RALLYE MATHEMATIQUE DE BOURGOGNE

Le rallye de Bourgogne se veut modeste et sans prétentions. Mais il suscite toutefois l'intérêt du grand public grâce à l'appui de la presse régionale et des stations de télévision bourguignonnes. Les lecteurs de nombreux quotidiens manifestent leur enthousiasme à résoudre des problèmes, ce qui rejoint les préoccupations pédagogiques des enseignants de mathématiques.

L'humour et la pertinence qui président à la construction des énoncés favorisent chez les élèves le goût de la recherche.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Crée dans les années 1970, abandonné puis repris depuis 1990.

Depuis 1990, une épreuve annulle, ouverte aux classes de 2nde, 1ère et terminales de tous les lyvées de l'Académie de Dijon.

Depuis 1991, il y a entre 1100 et 1800 pareticipants.

EPREUVES

Individuelles ou collectives (équipe de 2, 3, 4) ou classe entière) : au choix.
Catégorie : une seule épreuve ouverte aux 3 niveaux de lycée mais 3 classements séparés.
Problèmes : 6 (2 simples, 2 moyens, 2 plus difficiles) tous faisables en seconde.

COMPETITION

Une épreuve de quatre heures un mercredio après- midi

PARRAINS

- APMEP régionale deDijon
- Conseil Régional de Bourgognes
- Rectorat de l'Académie de Dijon.

CONTACTS

IREM de Dijon - Université de Bourgogne
B.P. 238
21004 DIJON CEDEX
Responsables : Michel Lafond Robert Ferachoglou

1 - LE COMPTE EST BON

On a :

$$12 \times 3 + (4 + 5 + 6 + 7) \times 89 = 1994$$

Essayez d'obtenir 1995 par le même procédé : en intercalant des symboles × + et des parenthèses dans la séquence :

1 2 3 4 5 6 7 8 9

2 -LA CHAPELLE

Un automobiliste roule à vitesse constante sur une route rectiligne en direction du nord.

• A midi il voit la chapelle au nord-est.
• A midi dix, il voit la chapelle en est-nord-est.

A quelle heure la verra-t-il exactement à l'est ?

3 - MIAM MIAM

Un commerçant a deux cartons contenant le même nombre de bonbons.
• Avec ceux du premier carton, il fait le plus possible de sachets de 23 bonbons.
• Avec ceux du deuxième carton plus le reste du premier, il fait des sachets de 37 bonbons.

Sachant qu'il a fait 72 sachets et qu'il ne reste plus de bonbons, combien en avait-il au départ ?

4- BON SENS

Un escalier roulant fonctionne en montant.
• Léon monte 20 marches et atteint le haut en 15 secondes.
• Suzon monte 22 marches et atteint le haut en 12 secondes.
• Gaston, prenant l'escalier à contre-sens, le descend en 18 secondes

Si à chaque fois les marches sont parcourues une à une à la même vitesse, combien Gaston a-t-il descendu de marches ?

5 - LE COLLIER

Un collier est composé de grosses et de petites perles (moins de 500 au total).

• Si on remplace 70 % des grosses perles par des petites, le poids diminue de 60 %.

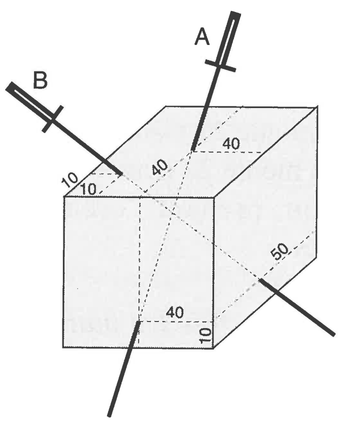
• Si on remplace 60 % des petites perles par des grosses, le poids augmente de 70 %.

Combien ce collier a-t-il de perles ?

6 - AIE AIE AIE !

Persée, la jeune assistante du professeur Belzébuth, est enfermée dans une caisse cubique d'arête 80 cm. Le professeur enfonce deux épées A et B à travers la caisse dans les trous prévus à cet effet.

L'épée A est-elle devant ou derrière l'épée B ?



7 - MARMELADE

Si on remplace dans une multiplication les 10 chiffres et les signes $\times$ et = par 12 lettres différentes, on obtient un message codé.

Par exemple, l'opération :

$$\mathbf{126 \times 2 = 252}$$

peut être codée **BELVE DERE**
si on remplace 1 par B, 2 par E, 6 par L, $\times$ par V, etc.

Trouvez la multiplication codée MARMELADE.

8 - LE BROCANTEUR ET SES ENFANTS

Les 5 enfants d'un brocanteur héritent de 65 objets, le premier estimé à 1F, le second à 2F, etc. le soixante-cinquième à 65F.

Comment partager ces onjets en 5 lots de mêmes valeurs, et contenant le même nombre d'objets ?

1

LE COMPTE EST BON

Il y a exactement 20 solutions. En voici quelques unes :

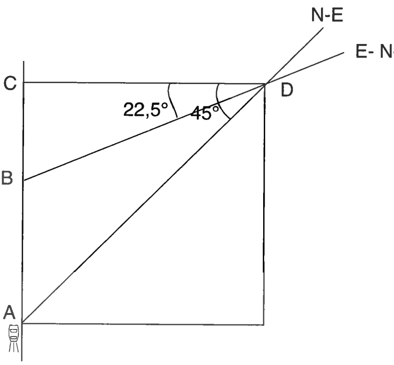
1234 + 5 + (6+78) x 9

12 + 34 x 56 + è + ! x 9

12 + (3 + 45 x 6) x 7 + 8 x 9

2

LA CHAPELLE



Comme DB est la bissectrice de l'angle ADC, on a :

BC/BA = CD/DA/ = $1/\sqrt{2}$

d'où BC = IA/$\sqrt{2}$

Les durées des parcours sont proportionnelles aux distances d'où BC = $10/\sqrt{2} \approx 7{,}07$min.

L'automobiliste voit la chapelle à l'est à **12h 17 min 4 sec** (environ).

3

MIAM-MIAM

Soit n le nombre de sachets de 23 bonbons. Le nombre total de bonbons est égal à : 23n + 37(72 – n) = 2664 – 14n. Si r désigne le reste du premier carton, on a 23n + r = 1332 – 7n, d'où n = (132 – r) / 30. Le nombre ndevant être entier et le reste r inférieur à 23, on a r = 12 et n = 44. Le nombre total de bonbons est égal à **2664 – 14x44 = 2048.**

4

BON SENS

Soit n le nombre de marches de l'escalier à l'arrêt, r la vitesse de l'escalier roulant, en marches par unité de temps, et p la vitesse propre de Gaston, en marches par unité de temps.

On a : r + 20 / 15 = n /15,et r + 22 / 12 = n / 12. La résolution de ce système donne n = 30 et r + 2 / 3. Pour Gaston, qui prend l'escalier à l'envers, nous avons : p / 12 / n / 18, d'où **p = 42.**

Gaston a descendu 42 marches.

5

LE COLLIER

Soit n le nombre de grosses perles, p le nombre de petites, a le poids d'une grosse perle et b le poids d'une petite, on est conduit au système :

$0{,}3na + 0{,}7nb + pb = 0{,}4\,(na + pb)$

$na + 0{,}6pa + 0{,}4pb = 1{,}7\,(na + pb)$

En éliminant a/b, on arrive à :

$(6p - 49/6\ n)\,(6p + 6n) = 0$, d'où $36p = 49\ n$, et $a/b = 91/6$. On a donc $n = 36k$ et $p = 49k$ (k entier > 1). On en déduit $n + p = 85k$.

Il y a donc **85, 170, 255, 340 ou 425 perles sur le collier.**

6

AIE AIE AIE !

Les points d'entrées des épées A et B sont sur la diagonale CD de la face supérieure. Joignons DE qui coupe l'arête IH et G.

D'après Thalès GH/80 = EF/FD = 5/7 donc GH mesure 400/7cm.

CD et GI sont parallèles puisque les faces supérieure et inférieure du cube le sont, donc le triangle IGI est rectangle isocèle, donc IJ = IG donc MJ = GH = 400/7. Enfin KL/KC = 4/7 alors que MJ/MC = 400/7/80 = 5/7. L'angle a est donc plus petit que l'angle b et comme l'épée A sort en L, sa partie invisible est située entièrement derrière (P) qui, rappelons-le contient l'épée B. Il n'y a plus de doute : A est derrière B. On calcule qu'au plus proche, les épées sont à $30/\sqrt{101}$ cm l'une de l'autre, soit un peu moins de 3 cm.

7

MARMELADE

2 solutions :

$24 \times 20 = 480$

$32 \times 30 = 960$

8

LE BROCANTEUR

On classe les objets par groupes de 5, et on forme d'abord 10 groupes de manière que chacun obtienne une moyenne de 33 F par objet :

1	2	3	4	5
65	64	63	62	61
60	59	58	57	56
11	12	13	14	15
55	54	53	52	51
16	17	18	19	20
50	49	48	47	46
21	22	23	24	25
45	44	43	42	41

Il reste les trois derniers groupes. Voici une des solutions :

26	27	28	29	30
35	33	31	34	32
38	39	40	3	37