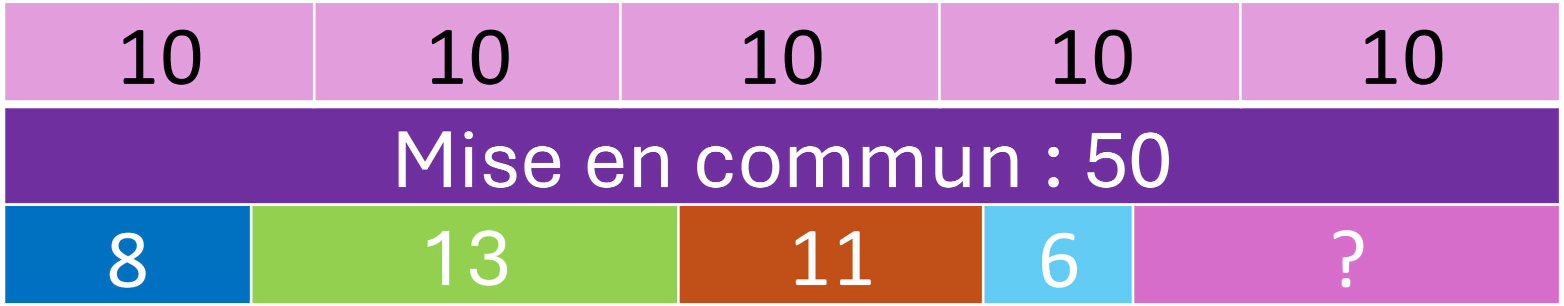
Une représentation du calcul de la moyenne
une autre représentation

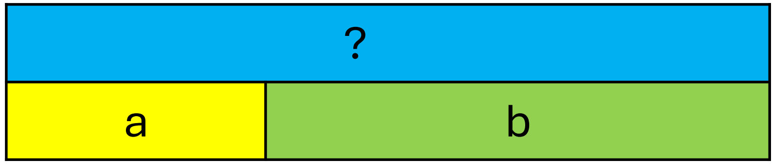
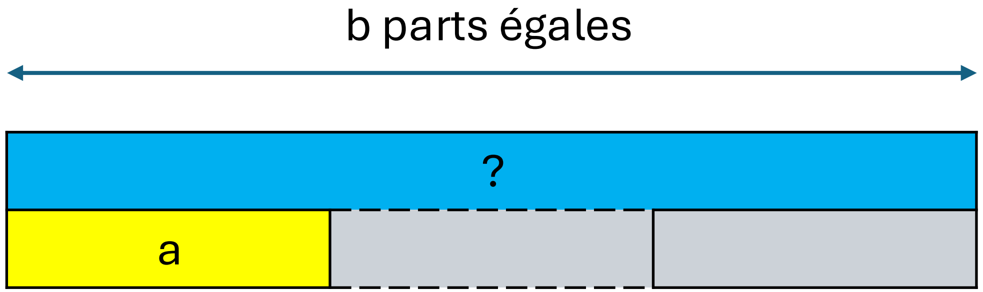
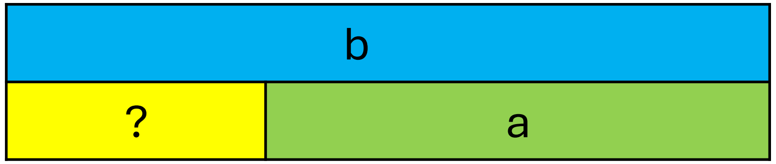
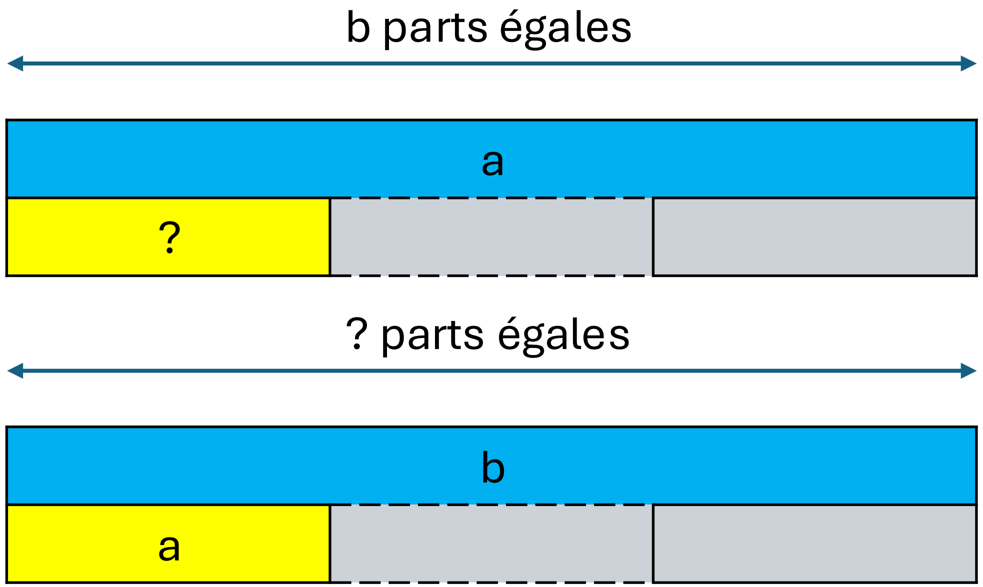




Moyenne et recherche de la note manquante

Tom a déjà obtenu 8, 13, 11 et 6.
Combien doit-il obtenir au 5eme devoir pour avoir 10 de moyenne ?



	Schémas additifs	Schémas multiplicatifs
ARITHMETIQUE		
ALGEBRE		

DEUXIEME PAUSE AVEC LES SCHEMAS EN BARRE

Transition Arithmétique / Algèbre

Pérennité du schéma du cycle 1 au cycle 4

Continuité :
Propriété de calculs

Effectuer des opérations sur des nombres non connus.

ARITHMETIQUE

ALGEBRE

Effectuer des opérations sur des nombres connus.

Rupture :
Signification du signe « = »

Transition Arithmétique / Algèbre

Rupture dans la signification du signe « = »

ARITHMETIQUE

A l 'école primaire, l'égalité
- de façon dominante, annonce un résultat
- se lit de gauche à droite
- jusqu'à obtention d'un nombre
- sans signe opératoire

Écritures erronées dans les successions des calculs :
$3 + 2 = 5 \times 6 = 30$

TRAVAILLER L'EGALITE COMME UNE RELATION D'EQUIVALENCE

ALGEBRE

A partir de la Cinquième :

$$2 (x + 3) = 2 x + 6$$

- Le membre de droite n'est pas un « résultat »
- Il présente encore des opérations
- Lecture dans les deux sens

Écritures erronées pour faire disparaitre le signe d'opération
8 x ou 8

TRAVAILLER L'EGALITE COMME UNE RELATION D'EQUIVALENCE

Décomposer et recomposer sans calculer la valeur

Exemples :

$$5 + 9 + 3 = 5 + (5 + 4) + 3 = (5 + 5) + (4 + 3) = 10 + 7$$

$$32 \times 25 = 8 \times 4 \times 25 = 8 \times 100$$

Ces calculs « réfléchis » sont « économiques » .

Ils s'appuient sur :

- La structure de la numération décimale
- Les propriétés des nombres (parité, multiple..)
- les propriétés des opérations

VERS LE CALCUL LITTERAL

Procédure de calcul

- Exemple des programmes de calculs

Etape par étape

7 + 3 = 10
10 x 5 = 50

- Un exemple courant : le carré bordé

Différentes procédures :
- Reflets des différentes structures

Structure, agencement

Enchainement
Priorités ()
Équivalence

(7 + 3) x 5
= 10 x 5
= 50

Différentes structures :
- Addition des côtés
- Périmètre - coins

Pattern

Transition Arithmétique / Algèbre

Rupture dans la signification du signe « = »

ARITHMETIQUE

L'égalité annonce un résultat
- Elle est vraie (le « bon » résultat)
- Elle est fausse (on s'est trompé)

TRAVAILLER SUR DES ÉNONCÉS TOUJOURS VRAIS, TOUJOURS FAUX, PARFOIS VRAIS

ALGEBRE

L'égalité peut être
- Toujours vraie (identité)
- Toujours fausse
- Tantôt vraie, tantôt fausse.(équation)

PISA 2022

Toujours parfois jamais

Question 1/3

Pour chaque énoncé, indiquez si c'est **toujours vrai**, **parfois vrai**, ou bien si ce n'est **jamais vrai**.

Énoncé	Toujours vrai	Parfois vrai	Jamais vrai
Une fille de 14 ans mesurait au moins une fois dans sa vie la moitié de sa taille actuelle.	◯	◯	◯
Une fille de 14 ans est plus grande qu'une fille de 10 ans.	◯	◯	◯

TOUJOURS PARFOIS JAMAIS

Les énoncés que les gens formulent peuvent généralement être regroupés dans trois catégories distinctes :

Les énoncés qui sont **TOUJOURS** vrais;
Les énoncés qui sont **PARFOIS** vrais;
Les énoncés qui ne sont **JAMAIS** vrais.

L'énoncé :

« Un nombre divisible par 4 est aussi divisible par 2 »

est **TOUJOURS** vrai, car 2 est un facteur de 4.

L'énoncé :

« Un nombre divisible par 9 est aussi divisible par 6 »

est **PARFOIS** vrai. Par exemple, 36 est divisible par 9 et par 6, mais 27 est divisible par 9, mais pas divisible par 6.

L'énoncé :

« La somme de deux nombres impairs est impaire »

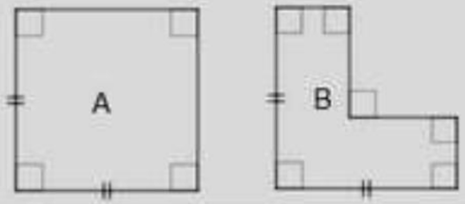
n'est **JAMAIS** vrai, car la somme de deux nombres impairs est toujours paire.

PISA 2022

Toujours parfois jamais

Question 2/3

Pour chaque énoncé, indiquez si c'est **toujours vrai**, **parfois vrai**, ou bien si ce n'est **jamais vrai**.

Énoncé	Toujours vrai	Parfois vrai	Jamais vrai
Lorsqu'un nombre entier est multiplié par lui-même, le nombre qui en résulte est pair.			
Doubler un nombre entier donne un nombre pair.			
Diviser en deux un nombre entier impair produit un nombre entier.			
$3x + 1 = \frac{6x + 2}{2}$			
 A B Le périmètre de la figure A est plus grand que celui de la figure B.			
Si on tire à pile ou face 50 fois, on obtient le côté face 25 fois.			

ALGEBRE

Et la lettre !

Différents usages de la lettre en mathématiques :

- unité de mesure,
- grandeurs,
- étiquettes (c-d-u, en géométrie)

La lettre perçue comme un nouveau langage imposé, dont la nécessité n’est pas réelle si on l’introduit dans la continuité de l’arithmétique seulement.

Symbolisation trop rapide.

Symbolisation trop rapide

Raccourci trop réducteur : une lettre représente un nombre indéterminé.

Une lettre en algèbre est un condensé d'une liste de nombres qui ne s'arrête pas.

Variable

Utilisée pour exprimer une autre variable en relation avec la première.

Elle sert à désigner la relation entre deux listes de nombres de manière fonctionnelle.

Transition Arithmétique / Algèbre

En résumé

- Attention à l'entrée dans l'algèbre :
    - Privilégier l'approche structurale

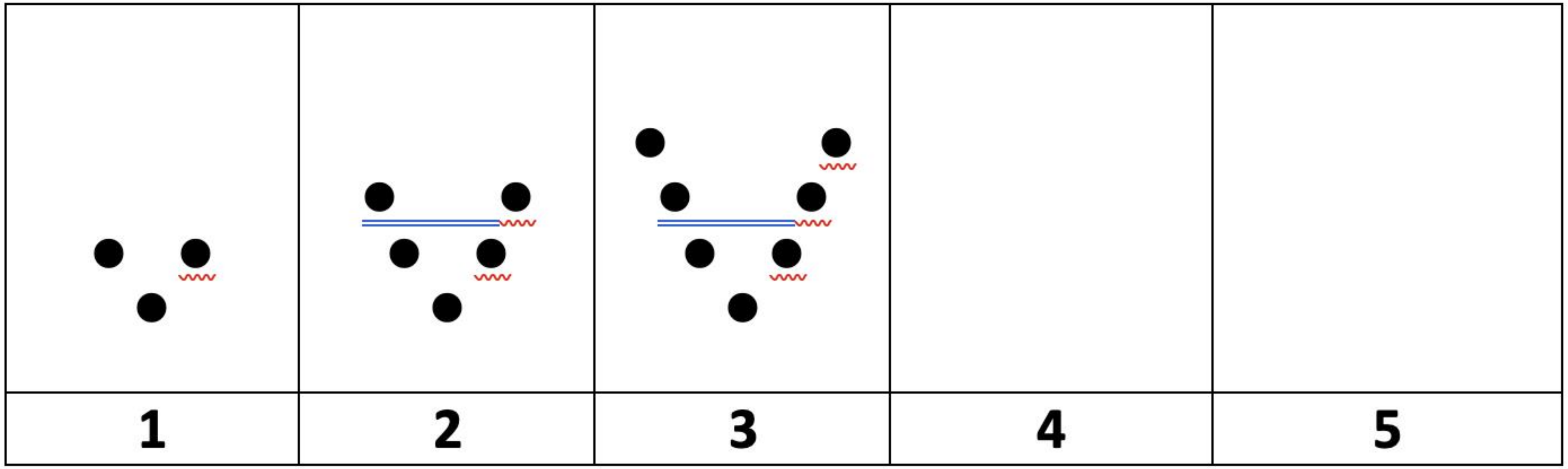
- Attention au symbolisme :
    - Statut de la lettre
    - Signification du signe =

Apparition de la pensée algébrique dans les nouveaux programmes

Modèle en V

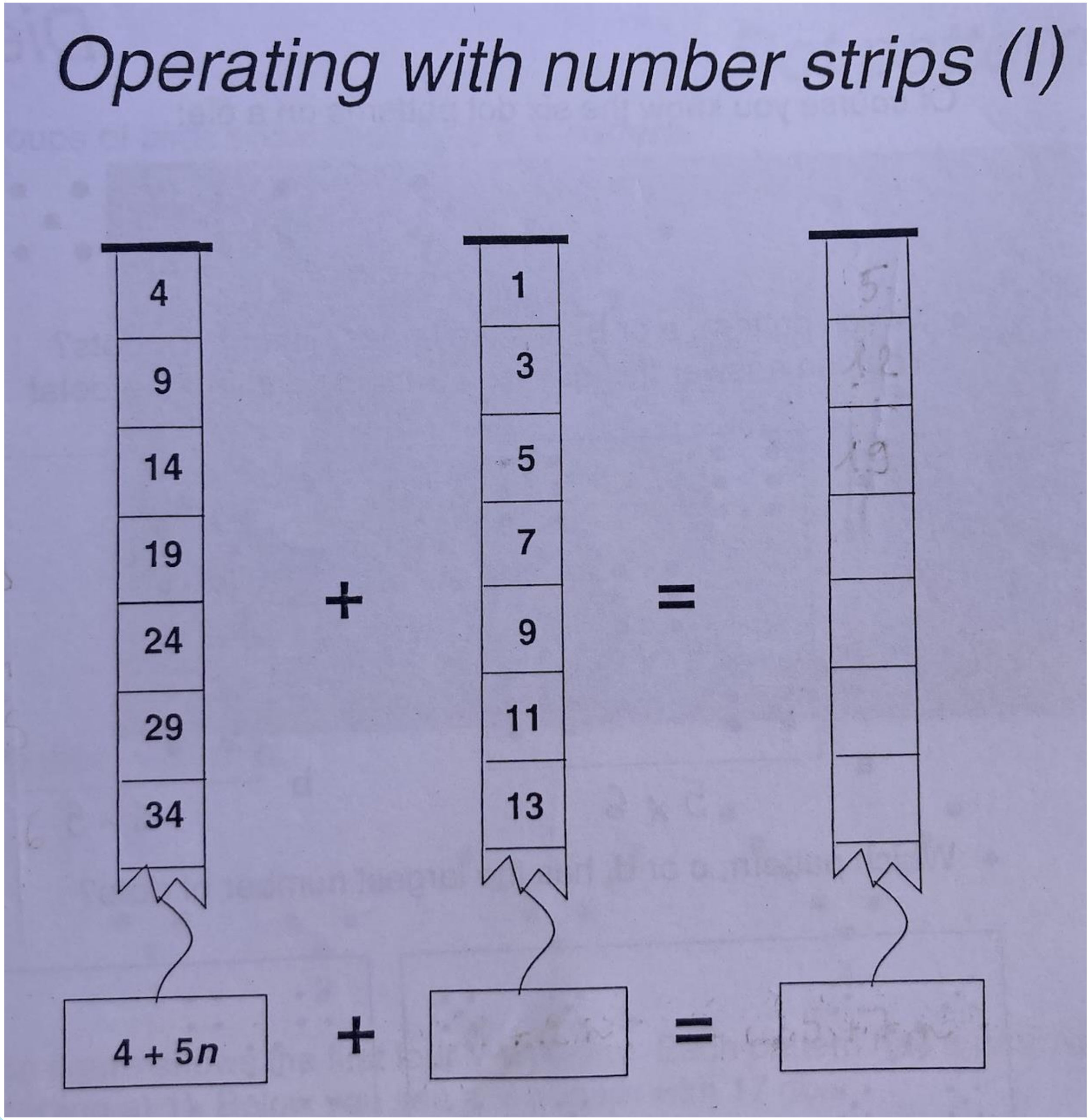
Parfois, certains groupes d'oiseaux volent en formation en V.

Lana a construit, avec des jetons, des motifs en suivant ce modèle en V.
Chaque motif porte un numéro d'étape. Voici ses trois premiers motifs :



https://www.youtube.com/watch?v=O_9LDcEbaaM
De 11:30 à 15:00 (Eduscol-Episode 2)

Approche structurale


Operating with number strips (I)
4
9
14
19
24
29
34
+
1
3
5
7
9
11
13
=
5
12
19
4 + 5n
+
=

TROUVER UN PROGRAMME DE CALCULS EQUIVALENT PLUS COURT GRACE A LA REPRESENTATION EN BARRES

TROISIEME

Programme de départ	Représentation en barres	Programme équivalent plus court
Programme 1 1) Choisir un nombre. 2) Multiplie-le par 2. 3) Ajouter 3 à ce produit. 4) Ajoute 4 à cette somme.		1) Choisir un nombre. 2) …………………………………………… 3) ……………………………………………
Programme 2 1) Choisir un nombre. 2) Multiplie-le par 2. 3) Ajouter 3 à ce produit. 4) Ajoute à cette somme le nombre de départ.		1) Choisir un nombre. 2) …………………………………………… 3) ……………………………………………
Programme 3 1) Choisir un nombre. 2) Ajouter 3 au nombre choisi. 3) Multiplier la somme obtenue par 2. 4) Ajoute 4 au produit obtenu.		1) Choisir un nombre. 2) …………………………………………… 3) ……………………………………………
Programme 4 1) Choisir un nombre. 2) Ajouter 3 au nombre choisi. 3) Multiplier la somme obtenue par 2. 4) Ajoute au produit obtenu le nombre de départ.		1) Choisir un nombre. 2) …………………………………………… 3) ……………………………………………
Programme 5 1) Choisir un nombre. 2) Ajouter 2 au nombre choisi. 3) Multiplier la somme obtenue par 5. 4) Soustrais au produit obtenu le double du nombre de départ.		1) Choisir un nombre. 2) …………………………………………… 3) ……………………………………………

BATAILLE DE PROGRAMMES

DEFI n°1 :

Voici deux programmes de calculs.

Programme A
- Choisis un nombre.
- Multiplie-le par 2.
- Ajoute 6 à ce produit.

Programme B
- Choisis un nombre.
- Ajoute 3.
- Multiplie cette somme par 2.

- *Le joueur A choisit un nombre entier compris entre 1 et 9.*
- *Chaque joueur teste son programme avec ce nombre.*
- *Si le programme A donne un résultat supérieur au programme B, le joueur A gagne le match.*
- *Ensuite on recommence avec un entier choisi par le joueur B.*

https://www.youtube.com/watch?v=O_9LDcEbaaM
De 5:00 à 9:00 (Eduscol-Episode 2)

DEFI n°2 :

Voici deux autres programmes de calculs.

Programme A	**Programme B**
- Choisis un nombre. - Multiplie-le par 5. - Ajoute 3 à ce produit.	- Choisis un nombre. - Multiplie-le par 3. - Ajoute 9 à ce produit.

1) Avant de vous lancer des calculs, grâce à la représentation en barres comment pouvez-vous voir si la bataille va, ou non, « toujours » se terminer par un match nul ?

……

……

……

2) a) Tous les binômes de la classe ont-ils obtenu une égalité ? ……….

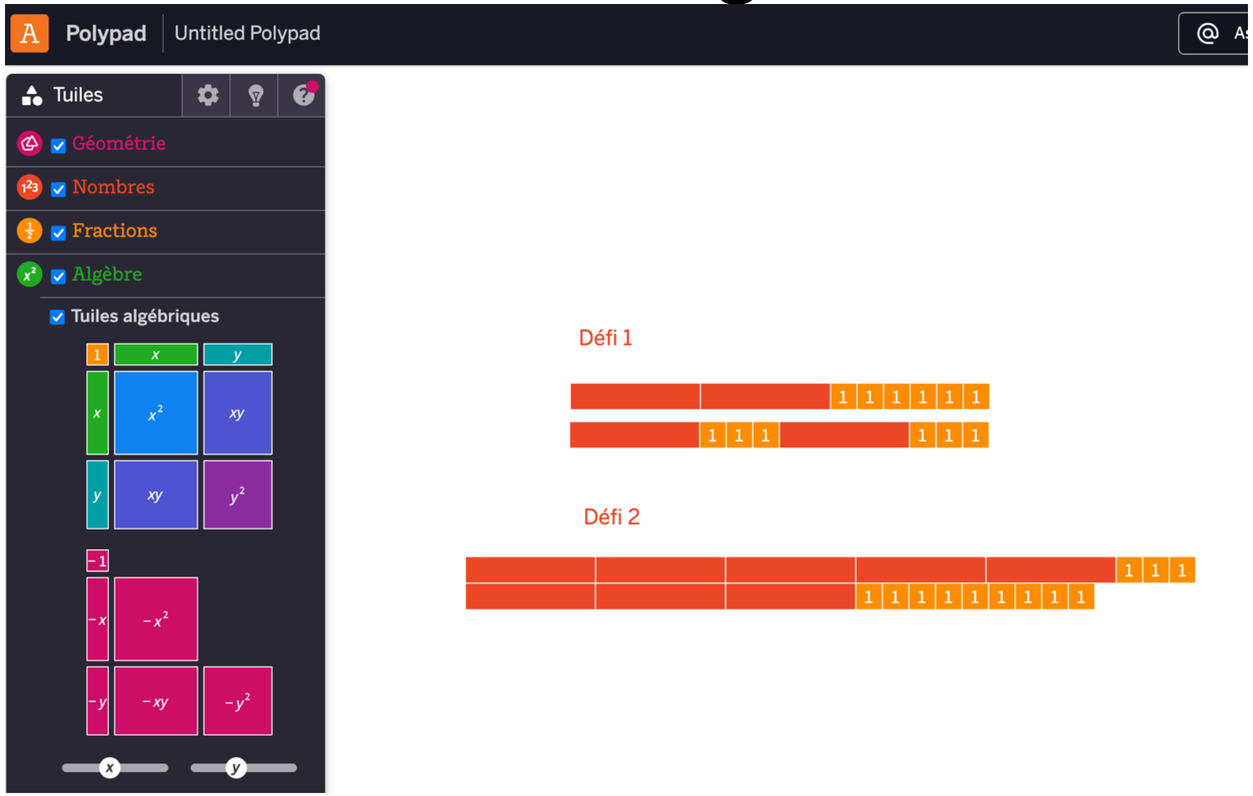
b) Lesquels l'ont obtenue ? ……………………………………………………………………………………………

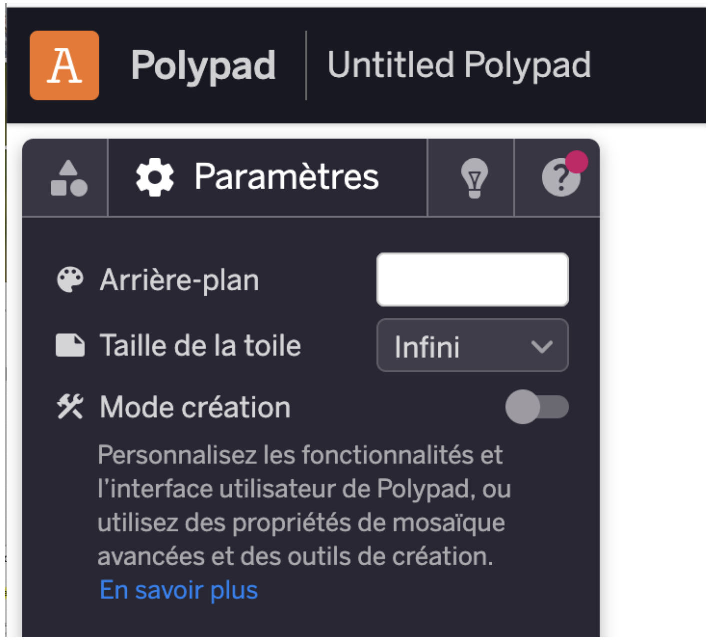
Intéressons-nous à ce dernier cas ! Chaque binôme utilise maintenant les barres de la bonne couleur.

Astuces « matériel »

Une contrainte matériel
transformée en atout.
Barre couleur : la variable
Barre blanche : unité

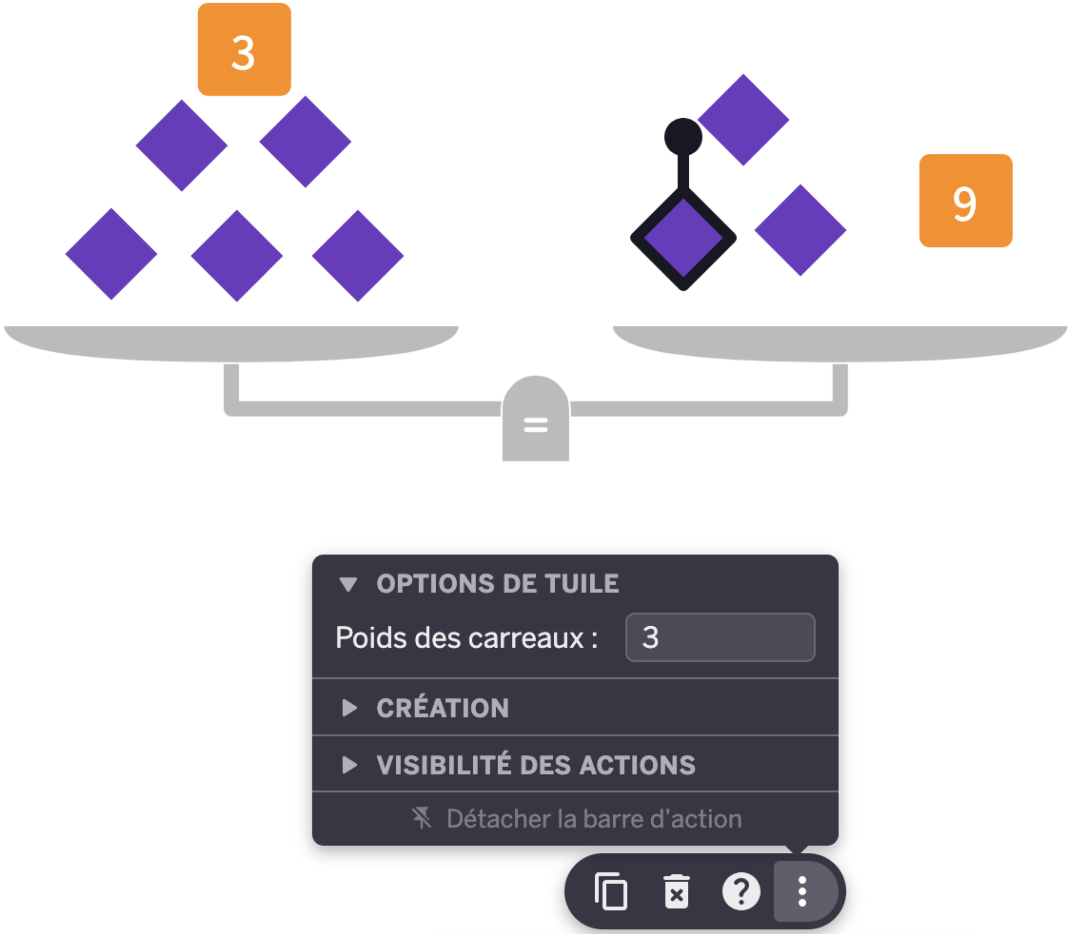
Mathigon





Activer le mode création

Autre représentation avec Mathigon



Et les nombres négatifs ?

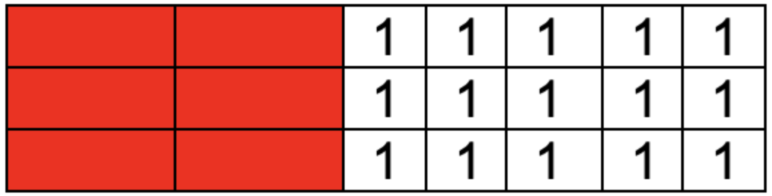
Les tuiles algébriques

Le passage se fait en douceur à deux conditions :

- si le travail sur les barres a été bien compris,
- si l'introduction des négatifs s'est faite en donnant du sens.

Evidemment, on s'écarte doucement des grandeurs mesurables….
Donc la concordance égalité et longueur de barres ne tient plus.

Le passage de longueur à aire pour la distributivité



CONCLUSION

- Oraliser à partir d'un visuel
  prise en compte de l'hétérogénéité.

- Concepts variés
- Construction du nombre (nombre-fractions, fractions égales…)
- Lien entre fractions/proportion/pourcentage
- Sens des opérations
- Calculabilité de la représentation

- Pérennité des schémas à travers les cycles (culture commune)
- Progressivité de l'entrée dans l'algèbre
- Bonne concordance entre la représentation et le registre algébrique

II – Traiter une situation de proportionnalité

CAS 1 : On voit un lien simple entre les nombres de l'énoncé.

1) Grâce à une combinaison (addition ou soustraction)

EXEMPLE 6 : Eva et Ali achètent des stylos au même prix.

Eva achète 3 stylos pour 5€25 et Léo en achète 7 pour 12,25€.

a) Combien vont coûter **10 stylos** ?

3 stylos + 7 stylos = **10 stylos**	
5,25€	12,25€
5,25€ + 12,25€ = ………………	

Et puis, aussi …

CAS 2 : On ne voit pas de lien entre les nombres de l'énoncé.

3) Grâce au passage à l'unité

EXEMPLE 8 : Un pack de 8 bouteilles identiques contient 10 L de lait. Léa n'a plus que 5 bouteilles. Quelle quantité de lait lui reste-il ?

10 Litres							

On commence par calculer la contenance d'une bouteille :

10 Litres : 8 bouteilles = 1,25 L (par bouteille) *

Puis on calcule la quantité de lait dans 5 bouteilles :

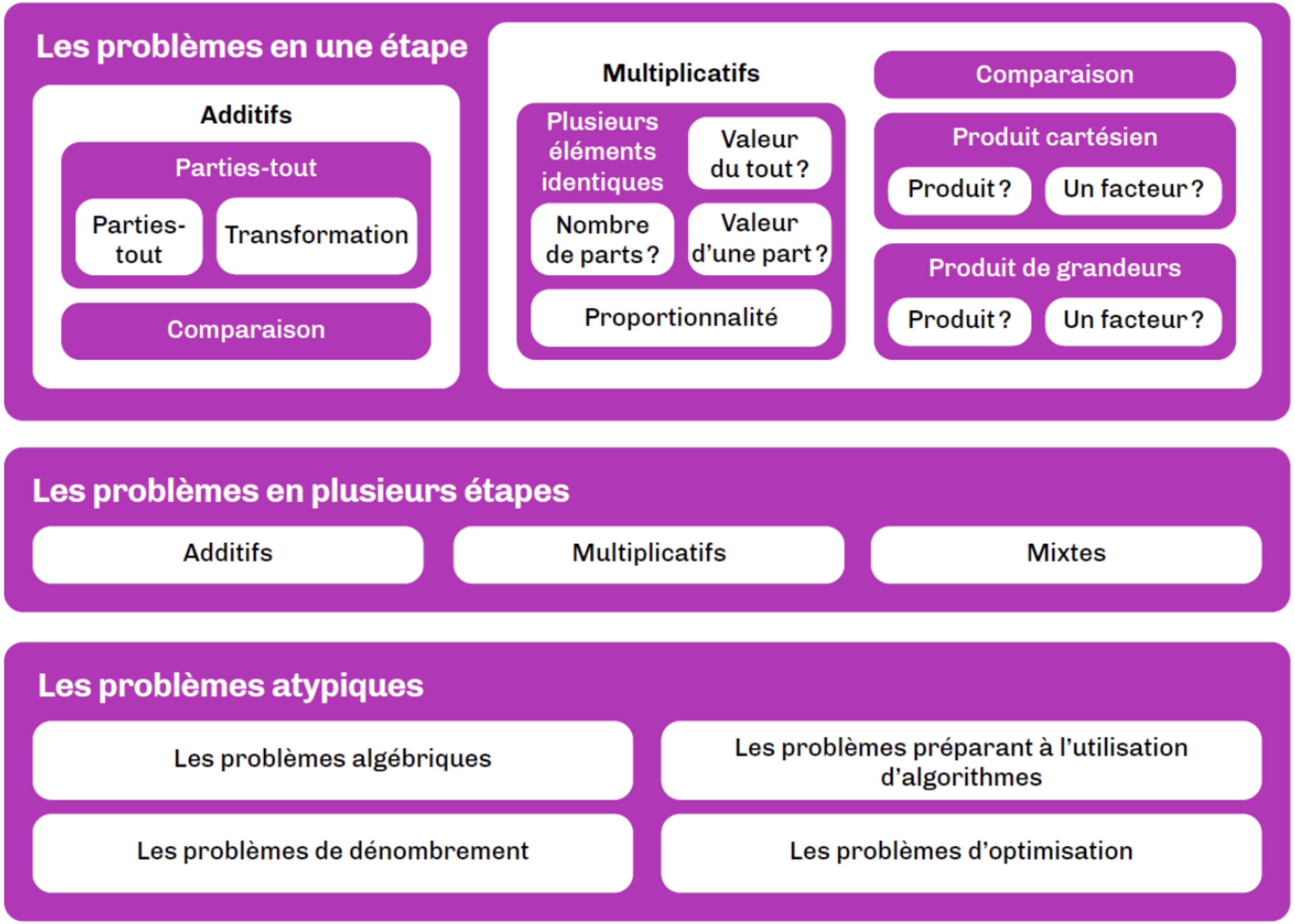
Et encore…

Les fonctions affines

Références

- Au fil des maths
  - Numéro 555 (Richard Cabassut) – Représentation en barres et entrée dans l'algèbre
    Numéro 555 (S. Grau IREM Loire) - Des chiffres et des Lettres
  - Numéro 555 (B. Grugeaon et Julia Pilet) - Vers le calcul littéral au cycle 3
  - Numéro 557 (Sophie Bauerie) - Quoi faire pour introduire l'algèbre)
  - Numéro 537 - Septembre 2020 (Richard Cabassut) https://afdm.apmep.fr/rubriques/opinions/les-representations-en-barres-ni-cet-exces-dhonneur-ni-cette-indignite/
  - Numéro 543 - Mars 2022 (Olivier LeDantec) https://afdm.apmep.fr/rubriques/eleves/manipulations-incarnees-avec-des-reglettes/

- https://pedagogie.ac-lille.fr/mathematiques/communautes-apprenantes/
- Manuel et cahier MULTIPLES- Belin
- La résolution de problèmes au cours moyen – MEN 2021



La résolution de problèmes mathématiques au Cours Moyen – MEN – 2021