CHAMPIONNAT INTERNATIONAL
DES JEUX MATHÉMATIQUES ET LOGIQUES

La Fédération francaise des Jeux Mathématiques (F.F.J.M) offre chaque année aux élèves, collégiens, lycéens, étudiants ou adultes de France ou de nombreux autres pays une compétition exaltante s'étalant sur plusieurs mois.
7 catégories, 4 phases successives, des centaines de milliers de concurrents, des centaines de prix de valeur et un maximum d'humour caractérisent ce que les journalistes n'ont pas hésiter à appeler "l'événement le plus astucieux de l'année", et qui a le mérite d'associer scolaires et adultes.
Dans les énigmes du championnat, les situations sont concrètes et l'humour de rigueur: Sont exigés de la logique, de l'astuce, de l'intuition, de l'imagination, de la persévérance, le goût de la recherche, mais pas réellement de connaissances. Au risque de déplaire à quelques puristes, seul le résultat compte. Encore qu'en cas de solution multiple, il faille donner le nombre exact de solutions.

LE CHAMPIONNAT HORS DE FRANCE

Le championnat voit chaque année la participation de concurrents issus de nombreux pays. Des structures relais organisent demi-finales, finales régionales ou nationales en Belgique, Italie, Luxembourg, Niger, Pologne, Slovaquie, Suisse, Tunisie.

CONTACTS

FRANCE
F.F.J.M
1 avenue Foch
94700
Maisons-Alfort -
tel : (1) 43 68 95 16 fax : (1) 47 07 88 13

BELGIQUE
F.F.J.M Belgique
A. Parent - B.P. 157 - B-7700
Mouscron -
tel-fax :
32 (0) 56 33 14 53

SUISSE
F.F.J.M Suisse
Mme Schumacher
Case Postale 3082
CH 1401
Yverdon-les-bains

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Depuis le premier Championnat, en 1987, patronné par les revues Jeux & Stratégie et Science & Vie, que de chemin parcouru ! La FFJM a été l'un des artisans du renouveau de l'image des mathématiques auprès des élèves et du grand public. Les finales successives ont égrené des noms insolites ou prestigieux : Cité des Sciences, Ecole Polytechnique, Sénat ou ... Parc Astérix.
Le championnat est encore, à sa dixième édition, la compétition de référence avec ses quatre étapes qui sont autant de fêtes pour les participants et les animateurs de 9 à 99 ans !

PARRAINS

Hewlett Packard
Editions BELIN
C.G.E.R. (Belg)

EPREUVES

Catégories : 7
CM = 2 dernières années du primaire,
C1 = 6è-5è (**F**rance), 6é primaire-1ère secondaire (**B**elgique), 6è-7è (**S**uisse), 1è-2è sec. (**T**unisie),
C2 = **F**: 4è-3è, **B**: 2è-3è sec, **S** : 8è-9è, **T**: 3è-4è sec,
L1 = **F** : 2nde à term, **B** : 4è à 6è sec, **S** : gymnase **T**:5è à 7è sec,
L2 = deux premières années du supérieur scientifique,
GP = Grand Public (adultes)
HC = Haute Compétition
Deux modes de participation aux 1/4 de finales possibles :
-Par correspondance
-Dans les étab. scolaires.

COMPETITION

*Quarts de finale (décembre)
*Demi-finales régionales (mars)
*Finales régionales et nationales
*Finale Internationale (sept)
Concours parallèle (open)

CONTACTS

ITALIE
F.I.J.M
A. Lissoni
Via Cavalotti 153
I 2005 MONZA
(MI)

POLOGNE
F.P.J.M
R. Rabczuk
H. Steinhaus Center
Politec. Wroclawska
50-370 Wroclaw
tel:(48) 71 20 35 30

TUNISIE
A.T.S.M.
B. Kachoukh
43 rue de la liberté
2019 Le Bardo
tel:(216)1 261 455
fax:(216)1568954

NIGER
A.N.J.M
M. Moreau
BP 13180
Niamey
Tel : (227)722281

1 AUTORÉFÉRENCE

Dans ce cadre, il y a exactement une phrase vraie.
Dans ce cadre, il y a exactement une phrase fausse.
Dans ce cadre, il y a exactement deux phrases vraies.
Dans ce cadre, il y a exactement deux phrases fausses.

Combien y a-t-il de phrases vraies dans le cadre ci-dessus ?

LOGICAL

In this box, there is precisely one sentence which is true
In this box, there is precisely one sentence which is false
In this box, there are precisely two sentences which are true
In this box, there are precisely two sentences which are false

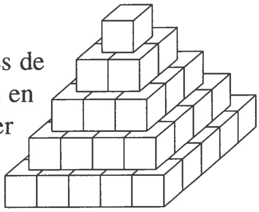
How many true sentences are there in the box above ?

Les problèmes du Championnat (au total près de 750) sont actuellement édités sous forme de petits fascicules dans la collection "Jeux en Poche" (éditeur POLE, diffusion en librairies Belin).
Les sept premiers fascicules avaient été édités par Hatier. Parmi eux, les numéros 3 à 7 sont encore disponibles auprès de la F.F.J.M.

2 AMÉDÉE CEDE SES DÉS

André, dit Dédé, et son frère Amédée, collectionnent séparément des dés cubiques de taille identique. En utilisant tous ses dés, André arrive à construire simultanément une "pyramide" (à base carrée) et un cube. Amédée, qui a moins de dés que son frère, parvient lui aussi, avec tous ses dés, a construire simultanément une pyramide (à base carrée) et un cube.

On précise que les pyramides comme les cubes construits par les deux frères sont des solides pleins (sans vides) comprenant plus d'un cube. D'autre part, comme sur la figure, excepté le "rez-de-chaussée" des pyramides, chaque étage de celles-ci a un côté qui compte un dé de moins que le côté de l'étage précédent, et leur sommet est constitué d'un dé unique.
Amédée a décidé de céder ses dés à Dédé.
André s'aperçoit alors qu'il peut, en utilisant tous les dés de son frère, soit augmenter les dimensions de sa pyramide, en laissant inchangées celles de son cube, soit augmenter les dimensions de son cube, en laissant inchangées celles de sa pyramide.



Quel est maintenant le nombre minimum de dés possédés par Dédé ?

ANDY'S DICE

Andy and his brother Sandy both collect separately identical size cubic dice. With all his dice, Andy manages to build a square based pyramid and a cube. Sandy, who doesn't have as many dice as his brother, can also build a square based pyramid and a cube.
The pyramids and the cubes built by the two brothers are of course solids with no holes and consisting of more than one die. Furthermore, as can be seen in the figure below, the sides, at each level of the pyramid (except the "ground floor"), comprise one less die than on the level below, and the apex consists in a single die.
Sandy decides to give all his dice to Andy.
The lucky owner of all the dice realizes then that with his brother's dice, he can either increase the size of his pyramid and leave his cube as is, or increase the size of his cube and leave the pyramid unchanged.

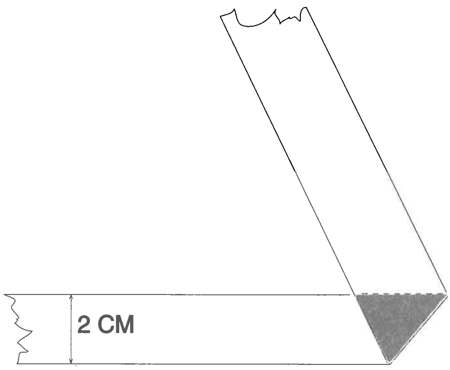
Find the minimum number of dice in Andy's new enlarged collection.

3 -PRENEZ LE BON PLI

La bande de papier représentée ci-dessous, dont les bords sont parallèles, mesure deux centimètres de large. On plie cette bande en deux (voir le dessin).

Quelle est l'aire minimum de la région (en grisé sur le dessin), où deux épaisseurs de papier se superposent ?

On donnera la réponse en centimètres carrés, arrondie au centième.



FOLLOW

The strip of paper shown below, has parallel sides and is two centimeters wide. It is folded over, as shown in the drawing (see above).

What is the minimum surface where there are two layers of paper one on top of each other (shaded in the drawing) ?

The answer will be given in square centimeters to the closest hundredth.

4 LES CARTES DE MICKAEL

Mickaël possède un jeu de cartes dont toutes les cartes portent un mot sur une face, et un nombre sur l'autre face. Il a disposé seize de ces cartes devant nous et affirme :
"Dans ce jeu, toute carte ayant un mot de deux lettres sur une face possède un nombre multiple de 3 ou de 5 sur l'autre face.
Toute carte ayant un mot de trois lettres sur une face possède un nombre de deux chiffres multiple de 4 sur l'autre face."
Bien que Mickaël ait dit la vérité, Juliette ne le croit pas, et décide de vérifier.

A	111	OUI	15
28	DA	20	NEIN
48	120	12	NO
NON	5	YES	40

Cochez toutes les cartes qu'elle doit nécessairement retourner pour effectuer cette vérification.

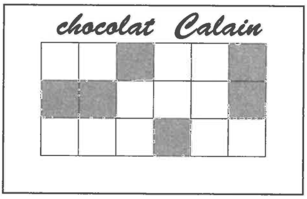
MICHAEL'S CARDS

Michael has a set of cards with a word on one side and a number on the other.
He has set out sixteen of these cards in front of us, and says :
"In this game, all the cards with a two letter word on one side have on the other side, a number which is a multiple of 3 or 5. All the cards with a three letter word on one side have on the other side, a two figure number which is a multiple of 4."
Although Michael said the truth, Juliette doesn't believe him and wants to check.
Tick all the cards she must turn over in order to make sure.

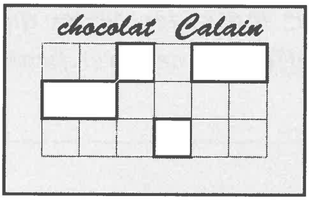
5 LE JEU DU CHOCOLAT

Le chocolat Calain lance un grand jeu publicitaire. Chaque consommateur peut retirer une grille de participation chez son détaillant habituel. Celle-ci consiste en un rectangle, figurant une tablette de chocolat, et au même format, de cinq carrés sur huit carrés, telle qu'exactement six des dix-huit carrés du rectangle central sont colorés (les carrés des bords sont exclus).
Ensuite, à l'achat de chaque tablette, le client trouve dans l'emballage une carte cartonnée d'un seul tenant, dont une face est estampillée du nom de la marque et qui représente les quarante carrés d'une tablette, du même format, de telle sorte qu'exactement six des dix-huit carrés du rectangle central, sont entièrement évidés.
Le client-joueur pose alors la carte sur la grille, sans la retourner, et s'il fait apparaître six carrés colorés, il gagne ... son poids en chocolat.
Le chocolat Calain a fait fabriquer toutes les cartes évidées possibles.

Mais combien en existe-t-il de différentes ?



grille

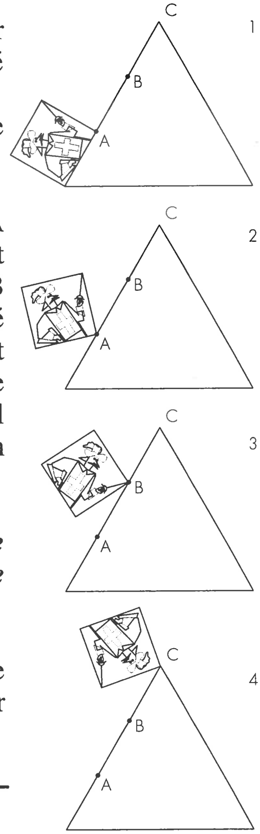


coupon

CANDYBURRY'S CHOCOLATE COMPETITION

Candyburry chocolates have organized a big commmercial competition. The entry forms, which can be found at the local stores, look like a full-scale rectangular slab of chocolate of five squares by eight. However, only the 18 squares of the central rectangle are shown, and six of these are coloured-in.
Then, each time a slab of chocolate is purchased, the client finds in the wrapping a coupon in the form of a single piece of cardboard, the same size as the chocolate slab. On this coupon, there is Candyburry's logo on one side with the drawing of the 18 squares of the central rectangle, 6 of which are entirely cut away.
The competing client then places the card board coupon on the entry form, keeping it the same side and same way up : if the six coloured squares appear in the holes, he wins... his own weight in chocolate.
Candyburry chocolates have made all the possible coupon cards with the squares cut-away. ***How many different ones can that be ?***

6 LE PIN'S TOURNEUR



Un pin's carré de côté 1cm "roule" sans glisser sur le pourtour d'un triangle équilatéral de côté 3cm.
La position initiale est représentée ci-contre (figure 1).

Le pin's pivote tout d'abord autour du point A (figure 2) jusqu'à ce que la pointe du fleuret vienne en B. Puis il pivote autour du point B (figure 3) jusqu'à ce que le côté suivant du carré vienne sur [BC]. Il pivote ensuite autour du point C (figure 4) ... On fait ainsi tourner le pin's sur le pourtour du triangle équilatéral jusqu'à ce qu'il ait repris sa place de départ, et dans la position initiale.

Quelle est la longueur de la trajectoire parcourue par la pointe du fleuret dans ce périple ?

La réponse sera donnée en millimètres, arrondie au dixième. Si besoin est, on prendra 3,1416 pour π, et 1,4142 pour V2

ROTATING BADGE

A square badge, with 1 cm long sides, "rotates" without slipping along the outer edge of an equilateral triangle, with 3 cm long sides. The starting position is shown in figure 1 on the side. The badge starts by pivoting about point A (figure 2), until the tip of the sword reaches B. Then it pivots about B (figure 3) until the next side of the square comes along BC. It then swivels around point C (figure 4) ... It continues turning in this fashion around the equilateral triangle until it comes back to its starting point and in its initial position.
What is the length of the path covered by the point of the sword during this journey ? Give the solution to the closest tenth of a millimeter. If need be, π shall be taken as 3.1416 and V2 as 1.4142.

1

AUTORÉFÉRENCE

phrase1 fausse phrase 2 fausse phrase 3 vraie phrase 4 vraie	phrase 1 vraie phrase 2 fausse phrase 3fausse phrase 4 fausse	phrase1 fausse phrase 2 fausse phrase 3 fausse phrase 4 fausse

Ces trois solutions sont cohérentes.
Il pouvait donc y avoir **0 phrase vraie** (et 4 fausses),
1 phrase vraie (et 3 fausses),
ou bien **2 phrases vraies** (et 2 fausses).

2

AMÉDÉE CÈDE SES DÉS

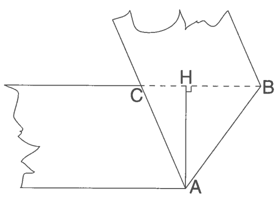
Les nombres "pyramidaux" (sommes des carrés successifs) sont de la forme n(n+1)(2n+1) / 6. Construisons le tableau des sommes de cubes et de nombres pyramidaux : le problème se ramène à trouver dans ce tableau un nombre a, qui apparaisse deux fois, et tel que, si b est le nombre situé à l'intersection de la 1ère colonne d'occurence du nombre a, et de la 1ère ligne d'occurence de a, alors la différence a – b soit encore un nombre du tableau, c'est-à-dire une somme d'un cube et d'un nombre pyramidal .
Plusieurs nombres apparaissent deux fois dans la partie encadrée du taleau : 155, 1014, 1162, ...
155 - 94 = 61 n'est pas un nombre du tableau
...
seule la différence 1014 – 743 = 271 est un nombre du tableau.

Dédé possède donc maintenant 1014 dés.

3

PRENEZ LE BON PLI

Si on déplie la bande, les angles CAB et CBA, alternes internes, sont égaux..
CA = CB, l'aire du triangle ABC est égale à : 1/2 AC x AH.
AH est constante (largeur de la bande : 2cm), mais AC dépend de la façon dont le pli est effectué, en particulier AC est minimum si C est en H.



L'aire minimum de la région où deux épaisseurs de papier se superposent est donc égale à 2 cm².

4

LES CARTES DE MICKAEL

Les cartes qui n'ont pas besoin d'être retournées sont celles qui portent un mot ne comportant ni deux ni trois lettres, et celles portant un nombre de deux chiffres divisible à la fois par 3 et 4, ou à la fois par 5 et 4.

A	~~111~~	~~OUI~~	~~15~~
~~28~~	~~DA~~	20	NEIN
48	~~120~~	12	~~NO~~
~~NON~~	~~5~~	~~YES~~	40

5

LE JEU DE CHOCOLAT CALAIN

Le nombre de grilles différentes est égal au nombre de façons de choisir 6 carrés parmi les 18 du rectangle central, soit C^{6}_{18} = 18564.

Dénombrons les cartes non réalisables :

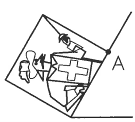
Dans le cas de la première figure, quatre carrés sont évidés. Il en reste deux à choisir en dehors des cinq de la "croix", soit C^{2}_{13} = 78 possibilités. La croix elle-même pouvant être placée de quatre façons différentes, nous arrivons à 4 x 78 = 312 cartes.

Dans le cas de la seconde figure, six carrés sont déjà évidés, mais la croix peut être placée de trois façons sur la grille. Le nombre total de cartes à exclure est donc égal à 315. **Nous en déduisons le nombre de cartes différentes réalisables : 18564 – 315 = 18249 cartes.**

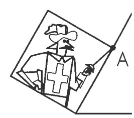
6

LE PIN'S TOURNEUR

position initiale :



position après un tour :



angles / rayons	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$
1er tour	1	0	1	$\sqrt{2}$	1	0	1	$\sqrt{2}$	1
2ème tour	0	1	$\sqrt{2}$	1	0	1	$\sqrt{2}$	1	0
3ème tour	1	$\sqrt{2}$	1	0	1	$\sqrt{2}$	1	0	1
4ème tour	$\sqrt{2}$	1	0	1	$\sqrt{2}$	1	0	1	$\sqrt{2}$

La longueur de la trajectoire de la pointe du fleuret sera égale à :

$(2 + \sqrt{2})\ (6\pi/2 + 3x7\pi/6)$

$= (2 + \div 2)\ (13\pi/2\ )$,

ce qui donne environ 697,2 mm.