

# TOURNOI MATHÉMATIQUE DU LIMOUSIN

**L**e Tournoi, qui s'adresse aux élèves de quatrième, première ou terminale travaillant par équipe de deux, obtient la participation de tous les lycées et de plus de trois collèges sur quatre dans les trois départements de la Région : Corrèze, Creuse, Haute-Vienne.

*Développer le goût de la recherche scientifique, promouvoir l'image des mathématiques auprès des jeunes et du grand public, tels sont ses objectifs. La remise des prix, grande fête des mathématiques et des jeunes a lieu au printemps. Un grand nombre de jeunes de toutes sections y sont récompensés.*



# FICHE TECHNIQUE

## HISTORIQUE

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé en **1987** par la Régionale de Limoges de l'APMEP, le département de Mathématique de la Faculté des Sciences de Limoges, l'Inspection Pédagogique Régionale, l'IREM de Limoges, groupés en association « loi 1901 ». Cinq mille élèves de quatrième et mille deux cents de première et terminale ont participé au Tournoi Mathématique du Limousin en **1995**.

## PARRAINS

Rectorat,  
Conseil Général du Limousin,  
Conseils Généraux de Corrèze,  
Creuse et Haute-Vienne.  
Banque Tarneaud ...

## EPREUVES

**Par équipe de 2.**

**Catégories :** 2, 4ème et 1ère/terminales.

**Les textes proposés**, sous forme ludique, donnent envie de chercher, nécessitent une solution rédigée et sont susceptibles de prolongements.

## COMPETITION

**Epreuve 4ème:** en janvier (2 heures durant le temps scolaire).

**Epreuve de 1ère et terminale :** En février (4 heures un mercredi après-midi).

**Remise des prix :** en mai, au Centre Culturel Jean Moulin à Limoges.

## CONTACTS

Tournoi Mathématique du Limousin :  
IREM 123, av. Albert Thomas  
87060 Limoges CEDEX  
Jean Lebraud : 15, rue Jean Jaurès 87350 Panazol . Tel : 55 30 82 78

# 1 - FAITES LES EQUIPES (1e-T)

Au Tournoi Mathématique du Limousin, Anne, Béatrice et Colette sont des participantes de chacun des trois départements de l'Académie. L'une a seize ans, elles ont, toutes les trois, choisi un coéquipier dans leur département, l'un des coéquipiers s'appelle François, Béatrice n'habite pas la Haute-Vienne, Didier n'est pas le coéquipier de Colette, Anne n'a pas seize ans et n'habite pas la Corrèze, Etienne n'habite pas la Creuse, celle qui a quinze ans n'habite pas la Haute-Vienne, la coéquipière de Didier n'a pas quinze ans, celle qui a dix-sept ans habite la Corrèze.

**Reformer les équipes, donner leur département d'origine et l'âge des jeunes filles.**

# 2 - LES PHARAONS MULTIPLIENT

La multiplication au temps des pharaons :

21	35	<del>28</del>	<del>386</del>
<del>10</del>	<del>70</del>	<del>14</del>	<del>772</del>
5	140	7	1544
<del>2</del>	<del>280</del>	3	3088
1	560	1	6176
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	
735		10808	

$$21 \times 35 = 735$$

$$28 \times 386 = 10808$$

Observez. et décrivez le procédé. Par le même procédé calculez  $19 \times 95$  et construisez une situation où la colonne de gauche comporte 8 lignes et où on barre toutes les lignes sauf la dernière. **Construisez une situation à 8 lignes encore, où on ne barre aucune ligne. Justifiez le procédé utilisé au temps des pharaons.**

### 3 - BONNES DISPOSITIONS (1e-T)

Une règle articulée est constituée de trois morceaux de même longueur  $AB, BC, CD$ .

Proposez une disposition de cette règle articulée telle que  $AD = 3 AB$ .

Proposez plusieurs dispositions telles que  $AD = AB$ .

Proposez plusieurs dispositions telles que  $AD = 2 AB$ .

Parmi les dispositions où  $AD = 2 AB$  il y en a une où  $(AD)$  est parallèle à  $(BC)$ . **Combien mesurent les angles du quadrilatère  $ABCD$  ainsi obtenu ?**

**Pouvez vous trouver une disposition telle que  $AC = BD = AD$  ?**

### 4 - CARRÉS ET COULEURS (1e-T)

On veut colorier un quadrillage de telle sorte qu'il n'y ait pas deux carrés de même couleur sur une même colonne, ligne ou diagonale.

**Combien de couleurs sont nécessaires pour colorier :**

- un quadrillage  $2 \times 2$  ?

- un quadrillage  $3 \times 3$  ?

**Quel est le plus petit entier  $n$  (différent de 1, bien sûr !) pour lequel un quadrillage  $n \times n$  peut être colorié en utilisant  $n$  couleurs différentes ?**

**Imaginez un prolongement à ce texte.**

## 5 - DEMINEUR (4e)

Les cases **vides** de ce quadrillage **doivent être coloriées en rouge ou en bleu.**

1		1		1	1	1	
2			1			1	
2		2	1	1	1	2	
1	1	1				1	
		1	1	2	1	3	
	1	2				3	
	1		2	2	1	3	
	1		1			1	1

Un nombre écrit sur une case indique le nombre de cases rouges «qui l'entourent».

## 6 - JOUR DU MENSONGE (4e)

Deux frères, Antoine et Bernard, disent toujours la vérité, avec une seule exception : chacun ment au sujet de son anniversaire le jour même de son anniversaire.

On leur demande aujourd'hui, 17 janvier :

«Quand est votre anniversaire ?»

Antoine répond : «Hier !»

Bernard répond : «Demain !»

Mais demain, 18 janvier, ils feront les mêmes réponses à la même question...

**Quand est donc l'anniversaire de chacun ?**

## 7 - MENAGEZ LA GOMME (4e)

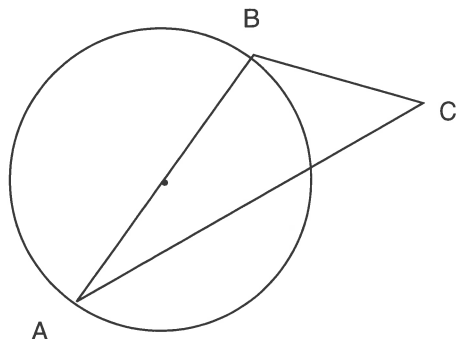
Quelle distance maximum peut-on parcourir avec une voiture disposant de 7 pneus neufs, sachant que chaque pneu peut faire 40 000 km ?

## 8 - LE LOGO DE CARO (4e)

Caroline dessine un logo à partir du dessin ci-contre :

Hélas ! Elle ne dispose plus que d'une règle et pour compléter ce logo elle doit encore construire :

- un rectangle de diagonale  $[AB]$  et dont l'un des côtés a pour support la droite  $(BC)$ .
- les hauteurs du triangle  $ABC$ .



Aidez Caroline en justifiant votre démarche.

**FORMEZ LES ÉQUIPES**

- 1 Anne a 15 ans ; elle est de la Creuse et fait équipe avec François.  
Béatrice à 17 ans ; elle est de la Corrèze et fait équipe avec Didier.  
Colette a 16 ans ; elle est de la Haute-Vienne et fait équipe avec Etienne.

**LA MULTIPLICATION DES PHARAONS**

- 2 La multiplication est fondée sur la décomposition en base 2 de l'un des facteurs (le plus petit). Elle se ramène alors à composer additions et multiplications par 2.

**CARRÉS ET COULEURS**

Pour un quadrillage  $2 \times 2$ , il est nécessaire et suffisant bien sûr, d'avoir 4 couleurs. En effet, sinon deux cases ont la même couleur. Or, deux cases quelconques sont sur une même ligne, colonne ou diagonale.

- 4 Dans un quadrillage  $3 \times 3$ , il n'est pas possible de trouver trois carrés dont deux ne soient pas sur une même ligne, colonne ou diagonale. Donc une couleur ne peut être utilisée au mieux que pour deux carrés. Comme il y en a neuf, il faudra au moins 5 couleurs; C'est donc le nombre minimal de couleurs nécessaires pour un quadrillage  $3 \times 3$ .

En fait les cinq couleurs suffisent pour colorier un quadrillage  $5 \times 5$  par une méthode qui n'est pas issue d'un tâtonnement : il suffit de disposer les cinq couleurs dans la colonne de gauche (il est clair que cinq couleurs sont nécessaires !) et de décaler de deux vers le bas en passant à la colonne de droite et ainsi de suite.

5

### DÉMINEUR

Il y a une seule solution. Les cases rouges sont représentées en noir, les cases bleues en gris.

1		1		1	1	1	
2			1			1	
2		2	1	1	1	2	
1	1	1				1	
		1	1	2	1	3	
	1	2				3	
	1		2	2	1	3	
	1		1			1	1

6

### JOUR DU MENSONGE

Antoine est né le 17 janvier et Bernard le 18.

7

### MÉNAGEZ LA GOMME

Le maximum de kilomètres possibles est  $40000 \times 7 / 4 = 70000$  km.

Il reste à montrer que c'est possible. Voici une des solutions, où on a mis entre parenthèses le nombre de multiples de 10000 km parcourus :

1-2-3-4 (1), 1-2-3-5 (1), 1-2-3-6 (1), 1-2-3-7 (1), 4-5-6-7 (3).

8

### LE LOGO DE CARO

- Rectangle : (BC) recoupe le cercle en D. Soit E le point diamétralement opposé à D. ADBE est le rectangle cherché.

- Hauteurs : AD est une des hauteurs de ABC.

AC coupe le cercle en F. BF est une deuxième hauteur.

Les deux hauteurs AD et BF se coupent en H, orthocentre de ABC. (CH) est donc la troisième hauteur.