Panora Math96

Panorama 1996 des compétitions mathématiques

Comité International des Jeux Mathématiques

Coédition CIJM-APMEP-ACL

Panora Math96

Panorama des compétitions mathématiques

Réalisé sous la direction de Gilles Cohen et Christian Massot
avec l'aide d'Alexis Janvier et Jacques Sélamé
Dessin de couverture : Julia Rabczuk

CIJM- Paris 1996 - Coédition CIJM-APMEP-ACL

I.S.B.N. 2-909737-13-6

LE C.I.J.M.

A l'heure où l'on s'aperçoit que les frontières nationales sont trop étroites sur le plan économique, culturel, voire politique, je suis fier d'avoir contribué, par la création du C.I.J.M. (Comité International des Jeux Mathématiques), à une ouverture des mathématiques sur la réalité internationale.

Ce Comité, adhérent de la WFMC (fédération mondiale des compétitions mathématiques), se propose d'offrir à tout organisateur européen ou africain de telles compétitions un ensemble d'outils pour mener à bien sa tâche en bénéficiant de l'expérience et des moyens des autres tout en gardant sa parfaite autonomie.

Le CIJM a déjà plusieurs réalisations concrètes à son actif. La dernière d'entre elles est cette brochure, regroupant toutes les compétitions francophones connues, membres ou non du CIJM, ainsi que quelques autres. Elle répond, nous l'espérons, aux aspirations de la plupart des usagers de compétitions mathématiques, participants ou enseignants, désireux de voir figurer dans un même document toutes les informations qui leur parvenaient, jusqu'à présent, de manière désordonnée. Ils y trouveront des renseignements détaillés sur les compétitions, des exemples de problèmes posés (plus de 250 en tout), et des solutions qui, pour des raisons de place, sont quelquefois incomplètes. La prochaine brochure sera réalisée pour l'an 2000, année des mathématiques.

D'autres projets sont en route : conception d'exposition sur les jeux, préparation en amont pour les olympiades internationales, etc. J'espère que cette réalisation incitera les compétitions qui ne nous ont pas encore rejoints à adhérer au CIJM.

Gilles COHEN

C.I.J.M. 31 avenue des Gobelins, 75013 PARIS, France.

PRÉFACE

En 1973, Georges Glaeser, de Strasbourg, s'inspirant de l'exemple observé dans les pays de l'Est, décide de créer le Rallye Mathématique d'Alsace. Peu après se mettent en place sur ce modèle d'autres compétitions. Il était souhaitable de faire le point sur ce champ d'activités mathématiques, d'avoir une vue d'ensemble sur ce qui est réalisé en France, voire à l'étranger et de se rendre compte de l'impact de ces compétitions sur la population scolaire.

Ce travail, entrepris de plusieurs côtés, aboutit au présent ouvrage et il est particulièrement heureux que les efforts se soient unis pour aboutir à une œuvre commune, coéditée par le C.I.J.M. et l'A.P.M.E.P. (ainsi qu'ACL), cette union des forces est tout bénéfice pour la communauté mathématique.

Le lecteur découvrira avec intérêt la diversité des actions régionales, la variété des méthodes employées, il trouvera de beaux énoncés, des solutions élégantes, peut-être aura-t-il envie de distiller quelques unes de ces riches pages au sein de ses classes. Déjà nombre de manuels puisent dans ces trésors pour enrichir les collections d'exercices rencontrées aux fins de chapitres.

Cet ouvrage est surtout le reflet de l'extrême vitalité des mathématiques périscolaires qui, aux côtés des clubs mathématiques, permettent aux jeunes d'approcher «la reine des sciences» de façon esthétique, parfois ludique, d'initier au goût de la recherche, de promouvoir l'image des mathématiques auprès du grand public. Il pourra être utilisé pour se documenter, pour puiser des idées, et en fin de compte pour contribuer à <u>motiver les élèves</u>, condition essentielle à leur réussite.

Dominique Roux
Inspecteur Général de l'Education Nationale

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Fondée en 1910, toujours dynamique, l'A.P.M.E.P. c'est :

• **Une réflexion collective** sur le métier d'enseignant de mathématiques et les conditions de son exercice, de la maternelle à l'université.
• **Des interventions suivies** sur l'actualité et les projets à moyen terme
• **Des publications de référence** pour apprendre, enseigner et apprendre à enseigner les mathématiques : le Bulletin, pour les articles «de fond» (128 pages, 5 numéros par an) et de nombreuses brochures.
• **Une information rapide** des adhérents, la BVG, pour l'actualité qui n'attend pas et le serveur télématique (3614 APMEP)
• **Des instances élues** définissant une politique d'action issue des attentes des adhérents.
• **Une organisation décentralisée**, en «Régionales» qui ont leurs activités propres et sont les relais entre l'organisation nationale et les adhérents de tous horizons.

AGIT
• en réunissant Commissions et Groupes de travail sur des thèmes variés, permettant à des professionnels de l'enseignement de mettre en commun leur expérience et d'élaborer critiques et propositions,
• en définissant sa ligne d'action en accord avec ses adhérents,

PROPOSE
• ses choix dans tous les domaines de l'actualité de l'enseignement,
• des pistes d'action pour promouvoir et défendre les mathématiques et leurs enseignants,
• des outils pour renforcer l'efficacité de l'enseignement de cette discipline,

ORGANISE
• des Journées Nationales, chaque année sur un site différent, sur un thème différent,
• des rencontres régionales sur un sujet d'actualité,
• des séminaires divers avec intervention de spécialistes.

En adhérant à l'A.P.M.E.P. vous pourrez :
• participer à la vie de l'Association et à la définition des positions qu'elle défend,
• recevoir chez vous les informations d'actualité sur les mathématiques et leur enseignement,
• bénéficier de rabais importants sur tous les services offerts.

L'A.P.M.E.P. est partie prenante du présent recueil en tant que coéditrice et par la participation de Régionales A.P.M.E.P. à l'organisation de compétitions.

A.P.M.E.P.
26, rue Duméril 75013 PARIS - Tél : 01 43 31 34 05 Fax : 01 43 31 07 32

TABLE DES MATIERES

Légende : P = primaire, C = collège, L = lycée, S = supérieur
■ = individuelle, ❐ = par classes

CHAMPIONNAT INTERNATIONAL
DES JEUX MATHÉMATIQUES ET LOGIQUES

La Fédération francaise des Jeux Mathématiques (F.F.J.M) offre chaque année aux élèves, collégiens, lycéens, étudiants ou adultes de France ou de nombreux autres pays une compétition exaltante s'étalant sur plusieurs mois.
7 catégories, 4 phases successives, des centaines de milliers de concurrents, des centaines de prix de valeur et un maximum d'humour caractérisent ce que les journalistes n'ont pas hésiter à appeler "l'événement le plus astucieux de l'année", et qui a le mérite d'associer scolaires et adultes.
Dans les énigmes du championnat, les situations sont concrètes et l'humour de rigueur: Sont exigés de la logique, de l'astuce, de l'intuition, de l'imagination, de la persévérance, le goût de la recherche, mais pas réellement de connaissances. Au risque de déplaire à quelques puristes, seul le résultat compte. Encore qu'en cas de solution multiple, il faille donner le nombre exact de solutions.

LE CHAMPIONNAT HORS DE FRANCE
Le championnat voit chaque année la participation de concurrents issus de nombreux pays. Des structures relais organisent demi-finales, finales régionales ou nationales en Belgique, Italie, Luxembourg, Niger, Pologne, Slovaquie, Suisse, Tunisie.

CONTACTS

FRANCE
F.F.J.M
1 avenue Foch
94700
Maisons-Alfort -
tel : (1) 43 68 95 16 fax : (1) 47 07 88 13

BELGIQUE
F.F.J.M Belgique
A. Parent - B.P. 157 - B-7700
Mouscron -
tel-fax :
32 (0) 56 33 14 53

SUISSE
F.F.J.M Suisse
Mme Schumacher
Case Postale 3082
CH 1401
Yverdon-les-bains

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Depuis le premier Championnat, en 1987, patronné par les revues Jeux & Stratégie et Science & Vie, que de chemin parcouru ! La FFJM a été l'un des artisans du renouveau de l'image des mathématiques auprès des élèves et du grand public. Les finales successives ont égrené des noms insolites ou prestigieux : Cité des Sciences, Ecole Polytechnique, Sénat ou ... Parc Astérix.
Le championnat est encore, à sa dixième édition, la compétition de référence avec ses quatre étapes qui sont autant de fêtes pour les participants et les animateurs de 9 à 99 ans !

PARRAINS

Hewlett Packard
Editions BELIN
C.G.E.R. (Belg)

EPREUVES

Catégories : 7
CM = 2 dernières années du primaire,
C1 = 6è-5è (**F**rance), 6é primaire-1ère secondaire (**B**elgique), 6è-7è (**S**uisse), 1è-2è sec. (**T**unisie),
C2 = **F**: 4è-3è, **B**: 2è-3è sec, **S** : 8è-9è, **T**: 3è-4è sec,
L1 = **F** : 2nde à term, **B** : 4è à 6è sec, **S** : gymnase **T**:5è à 7è sec,
L2 = deux premières années du supérieur scientifique,
GP = Grand Public (adultes)
HC = Haute Compétition
Deux modes de participation aux 1/4 de finales possibles :
-Par correspondance
-Dans les étab. scolaires.

COMPETITION

*Quarts de finale (décembre)
*Demi-finales régionales (mars)
*Finales régionales et nationales
*Finale Internationale (sept)
Concours parallèle (open)

CONTACTS

ITALIE	POLOGNE	TUNISIE	NIGER
F.I.J.M A. Lissoni Via Cavalotti 153 I 2005 MONZA (MI)	F.P.J.M R. Rabczuk H. Steinhaus Center Politec. Wroclawska 50-370 Wroclaw tel:(48) 71 20 35 30	A.T.S.M. B. Kachoukh 43 rue de la liberté 2019 Le Bardo tel:(216)1 261 455 fax:(216)1568954	A.N.J.M M. Moreau BP 13180 Niamey Tel : (227)722281

1 AUTORÉFÉRENCE

Dans ce cadre, il y a exactement une phrase vraie.
Dans ce cadre, il y a exactement une phrase fausse.
Dans ce cadre, il y a exactement deux phrases vraies.
Dans ce cadre, il y a exactement deux phrases fausses.

Combien y a-t-il de phrases vraies dans le cadre ci-dessus ?

LOGICAL

In this box, there is precisely one sentence which is true
In this box, there is precisely one sentence which is false
In this box, there are precisely two sentences which are true
In this box, there are precisely two sentences which are false

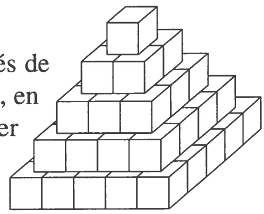
How many true sentences are there in the box above ?

Les problèmes du Championnat (au total près de 750) sont actuellement édités sous forme de petits fascicules dans la collection "Jeux en Poche" (éditeur POLE, diffusion en librairies Belin).
Les sept premiers fascicules avaient été édités par Hatier. Parmi eux, les numéros 3 à 7 sont encore disponibles auprès de la F.F.J.M.

2 AMÉDÉE CEDE SES DÉS

André, dit Dédé, et son frère Amédée, collectionnent séparément des dés cubiques de taille identique. En utilisant tous ses dés, André arrive à construire simultanément une “pyramide” (à base carrée) et un cube. Amédée, qui a moins de dés que son frère, parvient lui aussi, avec tous ses dés, a construire simultanément une pyramide (à base carrée) et un cube.

On précise que les pyramides comme les cubes construits par les deux frères sont des solides pleins (sans vides) comprenant plus d’un cube. D’autre part, comme sur la figure, excepté le “rez-de-chaussée” des pyramides, chaque étage de celles-ci a un côté qui compte un dé de moins que le côté de l’étage précédent, et leur sommet est constitué d’un dé unique.
Amédée a décidé de céder ses dés à Dédé.
André s’aperçoit alors qu’il peut, en utilisant tous les dés de son frère, soit augmenter les dimensions de sa pyramide, en laissant inchangées celles de son cube, soit augmenter les dimensions de son cube, en laissant inchangées celles de sa pyramide.



Quel est maintenant le nombre minimum de dés possédés par Dédé ?

ANDY'S DICE

Andy and his brother Sandy both collect separately identical size cubic dice. With all his dice, Andy manages to build a square based pyramid and a cube. Sandy, who doesn’t have as many dice as his brother, can also build a square based pyramid and a cube.
The pyramids and the cubes built by the two brothers are of course solids with no holes and consisting of more than one die. Furthermore, as can be seen in the figure below, the sides, at each level of the pyramid (except the “ground floor”), comprise one less die than on the level below, and the apex consists in a single die.
Sandy decides to give all his dice to Andy.
The lucky owner of all the dice realizes then that with his brother’s dice, he can either increase the size of his pyramid and leave his cube as is, or increase the size of his cube and leave the pyramid unchanged.

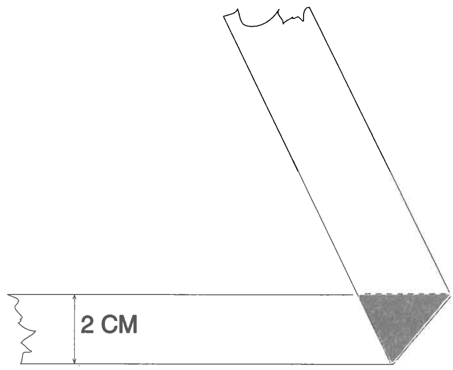
Find the minimum number of dice in Andy’s new enlarged collection.

3 -PRENEZ LE BON PLI

La bande de papier représentée ci-dessous, dont les bords sont parallèles, mesure deux centimètres de large. On plie cette bande en deux (voir le dessin).

Quelle est l'aire minimum de la région (en grisé sur le dessin), où deux épaisseurs de papier se superposent ?

On donnera la réponse en centimètres carrés, arrondie au centième.



FOLLOW

The strip of paper shown below, has parallel sides and is two centimeters wide. It is folded over, as shown in the drawing (see above).

What is the minimum surface where there are two layers of paper one on top of each other (shaded in the drawing) ?

The answer will be given in square centimeters to the closest hundredth.

4 LES CARTES DE MICKAEL

Mickaël possède un jeu de cartes dont toutes les cartes portent un mot sur une face, et un nombre sur l'autre face. Il a disposé seize de ces cartes devant nous et affirme :

"Dans ce jeu, toute carte ayant un mot de deux lettres sur une face possède un nombre multiple de 3 ou de 5 sur l'autre face.

Toute carte ayant un mot de trois lettres sur une face possède un nombre de deux chiffres multiple de 4 sur l'autre face."

Bien que Mickaël ait dit la vérité, Juliette ne le croit pas, et décide de vérifier.

A	111	OUI	15
28	DA	20	NEIN
48	120	12	NO
NON	5	YES	40

Cochez toutes les cartes qu'elle doit nécessairement retourner pour effectuer cette vérification.

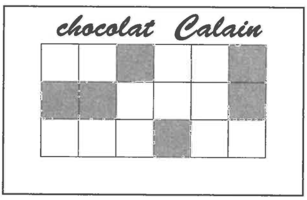
MICHAEL'S CARDS

Michael has a set of cards with a word on one side and a number on the other.
He has set out sixteen of these cards in front of us, and says :
"In this game, all the cards with a two letter word on one side have on the other side, a number which is a multiple of 3 or 5. All the cards with a three letter word on one side have on the other side, a two figure number which is a multiple of 4."
Although Michael said the truth, Juliette doesn't believe him and wants to check.
Tick all the cards she must turn over in order to make sure.

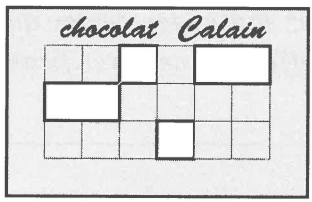
5 LE JEU DU CHOCOLAT

Le chocolat Calain lance un grand jeu publicitaire. Chaque consommateur peut retirer une grille de participation chez son détaillant habituel. Celle-ci consiste en un rectangle, figurant une tablette de chocolat, et au même format, de cinq carrés sur huit carrés, telle qu'exactement six des dix-huit carrés du rectangle central sont colorés (les carrés des bords sont exclus).
Ensuite, à l'achat de chaque tablette, le client trouve dans l'emballage une carte cartonnée d'un seul tenant, dont une face est estampillée du nom de la marque et qui représente les quarante carrés d'une tablette, du même format, de telle sorte qu'exactement six des dix-huit carrés du rectangle central, sont entièrement évidés.
Le client-joueur pose alors la carte sur la grille, sans la retourner, et s'il fait apparaître six carrés colorés, il gagne ... son poids en chocolat.
Le chocolat Calain a fait fabriquer toutes les cartes évidées possibles.

Mais combien en existe-t-il de différentes ?



grille

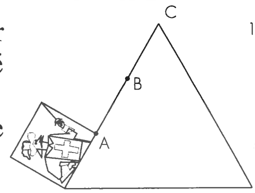


coupon

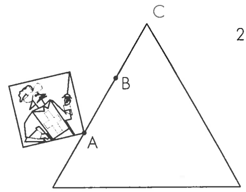
CANDYBURRY'S CHOCOLATE COMPETITION

Candyburry chocolates have organized a big commmercial competition. The entry forms, which can be found at the local stores, look like a full-scale rectangular slab of chocolate of five squares by eight. However, only the 18 squares of the central rectangle are shown, and six of these are coloured-in.
Then, each time a slab of chocolate is purchased, the client finds in the wrapping a coupon in the form of a single piece of cardboard, the same size as the chocolate slab. On this coupon, there is Candyburry's logo on one side with the drawing of the 18 squares of the central rectangle, 6 of which are entirely cut away.
The competing client then places the card board coupon on the entry form, keeping it the same side and same way up : if the six coloured squares appear in the holes, he wins... his own weight in chocolate.
Candyburry chocolates have made all the possible coupon cards with the squares cut-away. ***How many different ones can that be ?***

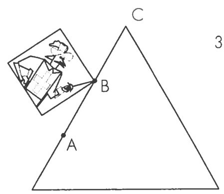
6 LE PIN'S TOURNEUR



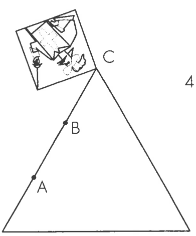
Un pin's carré de côté 1cm “roule” sans glisser sur le pourtour d'un triangle équilatéral de côté 3cm.
La position initiale est représentée ci-contre (figure 1).



Le pin's pivote tout d'abord autour du point A (figure 2) jusqu'à ce que la pointe du fleuret vienne en B. Puis il pivote autour du point B (figure 3) jusqu'à ce que le côté suivant du carré vienne sur [BC]. Il pivote ensuite autour du point C (figure 4) ... On fait ainsi tourner le pin's sur le pourtour du triangle équilatéral jusqu'à ce qu'il ait repris sa place de départ, et dans la position initiale.



Quelle est la longueur de la trajectoire parcourue par la pointe du fleuret dans ce périple ?



La réponse sera donnée en millimètres, arrondie au dixième. Si besoin est, on prendra 3,1416 pour π, et 1,4142 pour V2

ROTATING BADGE

A square badge, with 1 cm long sides, “rotates” without slipping along the outer edge of an equilateral triangle, with 3 cm long sides. The starting position is shown in figure 1 on the side. The badge starts by pivoting about point A (figure 2), until the tip of the sword reaches B. Then it pivots about B (figure 3) until the next side of the square comes along BC. It then swivels around point C (figure 4) ... It continues turning in this fashion around the equilateral triangle until it comes back to its starting point and in its initial position.
What is the length of the path covered by the point of the sword during this journey ? Give the solution to the closest tenth of a millimeter. If need be, π shall be taken as 3.1416 and V2 as 1.4142.

1

AUTORÉFÉRENCE

phrase1 fausse phrase 2 fausse phrase 3 vraie phrase 4 vraie	phrase 1 vraie phrase 2 fausse phrase 3fausse phrase 4 fausse	phrase1 fausse phrase 2 fausse phrase 3 fausse phrase 4 fausse

Ces trois solutions sont cohérentes.
Il pouvait donc y avoir **0 phrase vraie** (et 4 fausses),
1 phrase vraie (et 3 fausses),
ou bien **2 phrases vraies** (et 2 fausses).

2

AMÉDÉE CÈDE SES DÉS

Les nombres “pyramidaux” (sommes des carrés successifs) sont de la forme n(n+1)(2n+1) / 6. Construisons le tableau des sommes de cubes et de nombres pyramidaux : le problème se ramène à trouver dans ce tableau un nombre a, qui apparaisse deux fois, et tel que, si b est le nombre situé à l’intersection de la 1ère colonne d’occurence du nombre a, et de la 1ère ligne d’occurence de a, alors la différence a – b soit encore un nombre du tableau, c’est-à-dire une somme d’un cube et d’un nombre pyramidal .
Plusieurs nombres apparaissent deux fois dans la partie encadrée du taleau : 155, 1014, 1162, ...
155 - 94 = 61 n’est pas un nombre du tableau
...
seule la différence 1014 – 743 = 271 est un nombre du tableau.

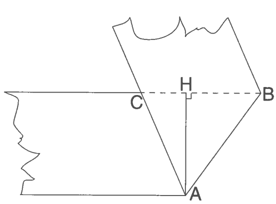
Dédé possède donc maintenant 1014 dés.

3

PRENEZ LE BON PLI

Si on déplie la bande, les angles CAB et CBA, alternes internes, sont égaux..
CA = CB, l’aire du triangle ABC est égale à : 1/2 AC x AH.
AH est constante (largeur de la bande : 2cm), mais AC dépend de la façon dont le pli est effectué, en particulier AC est minimum si C est en H.

L'aire minimum de la région où deux épaisseurs de papier se superposent est donc égale à 2 cm^2.



4

LES CARTES DE MICKAEL

A	~~11~~	~~OUI~~	~~15~~
~~28~~	~~DA~~	20	NEIN
48	~~120~~	12	~~NO~~
~~NON~~	~~5~~	~~YES~~	40

Les cartes qui n'ont pas besoin d'être retournées sont celles qui portent un mot ne comportant ni deux ni trois lettres, et celles portant un nombre de deux chiffres divisible à la fois par 3 et 4, ou à la fois par 5 et 4.

5

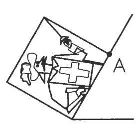
LE JEU DE CHOCOLAT CALAIN

Le nombre de grilles différentes est égal au nombre de façons de choisir 6 carrés parmi les 18 du rectangle central, soit C^6_{18} = 18564.
Dénombrons les cartes non réalisables :
Dans le cas de la première figure, quatre carrés sont évidés. Il en reste deux à choisir en dehors des cinq de la "croix", soit C^2_{13} = 78 possibilités. La croix elle-même pouvant être placée de quatre façons différentes, nous arrivons à 4 x 78 = 312 cartes.
Dans le cas de la seconde figure, six carrés sont déjà évidés, mais la croix peut être placée de trois façons sur la grille. Le nombre total de cartes à exclure est donc égal à 315. **Nous en déduisons le nombre de cartes différentes réalisables : 18564 – 315 = 18249 cartes.**

6

LE PIN'S TOURNEUR

position initiale :



position après un tour :

angles / rayons	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$
1[er] tour	1	0	1	√2	1	0	1	√2	1
2[ème] tour	0	1	√2	1	0	1	√2	1	0
3[ème] tour	1	√2	1	0	1	√2	1	0	1
4[ème] tour	√2	1	0	1	√2	1	0	1	√2

La longueur de la trajectoire de la pointe du fleuret sera égale à :
$(2 +\sqrt{2})\ (6\pi/2 + 3x7\pi/6)$
$= (2 +\div 2)\ (13\pi/2)$,
ce qui donne environ 697,2 mm.

CONCOURS KANGOUROU DES COLLEGES

Le jeu- concours «Kangourou des Collèges» est la plus grande interrogation écrite du monde ! Il a lieu dans la moitié des collèges français et, pour près de 800 000 élèves, en Europe et en Afrique !

Il est associé à la distribution, auprès de chaque collégien participant, de documents et brochures de jeux et de vulgarisation mathématique (en moyenne 40 pages en quadrichromie par élève).

Il est organisé par ACL Editions, éditeur de Maths & Malices et coéditeur de ce Panoramaths 96.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : premier concours Kangourou sur le modèle de son parrain le «Concours National Australien».
De 120 000 participants au début, le concours dépasse le demi million de participants en 1995 et 1996 pour les collèges seuls.
1994 : le concours «Kangourou sans Frontières» s'étend à l'Europe avec des sujets «Cadet» (4ème 3ème). Près de 300 000 jeunes Européens non Français y participent en 1996.

EPREUVES

Individuelles
(prix d'inscription 10 francs)

catégories : 6è, 5è, 4è, 3è.

Trente questions à choix multiples et de difficulté croissante

PARRAINS

MATHS ET MALICES
ACL Editions

COMPETITION

Une seule épreuve d'une heure quinze minutes.

1996 le 22 mars
1997 le 21 mars

Un «Kangourou des Profs» et un «Kangourou du midi» pour les personnels de l'établissement sont organisés le même jour.

CONTACTS

André et Jean-Christophe Deledicq
Kangourou des Collèges
50, rue des Ecoles 75005 PARIS
Tél : (1) 43 26 36 49
Fax : (1) 43 26 88 49

1 - BENJAMINS 6e 5e

Mike habite à l'extrémité d'une longue avenue, à l'autre bout se trouve l'école, et à mi-chemin, la poste.
S'il quitte l'école à midi, il est chez lui à 12h30.
À 15h00, il part de sa maison et va à la poste. Il y arrive à :

❒ 15h05 ❒ 15h15 ❒ 15h20 ❒ 15h30 ❒ 15h45

2 - BENJAMINS 6e 5e

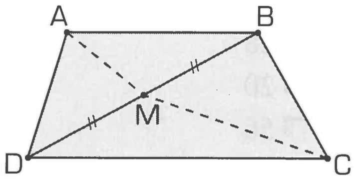
On dispose de 95 petits cubes de 1 cm d'arête. On fabrique avec eux le plus grand cube possible en les assemblant.
Combien de petits cubes resteront inutilisés ?

❒ 68 ❒ 31 ❒ 14 ❒ 11 ❒ 5

3 - BENJAMINS 6e 5e

ABCD est un trapèze, M est le milieu de la diagonale BD.
Parmi les égalités ci-dessous, l'une n'est pas toujours vraie.
Laquelle ?

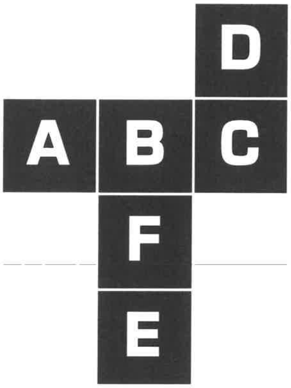
A) aire AMB = aire AMD
B) aire MBC = aire MDC
C) aire ABD = aire ABC
D) aire ADC = aire BDC
E) aire AMD = aire MBC



4 - BENJAMINS 6e 5e

On replie le patron du cube ci-contre.
Quelle sera la lettre opposée à F ?

❒ A
❒ B
❒ C
❒ D
❒ E



5 - BENJAMINS 6e 5e

Il y a des porcs et des oies derrière la maison.
On voit 72 têtes et 200 pieds. Le nombre de porcs est :

- ❐ 44
- ❐ 36
- ❐ 28
- ❐ 20
- ❐ 56

6 - CADETS 4e 3e

Un kangourou effectuant 2 sauts en 1,5 seconde, court à une vitesse de 12 km/h.Le nombre de sauts qui lui permet de parcourir 100 mètres est :

- ❐ incalculable
- ❐ 20
- ❐ 30
- ❐ 40
- ❐ 50

7 - CADETS 4e 3e

C_1 est un cercle de rayon 6 cm.

C_2 est un cercle de rayon 8 cm.

José veut que ces deux cercles soient tangents ; il sait qu'il a deux possibilités pour choisir la distance des deux centres.
Quelles sont ces deux possibilités ?

❒ 3 et 4 cm ❒ 2 et 8 cm ❒ 2 et 14 cm
❒ 6 et 8 cm ❒ 6 et 14 cm

8 - CADETS 4e 3e

Un train de un kilomètre de longeur est obligé de circuler à la vitesse de 1 km/h pour traverser un tunnel qui a, aussi, 1 km de longueur.
Combien de temps se passera-t-il entre l'entrée de l'avant du train et la sortie du dernier wagon ?

❒ 1 heure ❒ 1h 30min ❒ 2 heures
❒ 3 heures ❒ 1/2 heure

9 - CADETS 4e 3e

À 1h 30min, quel est l'angle que forme, dans une montre, l'aiguille des heures avec celle des minutes ?

❒ 180°
❒ 120°
❒ 130°
❒ 150°
❒ 135°

10 - CADETS 4e 3e

Dans une salle, neuf personnes sont assises ; leur moyenne d'âge est de 25 ans.
Dans une autre salle, onze personnes sont réunies ; leur moyenne d'âge est de 45 ans.
Maintenant, les deux groupes de personnes sont rassemblés.
Quelle est désormais, la moyenne d'âge du groupe ainsi constitué ?

❒ 70
❒ 36
❒ 35
❒ 32
❒ 20

11 - CADETS 4e 3e

Dans un classe, 40% des élèves ont une mauvaise vue. 70% des élèves ayant une mauvaise vue portent des lunettes, les 30% restant ont des lentilles de contact. Dans cette classe, on compte 21 paires de lunettes.
Quelle affirmation est vraie ?

❒ 45 élèves ont une mauvaise vue.
❒ 30 élèves ont une bonne vue.
❒ on compte 100 élèves dans la classe.
❒ 10 élèves ont des lentilles de contact.
❒ aucune des 4 affirmations précédentes n'est vraie.

12 -KANGOUROU du MIDI

Même La Fontaine (revu et corrigé) s'y met ! À vous de proposer une réponse.

Cent jours d'été durant, une fourmi récolte
Onze grains du matin au soir ; plus désinvolte
La cigale en prend trois, chaque jour sur la terre
Pour plaire à la fourmi pendant les nuits d'hiver.
Sachant qu'à leur pitance, il suffit de deux grains
Pour chacune et par jour, qu'il soit beau ou venteux,
Pendant combien de jours la cigale aura faim,
La fourmi prêtant ce qu'elle peut ?

❒ 15 jours ❒ 30 jours ❒ 45 jours ❒ 6O jours ❒ 215 jours

Solutions

1

15h15

2

31

3

L'aire d'AMD est en générale différente
de l'aire de MBC

4

La lettre D

5

28 porcs (et 44 oies)

6

40 sauts

Solutions

7	2 et 14 cm
8	2 heures
9	135°
10	36 ans
11	Aucune des quatre affirmations n'est vraie Il y a en effet 75 élèves, parmi lesquels 45 (60%) ont une bonne vue et 30 (40%) une mauvaise vue. Parmi ces 30, 21 (70%) portent des lunettes et 9 (30%) des lentilles.
12	30 jours

CONCOURS KANGOUROU DES LYCÉES

Le jeu concours kangourou des lycées s'adresse aux lycéens de seconde à terminale des lycées classiques, mais aussi aux élèves du technique (LEP et LT). Les étudiants en DEUG et les élèves des classes préparatoires aux grandes écoles sont également concernés par une catégorie.

Tour à tour sollicités par des questions à choix multiple de difficulté croissante, les participants au concours Kangourou devront utiliser leurs facultés de raisonnement logique, tester leur capacité à calculer, appliquer leur sens de l'observation, réviser les connaissances acquises en géométrie et en algèbre.

Au cours d'une unique épreuve d'une heure et quart, la rapidité et l'astuce seront aussi privilégiées. Les élèves qui "calent" sur un problème feront bien de ne pas répondre au hasard, car des points négatifs sanctionnent les réponses fausses.

Plus de 100 000 lycéens se sont inscrits ces dernières années au kangourou des lycées.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Créé en 1991 en même temps que le kangourou des collèges sur la base d'une compétition australienne, le kangourou des lycées (ainsi que celui des écoles, pour le primaire), a pris son autonomie en 1994.

COMPETITION

Une épreuve unique au mois de mars se déroule simultanément dans les établissements scolaires et universitaires.

30 questions de difficulté croissante en QCM (5 modalités), valant entre 3 et 7 points. Une seule bonne réponse par question. Une réponse fausse compte négativement pour le quart des points prévus.

EPREUVES

Nombreuses catégories : Secondes - Premières scientifiques - Premières «maths et culture» - Terminales scientifiques - Bac PRO 1 et 2 - BEP (1 et 2) - Terminales et universités non scientifiques - Sup et DEUG -

Droits d'inscription : 10 F par concurrent. Correction par lecture optique.

PARRAINS

Quadrature

Editions du Choix

CONTACTS

Editions du Choix
Jean-Pierre Boudine
5, rue Jean Grandel
95100 Argenteuil
Tél : 39 98 61 45

Maths pour tous
Christian Mauduit -Case 901
163 avenue de Lumigny
13288 Marseille Cedex 9

1 - Caroline - (2nde - 3 points)

Caroline est très organisée. Sachant qu'elle doit résoudre dix questions faciles, dix questions moyennes et dix questions difficiles en 75 minutes, elle décide ceci. Elle gardera cinq minutes de réserve ; elle consacre aux questions difficiles un temps double de celui qu'elle réserve aux questions moyennes et pour les questions faciles, la moitié du temps accordé aux moyennes.

Quel est le temps accordé par Caroline aux questions faciles ?

- ❒ 5 minutes
- ❒ 10 minutes
- ❒ 15 minutes
- ❒ 480 secondes
- ❒ 800 secondes

2 - À SYRACUSE - (2nde - 5 points)

Je vivais à Syracuse, il y a environ vingt deux siècles ; j'ai calculé l'aire d'un secteur de parabole et bien d'autres choses ; j'ai prouvé que l'aire latérale du cylindre circonscrit à une sphère est égale à l'aire de cette sphère ; on me doit une certaine spirale, mais ce qu'on sait surtout, c'est que j'ai dit "Donnez-moi un levier, et ...".

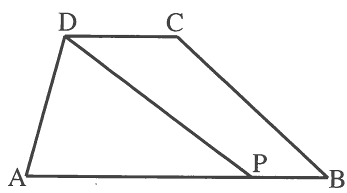
Qui suis-je ?

- ❒ Cicéron
- ❒ Périclès
- ❒ Archimède
- ❒ Euclide
- ❒ Augustin

3 - LE TRAPEZE - (1ère S - 3 points)

Un trapèze a deux côtés parallèles AB = 40 et CD = 16.
P est un point sur AB choisi de telle manière que le segment DP coupe en deux parties égales l'aire du trapèze.

Trouvez la longueur de AP.



❐ 16
❐ 20
❐ 28
❐ 32
❐ 36

4- COMPOSITION (1ères - 5 points)

Si m, n, p et q sont des nombres réels et $f(x) = mx + n$ et $g(x) = px + q$, alors l'équation $f(g(x)) = g(f(x))$ a une solution :

❐ pour tout choix de m, n, p, et q
❐ Si et seulement si $m = p$ et $n = q$
❐ Si et seulement si $mq - mp = 0$
❐ Si et seulement si $n(1-p) - q(1-m) = 0$
❐ Si et seulement si $(1-n)(1-p) - (1-q)(1-m) = 0$

5- OPÉREZ (1ère L 3 points)

On dit qu'un ensemble d'entiers est fermé pour une certaine opération si cette opération, appliquée aux éléments de cet ensemble, n'en fait pas sortir. Par exemple l'ensemble des entiers pairs est fermé pour l'addition car la somme de deux entiers pairs est un entier pair. Par contre l'ensemble des entiers impairs n'est pas fermé pour l'addition, mais fermé pour la multiplication.
On considère l'ensemble des carrés parfaits, c'est à dire (1, 4, 9, 16, 25, 36, etc).

Pour laquelle de ces opérations est-il fermé ?

❒ l'addition ❒ la multiplication
❒ la division ❒ la racine carrée
❒ aucune des quatres précédentes.

6 - JOUEURS - (1ère L - 5 points)

Mario, le joueur, et Helmut, le banquier barjot, ont mis au point une transaction en plusieurs étapes. Au départ (étape numéro 0), ils ont chacun 1000 dollars.
A l'étape numéro n + 1, Mario dispose de la somme des sommes dont disposaient Mario et Helmut à l'étape n, tandis qu'Helmut dispose de l'opposé de la somme dont disposait Mario à l'étape n.
Ainsi, juste après le départ (c'est l'étape 1), Mario dispose de 2000 dollars et Helmut de -1000 dollars.

De combien dispose Helmut à l'étape 1996 ?

❒ 1000 dollars ❒ 2000 dollars
❒ 19996000 dollars ❒ 0 dollar
❒ autre réponse.

7 - MERE MICHEL (BEP - 4 points)

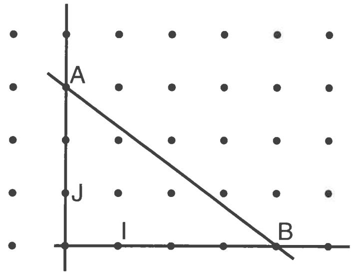
Le diamètre de la marmite de la mère Michèle est deux fois plus grand que celui de la marmite du père Lustucru (la hauteur est la même).

Le volume de la marmite de la mère Michèle est-il :

- ❐ 4 fois plus grand
- ❐ 2 fois plus grand
- ❐ 2 fois plus petit
- ❐ 4 fois plus petit
- ❐ identique

8 - REPÉREZ - (BEP - 5 points)

Sur le repère suivant, on a tracé la droite (AB).



Quelle est l'équation correspondant à cette droite ?

- ❐ $y = 3x$
- ❐ $y = -3x+4$
- ❐ $y = -3/4.x+3$
- ❐ $y = 3/4.x+3$
- ❐ $y = 3x - 4$

9 - À LA BONNE HEURE

Les montres de Pierre et Vincent ne fonctionnent pas très bien. Celle de Pierre indique 19h et avance de 10 minutes par heure, celle de Vincent indique 17 h et retarde de 10 minutes par heure. Les deux montres ont été mises à l'heure au même instant.

Quelle heure est-il ?

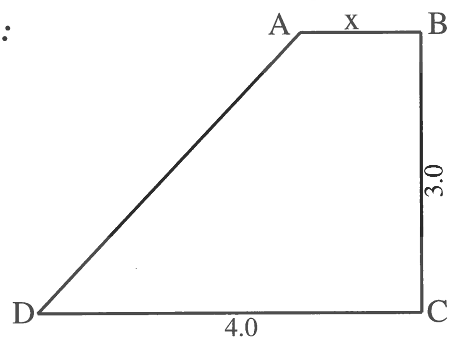
❒ 17h
❒ 18h
❒ 18h30
❒ 19h
❒ 17h30

10- QUELLE AIRE ? (Bac pro 5pts)

Dans un trapèze rectangle ABCD suivant, AB=x, BC=3, CD=4.

L'expression y de l'aire du trapèze en fonction de x est donnée par la relation :

❒ $y = 3/(2x) + 6$?
❒ $y = (3/2)\ x + 6$?
❒ $y = -12$?
❒ $y = 3/2 + 6x$?
❒ $y = 3x + 6$?



11 - IL PLEUT (Sup et deug 3points)

On considère l'affirmation "s'il pleut mon jardin est mouillé".

Quelle proposition parmi les suivantes en est la négation ?

❒ "S'il ne pleut pas mon jardin n'est pas mouillé"
❒ "S'il ne pleut pas mon jardin est mouillé"
❒ "Si mon jardin n'est pas mouillé, il ne pleut pas"
❒ "Il pleut et mon jardin n'est pas mouillé"
❒ autre réponse.

12 - QUI SUIS-JE ? (sup DEUG 5 pts)

Je suis né à Leipzig, j'ai étudié le droit, je suis contemporain de Jean Sébastien Bach, je suis aussi connu comme mathématicien que comme philosophe, on me doit une bonne part du calcul différentiel et intégral, je me suis pas mal mêlé de politique.

Qui suis-je ?

❒ Newton
❒ Leibnitz
❒ Descartes
❒ Kant
❒ Milton

13 - L'AGE DU CAPITAINE

La moyenne d'âge d'un groupe constitué de médecins et d'enseignants est de 40 ans. Si la moyenne d'âge des médecins est de 35 ans et celles des enseignants de 50 ans, alors q***uel est le rapport entre le nombre de médecins et le nombre d'enseignants ?***

- ❐ 3 : 2
- ❐ 3 : 1
- ❐ 2 : 3
- ❐ 2 : 1
- ❐ 1 : 2

14- LATINISTES - (terminales 5pts)

Un carré latin 3 × 3 est un tableau de 3 lignes et 3 colonnes dont les neuf cases contiennent trois symboles, par exemple les lettres X,Y,Z, de manière que chaque ligne contienne une fois et une seule chacun des trois symboles, et aussi chaque colonne.

Combien y'a-t-il de carré latins 3 × 3 différents constitués avec X,Y,Z ?

❐ 3 ❐ 6 ❐ 9
❐ 12 ❐ 27

Réponses

1	10 minutes
2	Archimède
3	28
4	L'équation admet tout x comme solution si et seulement si n (1–p) – q (1– m) = 0
5	L'ensemble des carrés parfaits est fermé pour la multiplication.
6	Le jeu admet une période de 6 coups. Ainsi 1996 = 6 × 334 + 4, on est dans la même situation qu'après le coup n°4, soit 1000$ pour Helmut.
7	4 fois plus grand
8	y = -3/4.x+3
9	18 heures
10	(3/2).x + 6
11	Il pleut et mon jardin n'est pasmouillé
12	Leibnitz
13	Il y a 2 médecins pour 1 enseignant.
14	Il y a 12 carrés latins différents constitués avec X, Y et Z.

MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES AQUITAINE

Le rallye Mathématiques Sans Frontières vise à ouvrir les frontières entre les régions, entre les élèves d'une même classe, entre les collèges et les lycées. Son objectif est de faire vivre les mathématiques auprès des jeunes, autour du collège.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991: rallye Mathématique d'Aquitaine.
1992 : début d'un rallye expérimental en Gers, Tarn, Tarn et Garonne, en collaboration avec le Rallye Mathématique d'Aquitaine.
1993 vit la naissance du Rallye Mathématique Sans Frontière qui regroupe les régions d'Aquitaine, Aragon, Galice, Midi-Pyrénées, Pays-Basque.
En sommeil en 1994 dans la région d'Aquitaine, il reprend en 1995.

EPREUVES

Par classe entière
Categorie : 2
3ème ou seconde
(niveau équivalent en Espagne)
Problèmes : consistent en une palette d'exercices (avec un ou des exercices supplémentaires pour les secondes°)

COMPETITION

Entraînement
Epreuve : en mars
Classements: départementaux et Académiques Chaque classe s'organise pour résoudre les exercices en deux heures et fournir un dossier réponse.

PARRAINS

Conseils Régionaux
Conseils Généraux
Les Inspections Académiques
Caisses de crédit Agricole
Tangente
Dalie
Casino
Aquacity (Gironde)

CONTACTS

I.R.E.M
Université Paul SABATIER
118, route de Narbonne
31062 Toulouse

1 - SUS AU VIRUS

Un virus informatique est entré dans l'ordinateur du collège, ce qui a eu pour effet de provoquer des erreurs quand les noms des professeurs ont été inscrits sous ceux des classes.
Pouvez-vous redonner à chaque classe son responsable sachant que dans le premier cadre deux noms seulement sont justes, et que dans le deuxième trois noms sont exacts ?

3°A	3°B	3°C	3°D	3°E
Noël	Bécade	Dufour	Lecave	Cidrille

3°A	3°B	3°C	3°D	3°E
Cidrille	Noël	Lecave	Dufour	Bécade

2 - QUE DE TRAVAIL

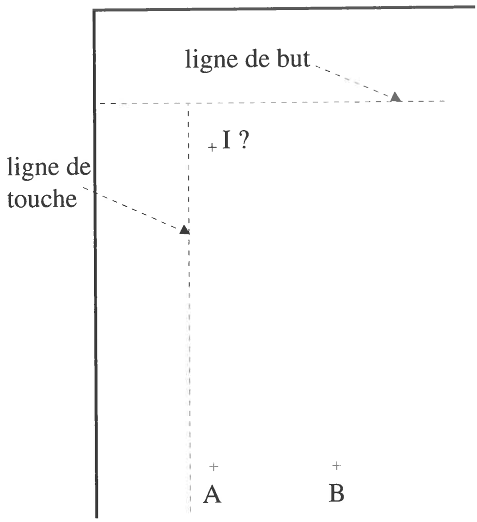
Il paraît que pendant les années 1995 et 1994, les classes de troisième et de seconde de la région ont eu beaucoup d'exercices de mathématiques à résoudre.

Pour numéroter tous ces exercices, il faudrait utliser 19951994 chiffres (19 951 994 chiffres).

Combien d'exercices ont été donnés pendant cette période ?

3 -VIVE LE RUGBY

Le joueur **A** court le long de la ligne de touche parallèlement à celle-ci.



L'arrière **B** se trouve sur la perpendiculaire à la ligne de touche qui passe par **A**.

AB = 10m

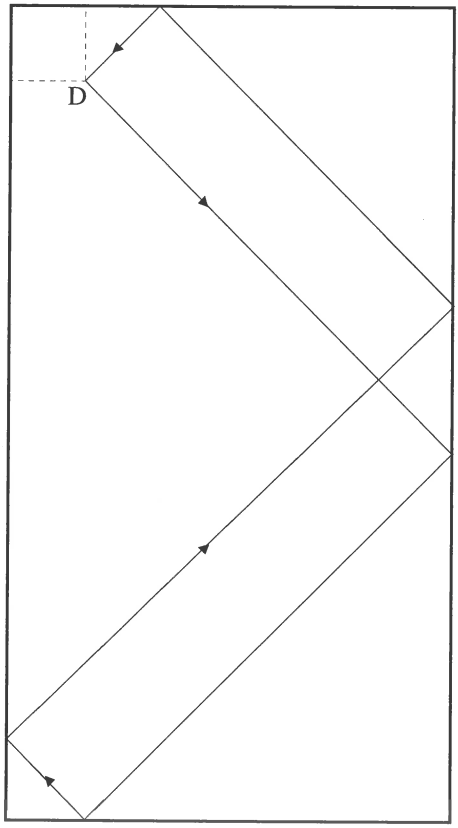
Quelle direction doit suivre **B**, pour plaquer **A** en **I**, sachant qu'il parcourt 12 mètres pendant que **A** fait 10 mètres ?
(Donner la mesure en degrés de l'angle **ABI** au centième près).

En réalité, au début de l'action **A** se trouve à 15m de la ligne de but.

Arrivera-t-il à marquer l'essai ? Justifier votre réponse.

4 - LE BILLARD

Sur un billard de 260 cm de long, une boule est placée en D sur la partie supérieure gauche à 23 cm de chacun des bords.



Cette boule est tapée sans effet vers la partie inférieure droite du billard (voir figure ci-contre).

La queue de billard fait un angle de 45° avec le grand côté du billard au moment de la frappe.
Après avoir touché la bande, la boule repart avec le même angle.
Après avoir touché cinq bandes, la boule repasse à son point de départ.

Quelle est la largeur de ce billard ?
Donnez la réponse au mm près.

5 - LE TELESIEGE

Au moment où Alain qui est assis sur le siège n° 98 croise le siège n°105, son copain Georges, qui occupe le siège n°241 croise le siège n°230.

Bien sûr, les sièges, régulièrement espacés sur le câble, sont numérotés dans l'ordre à partir du n°1.

Combien cette remontée compte-t-elle de sièges en tout ?

6 - L'OR DU PIRATE

800 pas séparent la tour en ruine (située en T) du vieux calvaire (situé en C). Dans le testament du vieux Nick, on déchiffre les deux phrases:
"De la tour jusqu'au chemin droit qui relie le calvaire au trésor, il y a entre 600 et 650 pas"
"Du calvaire jusqu'au chemin droit qui relie la tour au trésor, il y a entre 700 et 750 pas"
Evidemment, vous avez compris que Nick nomme *"le chemin droit"* ce que vous appelez *"la droite"* en langage moderne.

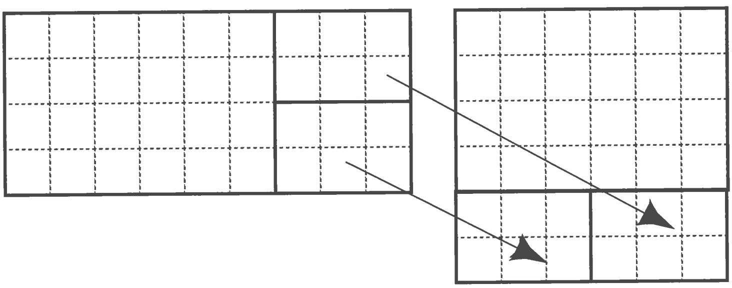
Construisez très précisément et coloriez en rouge, la zone intéressante pour la recherche du trésor.
Attention à bien laisser les traits de construction très visibles.

Énoncés

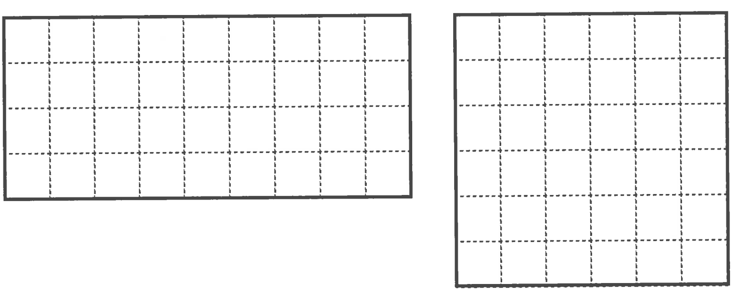
7 - COUPEZ

On veut transformer un rectangle de dimensions 9 cm et 4 cm en un carré de côté 6 cm avec deux coup de ciseaux.

Sidonie a une solution obtenue en découpant deux rectangles, la voici :



Proposez une autre solution, encore avec deux coups de ciseaux mais en découpant deux triangles.



8 - FRACTIONNONS

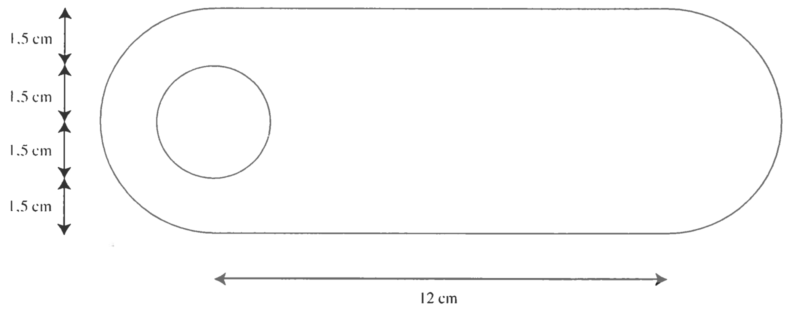
Yoyo pense que l'on peut écrire toute fraction comme la somme d'inverses de nombres entiers tous distincts.
Par exemple, elle a trouvé :

$$\frac{2}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$$
$$\frac{2}{5}=\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{30}$$

Ecrivez 3/7 comme la somme d'inverses de nombres entiers tous différents.

9 - METS DE L'HUILE

Voici un bidon d'huile vu de dessus. Malencontreusement, j'ai couché ce bidon horizontalement, débouché, sur le flan.



Les dimensions indiquées sur le dessin sont les dimensions intérieures. Quand le bidon était plein, il contenait 2 litres.

Calculez le volume d'huile restant au centilitre près.

Solutions

1

SUS AU VIRUS

3°A	3°B	3°C	3°D	3°E
Cidrille	Noël	Dufour	Lecave	Bécade

2

QUE DE TRAVAIL

Le nombre total d'exercices donnés est **3 009 014**

3

VIVE LE RUGBY

Le joueur A fera un peu plus de 15,07m avant d'être attrapé et pourra ainsi marquer l'essai !

4

LE BILLARD

La largeur du billard est de 141,5 cm

5

LE TELESIEGE

La remontée compte 268 sièges

8

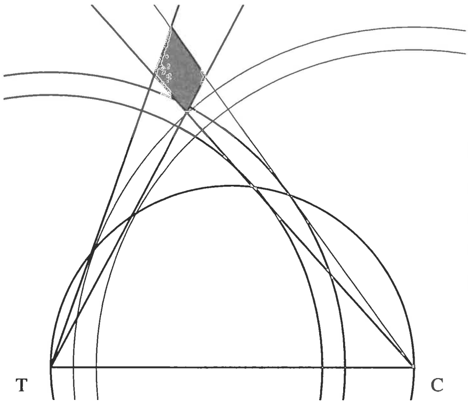
FRACTIONNONS

$3/7 = 1/7 + 1/8 + 1/9 + 1/56 + 1/57 + 1/72 + 1/3092$

Solutions

6

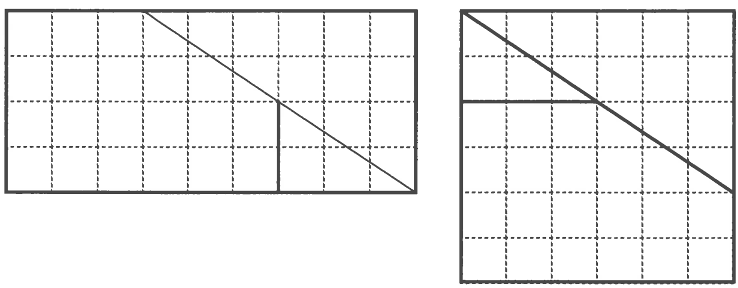
L'OR DU PIRATE



C'est dans la zone grise ainsi que dans la zone qui lui est symétrique par rapport à la droite TC qu'il faudra chercher le trésor.

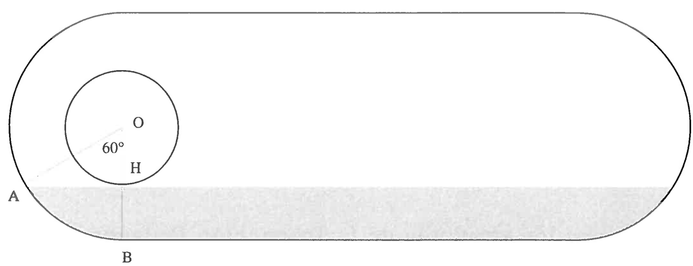
7

COUPEZ !



9

METS DE L'HUILE



Le volume restant est de **0,47 litres**

MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES ALSACE

L'équipe de Mathématiques Sans Frontières est composée de professeurs, de chefs d'établissements et d'inspecteurs. Des classes entières de Troisième de Seconde ou de niveau équivalent dans des pays étrangers concourent entre elles.
La compétition a pour but de favoriser l'intérêt pour les mathématiques tout en privilégiant le sens de l'initiative des élèves au sein d'un travail en équipe. La classe s'organise pour résoudre des exercices divers et de difficultés variées et rend une seule feuille-réponse. Chaque élève peut y trouver du plaisir selon son goût et ses compétences. L'un des exercices est donné en anglais, allemand, italien et espagnol. La réponse à cet exercice doit être aussi rédigée en langue étrangère.

L'objectif est ainsi d'ouvrir des frontières
- entre la France et ses pays voisins
- entre les établissements scolaires, les entreprises et la cité.
- entre les mathématiques et les langues vivantes
- entre les collèges et les lycées
- entre les élèves d'une classe

De nombreux lots viennent récompenser les lauréats en présence de leurs professeurs, de leurs parents et de personnalités locales. Enfin, des lots de participation sont attribués par tirage au sort.

Organizada por los servicios de la Inspeccion Pedagogica Regional de Matematicas y el Centro de Investigacion sobre la Docencia de las Matematicas de la Delegacion de Estrasburgo, esta competicion se destina a los ninos de 1° y de 2° de BUP en Espana o de nivel equivalente en los paises extranjeros.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1989/90 : Premier rallye rassemblant 2400 élèves de 87 classes. Depuis, le nombre des partcipants est en augmentation constante : 572 classes et 14700 élèves en **1991/92**, 1802 classes, 45 300 élèves en **1993/94**, 2440 classes et 67 000 élèves en **1994/95**, 2717 classes et 76 400 élèves en **1995/96.**
30 secteurs d'organisation accueillent les compétitions d'élèves de 20 pays et de 12 langues différentes.

EPREUVES

Par classe entières de troisième, de seconde ou de niveau équivalent

Catégories : 3ème, 2nde.

Exercices de genres et de difficultés variés dont l'un est rédigé en langue étrangère.

PARRAINS

Crédit Mutuel

IREM, Inspection pédagogique régionale(organisateurs).

COMPETITION

Septembre octobre : inscription des classes.
Décembre - janvier : épreuves d'entraînement
Février ou mars (une demi-journée) : épreuve officielle
Mai : remise des prix

CONTACT

Mathématiques Sans Frontières - Collège Fustel de Coulanges -
4, rue Jacques Peirote - 67085 STRASBOURG CEDEX FRANCE

Organised by the «Inspection Pédagogique Régionale» of Mathematics and the «Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques» (the Institute for the research on teaching Mathematics) of the Académie de Strasbourg, this competition is open to third and second forms or to classes of an equivalent level in foreign countries.

1 - CHERCHEZ L'ERREUR

ENGLISH

Consider the four pieces of information, as follow : three of them are true and one is false.

1) Audrey is older than Beatrice.
2) Clement is younger than Beatrice.
3) The sum of the ages of Beatrice and Clement is twice the age of Audrey.
4) Clement is older than Audrey.

Determine who is the youngest, who is the oldest. Explain.

ESPAÑOL

Entre las cuatro informaciones siguientes, tres son correctas y una es falsa.

1) Audrey es mayor que Beatriz
2) Clément es menor que Beatriz
3) La totalidad de las edades de Beatriz y de Clément es el doble de la edad de Audrey.
4) Clément es mayor que Audrey

Determinar quien es el más joven, el más viejo. Explicar.

2 - COUPE AU CARRÉ

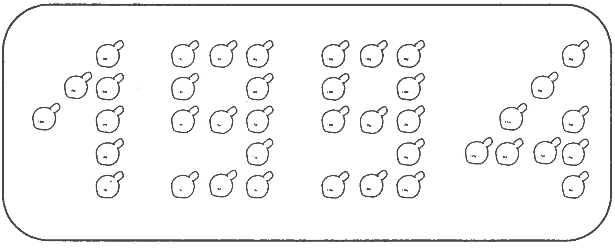
Julien est un garçon surprenant : il ne sait pas faire une multiplication, mais il connait les carrés entiers de 1 à 100.
Julien doit calculer le produit 85 x 135. Il dessine alors un rectangle dont les dimensions sont 85 mm et 135 mm. Il trace dans ce rectangle le plus grand carré possible, fait de même dans le rectangle restant et ainsi de suite... Il obtient ainsi huit carrés

Dessiner la figure faite par Julien.
Ecrire le nombre 85 x 135 comme la somme de huit carrés :

$$85 \times 135 = 85^2 + ...$$

3 - BONNE ANNÉE

Pour sa décoration du nouvel an 1994, un commerçant décide d'illuminer sa vitrine à l'aide d'ampoules rouges ou vertes disposées comme ci-contre.



Pour s'assurer d'un mélange équilibré des couleurs, il souhaite que sur chaque ligne verticale ainsi que sur chaque ligne horizontale, l'écart entre le nombre des ampoules rouges et celui des ampoules vertes ne dépasse jamais 1.

Dessiner une solution en couleur sur la feuille réponse

4 - LA PISCINE

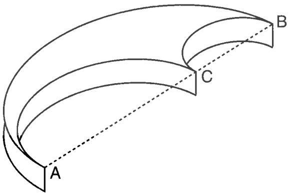
Daniel et Antoine sont assis en deux points diamètralement opposés d'une piscine circulaire dont l'eau est profonde de 1,80m. Lorsque Myriam prend place au bord du même bassin, tous deux nagent tout droit vers elle. Après un parcours de 10m, Antoine a déjà atteint Myriam, alors que Daniel devra nager 14m de plus pour la rejoindre.

Combien de litres d'eau y-a-t-il dans ce bassin ? Expliquer.

5 - SILHOUETTES

Fabriquer quatre triangles rectangles isocèles en coupant un carré de côté 3cm suivant ses diagonales comme indiqué ci-dessous. En disposant côte à côte ces quatre triangles de sorte que deux côtés accolés aient chaque fois la même longueur, on peut alors réaliser des figures différentes.

Dessiner sur la feuille réponse les 14 silhouettes résultant de tels assemblages.



6 - MASSIF CENTRAL

On veut planter huit sortes de fleurs dans un parterre en forme de disque. Pour cela, il faut le partager en huit parties ayant toutes la même aire. Un jardinier réussit à le faire en traçant un cercle et deux droites.

Représenter ce paysage avec précision sur un disque de 20cm de diamètre.

7 - LETTRES DE CREDIT

Dans la multiplication ci-dessous, deux lettres différentes représentent toujours deux chiffres différents.

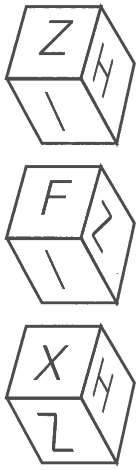
Trouver la valeur du mot «MUTUEL».

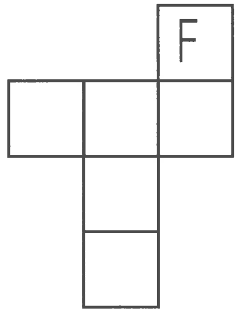
$$\begin{array}{cccccc} & & C & R & E & D \\ \times & & & & I & T \\ \hline & & 9 & 3 & 9 & 4 \\ & U & L & M & \bullet & \\ \hline & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{array}$$

8 - POURQUOI TANT DE N ?

Voici trois perspectives d'un même cube.

Recopier et compléter son patron.

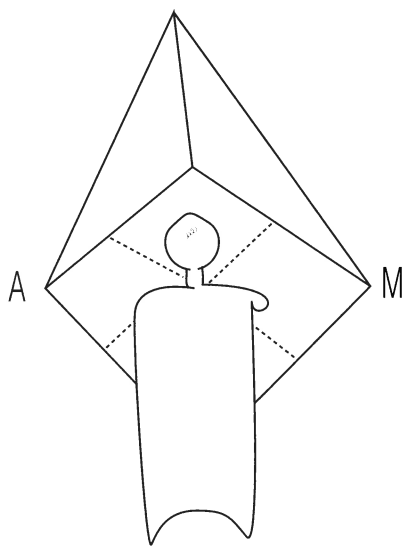




9 - PRENDRE LA MOUCHE ?

Un abat-jour a la forme d'une pyramide à base carrée de côté 30cm, ouverte en bas et dont les faces latérales sont des triangles équilatéraux. Une mouche M est prise dans la toile d'araignée à l'un des coins de la base. L'araignée A, postée au coin opposé décide alors de se diriger vers sa proie par les faces latérales de l'abat-jour en suivant le chemin le plus court.

Quelle est la longueur exacte de ce chemin ? Expliquer



10 - QUOI DE NEUF ?

Quelle est la somme des chiffres du résultat de la multiplication :

1994 $\times$ **999.........................99** **?**

nombre écrit avec 1994
chiffres tous égaux à 9.

11 - LE CHEVREFEUILLE

Le chèvrefeuille est une plante aux fleurs odorantes de la famille des caprifolliacées et qui grimpe le long des arbres. Notre chèvrefeuille est enroulé autour d'un tronc cylindrique de 40cm de diamètre. Il en fait huit fois le tour en une hélice régulière pour atteindre une hauteur de 12m.

Calculez la longueur totale de la liane.

Solutions

1

CHERCHEZ L'ERREUR

Il est impossible que les phrases 1,2 et 4 soient vraies simultanément, donc la phrase 3 est vraie. L'âge d'Audrey est la moyenne des âges de Béatrice et de Clément. L'une des phrases 1 ou 2 est donc fausse, donc 4 est vraie. Béatrice est la plus jeune et Clément le plus âgé.

2

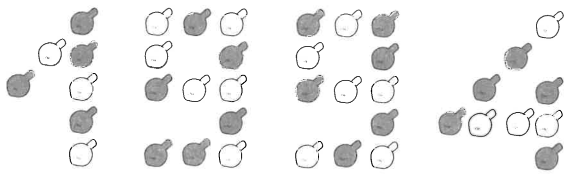
COUPE AU CARRÉ

$85 \times 135 = 85^2 + 50^2 + 35^2 + 15^2 + 15^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2$

3

BONNE ANNÉE

Voici une des solutions, où les ampoules rouges sont représentées en gris.



4

LA PISCINE

[AD] est un diamètre de la piscine dont l'angle AMD est droit. Le théorème de Pythagore permet de conclure que : $AD^2 = 10^2 + 24^2$, d'où AD = 26 m.

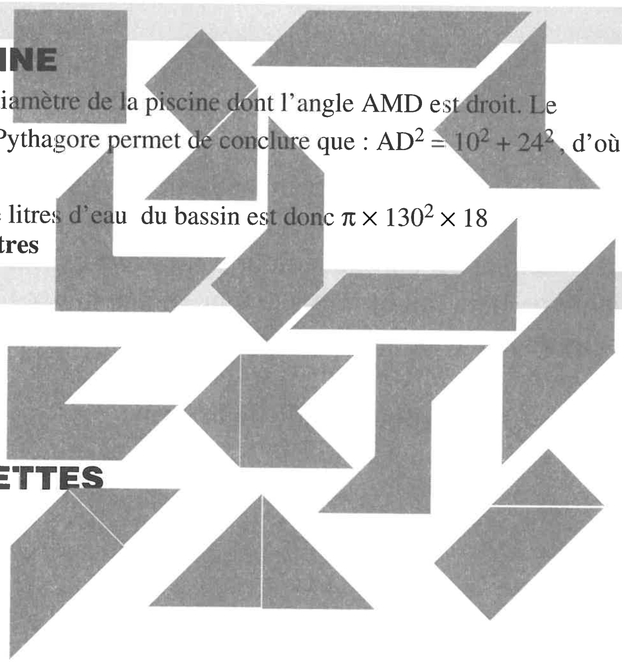
Le nombre de litres d'eau du bassin est donc $\pi \times 130^2 \times 18$

$\approx$ **955 672 litres**

5

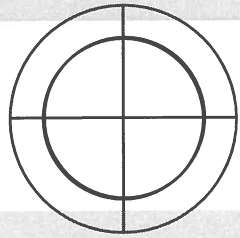
SILHOUETTES

Voici les 14 formes



6

MASSIF CENTRAL



Un disque de 20 cm de diamètre a une aire double d'un disque de rayon $5\sqrt{2}$ cm.

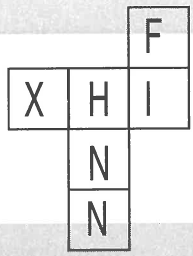
7

CRÉDIT MUTUEL

CRED est un diviseur de 9394 ; c'est donc 9394 : 2 = 4697 ou 9394 : 2 = 1342. Comme deux lettres différentes représentent deux chiffres différents, la lettre l ne peut représenter que le 6. Il vient : **MUTUEL = 587840.**

8

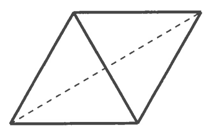
POURQUOI TANT DE N ?



9

PRENDRE LA MOUCHE

Un patron bien choisi donne la réponse $30\sqrt{3}$



10

QUOI DE NEUF ?

$1994 \times 99...9 = 1994 \times (10^{1994} - 1) = 1994 \times 10^{1994} - 1994 = 199399..98006$

La somme des chiffres est donc $22 + 9 \times 1990 + 14 =$ **17946**

11

LE CHEVREFEUILLE

Après déroulage du patron et application du théorème de Pythagore, il vient :

$L^2 = (8 \times \pi \times 0{,}40)^2 + 12^2$, d'où $\mathbf{L = 15{,}65\ m}$

CONCOURS GENERAL

Le Concours Général est une institution qui date du XVIIIème siècle. La première distribution des prix a eu lieu le 1er juillet 1744. Supprimé sous la Révolution, il a connu d'autres périodes de «disgrâce» de 1904 à 1922 et au début des années 1980. Depuis, l'épreuve a repris son essor et les candidats en mathématiques sont passés de 1700 en 1994 à 2300 en 1995.
Les lauréats reçoivent de beaux livres en présent mais le Concours Général reste avant tout une épreuve honorifique.
L'épreuve mathématique qui se déroule en une fois sur cinq heures a évolué vers un style proche de celui des Olympiades.
Une plaisante tradition est même héritée de cette dernière compétition qui consiste à insérer dans au moins un exercice les chiffres de l'année en cours.
Les épreuves sont découpées en tranches assimilables par des élèves de Terminale C.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1744 : Création de fondations de prix et première distribution de prix le 1er juillet.

1989 : 1202 candidats

1994 : 1700 candidats

1995 : 2300 candidats

EPREUVES

Individuelles

Catégories : Terminales
5 erxercices sont proposés aux candidats. Depuis une dizaine d'années, ils sont construits sur un modèle proche des Olympiades Internationales.

PARRAINS

Ministère de l'Éducation Nationale (organisateur)

COMPETITION

Une seule épreuve de cinq heures, décentralisée dans un certain nombre de lycées.

Le nombre de participants dans chaque lycée est limité.

Pour être primé, il suffit d'avoir résolu la moitié à 2/3 de l'épreuve.

CONTACTS

Adressez-vous au rectorat de votre Académie.

1 - EXERCICE 1 (1994)

Pour tout entier naturel ***n***, on note I_n le nombre d'entiers p pour lesquels $50^{n} < 7^{p} < 50^{n+1}$

Démontrer que tout entier n, I_n vaut 2 ou 3

Demontrer qu'il existe une infinité d'entiers n pour lesquels I_n vaut 3 et donner le plus petit d'entre eux.

2 - EXERCICE 2 (1994)

Soit Σ une demi-sphère et P le plan contenant son cercle de base. Un plan variable Q, parallèle à un plan fixe non perpendiculaire à P, coupe Σ suivant un cercle C. On désigne par C' le projeté orthogonal de C sur P.

Comment doit-on placer le plan Q pour que le cylindre de bases C et C' ait un volume maximal ?

3 - EXERCICE 3 (1994)

On définit une application f de $\mathbb{N}^*$ dans $\mathbb{N}$ par :
$f(1) = 0$ et pour tout élément n de $\mathbb{N}^*$:
$f(2n) = 2f(n) + 1, f(2n+1) = 2f(n)$
Etant donné un entier strictement positif p quelconque, on pose :
$u_0 = p$ et, tant que u_k appartient à $\mathbb{N}^*$, $u_k + 1 = f(u_k)$.

1. Montrer que pour tout choix de p, il existe un unique entier v (p) tel que $u_{v(p)} = 0$

2. a : calculer v (1994). Quel est le plus petit entier p tel que v(p) = v(1994) ?

   b : étant donné un entier N, déterminer le plus petit entier p tel que v (p) = N.

4 - EXERCICE 4 (1994)

Soit (ABC) un triangle. Si P est un point de son plan, on note L, M, N, les projetés orthogonaux de P respectivement sur les droites (BC) (CA) et (AB).

Déterminer le point P pour lequel la quantité $BL^2 + CM^2 + AN^2$ est minimale.

5 - EXERCICE 5 (1994)

Soit f une application de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$ telle que : $f(1) > 0$ et quels que soient les entiers naturels m et n, on a :

$$f(m^2 + n^2) = \{ f(m) \}^2 + \{ f(n) \}^2$$

1. Calculer f (k) pour $o \leq k \leq 12$
2. Calculer f(n), n étant un entier quelconque

6 - EXERCICE 1 (1996)

Dans le plan, on considère un triangle ABC et les six points D, E, F, G, H, I tels que ABED, BCFG et ACHI soient des carrés extérieurs à ABC.

Montrer que les points D, E, F, G, H, I sont cocycliques si et seulement si on est dans l'un des deux cas suivants :

- le triangle ABC est équilatéral ;
- le triangle ABC est rectangle et isocèle.

7 - EXERCICE 2 (1996)

Soient a un entier naturel ompair et b un entier naturel strictement positif.

On considère la suite réelle $(u_n)_{n\in N}$ ainsi définie :
$u_o = b$ et pour tout entier naturel n :

$$\begin{cases} \text{si } u_n \text{ est un entier pair, alors} & u_{n+1} = u_n \\ \text{sinon,} & u_{n+1} = a + u_n \end{cases}$$

1. Démontrer qu'on peut trouver un entier naturel n tel que : $u_n \leq a$

2. Démontrer que la suite est périodique à partir d'un certain rang.

8 - EXERCICE 3 (1996)

1. Soit un parallélépipède rectangle. Montrer qu'on peut choisir quatre de ses sommets de façon à obtenir un tétraèdre dont les quatre faces sont des triangles rectangles.

2. Réciproquement, montrer que tout tétraèdre dont les quatre faces sont des triangles rectangles peut s'obtenir en choisissant quatre sommets d'un triangle rectangle.

3; Rechercher parmi ces tétraèdres ceux qui ont aussi au moins deux faces isocèles. Donner les longueurs de leurs arêtes en fonction de la longueur *a* de la plus petite arête.

9 - EXERCICE 4 (1996)

1. Soit la fonction f définie pour tout réel strictement positif, par $f(x) = x^x$

Déterminer la valeur minimale prise par cette fonction lorsque x décrit l'ensemble des réels strictement positifs.

2. Soient x et y deux réels strictement positifs, montrer que $x^y + y^x > 1$

10 - EXERCICE 5 (1996)

Soient n un entier naturel non nul. On dit qu'un entier naturel non nul k vérifie la condition C_n s'il existe 2k entiers naturels non nuls $a_1, b_1, ..., a_k, b_k$, tous distincts tels que les sommes $a_1 + b_1, ... , a_k + b_k$ soient deux à deux distinctes et strictement inférieures à n.

1. Montrer que si k vérifie la condition C_n, alors $K \leqq \frac{2n - 3}{5}$

2. Montrer que 5 vérifie la condition C_{14}.

3. On suppose $\frac{2n - 3}{5}$ entier. Montrer que $\frac{2n - 3}{5}$ vérifie la condition C_n.

1

1994 Exercice 1 (Solution de Robert Ferréol)

1. On a : $50^n < 7^p < 50^{n+1} \Leftrightarrow n \ln 50 < p \ln 7 < (n+1) \ln 50$

$\Leftrightarrow n\ p\ \alpha < n+1$ où $\alpha = \ln(7)/\ln(50)$

I_n est donc le nombre d'entiers p tels que $n < p\,\alpha < n+1$

comme α est < 1/2 (car $7^2 < 50$) $\quad I_n \geq 2$

et comme α est > 1/3 (car $7^3 > 50$) $\quad I_n \leq 3$

2. Supposons que I_n soit toujours égal à 2.

$50^0 < 7^1 < 7^2 < 50^1$

$50^1 < 7^3 < 7^4 < 50^2$, etc.

On aurait pour tout n : $\quad 50^n < 7^{2n+1} < 7^{2n+1} \leq 50^n$

On aurait donc $(50/49)^n < 7$ pour tout m, ce qui est absurde car

$\lim\ (50/49)^n = \infty$

Il existe donc des entiers n tels que In est égal à 3.

De plus, le plus petit d'entre eux est le plus grand entier n tel que $(50/49)^n$ soit < 7 ;

On trouve $\quad$ **$n = [\ln 7 / \ln (50/49)]$**

$= 96$

Montrons maintenant qu'il existe une infinité de n tels que I_n soit égal à 3.

En effet, si n est un tel entier, il existe p tel que

$50^n < 7^p < 7^{p+2} < 50^{n+1}$

donc $\quad 50^2\, n < 7^2\, p < 7^{2p+4} < 50^{\,2n+2}$

Comme de $7^{\,2p}$ à $7^{\,2p+4}$ il y a 5 puissances de 7 consécutives,

$I_{2n} + I_{2n+1} = 5$ donc I_{2n} ou $I_{2n+1} = 3$

Pour tout entier n tel que $I_n = 3$, il, existe un entier n' strictement plus grand tel que $I_{n'} = 3$ **CQFD**

Le lecteur pourra même montrer que le i-ème nombre n tel que $I_n = 3$ vaut $[i \ln 7 / \ln (50/49)]$.

3

1994 Exercice 3 (Réponse expresse)

1. En utilisant l'écriture binaire des nombres, on montre que pour n>0, f(n)<n.Il en résulte que la suite u_n est strictement décroissante et qu'il existe un unique entier v(p) tel que $u_{v(p)} = 0$.

2. a) v(1994) = v(42) = 6. 42 est le plus petit p tel que v(p) = 6.

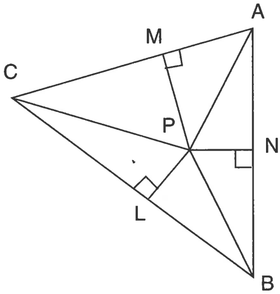
2. b) Plus généralement, le plus petit p tel que v(p) = N est :

– Si N est pair, $p = (2^{N+1}-2)/3$

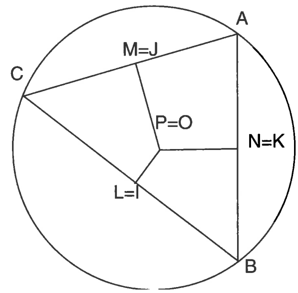
– Si N est impair, $p = (2^{N+1}-1)/3$

4

1994 Exercice 4 (Solution de Robert Ferréol)



D'après le théorème de Pythagore,
$BL^2 = PB^2 - PL^2$ $CL^2 = PC^2 - PL^2$
$CM^2 = PC^2 - PM^2$ et $AM^2 = PA^2 - PM^2$
$AN^2 = PA^2 - PN^2$ $BN^2 = PB^2 - PN^2$
En sommant ces égalités 3 par 3, on s'aperçoit que la quantité $S = BL^2 + CM^2 + AN^2$ est aussi égale à $CL^2 + AM^2 + BN^2$.
$S = 1/2\ (BL^2 + CL^2) + (CM^2 + AM^2) + (AN^2 + BN^2)$.
Or, on vérifie facilement que la quantité $x^2 + (1-x)^2$ est minimale pour $x = 1/2$, donc que $BL^2 + CL^2 \geq BI^2 + CI^2$ où I est le milieu de BC (prendre $x = BL/BC$)



De même $CM^2 + AM^2 \geq CJ^2 + AJ^2$ où J est le milieu de {AC}, et $AN^2 + BN^2 \geq AK^2 + BK^2$ où K est le milieu de {AB}.
Le point qui se projette sur les 3 côtés en *I*, *J* et *K* étant le point O centre du cercle circonscrit au triangle, **la quantité $BC^2 + CM^2 + AM^2$ est donc minimale**

7

1996 Exercice 2 (Solution de Gilles Cohen)

1. Raisonnons par l'absurde. On suppose que u_n est toujours strictement plus grand que a.
Alors, si u_n est impair, $u_{n+2} = (a+u_n)/2$ est plus petit que u_n (*).
Construisons alors la suite extraite (v_n) suivante à partir de $v_0 = u_0$:
- si $v_n = u_{f(n)}$ est pair, $v_{n+1} = v_n / 2 = u_{f(n)+1}$ est plus petit que v_n.
- si $v_n = u_{f(n)}$ est impair, $v_{n+1} = u_{f(n)+2}$ est plus petit que v_n d'après (*).

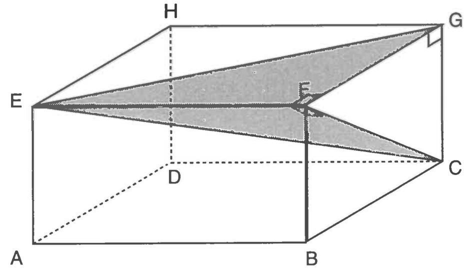
La suite (v_n) est une suite d'entiers strictement décroissante et minorée par a ce qui est impossible. (u_n) prend donc des valeurs $\leq$ a.

2. En raisonnant de la même façon au-delà de la première valeur de u_n inférieure ou égale à a, on montre que la suite prend une infinité de valeurs parmi les entiers compris entre 0 et a. D'après le principe des tiroirs, deux d'entre elles sont égales. La suite est donc périodique à partir d'un certain rang.

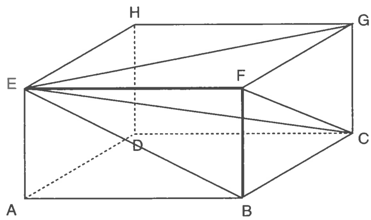
8

1996 Exercice 3 (Solution d'Elisabeth Busser)

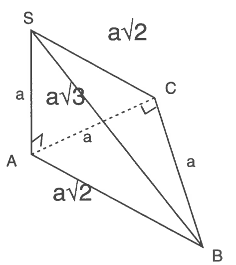
1. Le tétraèdre EFGC répond à la question. En effet, EFC est rectangle en F, FGC en G, EFG en F et EGC en G.

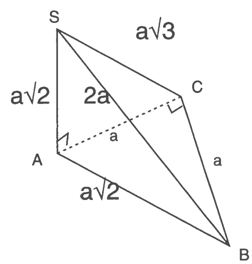


2. Soit un tétraèdre dont toutes les faces sont des triangles rectangles. On peut reconstituer le pavé dont il est issu en regroupant, comme sur cette figure, 6 tétraèdres isométriques au tétraèdre donné.



3. Caractérisons ceux de ces tétraèdres qui ont aussi au moins deux faces isocèles. Nous parvenons à deux possibilités :





9

1996 Exercice 4

1. Etudions la fonction $f : x \to x^x$ sur $\mathbb{R}^*{+}$.
$f(x) = \exp(x \ln x)$ et $f'(x) = (1 + \ln x) \exp(x \ln x)$ et du signe de $1 + \ln x$.
Le minimum de f est donc obtenu pour $x = e^{-1}$, c'est $m = e^{-1/e} \approx 0{,}69$

2. Posons $S(x,y) = x^y + y^x$, où x et y sont strictement positifs. Quitte à échanger les deux nombres, on peut supposer $x>y$.
- Si $x \geq 1$, $x^y \geq 1$ et $S(x,y) \geq 1$.
- Si $1/e < x < 1$, $S(x,y) \geq e^{-y} + y > 1$.
- Si $x < 1/e$, $S(x,y) \geq y^y + y^{1/e} > 1$.

OLYMPIADES ITALIENNES

L'école normale supérieure de Pise organise, depuis 1985, la sélection des participants italiens aux Olympiades internationales. La vraie fête des «matheux» est la finale à Cesenatico au bord de la mer Adriatique où, en plus, les clubs Ferrari, partenaires de la compétition, se rencontrent avec leurs voitures.
Aux mêmes dates, est organisé un congrès sur les mathématiques reservé aux professeurs responsables régionaux de l'organisation.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Les olympiades internationales débutent dans le monde en 1959. En Italie la première competition date de 1967. A partir de 1985, la compétition nationale italienne sert à sélectionner l'équipe qui participera aux olympiades. Pour mieux entraîner l'équipe, il est prévu un stage de 4 semaines auquel participent les 20-25 meilleurs élèves avec 4 professeurs et 4 assistants.

EPREUVES

Individuelles
Catégories : 2
a) terminale, première, seconde
b) troisième, quatrième.
Problèmes
Premier niveau :
(dans les etablissements scolaires)
a) 15 problèmes1 réponse sur 5
b) 10 problèmes 1 rép sur 5
Deuxième niveau (Finale régionale)
a) 15 problèmes 1 réponse sur 5
b) la catégorie b termine au premier niveau
Troisième niveau (finale nationale)
6 problèmes ouverts. On demande une demonstration des réponses.

COMPETITION

Premier niveau :
au mois de novembre.
Deuxième niveau :
au mois de fevrier pour les meilleurs
Troisième niveau:
mois de mai pour les 300 meilleurs.
La finale mondiale a lieu en été.

PARRAINS

AGIP
FERRARI
INTEL
CASSA DI RISPARMIO DI CESENA (banque)
Ministère de l'Education Nationale.

CONTACTS

Noschese Dott, Givseppe Scuola Normale Superiore
Piazza Dei Cavalieri 7
I 56100 PISA
ITALIE
Tel: ++ 39/50/50 92 60

1 - COUPLES RATIONNELS

Dire si l'équation $x^2 + xy + y^2 = 2$ admet comme solution les couples (x,y), où x et y sont rationnels.

Dire se l'equatione $x^2 + xy + y^2 = 2$ ammette soluzioni (x,y) con x e y entrambi razionali.

2 - DIVISEUR COMMUN

Soit n ($n \geq 3$) entiers naturels non supérieurs à 100 , et soit d leurs plus grand diviseur commun. Démontrer qu'il existe trois nombres parmi ces nombres dont le diviseur commun est encore égal à d.

Siano dati ($n \geq 3$) numeri naturali non superiori a 100, e sia il loro massimo comun divisore Dimostrare che esistono tre fa questi numeri il cui massimo comun divisore è ancora uguale a d.

3 - JETONS

Un certain nombre de jetons sont repartis dans 2n+1 sachets. Supposons que, en retirant l'un quelconque des ces sachets , il soit possible de répartir le reste en deux groupes de n sachets, de telle sorte que chaque groupe contienne le même nombre total de jetons. Démontrer que chaque sachet contient le même nombre de jetons.

Alcune palline sono distribuite in 2n+1 sacchetti. Supponiamo che, tolto un qualunque sacchetto, sia possibile suddividere i rimanenti in due gruppi di n sacchetti, in modo che ciascun gruppo contenga lo stesso numero complessivo di palline. Dimostrare che ogni sacchetto contiene lo stesso numero di palline.

4 - CARRÉS

Démontrer qu'il existe un entier N tel que pour tout n≥N, il est possible de partager un carré en n petit carrés 2 à 2 disjoints (deux petits carrés sont disjoints si ils n'ont aucun point intérieur en commun).

Si dimostri che esiste un intero N tale che per ogni n ≥N è possibile suddividere un quadrato in n quadratini a due a due disgiunti . (Due quadratini sono considerati disgiunti se non hanno punti interni in comune).

5 - TABLE RONDE

Les 60 places autour d'une table circulaire sont occupées par 30 hommes et leurs 30 épouses. Montrer qu'il y a au moins 2 femmes assises à la même distance de leur mari respectif.

In una tavola circolare ci sono 60 posti occupati da 30 uomini e dalle 30 rispettive mogli. Mostrare che esistono almeno due signore che siedono alla stessa distanza dai rispettivi mariti.

6 - SUITE

Soit une suite $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots, a_n, \ldots\ldots$ verifiant la relation de récurrence :

$$\mathbf{a_1} = 1 \qquad \mathbf{a_{n+1}} = 2\mathbf{a_n} + \sqrt{3\mathbf{a_n^2} + 1} \qquad \mathbf{n} = 1,2,\ldots\ldots$$

Démontrer que, pour tout n, a_n est un entier.

Si definiscano i numeri $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots, a_n, \ldots\ldots$ tramite la formula ricorrente:

$$\mathbf{a_1} = 1 \qquad \mathbf{a_{n+1}} = 2\mathbf{a_n} + \sqrt{3\mathbf{a_n^2} + 1} \qquad \mathbf{n} = 1,2,\ldots\ldots$$

Dimostrare che a_n è intero per ogni n.

7 - ÉGALITÉ

Démontrer que si x, y, z sont trois nombres tels que :

$$(x-y)/(1+xy) + (y-z)/(1+yz) + (z-x)/(1+zx) = 0$$

alors au moins deux des nombres sont égaux.

Si dimostri che se x, y, z sono tre numeri tali che:

$$(x-y)/(1+xy) + (y-z)/(1+yz) + (z-x)/(1+zx) = 0$$

allora almeno due tra i numeri x, y, z sono uguali.

8 - DROITES

On considère une droite r, et un triangle ABC situé dans l'un des demi-plans de frontière r.
Les points A', B', C' sont symétriques respectivement de A, B et C par rapport à r ; on trace par A' la parallèle à (BC), par B' la parallèle à (CA), par C' la parallèle à (AB). Démontrer que ces trois droites sont concourantes.

Si consideri una retta r ed un triangolo ABC che giace in uno dei semipiani individati da r.
Detti A', B', C' i punti simmetrici di A, B, C rispetto ad r, si conducta da A' la parallela a BC, da B' la parallela ad AC e da C' la parallela ad AB. Si dimostri che queste tre rette passano per uno stesso punto.

9 - PENTAGONE

Soit P un point intérieur à un pentagone régulier. Démontrer que la somme des distances de P aux cinq côtés (ou leurs prolongements) est indépendante de la position de P. Dire de plus que cette propriété est encore vraie pour :

-a) un pentagone convexe à 5 cotés égaux,
-b) un pentagone convexe à 5 angle égaux,
-c) un pentagone convexe.

Assegnato un pentagono regolare e un punto P interno ad esso, si dimostri che la somma delle distaze di P dai lati o dai loro prolungamenti è indipendente dalla posizione di P. Si dica inoltre se vale la stessa tesi per:

-a) ogni pentagono convesso avente i 5 lati uguali,
-b) ogni pentagono convesso avente i 5 angoli uguali,
-c) ogni pentagono conveso.

10 - CUBE

On considère un cube (d'arête 1u) et (OP) une de ses diagonales. Déterminer la valeur minimum et la valeur maximum de l'aire de la figure obtenue par intersection entre le cube et un plan contenant (OP).

Si consideri un cubo di spigolo unitario e sia (OP)una sua diagonale. Si determini il valore minimo e il valore massimo dell'area della figura che risulta dalla intersezione fra il cubo e un piano passante per (OP).

11- MESURES

Soient a, b, c les mesures des côtés d'un triangle.
Sachant que $a + b + c = 1$, démontrer que :

$$a^2 + b^2 + c^2 + 4abc < 1/2.$$

Siano a, b, c le misure dei lati di un triangolo. Sapendo che $a + b + c = 1$, dimonstrare che :

$$a^2 + b^2 + c^2 + 4abc < 1/2.$$

12 - TETRAEDRE

On donne un tétraèdre dont les arêtes de la base mesurent a, b, c et les 3 autres arêtes mesurent x, y et z.
Démontrer que :

$$x + y + z < a + b + c + 3d$$

où d est la mesure de la distance entre le sommet et le barycentre de la base.

Dato un tetraedro con spigoli alla base di lunghezza a, b, c e i tre spigoli rimanenti di lunghezza x, y, z .
Dimostrare che si ha:

$$x + y + z < a + b + c + 3d$$

dove d indica la distanza tra il vertice opposto alla base e il baricentro della base stessa.

Solutions

1

COUPLES RATIONNELS

$$y^2 + xy + (x^2-2) = 0$$

En calculant l'une des variables par rapport à l'autre, on obtient:

$$y=(-x+ x^2-4(x^2-2) \ )/2 = (-x+ 8-3x^2 \ )/2$$

et donc $(8-3x^2)$ doit être le carré d'un nombre rationnel ce qui suppose qu'il existe des entiers p, q et a tels que:

$$8q^2 - 3p^2 = a^2$$

On peut diviser cette équation par 3 :

$$3(2q^2-p^2)+2q^2 = a^2$$

Mais un carré, dans la division par 3, ne peut avoir pour reste que 0 ou 1. Donc la seule solution est q=3h avec h entier: Dans le cas contraire $2q^2$ aurait pour reste 2 dans la division par 3; ce qui signifie que a est un multiple de 3.

De cette relation, on déduit alors que $3q^2$ est un multiple de 9 alors que p est un multiple de 3, ce qui est contradictoire avec le fait que p et q soient premiers entre eux.

2

DIVISEURS COMMUNS

Observons d'abord qu'il suffit d'envisager le cas de quatre nombres. De plus on pourra supposer que leur P G C D est 1 dans le cas contraire il suffirait de les diviser tous par ce PGCD.

Soit donc 4 nombres a, b, c et d (non supérieurs à 100) ayant 1 pour plus grand diviseur commun. Supposons, par l'absurde, qu'on ne puisse pas trouver 3 d'entre eux dont le plus grand diviseur commun soit 1. Il existerait alors quatre nombres premier distincts tels que:

- p_1 divise a, b, c mais pas d,
- p_2 divise b, c, d mais pas a,
- p_3 divise c, d, a mais pas b,
- p_4 divise d, a, b mais pas c.

Or ces nombres premiers sont distincts quand le PGCD de a, b, c et d est 1. Il faudrait donc :

$$a \geq p_1p_3p_4 \qquad b>p_1p_2p_4 \qquad c>p_1p_2p_3 \qquad d>p_2p_3p_4$$

Or, les quatre plus petits nombres premiers sont 2, 3, 5, 7.

L'un des 4 nombres a,b,c ou d devra être supérieur à 3.5.7=105

Ce qui est contradictoire avec le fait que les 4 nombres ne doivent pas être supérieurs à 100.

3

JETONS

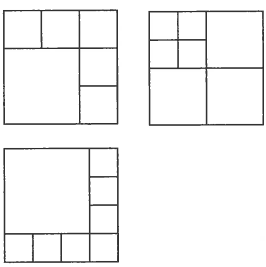
Soit x_i (i=1,2,...2n+1) le nombre de jetons contenus dans le i-ième sachets, et $X=x_1+x_2+...+X_{2n+1}$ le nombre de jetons (X différent de 0).
D'après la condition de l'énoncé, pour tout i $(X-x_i)$ est PAIR, et donc $(X-x_j)-(X-x_i)$ est pair, donc x_i-x_j est pair pour tout i et j.
Ce qui signifie que tous les x_i ont la même parité.
Remarquons que la condition de l'énoncé reste vraie si le nombre de jetons de chaque sachet est augmenté ou diminué, multiplié ou divisé par une constante.
Posons donc: $y_i=x_i/2$ si tout x_i est pair

$y_i=(x_i-1)/2$ si tout x_i est impaire.

On obtient une nouvelle répartition des jetons ayant la même propriété, mais un plus petit nombre de jetons.
On réitère l'opération jusqu'à ce que tous les sachets soient vides. Mais seule une distribution telle que $x_1=x_2=...=x_i=...=x_{2n+1}$ permet d'arriver à ce résultat. Ce qui démontre la proprieté.

4

CARRÉS



Remarquons que, si on réussit à partager un carré en n petits carrés, alors on peut aussi le diviser en n+3, en remplaçant l'un des carrés par 4 quarts ce qui ajoute 3 carrés.
Les figures ci-contre fournissent une solution pour n = 6, 7, 8. Donc, pour tout n ≥ 6, le découpage est possible. On montre en revanche qu'il est impossible avec 5.

5

TABLE RONDE

On colorie les 60 places alternativement blanc et noir; 15 femmes devront s'asseoir à des places de couleurs opposées à celles de leur maris et 15 autres à des places de même couleur que leurs maris (ce qui leur permettrait d'être, par couple, à des distances différentes: 1,2,3,...30).
Après avoir assis les 15 premiers couples utilisant 15 places noires et 15 places blanches, alors il ne sera pas possible d'asseoir les 15 couples restants puisque chaque couple occupe un nombre pair de places.

OLYMPIADES BELGES

En 1976, à l'initiative de Francis Buckenhout, professeur à l'Université libre de Bruxelles, la Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française créait l'Olympiade Mathématique Belge (O.M.B.).
Le but poursuivi était triple :

- intéresser les élèves à l'activité mathématique par le biais d'une compétition, d'un grand jeu attrayant,
- proposer des problèmes qui font appel à la créativité, à l'imagination, au raisonnement,
- fournir aux enseignants un choix d'exercices non triviaux, d'un type peu fréquent dans les classes.

A partir de 1977, l'épreuve se subdivise en deux catégories : «mini» et «maxi» et en 1996, une catégorie intermédiaire est créée. Par son organisiation, la compétition présente un caractère local, puis régional et enfin national. Mais les élèves sont confrontés aux mêmes difficultés puisque les questions sont préparées par un jury national.
Le jury s'efforce de donner aux questions un caractère peu scolaire de façon à obliger les élèves à faire preuve de leur capacité à appliquer leurs connaissances et à les transposer dans des situations nouvelles.
Grâce à l'aide de sponsors, les finalistes reçoivent de nombreux prix. Des prix spéciaux distinguent notamment les élèves les plus jeunes ayant fait preuve d'un talent mathématique précoce. Le nombre d'inscriptions a progressé de façon spectaculaire entre 1980 et 1990.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1976 : Création de l'Olympiade Mathématique Belge.
1977 : Division en catégories «mini» et «maxi».
1980 : Environ 2000 inscrits
1985 : Près de 5000 inscrits
1990 : Plus de 10 000 inscrits
1996 : Création d'une catégorie «midi» avec une augmentation du nombre d'inscrits et une nouvelle répartition de ceux-ci.

EPREUVES

Individuelles

Catégories : 3
mini : 1ère et 2ème années
midi : 3e et 4éme années
maxi : 5e et 6è années secondaires.
Trente questions à choix multiples; une réponse erronée est pénalisée par rapport à une absence de réponse.

PARRAINS

Banques ...

COMPETITION

3 stades :
Épreuves locales avec qualifications pour les **demi - fianles régionales**, puis **une finale nationale**.

CONTACTS

Société Belge des Professeurs de Mathématique
Rue de La Halle, 15, B.P. 7000
MONS BELGIQUE

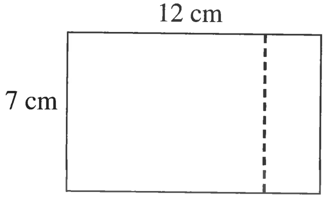
1 - PHOTO DE GROUPE (mini 1996)

De combien de manières peut-on disposer 3 garçons et 3 filles pour une photographie de groupe, si les garçons doivent s'asseoir côte à côte, les filles se tenant debout derrière eux ?

- ❒ $1/2 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
- ❒ $2 \times 3 \times 2 \times 1$
- ❒ $(3 \times 2 \times 1)^2$
- ❒ $(3 \times 2 \times 1)^{3.2.1}$
- ❒ $3^2 \times 3^2$

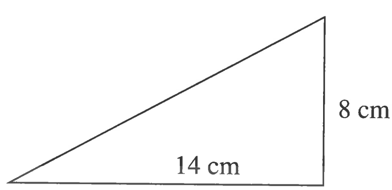
2 - TARTE AUX POMMES (mini 1996)

Guillaume et Julie contemplent leurs parts de tarte aux pommes. Julie est triste car elle s'aperçoit que son morceau est plus petit que celui de Guillaume. Celui-ci coupe alors un morceau comme indiqué par les pointillés sur la figure et le lui tend. Les deux enfants ont alors des parts équivalentes. **Quelle est, en cm, la largeur du morceau que Guillaume a a coupé pour Julie ?**



Part de Guillaume

- ❒ 2
- ❒ 3,5
- ❒ 4
- ❒ 4,33
- ❒ 12



Part de Julie

3 - TROIS DISQUES (mini 1996)

Trois disques ont pour rayons r, r+5 et r+ 10. L'aire du plus grand vaut la somme des aires des deux autres.

Quel est en cm, le rayon du plus petit disque ?

(pas de réponse préformulée)

4 - TROIS HEURES DIX-HUIT (mini)

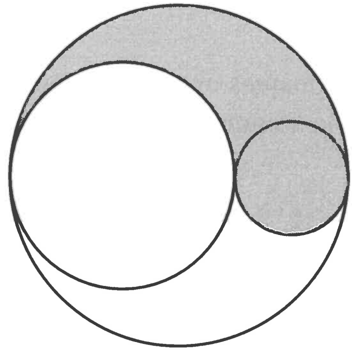
Une montre, dont le cadran est divisé en douze heures, affiche trois heures dix huit minutes.

Quelle est la mesure, en degrés, de l'angle formé par l'aiguille des heures et celle des minutes ?

❐ 8 ❐ 9 ❐ 10
❐ 11 ❐ 12

5 - CERCLES (mini 1995)

Dans la figure ci-contre, trois cercles, dont les rayons sont proportionnels à 1, 2 et 3, sont tangents deux à deux.



Quel est le rapport de l'aire de la zone hachurée à celle de la zone claire ?

6 - L'AIRE D'UN CUBE (mini 1995)

De combien augmente l'aire totale d'un cube lorsque la longueur de chacune des arêtes augmente de 50 % ?

❒ 50%
❒ 125 %
❒ 225%
❒ 237,5%
❒ 2500 %

7 - DIVISION DANS N (mini 1996)

Pour un certain nombre naturel n, 2n + 3 est un diviseur de 6n + 43.

Que vaut n ?

(pas de réponse préformulée)

8 - COURSE POURSUITE (mini 1996)

Lors d'un championnat de poursuite, deux cyclistes partent en même temps de deux points diamétralement opposés d'un vélodrome de 250 m de tour. Le vainqueur a rattrapé son rival après avoir parcouru 8 tours.

Quel est le rapport de la vitesse moyenne du vainqueur à celle du perdant ?

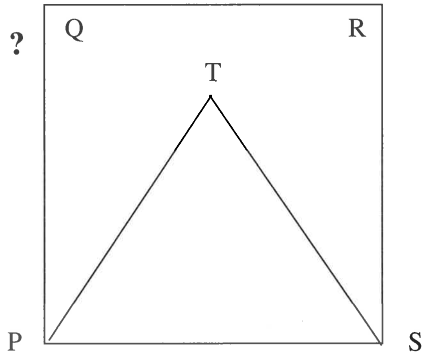
❐ 9/8 ❐ 8/7 ❐ 17/16
❐ 16/15 ❐ 7/8

9 - TRIANGLE DANS UN CARRÉ

Dans la figure (inexacte) ci-contre, PQRS est un carré et PTS un triangle équilatéral.

Quelle est la mesure de l'angle RTS ?

❒ 75° ❒ 77°
❒ 80° ❒ 85°
❒ 90°



(éliminatoires midi 1996)

10 - LE CHIFFRE DES UNITÉS

Si a est un nombre entier, le chiffre des unités de $a^5 - a$ est …

❒ toujours 0
❒ toujours 2
❒ toujours 4
❒ toujours 8
❒ dépendant de a

(éliminatoires midi 1996)

11 - DIVISIBILITÉ PAR 7

Soit n un nombre de trois chiffres dont le chiffre des centaines est x, celui des dizaines y et celui des unités z. Si n est divisible par 7, lequel des nombres suivants est certainement divisible par 7 ?

- ❐ z
- ❐ $x \times y \times z$
- ❐ $2x + 3y + z$
- ❐ $x + y + z$
- ❐ $5x - y + 2z$

(éliminatoires maxi 1995)

12 - FONCTION AFFINE (maxi 1995)

Soit f une application affine de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que :
$f(1) \leq f(2)$, $f(3) \geq f(4)$, et $f(5) = 5$.

Laquelle des affirmations suivantes est certainement vraie ?

- ❐ $f(0) < 0$
- ❐ $f(0) = 5$
- ❐ $f(1) < f(0) < f(-1)$
- ❐ $f(0) = 0$
- ❐ $f(0) > 5$

1

PHOTO DE GROUPE

$(3 \times 2 \times 1)^2$

2

TARTE AUX POMMES

2 cm

3

TROIS DISQUES

15 cm

4

TROIS HEURES DIX-HUIT

9 degrés

5

CERCLES

L'aire grisée représente 1/3 de l'aire du grand cercle.

6

L'AIRE D'UN CUBE

… augmente de 125%.

7

DIVISION DANS N

n doit valoir 7

8

COURSE POURSUITE

Le rapport des vitesses est 16/15

9

TRIANGLE DANS UN CARRÉ

L'angle vaut 75°.

10

LE CHIFFRE DES UNITÉS

… est toujours nul

11

DIVISIBILITÉ PAR 7

$2x + 3y + z$ est divisible par 7 si et seulement si $100x + 10y + z$ l'est.

12

FONCTION AFFINE

La fonction est constante, elle vaut 5. D'où $f(0) = 5$.

CONCOURS NATIONAL TUNISIEN DE MATHÉMATIQUES A.T.S.M.

Instrument privilégié de motivation des lycéens pour les mathématiques, le Concours National de Mathématiques organisé par l'Association Tunisienne des Sciences Mathématiques (A.T.S.M.) est ouvert aux meilleurs élèves de sixième année du secondaire. Il leur permet de mettre en valeur leur capacité à appréhender les situations nouvelles faisant intervenir les qualités de patience, d'intuition, de finesse et de rigueur.

Le concours national représente pour l'ATSM et donc pour les enseignants de mathématiques, un des instruments privilégiés pour évaluer certains aspects de l'enseignement des mathématiques, en particulier le degré d'assimilation de certains concepts importants. Il permet également de recenser certains types d'erreurs de nature à amener les enseignants à changer d'attitude et de comportement pédagogiques dans l'introduction de certaines notions.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le Concours se déroule chaque année au mois de mai depuis 1976.

Une préparation des jeunes lauréats est prise en charge par l'ATSM en vue des Olympiades maghrébines et internationales.

L'ATSM organise aussi depuis quelques années les phases tunisiennes (demi-finales et finale nationale) du championnat international des jeux mathématiques FFJM.

EPREUVES

Individuelles.
Catégorie : 6ème année du secondaire.
Exercices : Aucun programme officiel, aucune érudition supposée.Les énoncés sont choisis de manière à ce que les candidats puissent utiliser leurs connaissances et les méthodes qu'ils ont acquises en secondaire.

COMPETITION

Les élèves sont sélectionnés par établissements.
Le concours a lieu chaque année au mois de mai.

PARRAINS

Ministère de l'Education Nationale de Tunisie.

Revue de l'ATSM :
Omar Khayam

CONTACTS

ASSOCIATION TUNISIENNE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
Bechir Kachouch
43, rue de la Liberté
2019 Le Bardo
Tunis TUNISIE
Tél : (216) 1 261 455
Fax : (216) 568 954

1 - EXERCICE 1 (1986)

Soient a_1, a_2 ....a_n des réels. Pour tout réel x, on pose :

$f(x) = a_1 \sin x + a_2 \sin 2x \ldots\ldots + a_n \sin nx$.

On suppose que : $\forall x \in r \quad | f(x) | \leq |\sin x|$

Montrer que : $|a_1 + 2a_2 + \ldots\ldots n\, a_n| \leq 1$

2 - EXERCICE 2 (1986)

Soit ABC un triangle tel que ACB = π/3

Montrer que : 1/BC + 2/CA ≥ 2/AB

3 - EXERCICE 3 (1986)

Un cercle (C) varie tout en restant tangent à une droite fixe D en un point fixe A.

Déterminer l'ensemble des sommets du carré admettant un diamètre [MN] comme diagonale, sachant que la droite (MN) appartient à une direction fixe.

4 - EXERCICE 4 (1986)

Trouver tous les entiers n tels que $(n^4 + 4)$ est premier.

5 - EXERCICE 1 (1995)

Soit ABC un triangle ; on désigne par α, β, γ, les mesures en radians des angles BAC, ABC, BCA respectivement.
On suppose que $\pi/3 < \gamma < \alpha$.

Déterminer le signe du réel $x = \sin \alpha + \sin \gamma - 2 \sin \beta$.

6 - EXERCICE 2 (1995)

ABC est un triangle isocèle (AB = AC). On suppose que :

a - M est le milieu de [BC] et O est le point de la droite (AM) tel que le droite (OB) soit perpendiculaire à la droite (AB) ;

b - Q est un point quelconque du segment [BC] différent de B et de C

c - E est un point de la droite (AB) et F de la droite (AC) tels que E, Q et F soient alignés et distincts.

Montrer que la droite (OQ) est perpendiculaire à la droite EF si et seulement si QE = QF.

7 - EXERCICE 3 (1995)

Soient a et b deux réels strictement positifs.

Démontrer que $\sqrt{b} < 1 + \sqrt{a}$ si et seulement si :

pour tout réel $x > 1$, $ax^2 + (1 - a - b)x + b > 0$

8 - EXERCICE 4 (1995)

Dans le plan orienté on considère un triangle isocèle (ABC) où AB = AC. On désigne par I,J,K les pieds des hauteurs de ce triangle issues respectivement de A, B et C.
Soient ω_1, ω_2, H le milieu de [AB], le milieu de [AC] et l'orthocentre de (ABC) respectivement.
Soit Δ une droite variable passant par A ; les perpendiculaires à Δ issues de B et C coupent Δ respectivement en M et N.
1) Montrer que $(IM, IN) = (I\omega_1, I\omega_2) \quad [2\pi]$
Comparer BM et KN d'une part et CN et JM d'autre part.
2) les droites (BM) et (KN) se coupent en P et les droites (CN) et (JM) se coupent en Q.
Montrer que la droite (PQ) passe par un point fixe lorsque (Δ) varie. Comparer BP et JQ puis CQ et KP.

Solutions

1

Exercice n° 1

Nous avons : $f'(x) = a_1 \cos x + 2a_2 \cos 2x + \ldots + na_n \cos nx$
d'où $f'(o) = a_1 + 2a_2 + \ldots + na_n$.
D'autre part, au voisinage de 0, $\lim f(x)/x = f'(o)$
D'après l'hypothèse, $f(x) \le \sin x$ d'où pour $x \in]-\pi/2, \pi/2[- \{o\}$
$F(x)/x = f(x)/\sin x \times \sin x/x \le \sin x/x \le 1$
On vérifie facilement que $\sin x \le x$ et par suite
$\lim f(x)/x = f'(o) \le 1$.

2

Exercice n°2

Posons $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$.
Dans le triangle ABC, nous avons $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \pi/3$ ou
$c^2 = a^2 + b^2 - ab$; d'autre part il est évident que $a^2 + b^2 - ab \ge ab$
d'où (1) : $c^2 \ge ab$; d'un autre côté $(1/a + 1/b)^2 \ge 4/ab$ (2)
donc $ab \ge 4(1/a + 1/b)^{-2}$ (3) ; de (1) et de (3) nous concluons que
$c^2 \ge 4(1/a + 1/b)^{-2}$ et par suite $1/a + 1/b \ge 2/c$

3

Exercice n° 3

Soient δ la direction de la droite donnée, $\mathcal{C}_o$ un cercle fixe tangent en A à D et $\mathcal{C}$ un cercle variable tangent en A à D.
Dans le cercle $\mathcal{C}_o$ le diamètre recherché est $M_o N_o$ et dans le cercle $\mathcal{C}$ c'est MN. Ces deux diamètres se correspondent dans l'homothétie de centre A qui fait correspondre les deux cercles. Donc A, M et M_o sont alignés. Il en est de même pour A, N et N_0. Les ensembles des points M et N sont donc respectivement les droites (AM_o) et (AN_o). Soit P_oQ_o le diamètre de $\mathcal{C}_o$ perpendiculaire à $M_o N_o$; $P_o Q_o$ coupe $\mathcal{C}$ en P et en Q. $P_o Q_o$ et PQ se correspondent dans l'homothétie considérée donc $P \in (AP_o)$ et $Q \in (AQ_o)$. Les ensembles des points P et Q sont respectivement les droites (AP_o) et (AQ_o).

4

Exercice n° 4

$n^4 + 4 = (n^2 + 2)^2 - 4n^2 = (n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2)$. On remarque que pour $n \in \mathbb{N}$, $(n^2 + 2n + 2) > 1$. Pour que $n^4 + 4$ soit premier, il est donc nécessaire que $(n^2 - 2n + 2)$ soit égal à 1. La seule valeur de l'entier n pour laquelle $(n^2 + 2n + 2) = 1$ est $n = 1$. Et on vérifie que pour $n = 1$, $n^4 + 4 = 5$ est premier.

Solutions

5

Exercice n° 1 (1995)

$x = 2\sin[(\alpha+\gamma)/2]\cos[(\alpha-\gamma)/2] - 4\sin\beta/2\cos\beta/2$

$= 2\cos\beta/2\cos[(\alpha+\gamma)/2] - 4\sin\beta/2\cos\beta/2$

$= 2\cos\beta/2\,[\cos(\alpha+\gamma)/2 - 2\sin\beta/2]$

$= 2\cos\beta/2\,[\cos(\alpha+\gamma)/2 - 2\cos(\alpha+\gamma)/2]$

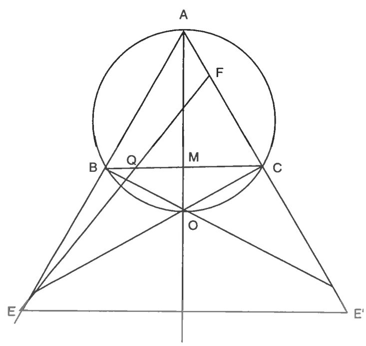
$= 2\cos\beta/2\,[3\sin\alpha/2\sin\gamma/2 - \cos\alpha/2\cos\gamma/2]$

$= 2\cos\beta/2\cos\alpha/2\,[3\,\mathrm{tg}\,\alpha/2\,\mathrm{tg}\,\gamma/2 - 1]$

Or $\pi/6 < \alpha/2 < \pi/2$ et $\pi/6 < \gamma/2 < \pi/2$ d'où $\mathrm{tg}\,\alpha/2\,\mathrm{tg}\gamma/2 > (1/\sqrt{3})^2$ et par suite $3\,\mathrm{tg}\,\alpha/2\,\mathrm{tg}\,\gamma/2 - 1 < 0$. En conclusion, $x > 0$.

6

Exercice n° 2 (1995)



1. Supposons (OQ $\perp$ (QF). Les quadrilatères (OQFC) et (OQBE) sont inscriptibles donc EFO = BCO = OBC = FEO par suite OF = OE et QF = QE.

2. Supposons que QF = QE Soit E' le symétrique de E par rapport à (AO) ; O est donc le centre du cercle (FEE') donc OE = OF et par suite (OQ) $\perp$ (EF).

7

Exercice n° 3 (1995)

Posons $f(x) = ax^2 + (1 - a - b)\,x + b$ et $x = 1 + X$. Nous avons :

$g(X) = f(1 + X) = aX^2 + (a - b + 1)\,X + 1$.

La proposition P : $\forall\, x > 1,\ f(x) > 0$ est équivalente à

(P') : $\forall\, X > 0,\ g(X) > 0$. Il s'agit de prouver que (P') $\Leftrightarrow \sqrt{a} + 1 > \sqrt{b}$.

1. Supposons (P')

α) si $\Delta = (a - b + 1)^2 - 4a < 0$ alors $-2\sqrt{a} < a - b + 1 < 2\sqrt{a}$.

Ce qui implique $a - b + 1 > -2\sqrt{a}$ ou $(\sqrt{a} + 1)^2 > b$ d'où $\sqrt{a} + 1 > \sqrt{b}$

β) si $\Delta \geq 0$ alors g admet deux racines X' et X'' distinctes ou confondues et (P') implique nécessairement $X' + X'' = (b - a - 1)/a < 0$ d'où $(a + 1) > b$ et $\sqrt{a} + 1 > \sqrt{(a+1)} > b$ et par suite $\sqrt{a} + 1 > b$.

2. Supposons $\sqrt{a} + 1 > \sqrt{b}$.

L'hypothèse $\sqrt{a} + 1 > \sqrt{b}$ est équivalente à (*) $a - b + 1 > -2\sqrt{a}$

Envisageons alors les deux cas suivants :

γ) $a - b + 1 < 2\sqrt{a}$. Dans ce cas $\Delta < 0$ donc $g(X) > 0\ \forall\, X > 0$

δ) $a - b + 1 \geq 2\sqrt{a}$. Dans ce cas $\Delta \geq 0$, $X' + X'' = b - a - 1/a < 0$

d'où $\mathbf{g(X) > 0}\ \forall\, X > 0$.

CHAMPIONNAT DU NIGER

Voici, proposé par l'ASSOCIATION NIGÉRIENNE DE JEUX MATHÉMATIQUES, le championnat annuel de jeux mathématiques du Niger, qui attire plusieurs centaines de participants, dont les meilleurs vont représenter le Niger en France.

Les énoncés, parus dans le SAHEL DIMANCHE, proviennent de sources diverses. Quelques-uns ont été adaptés à partir de problèmes du championnat FFJM de jeux mathématiques. D'autres nous ont été communiqués par des fidèles. Tous ces problèmes ont été sélectionnés, sinon créés, par Ali Dan Faraouta, Yves Bensimon, Philippe Goaillard, Pierre Guinamant, Hassane Hamidou Amadou, Issoufou Seydou Sanda, Guy Larchevêque, Marc Moreau, Nouhou Adama Maïga, René Noudagbé, Saley Nouhou et Zouleyhatou Ibrah sans oublier ceux qui ont quitté le Niger : Serge Camgrand, Pierre Chevrault, Bernard Cuvillier mais qui sont encore parmi nous par tout ce qu'ils ont laissé.

L'A.N.J.M est membre du C.I.J.M (Comité International des Jeux Mathématique), et commence à avoir une reconnaissance hors du Niger puisque des revues aussi préstigieuses que *Tangente* et le *Jeune Archimède* ont consacré des articles à son sujet. De plus, certains de nos problèmes proposés régulièrement dans le SAHEL DIMANCHE sont repris dans des manuels de mathématiques utilisés dans de nombreux collèges et lycées de France (ainsi qu'au lycée la Fontaine de Niamey).

L'A.N.J.M oeuvre également dans d'autres directions pour promouvoir les mathématiques ludiques :une équipe assure par exemple l'animation "Des Chiffres et Des Lettres" au C.C.F.N chaque samedi à partir de 17 heures.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1989 : création du championnat du Niger
1990 : rubrique régulière de jeux mathématiques dans Sahel Dimanche
1991 : 1ères éliminatoires grand public par le biais de Sahel Dimanche
à partir de 1992 : organisation annuelle du championnat

EPREUVES

ELIMINATOIRES : dans les établissements scolaires ou par réponses au Sahel Dimanche

FINALE NATIONALE : qualificative pour les championnats internationaux

COMPETITION

Catégories : 4

Collèges (2), lycées, grand public

Toutes à l'exception des élèves de CM.

PARRAINS

Les librairies BURAMA, BUROPA DAOUDA et MERCURE, SADE, Nigercar, l'aéro-club de Niamey, BIAO, UGAN, Caren Assurances, Leyma Assurances, BRANIGER, le Club Équestre, le Centr Culturel Américain, le C.C.F.N, la CECA, le garage TOYOTA, le lycée La Fontaine, NIGETIP, le couturier ALPHAD, Manutention Africaine, NIGÉRAL, PEYRISSAC, Le Rugby Club de Niamey, le CIFN.

CONTACTS

Marc Moreau
Association Nigerienne des Jeux mathématiques
B.P. 13180
Niamey
NIGER

1 - LOGA ET GAYA

LOGA et GAYA sont deux sous-préfectures du département de DOSSO. Par quels chiffres faut-il remplacer les lettres formant les noms de ces trois villes pour que l'addition suivante soit exacte ?

On précise que :
- deux lettres différentes représentent deux chiffres distincts,
- il n'y a pas de zéro,
- il y a plusieurs solutions.

$$\begin{array}{r} \mathrm{L\,O\,G\,A} \\ +\ \mathrm{G\,A\,Y\,A} \\ \hline =\ \mathrm{D\,O\,S\,S\,O} \end{array}$$

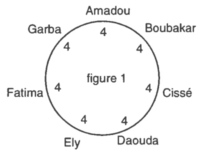
Combien ?

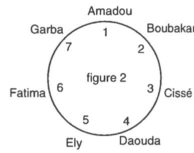
2 - LONGEVITE

Prenez l'année de naissance du grand marabout Amadou Moussa. Inversez-la, puis enlevez ce résultat à l'année initiale. Vous obtiendrez 1278. Procédez de même avec l'année de la mort de Amadou Moussa : vous obtiendrez le même résultat.

Combien d'années le grand marabout Amadou Moussa a-t-il passées sur la Terre ?

3 - L'ANNIVERSAIRE





Lors d'un anniversaire, sept amis : Amadou, Boubacar, Cissé, Daouda, Ely, Fatimata et Garba, assis autour d'une table (fig. 1) et disposant chacun de 4 bonbons , jouent au jeu suivant :

- l'un d'entre eux est tiré au sort ;
- celui désigné par le sort doit donner un bonbon à chacun de ses deux voisins ;
- tout joueur qui ne peut donner ces deux bonbons est éliminé.

A la fin du jeu, personne n'a été éliminé et les sept amis possèdent le nombre de bonbons indiqués sur la figure 2.

Combien de fois au minimum ont-ils tiré à la courte paille ?

4- L'ESSENCE D'ALI

Ali a acheté un bidon de 12 litres d'essence. Il veut donner exactement la moitié de cette essence à son frère Abdou. Pour faire le partage, il a à sa disposition deux bidons vides : l'un fait exactement 4 litres et l'autre 7 litres.

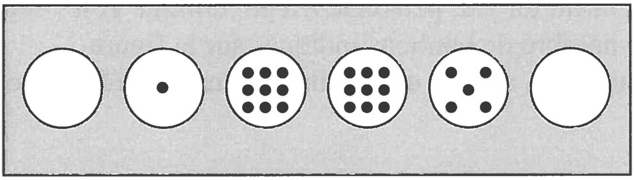
Ali peut-il effectuer son partage ?

Si oui, indiquez comment il doit s'y prendre et quel sera le nombre minimal de transvasements d'un bidon dans un autre qu'il devra opérer ?

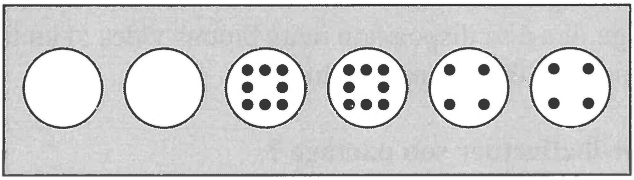
5 - L'AWALE

Quel est l'Africain qui ne connaît pas le jeu appelé "kissoro", "wari", "solo" ou encore "awalé" ?
Le principe du jeu est de déplacer des pions (souvent remplacés par des grains ou des cailloux) dans des cases parfois creusées dans du bois ou même dans le sol.
Le nombre et la disposition des cases ainsi que les règles qui régissent le déplacement des pions varient d'un pays à l'autre.

Le problème proposé aujourd'hui s'inspire un peu de ces jeux.
On ne joue qu'avec 24 pions. Au départ, ils sont disposés comme sur le dessin ci-contre. Les tas sont constitués au départ de 1, 9, 9, 5 pions et les autres cases sont vides (disposition n°1).



Pour obtenir la disposition suivante, on prend un pion de chaque case (qui en contient) pour les mettre dans une case vide (de son choix). On obtient donc, par exemple, la disposition n°2 :



Les tas sont constitués de 8, 8, 4, 4 pions et les autres cases sont vides…
En supposant que les cases vides sont suffisamment nombreuses, on continue l'opération jusqu'à la 1995ème disposition.

Quel est alors le nombre de pions dans les cases non vides ?

6 - LE BRIDGE

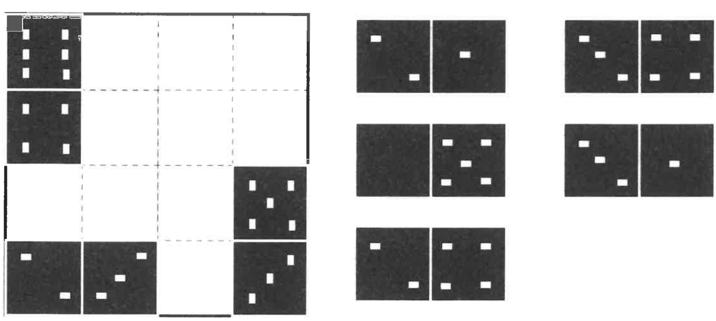
Au bridge, à Sans-Atout, l'ordre des cartes est celui de la bataille, à savoir par ordre décroissant : A, R, D, V, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 et 2.
Ici, le contrat se joue à Sans-Atout, et on est à six cartes de la fin. Sud est en main et a pour objectif de réaliser trois levées. D'un commun accord, les quatre joueurs décident d'exposer leur jeu.

	♠ A 5 2 ♥ – ♦ 8 7 ♣ 2	
♠ R 8 7 ♥ – ♦ A 10 5 ♣ -	**Nord** **Ouest** **Est** **Sud**	♠ V 10 9 ♥ – ♦ D V 9 ♣ -
	♠ D 4 3 ♥ – ♦ R 2 ♣ A	

Réussirez-vous à venir en aide au déclarant (Sud en l'occurrence), en sachant que la défense ne commettra pas d'erreur ?

7 - DOMINOS ET CARRÉ

Comment compléter le carré magique ci-dessous au moyen des cinq dominos suivants de telle sorte que chaque ligne, chaque colonne et chacune des deux diagonales totalisent douze points ?



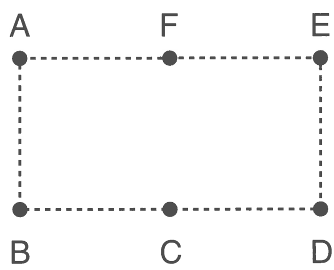
8 - RAPIDE

Mahamane part de Yantalla, quartier de Niamey en voiture à 9h 00 et arrive tranquillement à Dosso, distant d'exactement 150 km, à 12h00. Mécontent de sa moyenne d'aller, il décide au retour de "foncer".

A quelle heure doit-il quitter Dosso, pour arriver à Yantalla à 17h en ayant doublé sa moyenne, vitesse moyenne calculée sur l'aller-retour de conduite, c'est à dire les 300 km de route ?

9 - AFFAIRE DE TRIANGLE

On donne 6 points du plan disposés sur les côtés d'un rectangle comme l'indique la figure ci-dessous (ABCF et CDEF sont des carrés) .

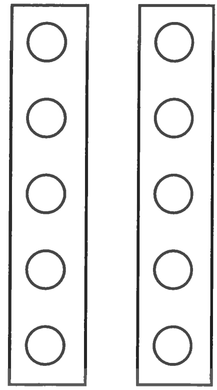


Combien y a-t-il de triangles qui auront A et deux des cinq autres points restants pour sommets ?

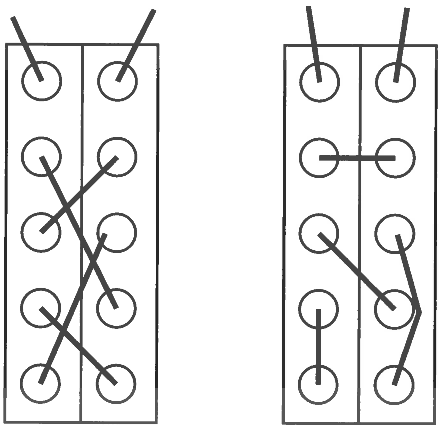
Enfin, parmi ces résultats combien de triangles sont rectangles, équilatéraux, isocèles, quelconques ?

10 - LACER SES LACETS

En remportant un concours, cette classe a gagné une paire de chaussures par élève et une paire pour le maître, Ali.



Le seul problème est de mettre en place les lacets, livrés en vrac avec les chaussures. Chaque chaussure se présente avec 10 œillets (voir la figure ci-contre).



Pour ne pas être seul à faire le travail, Ali donne à ses élèves la consigne suivante : «Le lacet doit passer dans chaque œillet une seule fois et ressortir par les deux œillets du haut».

Le résultat obtenu, en application de cette consigne, est bien curieux :
- seules, les deux chaussures d'Ali ont été lacées de manière identique,
- toutes les possibilités d'obtenir des laçages différents ont été exploitées.

Combien d'élèves y a-t-il dans la classe d'Ali ?

Solutions

1

LOGA ET GAYA

Il y a cinq solutions:

9236	5492,	6482	5487	8457
+ 3646	+ 9282	+ 8292	+ 8737	+ 5767
12 886	14 774	14 774	14 774	14 774

2

LONGÉVITÉ ...

Le grand marabout Amadou Mousa est donc né en 1803.
Il est décédé en 1913. Il a donc passé 110 ans sur la Terre.

3

L'ANNIVERSAIRE

Amadou doit passer de 4 à 1 bonbon. Il doit être tiré au moins 2 fois, donc $a \geq 2$. Mais Boubacar aura alors $4+2=6$ bonbons. Aussi, pour passer à 2, il devra être tiré à la courte paille au moins 2 fois, donc $b \geq 2$. En continuant ainsi le raisonnement, on obtient successivement les inégalités : $c \geq 2$, $d \geq 1$, $a \geq 3$, $b \geq 4$, $c \geq 3$, $d \geq 2$, $e \geq 1$, $a \geq 4$, $b \geq 5$, $c \geq 4$, $d \geq 3$, $g \geq 1$, pour arriver finalement à une situation stable où : $a \geq 5$, $b \geq 6$, $c \geq 5$, $d \geq 3$, $e \geq 1$, $f \geq 0$ et $g \geq 1$. Globalement, ils ont donc tiré à la courte paille au moins $5+6+5+3+1+0+1 = 21$ fois.

4

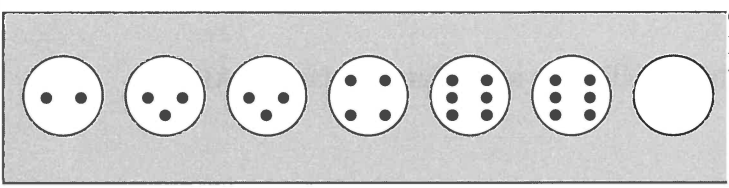
L'ESSENCE D'ALI

Ali doit opérer 6 transvasements pour donner la moitié de son essence à son frère.

5

L'AWALÉ

On remarque qu'après la $10^{ème}$ manipulation, on obtient les mêmes nombres de pions dans les cases non vides qu'après la $3^{ème}$.
Donc la $11^{ème}$ disposition reconduit aux mêmes nombres que la $4^{ème}$, et ainsi de suite ...
On retrouvera la même séquence de 7 en 7 à partir de la $4^{ème}$ disposition.
Les nombres que l'on obtiendra à la $1995^{ème}$ disposition seront les mêmes qu'à la $7^{ème}$.



6

LE BRIDGE

Commencez par encaisser votre As de Trèfle. Pour garder son Roi de Pique 3ème, Ouest est obligé de jeter un Carreau. Est ne peut pas non plus défausser de Pique pour des raisons de comunication. Vous jouez alors le 2 de Carreau. Ouest ne peut pas mettre son As et Est prend pour rejouer Pique. Vous prenez alors de l'As et rendez la main à Ouest par l'As de Carreau. Ce dernier doit vous rendre la Dame de Pique, votre troisième levée, après avoir fait son Roi.

7

DOMINOS ET CARRÉ

La seule et unique solution est le rangement ci-contre:

8

RAPIDE ...

A moins d'être plus rapide que la lumière, il n'y a pas de solution.

9

HISTOIRE DE TRIANGLES

On obtient pour les triangles de sommet A :
ABC - ABD - ABE - ABF - ACD - ACE - ACF - ADE - ADF
Parmi ces triangles, on dénote :
- 4 triangles isocèles: ABC-ABF-ACE-ACF
- 7 triangles rectangles : ABC-ABD-ABE-ABF-ACE-ACF-ADE
- 4 triangles rectangles isocèles :ABC-ABF-ACE-ACF
- aucun équilatéral.

10

LACER SES LACETS

Il y a 7 façons d'associer un 1er oeillet aux 7 restants, puis 5 pour le 3ème oeillet aux 5 restant et ainsi de suite... Il y a 105 laçages différents possibles. Il y a 52 élèves dans la classe d'Ali.

RALLYE MATHEMATIQUE LOGIC'FLIP

Le Logic'Flip est une compétition hors du commun organisée sur les pays francophones par la Fédération Française de Jeux Mathématiques (FFJM) avec l'aide du Féstival Ludique International de Parthenay (FLIP). Il s'agit de tests de "neurobic" (gymnastique de l'ésprit) destinés en priorité aux collégiens, mais qui ont été étendus aux lycéens.

Les éliminatoires ont toujours lieu le premier avril.

Le Logic'flip fait voyager les collégiens avec leur professeur : les cinq vainqueurs emmènent leur professeur de mathématiques avec eux pour un voyage extraordinaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

La première édition a eu lieu en 1992. Beaucoup d'enseignants ont cru à un "poisson d'avril" quand ils ont connu la date des éliminatoires. Pourtant, ce fut bien un magnifique voyage en Floride de neuf jours qui attendait les gagnants et leurs professeurs.
En 1993, la Guyane était au menu des vainqueurs. Avec pour certains deuxièmes un séjour surprise au Japon.
Les gagnants de l'Open furent, eux aussi, gatés !

EPREUVES

Individuelles.
5 catégories: 6è, 5è, 4è, 3è, 2nde/1ère.

Tests de neurobie :
Questions à choix multiple divisées en 4 types: observation, logique, nombres, lettres.

PARRAINS

Ville de Parthenay ;
Hypercube ;
Jouer Jeux Mathématiques ;
Spécial Logique.

COMPETITION

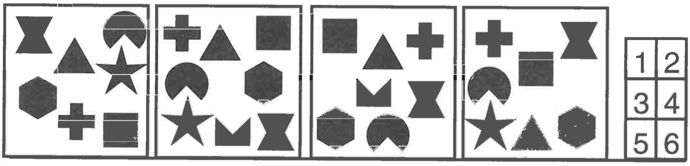
Eliminatoires : 1er avril dans les collèges et lycées de France, Belgique, Suisse, Luxembourg.
Repêchage : début juillet
Finale à Parthenay : début juillet.
Open : Ouvert aux collégiens, lycéens et adultes sur les lieux de la finale.

CONTACTS

Inscription des établissements
F.F.J.M. - Châteaugaillard
1, avenue Foch
94700 Maisons-Alfort - FRANCE
Tél : 43 68 95 16
de préférence avant le 31 janvier

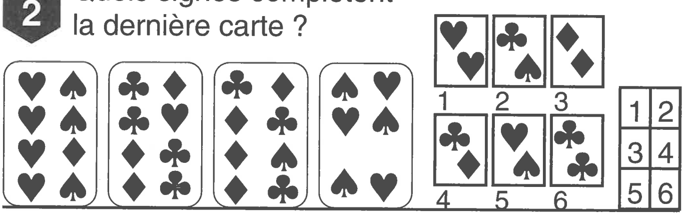
1 - OBSERVATION

1 Combien de formes apparaissent dans tous les rectangles ?



2 - LOGIQUE INDUCTIVE

2 Quels signes complètent la dernière carte ?



3 - HABILETÉ NUMÉRIQUE

3 Tous ces jetons peuvent être groupés par paires ayant une somme identique , sauf un. Lequel ?

10	14	16	12	17	15	19
	1	2	3	4	5	6

1	2
3	4
5	6

4- COMBINATOIRE DES LETTRES

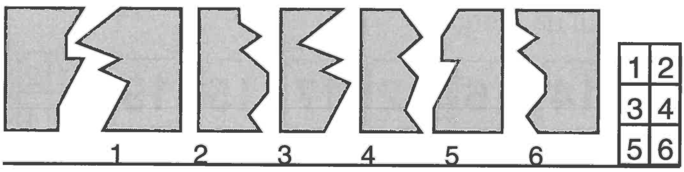
4 Formez un mot avec toutes ces lettres et cochez la première.

A M O T U Z

A	M
O	T
U	Z

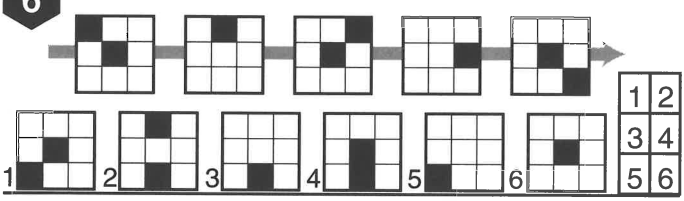
5 - OBSERVATION

5 Quel fragment ne peut s'assembler avec un autre pour former un carré ?



6 - LOGIQUE INDUCTIVE

6 Quel carré numéroté continue la série ?



7 - HABILETÉ NUMÉRIQUE

7 Combien de valeurs différentes sont représentées par ces fractions ?

$\frac{20}{36}$ $\frac{60}{108}$ $\frac{30}{72}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{75}{180}$ $\frac{35}{63}$ $\frac{65}{156}$

1	2
3	4
5	6

8- COMBINATOIRE DES LETTRES

8 Réarrangez les mots pour former une phrase de Romy Schneider. Quel sera le cinquième mot ?

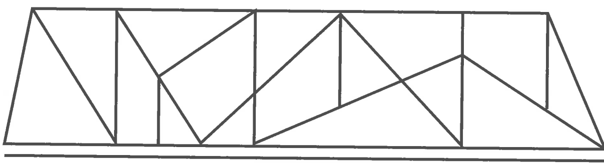
UNE D'AMOUR LE C'EST QUESTION TALENT

1 2 3 4 5 6

1	2
3	4
5	6

9 - OBSERVATION

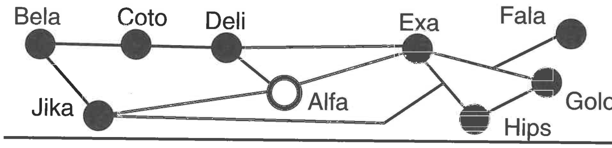
9 Combien resterait-il de triangles si on supprimait toutes les verticales ?



4	5
6	7
8	9

10 - GRAPHES

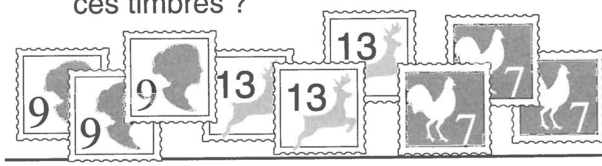
10 En partant d'Alfa, combien de villes peut-on atteindre après en avoir traversé deux autres ?



3	4
5	6
7	8

11 - HABILETÉ NUMÉRIQUE

11 Combien de sommes entre 16 et 40 inclus est-il impossible d'obtenir avec ces timbres ?



1	2
3	4
5	6

12- LETTRES

12 Combien y a-t-il de noms de plantes dans la grille ? Ils sont écrits en ligne droite, mais dans tous les sens.

P	E	D	N	A	V	A	L
O	E	T	A	T	I	S	A
S	T	R	E	F	L	E	I
E	N	V	S	E	R	A	T
T	A	G	R	I	T	O	U
N	S	E	I	G	L	E	E

4	5
6	7
8	9

Solutions

1	**6** (toutes les formes du premier rectangle sauf l'étoile)
2	**2** (un signe quatre fois, un autre trois fois, un autre une fois)
3	**2** (10+19, 14+15, 12+17, tous = 29)
4	**M** (Mazout)
5	**4** (0&5, 1&3, 2&6)
6	**3** (un carré noir progresse en tournant autour du grand carré dans le sens des aiguilles d'une montre. L'autre carré apparaît une fois sur deux au centre)

7

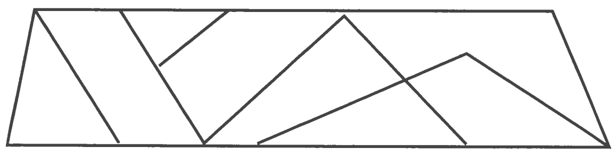
2
(20/36 = 60/108 = 5/9 = 35/63, et 30/72 = 75/180 = 65/156)

8

5
(Le talent, c'est une question d'amour)

9

6



10

5
(Toutes sauf Deli, Exa et Jika)

11

5
(17, 19, 24, 28, 37)

12

5
(Lavande, trèfle, seigle, persil, navet et laitue)

P	E	D	N	A	V	A	L
O	E	T	A	T	I	S	A
S	T	R	E	F	L	E	I
E	N	V	S	E	R	A	T
T	A	G	R	I	T	O	U
N	S	E	I	G	L	E	E

RALLYE MATHÉMATIQUE ROMAND

Le rallye Mathématique Romand est une compétition entre classes du primaire.

Les objectifs

– Pour les élèves, la résolution de problèmes, le travail en équipe et le débat scientifique.

– Le rallye permet aux maîtres d'observer d'autres élèves que les leurs en activité de résolution collective de problèmes, d'évaluer les productions de leurs propres élèves et leur capacité d'organisation, d'échanger des idées et des observations avec d'autres collègues.

Contenu des épreuves

Une liste de dix à douze problèmes est proposée. Sans aucune aide extérieure, les enfants disposent d'une heure pour s'organiser, résoudre les problèmes, adopter une seule solution pour la classe et la rédiger avec explications. Le nombre et la difficulté sont choisis pour que chaque élève puisse participer et que l'ensemble de la tâche soit trop lourd pour quelques individus.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1992-93 : création du Rallye Mathématique Romand ouvert aux classes de 3ème, 4ème et 5ème primaire (8-11 ans)

Participation :

1ère édition **1992-1993 :**
20 classes

2ème édition **1993-1994 :**
38 classes

3ème édition **1993-1994 :**
82 classes

EPREUVES

Collectives
Catégories : 3
3P, 4P, 5P
Problème: 8 à 12 en 1h30
De difficultés échelonnées.
Les solutions sont à rédiger avec explications détaillées.

PARRAINS

Revue MATH-ECOLE

Banques et commerces de Suisse romande.

COMPETITION

1. Épreuve d'entraînement de décembre à février

2 éliminatoires :
– en mars
– en mai

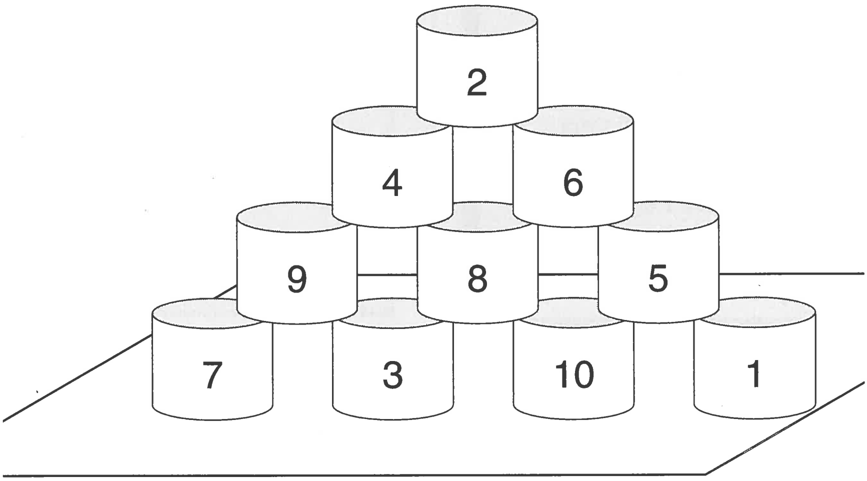
Finale :
- fin mai – début juin dans une école de Suisse romande

CONTACTS

IRDP et MATH-ECOLE
43, faubourg de l'Hôpital
Case postale 54 CH-2007 Neuchâtel
Tel : 41 38 24 41 91
Fax : 41 38 25 99 47

1 - LA NOCE A THOMAS

A ce jeu, on lance des balles pour faire tomber des boîtes.
Lorsqu'une boîte tombe, elle entraîne dans sa chûte toutes celles qui sont posées sur elle.
A la fin du jeu, on compte tous les points marqués sur les boites qui sont tombées.



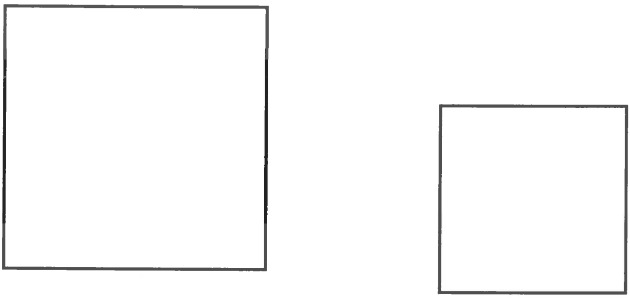
Thomas a obtenu exactement 33 points. Quelles boîtes a-t-il fait tomber ?
Thomas dit qu'il a obtenu ses 33 points en lançant deux balles seulement.

Quelles sont les deux boîtes qu'il a touchées avec ses deux balles ?

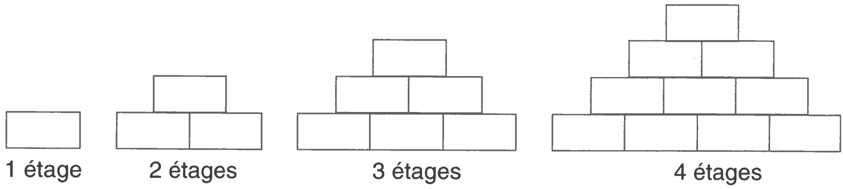
2 - LIGNE DE PARTAGE

D'un seul trait tracé à la règle, partagez ces deux carrés à la fois, chacun en deux parties égales.

Attention, la même droite doit partager les deux carrés !



3 - PYRAMIDES



Il faut 10 briques pour construire une pyramide de 4 étages.
Combien en faudra-t-il pour construire une pyramide de 12 étages ?

Est-ce vrai que pour construire une pyramide de 24 étages, il faudrait le double de briques que pour une pyramide de 12 étages ?
Expliquez votre réponse.

4 - VOISINS EN COULEURS

Les nombres écrits dans les cases de ce rectangle indiquent combien de cases voisines, se touchant par un coté, sont colorées.

2	0	1	0
0	2	1	1
1	1	1	1

Par exemple, sur la ligne du haut, la case de gauche a deux voisines colorées : elle porte le chiffre 2. La deuxième est colorée, mais n'a pas de voisine colorée. C'est pourquoi on a écrit «0» dans cette case. La troisième n'a qu'une voisine colorée, à sa gauche : elle est marquée «1». Et ainsi de suite …

1	2	2	1
1	2	2	2
0	1	2	0

Dans les cases de ce tableau, on a écrit le nombre de voisines colorées, mais on n'a pas encore dessiné les couleurs. Faites-le !

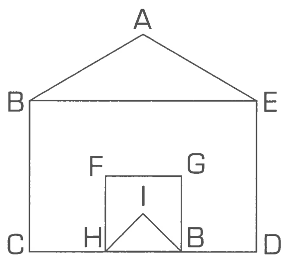
5 - LA PARTIE DE CARTES

Cinq personnes jouent aux cartes, à une table ronde.
Madame Dufour est assise entre Monsieur Nicod et Madame Pont.
Franck est assis entre Jean et Madame Lebrun.
Monsieur Nicod est entre Franck et Maude.
Aline a Monsieur Raton à sa gauche et Madame Pont à sa droite.
C'est à Louise de jouer.

Placez les cinq personnes autour de la table et notez pour chacune son nom et son prénom.

6 - D'UN SEUL TRAIT

Il est possible de dessiner cette figure sans jamais lever le crayon et sans passer deux fois le long d'une même ligne. On pourra, bien sûr, passer plusieurs fois par le même point figuré par une lettre.



Effectuez ce tracé de plusieurs façons !

7 - LA COLLECTION

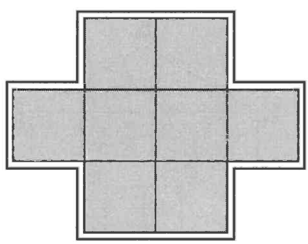
Otto, le fils de Mme et M. Coland, collectionne les autocollants.
Il demande à ses camarades de deviner combien il en possède et leur donne les informatios suivantes :

- J'en ai moins de 100.
- Si je les mettais par paquets de six, il m'en resterait trois.
- Si je les mettais par paquets de cinq, il m'en resterait aussi trois.
- Et si je les mettais par paquets de quatre, il m'en resterait toujours trois.

A vous de trouver combien Otto possède d'autocollants.
Expliquez votre réponse.

8 - GRILLE DE NOMBRES

Placez les huit nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 dans cette grille de telle sorte que deux nombres consécutifs (qui se suivent) ne soient jamais dans des cases se touchant, ni par un côté, ni par un sommet.



Essayez de découvrir toutes les solutions. Vous pouvez construire d'autres grilles, si c'est nécessaire.

9 - PARTIES DE RECTANGLE

Découpez ce rectangle en 4 parties, par 3 coups de ciseaux en ligne droite.
La somme des nombres des quatre parties doit être la même.

5	2	4	5
3	6	9	8
6	1	7	8

Marquez par des traits, sur le rectangle, vos trois coups de ciseaux.

10 - QUELS SACS !

Répartissez 40 billes dans 10 sacs, 3 sacs rouges et 7 sacs jaunes.

☛ Tous les sacs rouges doivent contenir le même nombre de billes.
☛ Tous les sacs jaunes doivent contenir le même nombre de billes.
☛ Un sac rouge et un sac jaune ne doivent pas, quant à eux, contenir le même nombre de billes.

1

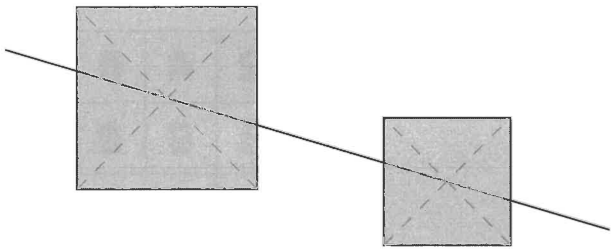
LA NOCE A THOMAS

Il a fait, par exemple, tomber les boites 9, 4, 6,2, 5, 7.
Il a touché les boites 7 et 5.

2

LIGNE DE PARTAGE

Il faut joindre les centres des carrés



3

PYRAMIDE

Il faudra 78 briques pour construire une pyramide de 12 étages.
Non, il ne faut pas le double de brique pour construire une pyramide de 24 étages.

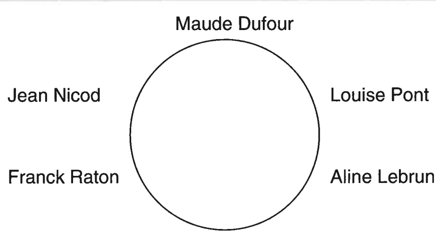
4

VOISINS EN COULEURS

1	2	2	1
1	2	2	2
0	1	2	0

5

LA PARTIE DE CARTES



6

D'UN SEUL TRAIT

Il y a plusieurs solutions. Elles ont toutes la même particularité : elles commencent à B pour aboutir à E ou le contraire.
Exemples : BAEDJGFHIJHCBE, ou encore BEDJIHFGJHCBAE …

7

LA COLLECTION

Otto possède 63 autocollants.

8

GRILLE DE NOMBRES

Il y a quatre solutions, mais elles sont toutes obtenues à partir de la première par symétries axiales.

	4	6	
7	1	8	2
	3	5	

9

PARTIES DE RECTANGLE

5	2	4	5
3	6	9	8
6	1	7	8

10

QUELS SACS !

Les 3 sacs rouges contiendront chacun 11 pièces, les sept sacs jaunes chacun une pièce.

RALLYE MATHÉMATIQUE DU CENTRE

C'est une compétition entre classes de troisième de Collège et de seconde de lycée des six départements de l'Académie d'Orléans-Tours. Depuis 1994 des établissements de Djibouti sont associés. En tout presque 20 000 élèves de l'Académie répartis dans environ 500 classes de collège et 250 classes de lycée participent à cette épreuve dont la durée est de 1h45.

Elle se fait sur une liste de 11 exercices (troisièmes) et de 14 exercices (secondes) dont certains sont communs. Ces exercices sont de natures diverses (géométrie, travaux numériques, combinatoire et logique) et de difficulté graduée (5,8 ou 10, 12 ou 15 points). L'humour n'est pas absent des sujets. Un recueil analytique (brochure IO n°49) est édité par l'IREM d'Orléans.

C'est l'esprit d'équipe et la cohésion de la classe qui sont valorisés. Par la variété des niveaux de difficultés des exercices, tous les élèves, quel que soit leur niveau en mathématique, apportent leurs compétences pour construire le dossier réponse de la classe. Une grande attention est portée à la rédaction des solutions et à leur justification.

L'équipe organisatrice (constituée de professeurs, d'universitaires et d'inspecteurs) vise ainsi à «ouvrir une fenêtre » et à «faire souffler un peu d'air frais » sur les mathématiques. Ses objectifs sont donc : l'incitation au travail en équipe, l'intéressement des élèves d'une même classe à une activité mathématique diversifiée, le développement de l'esprit scientifique, le développement des échanges avec les partenaires du système éducatif.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1986 : 30 classes d'Orléans.
1987 : 150 classes du Cher, de l'Indre et du Loiret.
1988 : 375 classes avec en plus l'Eure et Loir et le Loir et Cher.
1989 : 630 classes de toute l'académie.
1994 : 200 élèves de Djibouti participent.
1995 : dixième édition et record de participation avec 21500 élèves répartis dans 800 classes.

EPREUVES

Par classe entière Catégorien°2
3ème ou Seconde Palette de 11 exercices de difficultés variées pour les troisièmes
Palette de 14 exercices dont certains communs avec les précédents pour les secondes
Seules les notions mathématiques au programme des classes visées sont utiles.

PARRAINS

Conseil régional du Centre
Caisse d'épargne Val de France
Orléanais Caisse d'épargne Centre Val de Loire
Conseil généraux
Municipalités et mécènes locaux
Rectorat
Inspections académiques

COMPETITION

Une épreuve d'entraînement en décembre
L'épreuve officielle en mars
Chaque classe s'organise pour résoudre en 1h45 les exercices
Un palmarès académique pour les secondes et deux palmarès inter-départementaux pour les troisièmes
Six palmarès départementaux pour les collèges et lycées

CONTACTS

IREM Université d'Orléans BP 6759
45067 Orléans Cedex 2
Rectorat secrétariat des IPR 21 rue St Étienne
45043 Orléans Cedex

1 - LA CROISIERE S'AMUSE

Le trois-mâts « BELEM » croise à la vitesse constante de 6 noeuds au large des SABLES D'OLONNE en faisant route Nord-Sud.
La vigie aperçoit à 30° bâbord un petit voilier croisant d'Est en Ouest à la vitesse constante de 3 noeuds, distant de 1 mille.

Lorsque les bateaux seront à la même latitude, quelle distance les séparera au mètre près ?

Faire un dessin à l'échelle 1/10 000 comportant les positions initiales et finales des deux bateaux.
(1 mille = 1852 mètres, 1 noeud = 1 mille/heure).

(1993 - 8 points)

2 - A LA RENCONTRE DES BISSECTRICES

Soit ABCD un rectangle de dimension 10 cm et 15 cm. Les bissectrices des quatre angles droits se coupent deux à deux et forment un quadrilatère MNPQ.

1) Démontrer que ce quadrilatère est un carré.

2) Calculer le rapport de l'aire du carré à celle du rectangle.

(1995 - 5 points)

3 - CHER NOYAU

Dans une cerise on peut estimer que l'épaisseur de la couche de chair est égale au diamètre du noyau. On peut également admettre que le noyau et la cerise sont deux boules de même centre.

Quel est le rapport du volume de la chair à celui du noyau ?

(1989 - 5 points)

4 - A LA RÉGULIERE

Un garçon et une fille courent le 100 m. On suppose qu'ils courent à vitesse constante. Quand la fille passe la ligne d'arrivée, le garçon n'a parcouru que 95 m. Elle gagne donc avec 5 m d'avance.

Lorsqu'ils courent une seconde fois, la fille désirant rendre la course plus égale, s'est spontanément désavantagée en partant 5 mètres derrière la ligne de départ.

En supposant que chacun coure à la même vitesse que lors du premier 100 m, qui gagne la deuxième course ?

(199O - 5 points)

5 - GARE AU RADAR

Un automobiliste prudent emprunte une route nationale sur laquelle la vitesse est limitée à 90 km/h. Il se préoccupe de maintenir l'aiguille de son compteur sur la graduation 90. Son compteur indique qu'il a parcouru 5 km en 3 minutes et 20 secondes et il remarque qu'il vient d'être contrôlé par un radar (ce radar ne tolère pas un dépassement supérieur à 4 % de la vitesse maximale autorisée). Ce conducteur ne pense pas avoir roulé à une vitesse excessive. Cependant il ne sait pas que son chronomètre avance de 4 secondes par minute et que le compteur kilométrique de sa voiture exagère de 20 mètres par kilomètre parcouru.
Exprimer en pourcentage l'avance du chronomètre et donner le temps réel de parcours. L'automobiliste est-il en infraction ? Sera-t-il verbalisé ?

(1993 - 8 points)

6 - DE DUOBUS HOMINIBUS PANEM HABENTIBUS

« A propos de deux hommes qui avaient des pains »

Un jour deux hommes avaient l'un trois pains, l'autre deux. Ils allèrent se promener près d'une source. Lorsqu'ils furent arrivés en ce lieu, ils s'assirent pour manger ; un soldat passa ; ils l'invitèrent. Celui-ci prit place à coté d'eux et mangea avec eux, chaque convive ayant part égale.
Lorsque tous les pains furent mangés, le soldat partit en leur laissant cinq pièces pour prix de son repas. De cet argent le premier prit trois pièces puisqu'il avait apporté trois pains, l'autre, de son côté, prit les deux pièces qui restaient pour prix de ses deux pains.

Ce partage a-t-il été bien fait ? Sinon proposez le bon partage.

(1990 - 10 points)

7 - CARNET DE BAL

42 personnes (hommes et femmes) ont participé à un bal.

Au cours de la soirée :
• une femme a dansé avec 7 hommes
• une deuxième femme avec 8 hommes
• une troisième femme avec 9 hommes …
… et ainsi de suite jusqu'à la dernière qui a dansé avec tous les hommes présents.

Combien de femmes y avait-il à ce bal ?

(1988 - 10 points)

8 - HISTOIRES D'INVERSES

Un mathématicien hongrois W. Sierpinsky pense que pour tout entier naturel n supérieur à 1, on peut trouver trois entiers naturels x, y, et z tels que : 5/n = 1/x + 1/y + 1/z.
Ainsi pour $n = 2$, on a $x = 1$, $y = 1$ et $z = 2$.
Ainsi pour $n = 4$, on a $x = 2$, $y = 2$ et $z = 4$, mais aussi une deuxième solution : $x = 1$, $y = 8$ et $z = 8$.

Vérifier la conjecture de Sierpinsky pour n variant de l'entier 5 à l'entier 20 compris. Fournir pour chaque valeur de n, le plus possible de solutions.
Présenter les solutions dans un tableau dans lequel les solutions pour une même valeur de n sont regroupées. Pour chacune des solutions, les nombres x, y et z sont rangés dans l'ordre croissant.

(1989 - 15 points)

Solutions

1

LA CROISIERE S'AMUSE

Temps mis par le « BELEM » pour arriver à la latitude du voilier :
$t = \sqrt{3}/12$ (heure).
Distance parcourue par le voilier pendant ce temps t : $d = \sqrt{3}/4$ mille.
Distance séparant les deux bateaux :
$(2 - \sqrt{3})/4$ mille $\approx 0,067$ mille ou 124 mètres.

2

A LA RENCONTRE DES BISSECTRICES

On voit tout de suite que MNPQ est un rectangle ; on montre à l'aide de triangles rectangles isocèles et des configurations de Thalès que les cotés mesurent tous $5\sqrt{2}/2$.
Le rapport des aires est : 1/12

3

CHER NOYAU

Le rapport du volume de la chair à celui du noyau est : **26**

4

A LA RÉGULIERE

Dans la deuxième course, la fille et le garçon sont au même niveau au repère des 95 mètres. Et comme elle court plus vite, elle gagne sur les 5 derniers mètres !

5

GARE AU RADAR

Avance du chronomètre : 1/15
Soit t le temps réellement écoulé : $t = 200 \times 15/16$ secondes.
Soit d la distance réellement parcourue : $d = 5 \times 50/51$ km.
D'où la vitesse réelle est de 94,12 km/h environ, alors que la vitesse tolérée est de 93,6 km/h. L'automobiliste est en infraction !

Solutions

6

DE DUOBUS HOMINIBUS PANES HABENTIBUS

Le premier a donné quatre fois plus de pain que le second. Pour un partage équitable, le premier devra prendre quatre pièces et le second une pièce sur les cinq laissées par le soldat.

7

CARNET DE BAL

Il y avait 18 femmes au bal (et donc 24 hommes).

8

HISTOIRES D'INVERSES

Attention aux erreurs de programmation et aux fausses solutions...Quelques solutions parmi d'autre s :

n	x	y	z
2	1	2	1
3	1	2	6
4	1	6	12
5	2	3	6
6	2	4	12
7	2	5	70
8	2	9	72
9	2	19	342
10	3	7	42
11	3	9	99
12	3	13	156
13	3	20	780
14	3	43	1806
15	4	13	156
16	4	17	272
17	4	23	1564
18	4	37	1332
19	4	77	5852
20	5	21	42

RALLYE MATHÉMATIQUE D'ALSACE

Le Rallye Mathématique d'Alsace est créé en 1973 par le Professeur GLAESER de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg. Il s'inspire des Olympiades et est la première épreuve de ce genre en France.

Il s'adresse à tous les élèves volontaires des Premières et Terminales scientifiques d'Alsace et de quelques lycées à l'étranger (Baden-Baden, Freiburg, Saarbrücken, Wien). Les 2 compétitions ont lieu durant le printemps.

Les élèves concourent par binômes et sont confrontés pendant 4 heures à 3 exercices faisant appel à l'intuition, l'imagination, l'originalité, la rigueur scientifique et la clarté de l'exposé.

Le Rapport du Rallye Mathématique d'Alsace, publié chaque année, regroupe les sujets, les corrigés, le palmarès, les remarques et les idées originales rencontrées dans les copies. Distribué à tous les enseignants de Mathématiques de notre académie, il peut, par ses remarques pédagogiques, servir de support à des Mathématiques innovantes.

Le Comité Organisateur réunit au sein de l'IREM de Strasbourg 5 membres, enseignants du Supérieur et du Secondaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

• Créé en 1973, le rallye mathématique d'Alsace est le premier rallye régional ayant existé en France.
• **1996** : le 23^{e} Rallye réunit 1500 élèves de Première et de Terminale. Environ 80 seront primés.
• Le rallye est organisé à l'initiative de l'IREM de Strasbourg avec le soutien du Rectorat, de l'Université Louis Pasteur (Strasbourg I) et du département de mathématiques.

COMPETITION

2 épreuves (1 par niveau) : les élèves concourent par binômes.

Palmarès : au courant du mois de Juin, cérémonie présidée par Monsieur le Recteur de l'Académie de Strasbourg.

ÉPREUVES

2 catégories : élèves de Première et de Terminale.

Les élèves sont groupés par 2 et ont à leur disposition une salle de classe pour une durée de 4 heures.

PARRAINS

Collectivités locales :
Conseil Régional d'Alsace, Conseil Général du Bas-Rhin, municipalités.
Quelques entreprises privées,
Régionale de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques), ...

CONTACTS

Madame Claudine KAHN IREM de Strasbourg
10, rue du Général Zimmer
67000 STRASBOURG
Tél. : 88-41-63-07
Fax : 88-41-64-49

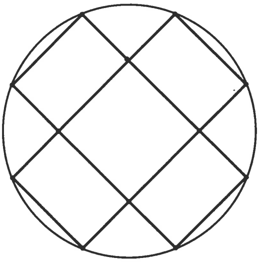
RALLYE DE TERMINALE 96

1 - Proposer une méthode et l'appliquer pour déterminer, sans l'aide d'une calculatrice, les deux derniers chiffres de l'écriture décimale de 97^{1996}

2 - On fixe deux réels strictement positifs a et b . Montrer que si a et b sont inférieurs ou égaux à 2, alors $a^a + b^b > ab$.

Qu'en est-il dans les autres cas ?

3 - On désire placer 4 sets rectangulaires identiques sur une table ronde de rayon R. Ils ne peuvent ni se chevaucher, ni dépasser de la table. Ils sont disposés comme indiqué sur la figure.



On veut que ces sets soient d'aire maximale. Quelles doivent être leurs dimensions ?

RALLYE DE PREMIERE 96

4 - On se donne trois réels a, b, et c compris entre 0 et 1.
Montrer l'inégalité :

$$\frac{a}{1+bc}+\frac{b}{1+ac}+\frac{c}{1+ab}\leq 2$$

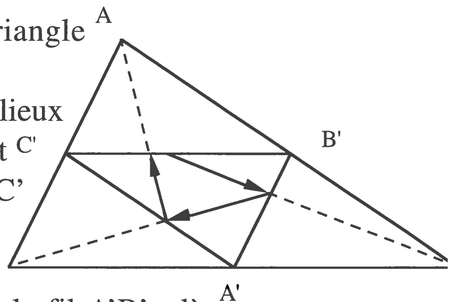
5 - Danielle et Anne cultivent chacune leur jardin rectangulaire. Celui de Danielle a la plus grande longueur et la plus grande surface. **Qu'en est-il du périmètre ?**

Si Danielle avait celui de plus grande longueur et de plus grand périmètre, serait-elle sûre d'avoir celui de plus grande surface ?

6 - Le professeur Spidermath a découvert que l'espèce d'araignée «Araneida Dreiecka» tisse sa toile de la manière suivante :

-elle place 3 fils formant un triangle noté A B C

-elle relie par 3 autres fils les milieux des côtés de ce triangle, formant un deuxième triangle noté A'B'C' (voir figure) ;



-elle part du fil B'C' et se dirige vers C jusqu'à rencontrer le fil A'B' ; là, elle change brusquement de direction et se dirige vers B en allant jusqu'au fil C'A' où elle change encore de direction se dirigeant désormais vers A jusqu'au fil B'C'.

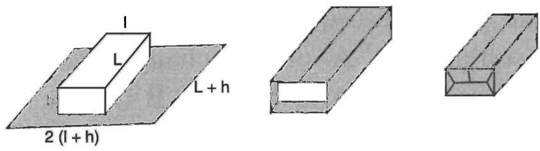
Peut-elle retomber sur son point de départ ?

RALLYE DE TERMINALE 95

7 - Au royaume du Père Ubu, les années ne sont comptées qu'avec les nombres ubuesques. Les nombres ubuesques sont des nombres qui ne sont pas égaux à un nombre multiplié une ou plusieurs fois par lui-même.
La première année s'appelle Ubu 2, la deuxième Ubu 3, la troisième Ubu 5, la quatrième Ubu 6, la cinquième Ubu 7, la sixième Ubu 10, etc ...
Comment s'appellera la 199495ème année ?

8 - *Le palais de Thram II, fils d'Ottokar IV*
En Syldavie, le gouvernement est formé de cinq ministères. Pour travailler efficacement, le roi Thram II décide de faire construire un palais pentagonal. Un concours s'adressant à tous les architectes est ouvert. Le palais doit être partagé par des cloisons intérieures reliant tous les sommets. Chaque ministère disposera d'une aile triangulaire ayant deux murs extérieurs. La partie commune à deux ministères sera consacrée aux relations interministérielles. Pour éviter les jalousies, Thram II souhaite que chaque ministère dispose d'une aile d'un hectare.
Montrer que tous les projets des architectes auront la même superficie totale.

9 - Pour le Nouvel An Chinois, la compagnie des Marchands Associés de Thé a décidé d'offrir à ses plus fidèles clients sa spécialité au jasmin enveloppée dans de la soie. Pour emballer une boîte de dimensions L , l , h, on dispose d'un rectangle de tissu de dimensions (L + h) , 2(l +h).
Calculer pour un volume V fixé du paquet, les dimensions L, l, h, qui leur feront utiliser le moins de soie possible.



10 - HISTOIRE D'ŒUFS

Il est bien connu que les Shaddocks pondent des oeufs. Pour pondre un oeuf, ils doivent compter jusqu'à 4. Ou plutôt, quand un Shaddock compte régulièrement, il pond toujours un oeuf à chaque multiple de 4.

Le Ministre des Pontes a chargé son Conseiller Shaddock de compter tous les oeufs entreposés dans la réserve du Ministère.Le Conseiller, exténué d'avoir tant compté et pondu, note 1995 oeufs sur son registre.

Combien y avait-il d'oeufs initialement dans la réserve ?

(Rallye de première 95)

11 - ÉTAGERES ESTHÉTIQUES

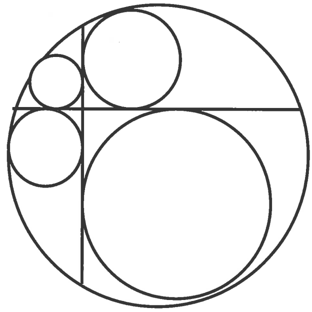
On veut empiler des assiettes identiques sur des étagères superposées pouvant supporter chacune au maximum une pile de cinq assiettes. Pour des raisons d'équilibre, le nombre d'assiettes par étagère doit diminuer strictement avec la hauteur.

Combien y a-t-il de possibilités de rangement suivant le nombre d'assiettes et le nombre d'étagères ?

(Rallye de première 95)

RALLYE DE TERMINALE 94

12 - La construction du Tramway de Strasbourg a nécessité d'enterrer 4 câbles. Une des solutions techniques envisagées a été de choisir une gaine de diamètre intérieur D compartimentée par deux parois perpendiculaires, les câbles étant collés aux deux parois.



Montrer que la somme des diamètres des 4 câbles est inférieure à $4(\sqrt{2}-1)D$.

13 - Déterminez les entiers naturels x, y, z tels que :

$$x^{(y^z)}\, y^{(z^x)}\, z^{(x^y)} = 1994^{1994}xyz$$

14 - Madame Lacraie, professeur de Mathématiques, enseigne dans deux classes de même niveau ayant chacune deux heures de Mathématiques par semaine. La classe A a une heure le lundi et une heure le jeudi. La classe B a une heure le mardi et une heure le vendredi. Normalement Madame Lacraie traite un paragraphe par heure, mais lorsqu'elle refait un cours pour la deuxième fois, elle va deux fois plus vite.

Au bout de dix semaines de classe combien de paragraphes auront été traités dans chaque classe ?

Solutions

1 **21**

3

$$L = R\sqrt{2-\sqrt{2}} = R\sqrt{2}\cos(\frac{\pi}{8})$$

$$l = \frac{R}{2}(\sqrt{2+\sqrt{2}} - \sqrt{2-\sqrt{2}}\ ) = R\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{8})$$

7

La 199 495è année aura un nom ubuesque supérieur à 199 495. Essayons avec Ubu 200 000. Retranchons 1 et toutes les puissances d'entiers.
Or $2^{17} < 200\,000 < 2^{18}$, donc le plus grand exposant à retirer sera 17. On enlèvera k fois les puissances d'exposant p,où kest la partie entière de

$$\sqrt[p]{200000} - 1$$

On retire les puissances d'exposant 2 (il y en a 446), 3 (57), 5(10), 7(4), 11(2), 17(1). Celles d'exposants 4, 9, 16, 8 ont déjà été retirées. Quant aux puissances d'exposants 6 (carrés **et** cubes), ou 10 (carrés et puissances d'exposant 5), ou 14, ou 15, il faut les ajouter car elles ont été retirées 2 fois. Pour les puissances d'exposant 12, ajoutés 2 fois et retirés une fois, on ne les compte pas. Le rang de Ubu 200 000 est donc de :
200 000 –1 –446–57–10 +6 – 4 +2 –2 –1 + 1 + 1 –1 = 199 488, et **la 199 495ème année sera Ubu 200 007**, puisqu'aucune puissance d'exposant entre 2 et 17 ne s'intercale entre 200 001 et 200 007.

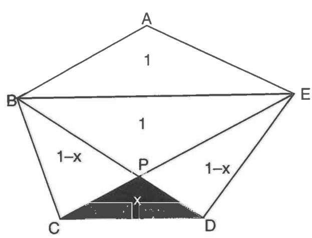
8

• Les hauteurs relatives à [CD] des triangles BCD et CDE, qui ont même aire, sont égales, donc **(BE) // (CD)**. **Chaque diagonale est donc parallèle au côté opposé.**
• Compte tenu des aires figurant sur le dessin, $\frac{\text{airePCD}}{\text{airePDE}} = \frac{PC}{PE} = \frac{\text{airePCB}}{\text{airePEB}}$

$\frac{x}{1-x} = \frac{1-x}{x}$ donne après résolution, et comme x doit être inférieur ou égal à 1, $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

• L'aire totale de chaque pentagone-solution (4 – x) sera donc :

$$4 - x = \frac{5+\sqrt{5}}{2}$$



9

Aire de la soie : $S = 2\,(l + h)\,(L + h)$ $= 2(l+h)(\frac{V}{hl} + h)$
Pour h fixé, S est minimum pour

$l = L = \sqrt{\frac{V}{h}}$ alors, $S = 2(l+h)^2 = 2(h + \sqrt{\frac{V}{h}})^2$ est minimum pour

$h = \sqrt[3]{\frac{V}{4}}$ et alors ***l* = L = 2*h*.**

10

Après avoir compté 4 anciens oeufs, il en pond un nouveau qu'il compte aussitôt. Après cela, il lui suffira de compter 3 anciens oeufs de plus pour en pondre un nouveau, puis il faudra à chaque fois ajouter 3 anciens oeufs à chaque nouvel oeuf pour que le Shaddock en ponde un.

Si l'ancien nombre d'oeufs est de la forme 4+3x+r avec r = 0,1 ou 2, alors le Conseiller pondra 1+ x oeufs et il y en aura 5+4 x+r, avec r = 0 ; 1 ; 2. 1995 = 5+ 4x+r $\Leftrightarrow$ 4x+r = 1990
Or, 1990 = 4 $\times$ 497 + 2 $\Rightarrow$ x = 497
Il y avait 4 + 3 $\times$ 497+2 = **1497 oeufs**

Remarque : Le nombre final d'oeufs étant de la forme 5 + 4x + r avec r = 0 ;1 ; 2 il ne peut être un multiple de 4, et il ne suffit donc pas d'enlever un quart (avec 1996, il n'y aurait pas de solution).

11

On a au maximum 6 étagères et 15 assiettes.
- Si **1** étagère, on a de 0 à 5 assiettes. **1 seul** rangement dans **chaque cas**.
- Si **2** étagères, on a de 1 à 9 assiettes. Pour 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 assiettes, on a respectivement **1, 1, 2, 2, 3, 2, 2, 1, 1** rangements.
- Si **3** étagères, on a de 3 à 12 assiettes. Pour 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 assiettes, on a respectivement **1, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 2, 1, 1** rangements, soient **19** rangements.
- Si **4** étagères, on a de 6 à 14 assiettes. Pour 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, assiettes, on a respectivement **1, 1, 2, 2, 3, 2, 2, 2, 1** rangements, soient **16** rangements.
- Si **5** étagères, on a de 10 à 15 assiettes. Pour 10, 11, 12, 13, 14, 15 assiettes, on a **chaque fois1** rangement, soient **6** rangements.
- Si **6** étagères, on aobligatoirement 15 assiettes et**1 seul** rangement.

14

Dans chaque classe Madame Lacraie traite d'abord à vitesse double la partie de cours qu'elle a faite une première fois dans l'autre classe, puis elle traite à vitesse normale une nouvelle partie de cours pendant le temps qu'il lui reste. La quantité de cours faite à vitesse double correspond à la quantité faite à vitesse normale pendant l'heure précédente dans l'autre classe. Si on appelle u_n la quantité de nouveau cours traitée par Mme Lacraie à la $n^{\text{ième}}$ heure on a :

$$u_n = 1 - \frac{u_{n-1}}{2} \qquad (1)$$

(la quantité u_{n-1} est traitée à vitesse double, le temps restant est $1 - u_{n-1}/2$)
Et on a $u_o = 0$ et $u_1 = 1$
On peut programmer la calculatrice pour calculer les premiers termes :
$u_1 = 1$; $u_2 = 1/2$; $u_3 = 3/4$; $u_4 = 5/8$; etc...
On constate en continuant les calculs que u_n s'approche de 0,666 ... c'est-à-dire 2/3.
Considérons alors la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 2/3$. On aura $v_{n+1} = u_{n+1} - 2/3$. En utilisant la relation (1), on montre facilement que (v_n) est donc une suite géométrique de raison $(-1/2)$ et de premier terme $v_o = -2/3$ et par conséquent $u_n = v_n + 2/3 = (2/3) \times (1 - (-1/2)^n)$

• Cherchons maintenant la quantité totale de cours traité par Mme Lacraie

Dans la classe A : à sa 1ère heure, elle traite u_1
à sa 3ème heure, elle traite $u_2 + u_3$
à sa 5ème heure, elle traite $u_4 + u_5$
à sa (2n + 1) ème heure, elle traite $u_{2n} + u_{2n+1}$

Au bout de 10 semaines, sa dernière heure dans la classe A sera sa 39ème heure, elle aura donc traité :
$(u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_{38} + u_{39})$ paragraphes dans la classe A

Dans la classe B : à sa 2ème heure, elle traite $u_1 + u_2$
à sa 4ème heure, elle traite $u_3 + u_4$
... à sa 40ème heure, elle traite $u_{39} + u_{40}$

Au bout de 10 semaines, elle aura donc traité :
$(u_1 + u_2 + ... + u_{39} + u_{40})$ paragraphes.

Conclusion :

Dans la classe A : $26 + \frac{2}{9} + \frac{1}{9 \times 2^{38}} \approx 26{,}222$

Dans la classe B : $26 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} - \frac{1}{9 \times 2^{39}} \approx 26{,}889$

RALLYE MATHEMATIQUE DE CHAMPAGNE ARDENNE

L'une des originalités de ce rallye réside dans le fait qu'il ne s'agit pas d 'une compétition individuelle, mais d'un concours engageant l'ensemble de la classe. Cette épreuve, à l'expérience, soude la classe autour d'une démarche scientifique.

Les objectifs principaux :

– créer, à l'intérieur des classes participantes, une dynamique pour acquérir le sens du travail de groupe
– initier à la démarche scientifique (expérimenter, argumenter, expliciter, vérifier ...)
– démythifier les mathématiques en les abordant sous un angle moins scolaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

en 1989 : création du rallye ouvert dans les Ardennes et dans la Marne aux classes de 6ème, 5ème, 4ème, 3ème.

Depuis 1991, il est ouvert dans toute l'Académie soit : Ardennes, Aube, Marne et Haute-Marne, à ces mêmes niveaux.

EPREUVES

Par classe entière

Catégories : 4
6ème, 5ème, 4ème, 3ème

Problèmes : 12 en 1h30
3 degrés de difficulté
1 feuille-réponse par classe

PARRAINS

APMEP régionale.
Conseils généraux.

COMPETITION

Demi-finale :
En Avril (1h30) dans les établissements inscrits.
Finale :
En mai ou juin.

CONTACTS

IREM de Reims : Université de Reims Champagne Ardenne
UFR Sciences exactes et naturelles
Moulin de la Housse BP 347
51062 REIMS Cedex
Tél : 26 05 32 08
Fax : 26 85 35 04.

1 - ELISEZ-MOI (6e 5e)

Ouf, c'est fini. Le dépouillement du vote est terminé. Les quatre candidats, Elise, Bertrand, Chloé et Daniel se sont partagé les 1995 suffrages exprimés.
Elise est élue. Elle n'a pourtant obtenu que deux voix de plus que Bertrand. Mais Bertrand a obtenu deux fois plus de voix que Chloé. Et Chloé a eu sept voix de plus que le double des voix obtenues par Daniel.

Combien de personnes ont voté pour Elise ?

2 - C'EST EXTRA (6e 5e)

Dans cette addition, chaque lettre représente un chiffre différent.

$$\begin{array}{rr} & RMCA \\ + & MATH \\ \hline = & EXTRA \end{array}$$

Plusieurs solutions existent.

Nous vous demandons de trouver celle pour laquelle RMCA est un multiple de 223.

RMCA signifie " Rallye Mathématique de Champagne Ardenne "

3 - C D ROME

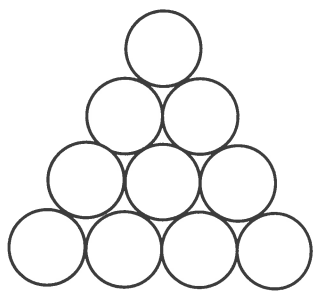
Vanessa et Thierry ont inventé un code consistant à remplacer chaque chiffre d'un nombre par son équivalent en chiffres romains. Continuant leur code, ils vous font parvenir une magnifique addition romaine. Malheureusement les espaces entre deux chiffres voisins ne sont pas indiqués.

I V I I + V I I I = I I I I

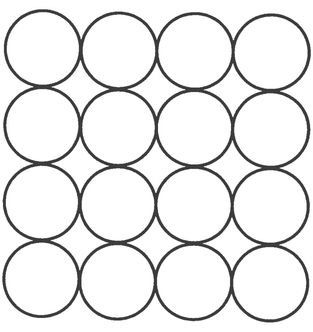
Soyez astucieux et retrouvez cette addition ne comportant pas de zéro.

Nous vous rappelons que, par exemple, I V I peut signifier 151, 16 ou 41.

4- TRIANGLE PASCAL



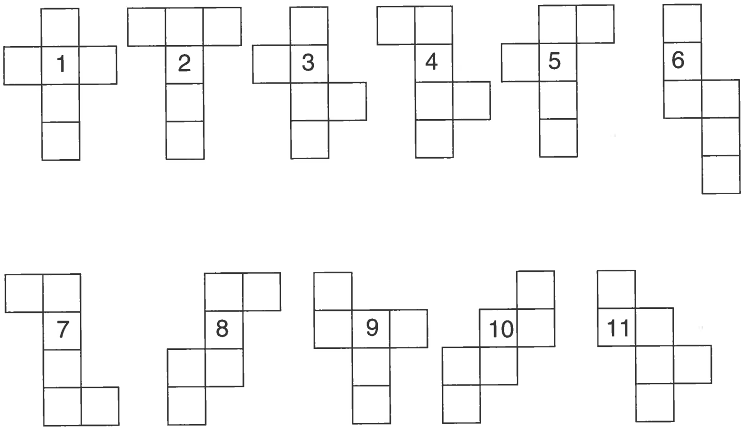
Dans son sac de tennis, Pascal, le moniteur, a moins de 100 balles. Il réalise un seul triangle avec toutes ses balles.



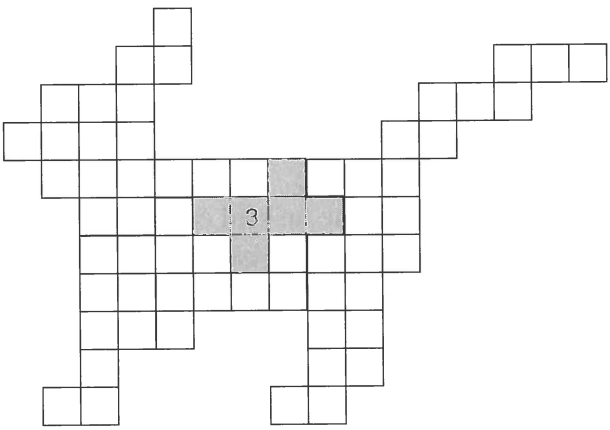
Sur le court voisin, son collègue réalise un seul carré avec le même nombre de balles.

Combien Pascal possède-t-il de balles de tennis ?

5- CHAT ALORS (6e 5e)



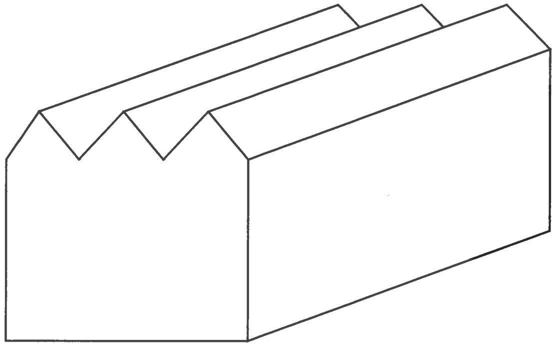
Mathou est un chat intelligent, construit avec les onze patrons du cube représentés ci-dessus. Nous avons déja placé le n°3, **à vous de continuer en indiquant sur la feuille réponse (ci-dessous) la place de chacun avec son numéro.**



6 – MAIS L'USINE (6e 5e)

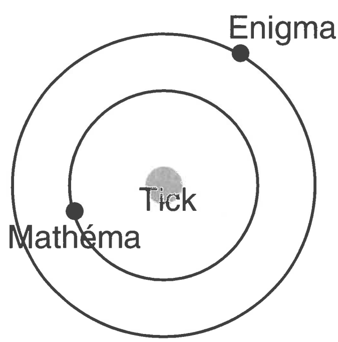
Cette usine est constituée de trois compartiments, elle possède 27 arêtes.

Combien de compartiments posséderait-elle si elle comptait 1995 arêtes ?



7 - PROBLEME A TICK (4e 3e)

Tick est une jolie planète imaginaire qui possède deux lunes : Enigma et Mathéma. Elles décrivent toutes deux, dans un même plan, un cercle autour de leur planète.



Enigma, la plus lointaine, tourne autour de Tick en sept jours dans le sens des aiguilles d'une montre tandis que Mathéma tourne dans l'autre sens en cinq jours.
Aujourd'hui 31 mai, on peut observer une éclipse d'Enigma par Mathéma.

Combien d'autres éclipses peut-on observer, de Tick, jusqu'au premier juillet prochain ?

1

ELISEZ MOI

728 personnes ont voté pour Elise.

2

C'EST EXTRA

$$\begin{array}{lr} & 5798 \\ + & 7860 \\ \hline = & 12658 \end{array}$$

3

C D ROM

42 + 71 = 113

4

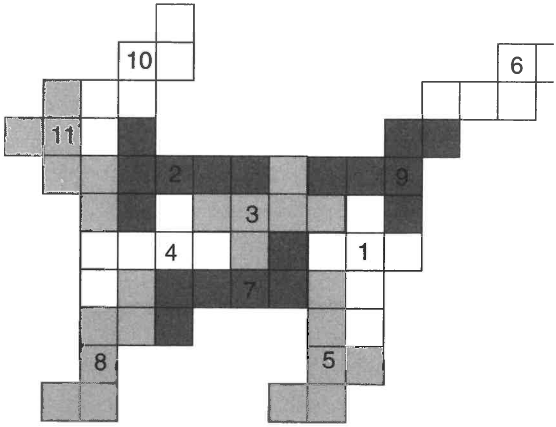
TRIANGLE PASCAL

Pascal possède 36 balles de tennis.

Solutions

5

CHAT ALORS



6

MAIS L'USINE

L'usine possèderait 331 compartiments

7

PROBLEME A TICK

10 éclipses

TOURNOI MATHÉMATIQUE DU LIMOUSIN

Le Tournoi, qui s'adresse aux élèves de quatrième, première ou terminale travaillant par équipe de deux, obtient la participation de tous les lycées et de plus de trois collèges sur quatre dans les trois départements de la Région : Corrèze, Creuse, Haute-Vienne.

Développer le goût de la recherche scientifique, promouvoir l'image des mathématiques auprès des jeunes et du grand public, tels sont ses objectifs. La remise des prix, grande fête des mathématique et des jeunes a lieu au printemps. Un grand nombre de jeunes de toutes sections y sont récompensés.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé en **1987** par la Régionale de Limoges de l'APMEP, le département de Mathématique de la Faculté des Sciences de Limoges, l'Inspection Pédagogique Régionale, l'IREM de Limoges, groupés en association « loi 1901 ».
Cinq mille élèves de quatrième et mille deux cents de première et terminale on participé au Tournoi Mathématique du Limousin en **1995**.

PARRAINS

Rectorat,
Conseil Général du Limousin,
Conseils Généraux de Corrèze, Creuse et Haute-Vienne.
Banque Tarneaud ...

EPREUVES

Par équipe de 2.

Catégories : 2, 4ème et 1ère/terminales.
Les textes proposés, sous forme ludique, donnent envie de chercher, nécessitent une solution rédigée et sont susceptibles de prolongements.

COMPETITION

Epreuve 4ème: en janvier (2 heures durant le temps scolaire).

Epreuve de 1ère et terminale : En février (4 heures un mercredi après-midi).

Remise des prix : en mai, au Centre Culturel Jean Moulin à Limoges.

CONTACTS

Tournoi Mathématique du Limousin :
IREM 123, av. Albert Thomas
87060 Limoges CEDEX
Jean Lebraud : 15, rue Jean Jaurès 87350 Panazol . Tel : 55 30 82 78

1 - FAITES LES EQUIPES (1e-T)

Au Tournoi Mathématique du Limousin, Anne, Béatrice et Colette sont des participantes de chacun des trois départements de l'Académie. L'une a seize ans , elles ont, toutes les trois, choisi un coéquipier dans leur département, l'un des coéquipiers s'appelle François, Béatrice n'habite pas la Haute-Vienne, Didier n'est pas le coéquipier de Colette, Anne n'a pas seize ans et n'habite pas la Corrèze, Etienne n'habite pas la Creuse, celle qui a quinze ans n'habite pas la Haute-Vienne, la coéquipière de Didier n'a pas quinze ans, celle qui a dix-sept ans habite la Corrèze.

Reformer les équipes, donner leur département d'origine et l'âge des jeunes filles.

2 - LES PHARAONS MULTIPLIENT

La multiplication au temps des pharaons :

21	35	~~28~~	~~386~~
~~10~~	~~70~~	~~14~~	~~772~~
5	140	7	1544
~~2~~	~~280~~	3	3088
1	560	1	6176
	735		10808

$21 \times 35 = 735$ $\qquad$ $28 \times 386 = 10808$

Observez. et décrivez le procédé. Par le même procédé calculez 19×95 et construisez une situation où la colonne de gauche comporte 8 lignes et où on barre toutes les lignes sauf la dernière. **Construisez une situation à 8 lignes encore, où on ne barre aucune ligne. Justifiez le procédé utilisé au temps des pharaons.**

3 - BONNES DISPOSITIONS (1e-T)

Une règle articulée est constituée de trois morceaux de même longueur AB, BC, CD.
Proposez une disposition de cette règle articulée telle que AD = 3 AB.
Proposez plusieurs dispositions telles que AD = AB.
Proposez plusieurs dispositions telles que AD = 2 AB.

Parmi les dispositions où AD = 2 AB il y en a une où (AD) est parallèle à (BC). **Combien mesurent les angles du quadrilatère ABCD ainsi obtenu ?**

Pouvez vous trouver une disposition telle que AC = BD = AD ?

4 - CARRÉS ET COULEURS (1e-T)

On veut colorier un quadrillage de telle sorte qu'il n'y ait pas deux carrés de même couleur sur une même colonne, ligne ou diagonale.

Combien de couleurs sont nécessaires pour colorier :
- un quadrillage 2×2 ?
- un quadrillage 3×3 ?

Quel est le plus petit entier *n* (différent de 1, bien sûr !) pour lequel un quadrillage $n \times n$ peut être colorié en utilisant *n* couleurs différentes ?

Imaginez un prolongement à ce texte.

5 - DEMINEUR (4e)

Les cases **vides** de ce quadrillage **doivent être coloriées en rouge ou en bleu.**

Un nombre écrit sur une case indique le nombre de cases rouges «qui l'entourent».

1		1		1	1	1	
2			1			1	
2		2	1	1	1	2	
1	1	1				1	
		1	1	2	1	3	
	1	2				3	
	1		2	2	1	3	
	1		1			1	1

6 - JOUR DU MENSONGE (4e)

Deux frères, Antoine et Bernard, disent toujours la vérité, avec une seule exception : chacun ment au sujet de son anniversaire le jour même de son anniversaire.

On leur demande aujourd'hui, 17 janvier :
«Quand est votre anniversaire ?»
Antoine répond : «Hier !»
Bernard répond : «Demain !»

Mais demain, 18 janvier, ils feront les mêmes réponses à la même question...

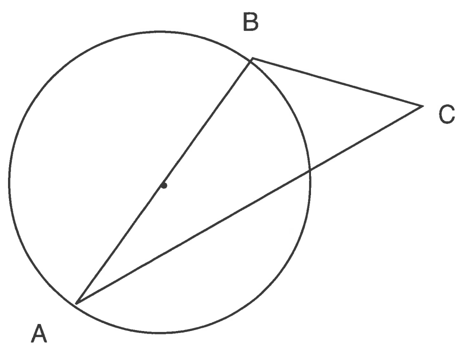
Quand est donc l'anniversaire de chacun ?

7 - MENAGEZ LA GOMME (4e)

Quelle distance maximum peut-on parcourir avec une voiture disposant de 7 pneus neufs, sachant que chaque pneu peut faire 40 000 km ?

8 - LE LOGO DE CARO (4e)

Caroline dessine un logo à partir du dessin ci-contre :



Hélas ! Elle ne dispose plus que d'une règle et pour compléter ce logo elle doit encore construire :
- un rectangle de diagonale [AB] et dont l'un des côtés a pour support la droite (BC).
- les hauteurs du triangle ABC.

Aidez Caroline en justifiant votre démarche.

1

FORMEZ LES ÉQUIPES

Anne a 15 ans ; elle est de la Creuse et fait équipe avec François.
Béatrice à 17 ans ; elle est de la Corrèze et fait équipe avec Didier.
Colette a 16 ans ; elle est de la Haute-Vienne et fait équipe avec Etienne.

2

LA MULTIPLICATION DES PHARAONS

La multiplication est fondée sur la décomposition en base 2 de l'un des facteurs (le plus petit). Elle se ramène alors à composer additions et multiplications par 2.

4

CARRÉS ET COULEURS

Pour un quadrillage 2 x 2, il est nécessaire et suffisant bien sûr, d'avoir 4 couleurs. En effe, sinon deux cases ont la même couleur. Or, deux cases quelconques sont sur une même ligne, colonne ou diagonale.

Dans un quadrillage 3 x 3, il n'est pas possible de trouver trois carrés dont deux ne soient pas sur une même ligne, colonne ou diagonale. Donc une couleur ne peut être utilisée au mieux que pour deux carrés. Comme il y en a neuf, il faudra au moins 5 couleurs; C'est donc le nombre minimal de couleurs nécessaires pour un quadrillage 3 x 3.

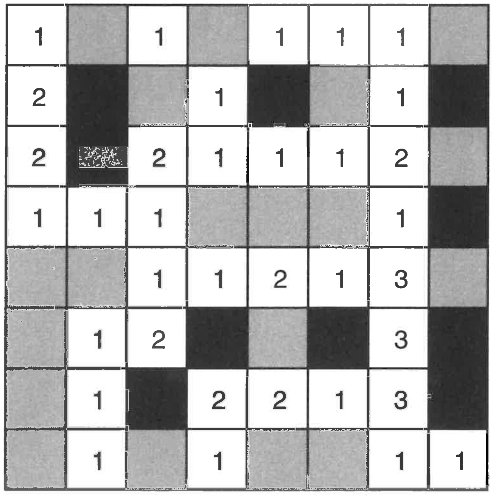
En fait les cinq couleurs suffisent pour colorier un quadrillage 5 x 5 par une méthode qui n'est pas isuue d'un tâtonnement : il suffit de disposer les cinq couleurs dans la colonne de gauche (il est clair que cinq couleurs sont nécessaires !) et de décaler de deux vers le bas en passant à la colonne de droite et ainsi de suite.

Solutions

5

DÉMINEUR

Il y a une seule solution. Les cases rouges sont représentées en noir, les cases bleues en gris.



6

JOUR DU MENSONGE

Antoine est né le 17 janvier et Bernard le 18.

7

MÉNAGEZ LA GOMME

Le maximum de kilomètres possibles est $40000 \times 7 / 4 =$ **70000 km.**
Il reste à montrer que c'est possible. Voici une des solutions, où on a mis entre parenthèses le nombre de multiples de 10000 km parcourus :
1-2-3-4 (1), 1-2-3-5 (1), 1-2-3-6 (1), 1-2-3-7 (1), 4-5-6-7 (3).

8

LE LOGO DE CARO

• Rectangle : (BC) recoupe le cercle en D. Soit E le point diamétralement opposé à D. ADBE est le rectangle cherché.
• Hauteurs : AD est une des hauteurs de ABC.
AC coupe le cercle en F. BF est une deuxième hauteur.
Les deux hauteurs AD et BF se coupent en H, orthocentre de ABC. (CH) est donc la troisième hauteur.

RALLYE MATHEMATIQUE DE POITOU - CHARENTE

Le rallye est une compétition de classes complètes. Les élèves s'organisent en groupes de travail et choisissent des questions (10 en 3ème et 12 en 2nde). La classe doit fournir un dossier avec une feuille par question. On demande des explications et on apprécie l'esprit des copies : propreté, dessin humour. Les exercices sont variés pour que chacun puisse participer avec son niveau de compétence. Les résultats et les corrigés sont envoyés après les épreuves ainsi qu'un commentaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création du rallye de Chjarente Maritime et des Deux-Sèvres.
1992 : 2ème rallye étendu aux 4 départements de l'académie.
1993 : rallye annulé pour raisons techniques
1994 : 3ème rallye
1995 : 4ème rallye
1996 : 5ème rallye

EPREUVES

Collectives

2 Catégories :
Classe de 3ème : 10 exercices
Classes de 2nde : 2 exercices de plus

COMPETITION

- Epreuves d'entraînement avec participation du professeur
- Epreuves finales où tous les documents sont permis

PARRAINS

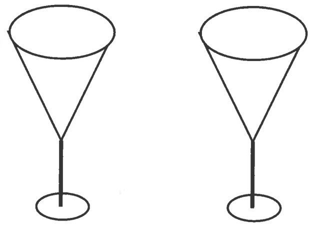
- APMEP régionale de Poitiers
- IREM de Poitiers
- Appuis pédagogiques des IPR

CONTACTS

IREM de POITIERS Faculté des Sciences
40, avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS
Yvonne Noël
19, avenue de La Burgonce 79000 NIORT

1- À VOTRE SANTÉ !

ESPANOL



Dos hermanos sedientos habian llenado dos vasos idénticos de forma conica con una bebida refrescante. Al llegar un grupo de amigos, decidieron repartir con equidad el contenido de los dos vasos. Tomaron vasos idénticos a los suyos que llenaron hasta la mitad de su altura.

¿ Cuantos amigos agasajaron asi ?

ENGLISH

Two thirsty brothers had filled two coniform glasses of the same size to the brim with a refreshing drink. When a group of friends arrive, they decided to share the contents of the two glasses fairly because there was no drink left. They took other glasses of the same shape and size which they filled halfway up.

How many friends did they welcome ?

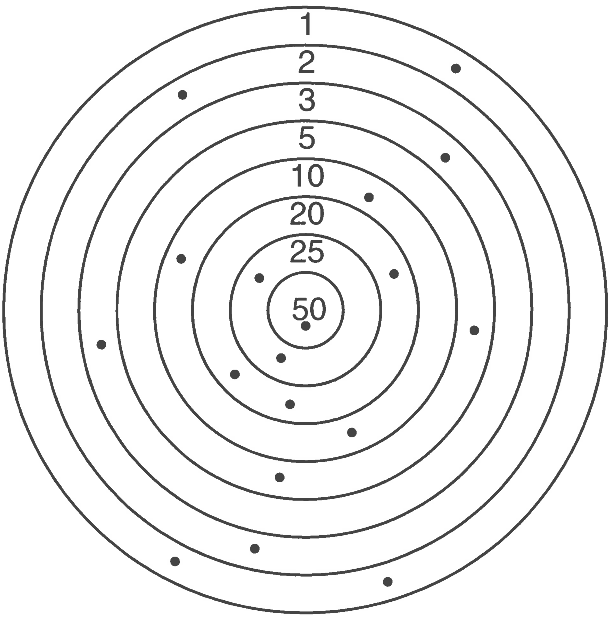
DEUTSCH

Zwei durstige Brüder hatten zwei identische konische Gläser mit einem erfrischenden Getränk voll gefüllt.
Als eine Freundengruppe ankam, beschlossen sie, weil kein Getränk mehr da war, den Inhalt der zwei Gläser gleichmäßig auszuteilen. Sie nahmen also neue Gläser vom gleichen Modell wie die ersten, und füllten sie bis zur Hälfte ihrer Höhe.

Wie viele Freunde empfingen sie ?

2- LA CIBLE

Hervé, François et Claude ont tiré chacun à tour de rôle 6 fois dans la cible ci-contre avec une carabine à air comprimé. Le juge arbitre qui avait, pour chaque tireur, relevé les impacts leur annonça :



"Vous avez chacun marqué le même nombre de points. Avec les deux derniers coups, Francois a marqué 22 points, et la première tentative de Claude lui a rapporté 3 points seulement."

A vous de retrouver le décompte des points des trois garçons...!

3 - LE COMPTE EST BON

1 2 3 8 9 10

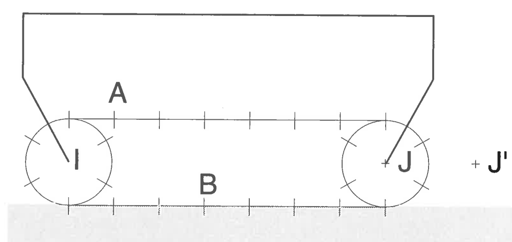
On a représenté ci-dessus six jetons numérotés 1, 2, 3, 8, 9 et 10. On peut choisir 1 jeton ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 ... Chaque fois vous faites la somme des nombres indiqués sur les jetons choisis (par exemple si vous choisissez 1, 9 et 10, la somme est 20). Soit X est le plus grand nombre que l'on peut obtenir en calculant les sommes. Montrer qu'il existe seulement deux nombres Y et Z plus petits que X que l'on ne peut obtenir.

On constate que Y + Z = X. Pouvez-vous dire pourquoi ?

4 - CRAMPONNEZ-VOUS

Un jouet avec roues chenillées avance sur le sable "sans patiner". Sur le dessin ci-dessous le jouet est représenté à sa position de départ. On a marqué les emplacements des crampons sur la chenilles et les roues. La distance entre deux crampons est de 1 centimètre. Le jouet a avancé et J est venu en J' (distance 2 cm).

Indiquer la nouvelle position A' du crampon A, et la position B' du crampon B.

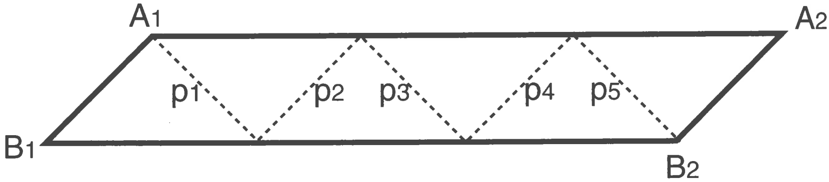


5- PATRON ON COMPLETE !

La bande de la figure ci-dessous est formée de six triangles rectangles isocèles. On a $A_1A_2 = 18$ cm.

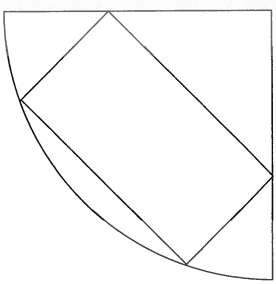
En pliant sur p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 de façon à amener A_1 sur A_2 et B_1 sur B_2, on obtient la surface latérale d'un solide que l'on complète par deux triangles équilatéraux de côtés 6 cm.

Calculer le volume de ce polyèdre à huit faces.



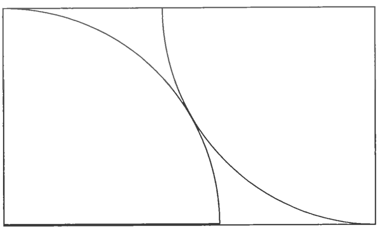
6 - LES ETAGERES

Fabrice veut installer dans deux angles de sa chambre deux petites étagères en quart de cercle pour y poser les baffles de sa chaîne Hi-Fi. La base des deux baffles est un rectangle de dimensions 11 cm et 21 cm, et chaque baffle sera disposé comme l'indique la figure.

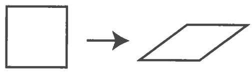


Il achète une planchette rectangulaire en bois dans laquelle il découpera les deux étagères. Pour limiter la perte de bois, les deux quarts de cercles seront tangents.

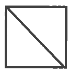
Quelles sont les dimensions de la planchette ?



7 - BLOCAGE...!



Un quadrilatère dont les côtés sont de longeur 1, est articulé en ses sommets; il est donc déformable dans le plan.

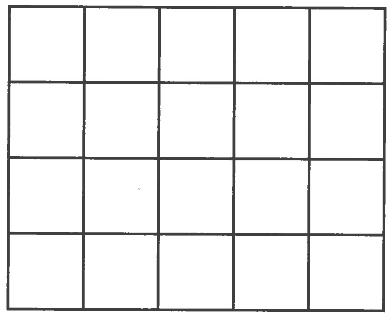


Je suis indéformable !

Si on lui adjoint une barre de longueur racine de 2, il n'est donc pas déformable.

Le réseau ci-dessous est plan, composé de barres de longueur 1, toutes articulées entre elles. Ce réseau est déformable.

Combien de barres, au minimum, de longueur racine de 2 faut-il lui adjoindre pour qu'il ne soit plus déformable ?



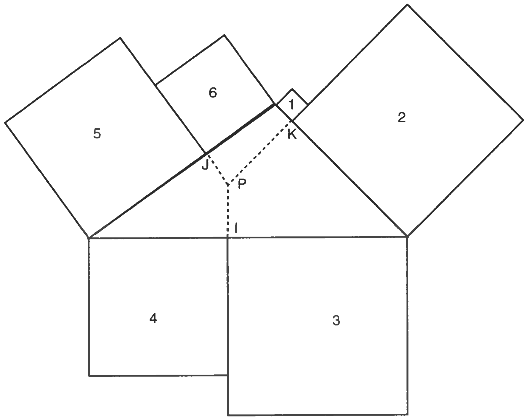
8 - LE COFFRE COFFRÉ

Teddy Strait a laissé le code à 9 chiffres de son coffre-fort à l'intérieur du coffre-fort !

Heureusement il se souvient que le code ne contient pas de zéro, que les chiffres sont tous différents, et, qu'à partir de la gauche
- le nombre formé par le 1er et le 2ème chiffre est multiple de 2,
- le nombre formé par le 2ème et le 3ème chiffre est un multiple de 3,
- le nombre formé par le 3ème et le 4ème chiffre est un multiple de 4,
- et ainsi de suite...jusqu'au nombre formé par le 8ème et le 9ème chiffre qui est un multiple de 9.

Avec ces renseignements, il trouve deux possibilités. Quelles sont-elles ?

9 - DES CARRÉS DES CARRÉS



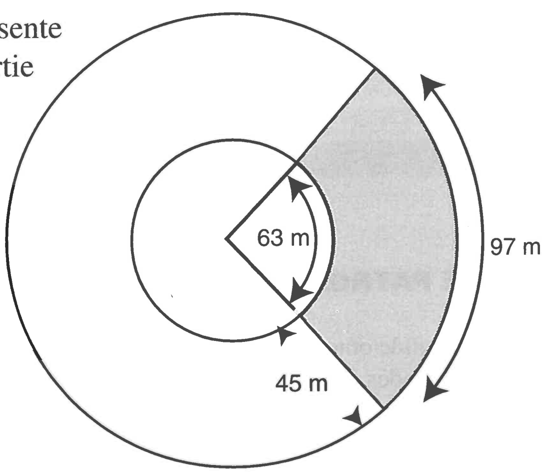
Un point P situé à l'intérieur d'un triangle ABC se projette orthogonalement en I, J et K sur les trois côtés du triangle.
on construit alors les six carrés comme l'indique la figure.

Montrer que, quelle que soit la position du point P, la somme des carrés 1, 2, 3 et 5 est égale à la somme des aires des carrés 2, 4 et 6.

10 - ECHANGERAIT TERRAIN

La figure ci-contre représente un terrain qui est une partie d'une couronne.

Si on vous propose d'échanger ce terrain contre un terrain "carré" de 60 m de côté, cet échange vous est-il favorable ?



1

À VOTRE SANTÉ !

En remplissant à mi-hauteur, on obtient le huitième du volume. Il y a donc de quoi abreuver 16 personnes, donc 14 amis supplémentaires.

2

LA CIBLE

Chacun réalise 71 points en 6 tirs :

Hervé : 25, 20, 10 (2), 5, 1.
François : 25, 20 (2), 3, 2, 1.
Claude : 50, 10, 5, 3, 2, 1.

3

LE COMPTE EST BON

Seuls 7 et 26 ne peuvent pas être obtenus. On remarque que $26 + 7 = 33$, score maximum possible.

4

CRAMPONNEZ-VOUS

A avance de 4 B reste immobile

5

LE PATRON N'EST PAS COMPLET

Le solide obtenu par le patron est un cube tronqué. Il est formé de deux pyramides isométriques de base un rectangle de dimensions $6 \times 3\sqrt{2}$ et de hauteur 3. Le volume du polyédre est d'environ 51 cm^3.

Solutions

6

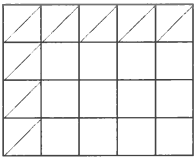
LES ÉTAGÈRES

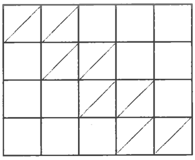
On trouve (valeurs arrondies par excès) un rectangle de :
24 cm sur 41,5 cm

7

BLOCAGE ...!!

Il faut 8 barres au minimun.
Deux exemples :





8

LE COFFRE COFFRÉ

Les deux solutions sont :
7 8 1 2 5 4 9 6 3
1 8 7 2 5 4 9 6 3

9

DES CARRES, DES CARRES...

$$\begin{aligned}
& 1 + 3 + 5 \\
&= AI^2 + CK^2 + BJ^2 \\
&= (AP^2-PI^2) + (CP^2-PK^2) + (PB^2-PJ^2) \\
&= (AP^2-PJ^2) + (CP^2-PI^2) + (PB^2-PK^2) \\
&= AJ^2 + IC^2 + BK^2 \\
&= 6 + 2 + 4
\end{aligned}$$

10

ÉCHANGERAIT TERRAIN

L'échange est équitable.

RALLYE MATHEMATIQUE DE BOURGOGNE

Le rallye de Bourgogne se veut modeste et sans prétentions. Mais il suscite toutefois l'intérêt du grand public grâce à l'appui de la presse régionale et des stations de télévision bourguignonnes. Les lecteurs de nombreux quotidiens manifestent leur enthousiasme à résoudre des problèmes, ce qui rejoint les préoccupations pédagogiques des enseignants de mathématiques.

L'humour et la pertinence qui président à la construction des énoncés favorisent chez les élèves le goût de la recherche.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Crée dans les années 1970, abandonné puis repris depuis 1990.

Depuis 1990, une épreuve annulle, ouverte aux classes de 2nde, 1ère et terminales de tous les lyvées de l'Académie de Dijon.

Depuis 1991, il y a entre 1100 et 1800 pareticipants.

EPREUVES

Individuelles ou collectives (équipe de 2, 3, 4) ou classe entière) : au choix.
Catégorie : une seule épreuve ouverte aux 3 niveaux de lycée mais 3 classements séparés.
Problèmes : 6 (2 simples, 2 moyens, 2 plus difficiles) tous faisables en seconde.

COMPETITION

Une épreuve de quatre heures un mercredio après- midi

PARRAINS

- APMEP régionale deDijon
- Conseil Régional de Bourgognes
- Rectorat de l'Académie de Dijon.

CONTACTS

IREM de Dijon - Université de Bourgogne
B.P. 238
21004 DIJON CEDEX
Responsables : Michel Lafond Robert Ferachoglou

1 - LE COMPTE EST BON

On a :

$$12 \times 3 + (4 + 5 + 6 + 7) \times 89 = 1994$$

Essayez d'obtenir 1995 par le même procédé : en intercalant des symboles $\times$ + et des parenthèses dans la séquence :

1 2 3 4 5 6 7 8 9

2 -LA CHAPELLE

Un automobiliste roule à vitesse constante sur une route rectiligne en direction du nord.
- A midi il voit la chapelle au nord-est.
- A midi dix, il voit la chapelle en est-nord-est.

A quelle heure la verra-t-il exactement à l'est ?

3 - MIAM MIAM

Un commerçant a deux cartons contenant le même nombre de bonbons.

• Avec ceux du premier carton, il fait le plus possible de sachets de 23 bonbons.

• Avec ceux du deuxième carton plus le reste du premier, il fait des sachets de 37 bonbons.

Sachant qu'il a fait 72 sachets et qu'il ne reste plus de bonbons, combien en avait-il au départ ?

4- BON SENS

Un escalier roulant fonctionne en montant.

• Léon monte 20 marches et atteint le haut en 15 secondes.

• Suzon monte 22 marches et atteint le haut en 12 secondes.

• Gaston, prenant l'escalier à contre-sens, le descend en 18 secondes

Si à chaque fois les marches sont parcourues une à une à la même vitesse, combien Gaston a-t-il descendu de marches ?

5 - LE COLLIER

Un collier est composé de grosses et de petites perles (moins de 500 au total).

• Si on remplace 70 % des grosses perles par des petites, le poids diminue de 60 %.

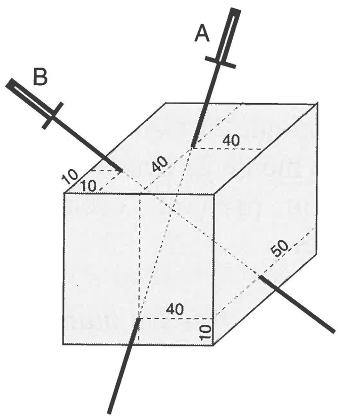
• Si on remplace 60 % des petites perles par des grosses, le poids augmente de 70 %.

Combien ce collier a-t-il de perles ?

6 - AIE AIE AIE !

Persée, la jeune assistante du professeur Belzébuth, est enfermée dans une caisse cubique d'arête 80 cm. Le professeur enfonce deux épées A et B à travers la caisse dans les trous prévus à cet effet.

L'épée A est-elle devant ou derrière l'épée B ?



7 - MARMELADE

Si on remplace dans une multiplication les 10 chiffres et les signes × et = par 12 lettres différentes, on obtient un message codé.

Par exemple, l'opération :

$$126 \times 2 = 252$$

peut être codée **BELVE DERE**
si on remplace 1 par B, 2 par E, 6 par L, × par V, etc.

Trouvez la multiplication codée MARMELADE.

8 - LE BROCANTEUR ET SES ENFANTS

Les 5 enfants d'un brocanteur héritent de 65 objets, le premier estimé à 1F, le second à 2F, etc. le soixante-cinquième à 65F.

Comment partager ces onjets en 5 lots de mêmes valeurs, et contenant le même nombre d'objets ?

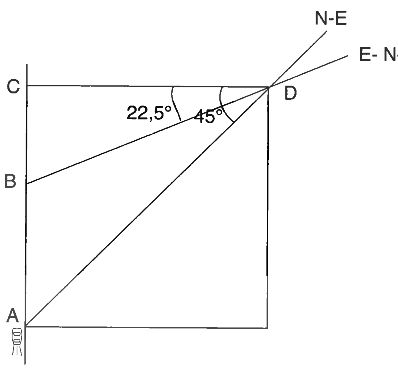
1

LE COMPTE EST BON

Il y a exactement 20 solutions. En voici quelques unes :
1234 + 5 + (6+78) x 9
12 + 34 x 56 + è + ! x 9
12 + (3 + 45 x 6) x 7 + 8 x 9

2

LA CHAPELLE



Comme DB est la bissectrice de l'angle ADC, on a :
BC/BA = CD/DA/ = 1/√2
d'où BC = IA/√2
Les durées des parcours sont proportionnelles aux distances d'où BC = 10/√2 ≈ 7,07min.
L'automobiliste voit la chapelle à l'est à **12h 17 min 4 sec** (environ).

3

MIAM-MIAM

Soit n le nombre de sachets de 23 bonbons. Le nombre total de bonbons est égal à : 23n + 37(72 – n) = 2664 – 14n. Si r désigne le reste du premier carton, on a 23n + r = 1332 – 7n, d'où n = (132 – r) / 30. Le nombre ndevant être entier et le reste r inférieur à 23, on a r = 12 et n = 44. Le nombre total de bonbons est égal à **2664 – 14x44 = 2048.**

4

BON SENS

Soit n le nombre de marches de l'escalier à l'arrêt, r la vitesse de l'escalier roulant, en marches par unité de temps, et p la vitesse propre de Gaston, en marches par unité de temps.

On a : r + 20 / 15 = n /15,et r + 22 / 12 = n / 12. La résolution de ce système donne n = 30 et r + 2 / 3. Pour Gaston, qui prend l'escalier à l'envers, nous avons : p / 12 / n / 18, d'où **p = 42.**

Gaston a descendu 42 marches.

5

LE COLLIER

Soit n le nombre de grosses perles, p le nombre de petites, a le poids d'une grosse perle et b le poids d'une petite, on est conduit au système :

$0,3na + 0,7nb + pb = 0,4\ (na + pb)$

$na + 0,6pa + 0,4pb = 1,7\ (na + pb)$

En éliminant a/b, on arrive à :

$(6p - 49/6\ n)\ (6p + 6n) = 0$, d'où $36p = 49\ n$, et $a/b = 91/6$. On a donc $n = 36k$ et $p = 49k$ (k entier > 1). On en déduit $n + p = 85k$.

Il y a donc **85, 170, 255, 340 ou 425 perles sur le collier.**

6

AIE AIE AIE !

Les points d'entrées des épées A et B sont sur la diagonale CD de la face supérieure. Joignons DE qui coupe l'arête IH et G.

D'après Thalès GH/80 = EF/FD = 5/7 donc GH mesure 400/7cm.

CD et GI sont parallèles puisque les faces supérieure et inférieure du cube le sont, donc le triangle IGI est rectangle isocèle, donc IJ = IG donc MJ = GH = 400/7. Enfin KL/KC = 4/7 alors que MJ/MC = 400/7/80 = 5/7. L'angle a est donc plus petit que l'angle b et comme l'épée A sort en L, sa partie invisible est située entièrement derrière (P) qui, rappelons-le contient l'épée B. Il n'y a plus de doute : A est derrière B. On calcule qu'au plus proche, les épées sont à $30/\sqrt{101}$ cm l'une de l'autre, soit un peu moins de 3 cm.

7

MARMELADE

2 solutions :

$24 \times 20 = 480$

$32 \times 30 = 960$

8

LE BROCANTEUR

On classe les objets par groupes de 5, et on forme d'abord 10 groupes de manière que chacun obtienne une moyenne de 33 F par objet :

1	2	3	4	5
65	64	63	62	61
60	59	58	57	56
11	12	13	14	15
55	54	53	52	51
16	17	18	19	20
50	49	48	47	46
21	22	23	24	25
45	44	43	42	41

Il reste les trois derniers groupes. Voici une des solutions :

26	27	28	29	30
35	33	31	34	32
38	39	40	3	37

RALLYE MATHEMATIQUE DE LA SARTHE

Ce rallye est ouvert à toutes les classes de 4°et de 6 des collèges de la Sarthe. C'est la classe qui concourt et la réponse sera unique et collective.

Calendrier et contenu des épreuves :

– deux épreuves de qualification se déroulent dans les collèges. Elles comportent 3 types de travaux: des "petits problèmes"plus des constructions géométriques+ des expériences débouchant sur des calculs mathématiques. A l'issue de ces épreuves sept classes seront qualifiées au niveau 4° et 8 classes en 6°; une classe au maximum par niveau pour un même collège.

– une finale a lieu début juin; elle réunit les quinze classes qualifiées . Dix ateliers de plein air posent dix problèmes dont la résolution fait appel à la logique, au calcul et à l'organisation.

Les objectifs :

– mettre en place un projet stimulant qui donne une image dynamique des mathématiques, et où tous les élèves d'une classe s'impliquent.

– faire acquérir une méthode de travail en groupe (organisation "sociale" du groupe-classe, mise en place de stratégies)

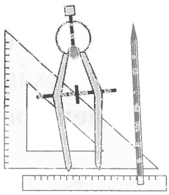
– entraîner au débat scientifique: argumenter, discuter des preuves, trouver des exemples et des contre-exemples, vérifier ...

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

– année 90/91 :
51 classes de 6°de 19 collèges
– année 91/92 :
57 classes de 6°de 19 collèges
– année 92/93 :
57 classes de 6°de 18 collèges
– année 93/94 :
70 cl. de 6° et 55 cl. de 4°
de 25 collèges
– année 94/95 :
76 cl. de 6° et 46 cl. de 4°
de 29 collèges.

EPREUVES



Collectives

Catégories : 2
–Classes de 6ème
–Classes de 4ème

COMPETITION

Deux épreuves de qualification :
première épreuve le mardi 17 janvier 1996
deuxième épreuve le vendredi 22 mars 1996
Finale :
le jeudi 6 juin 1996

PARRAINS

- Ministère de l'Education Nationale:
- Inspection Académique de la Sarthe
- IREM des Pays de Loire
- Ministère de la Recherche
- Mairie du Mans
- Conseil Général de la Sarthe.

CONTACTS

Martine JANVIER - Collège "Vieux Colombier"
Rue de la briquetterie
72000 Le MANS
Tèl : 43 28 85 13

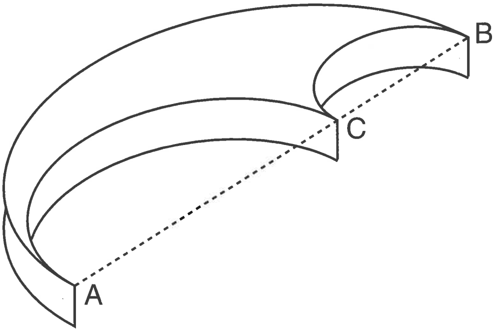
1 - PROBLEMES (niveau 4e)

I - A ce concours annuel, il y a de plus en plus d'inscrits et la progression est très "mathématique"!
Si une année, le nombre d'inscrits est pair, l'année suivante, il y a la moitié des inscrits en plus.
Si une année le nombre des inscrits est impair, alors, l'année suivante, il y a un tiers des inscrits en plus. Cette année, en 1995, il y a 54 inscrits. **Combien y aura-t-il d'inscrits en 2005 ?**

II - Une personne emploie les trois huitièmes d'une somme dont elle dispose et, successivement les deux cinquièmes de ce qui lui reste et le quart du nouveau reste.Il lui reste alors 9 000 francs.
Calculer la valeur de la somme primitive.

III Quel est le nombre de moutons d'un troupeau sachant que, si on les compte par 6, il en reste 5; que, si on les compte par 5, il en reste 4; que, si on les compte par 16, il en reste 15; et que ce nombre est compris entre 500 et 1 000 ?

IV Une plaque de bois a la forme d'un demi-cylindre de diamètre AB (voir schéma sur fiche/réponse); C est un point de AB tel que AC= 3.BC. On découpe dans cette plaque les deux demi-cylindres de diamètres AC et BC Le morceau restant a une masse de 12 kg.
Quelle était la masse de la plaque de bois avant le découpage ?



2 - CONSTRUCTIONS (niveau 4e)

I Dessiner un triangle équilatéral de 8 cm de côté.
Le partager en 3 triangles : un triangle isocèle et deux triangles rectangles, dont les aires sont proportionnelles à 1, 2 et 3 (c'est à dire que, si A est l'aire du plus petit, l'aire du moyen est 2A et l'aire du plus grand est 3A).
Colorier chaque triangle d'une couleur différente: un jaune, un bleu et un rouge.

II En juxtaposant différemment ces trois triangles, on peut constituer un quadrilatère qui a les propriétés suivantes :
- il a deux angles droits.
- ses côtés sont égaux deux à deux.
- ses diagonales sont perpendiculaires.

Construire ce quadrilatère en coloriant les trois triangles comme dans le I et en respectant leurs dimensions.

III Réaliser les patrons de trois prismes droits de 10 cm de hauteur ayant pour bases, l'un le triangle jaune, l'autre le triangle bleu et le troisième le triangle rouge. Les découper, les plier mais ne pas les coller.
Vérifier qu'en juxtaposant ces trois prismes, on peut reconstituer un prisme droit dont la base est un triangle équilatéral de 8 cm de côté.

IV Peut-on juxtaposer ces trois prismes pour former un parallélépipède rectangle ? Si oui faire le dessin de sa base en faisant apparaître les trois triangles rouge, bleu et jaune.

3 - EXPÉRIENCE (niveau 4e)

Le but de l'expérience est de déterminer le temps mis par le pendule qui se balance pour effectuer un aller-retour en fonction de sa longueur

– Préparation

Coupez une longueur de fil à coudre de 1,50 m environ et attachez la masse de 50 g à l'une des extrèmités du fil.
Fixez le fil à l'aide de la pince en bois pour obtenir un pendule de 50 cm environ (la masse doit pendre dans le vide)
Avec la main, écartez la masse d'une trentaine de centimètres par rapport à la verticale en tendant légèrement le fil, puis lâchez la masse sans la pousser et laissez-la se balancer librement.
La masse ne doit rencontrer aucun obstacle et doit se balancer dans un plan vertical.
Entraînez-vous à compter les allers-retours.

– Expérience

Fabriquez un pendule de 50 cm exactement (voir schéma).
A l'aide du chronomètre, déterminez le temps que met le pendule pour faire 10 allers-retours. Recommencez cette manipulation avec des pendules de longueurs: 20 cm; 80 cm; 110 cm et 120 cm.
Vous calculez à chaque fois la durée moyenne d'un aller-retour au dixième de seconde près.

– Graphique

Faites un graphique sur papier millimétré avec les résultats de l'expérience.

- En abscisses: les longueurs du pendule. Vous prendrez 2 mm pour 1 cm.
- En ordonnées: les durées d'un aller-retour. Vous prendrez 8 cm pour une seconde.

EXPERIENCE (suite)

– Recherche

On dit qu'un pendule "bat la seconde" quand il met une seconde pour faire un aller simple (ou un retour simple).

Cherchez, le plus précisément possible, la longueur qu'il faut donner au pendule pour que celui-ci "batte la seconde".

– Problème

Pour le problème, vous indiquerez -en rédigeant- tous vos calculs au dos de la feuille réponse.

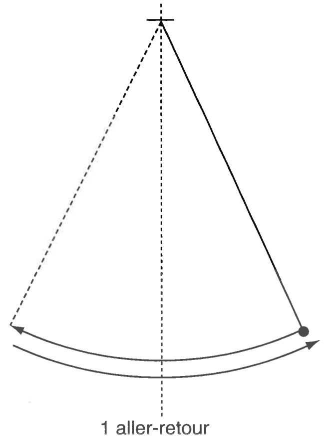
Un pendule mesure 70 cm de long, on l'écarte jusqu'à ce que la ficelle fasse un angle de 30°exactement avec la verticale.

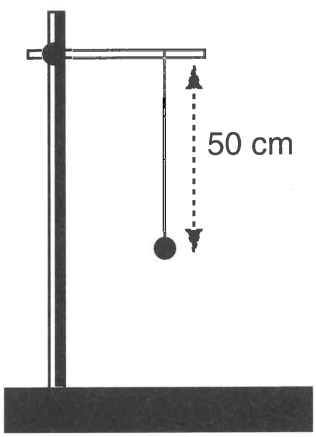
On le lâche et on le laisse se balancer pendant 10 allers-retours.

Vous pouvez vérifier que l'angle de 30° ne varie pratiquement pas, sinon améliorez votre installation.

– Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble de ces 10 allers-retours ?

– Quelle est l'aire totale balayée par ce pendule pendant ces 10 allers-retour ?





4 - JACQUES PELETIER

JACQUES PELETIER est un personnage célèbre de l'époque Renaissance. Il est né au Mans en 1517 et est mort en 1582. Il est surtout connu comme poète; il était l'ami de RONSARD. Comme beaucoup de "savants" de cette époque, il s'intéressait à tous les savoirs: grammaire et orthographe, sciences et médecine... Pour ses contemporains, il était surtout considéré comme un mathématicien brillant; il écrivit le premier livre d'algèbre en lan gue française.

Voici quatre exercices extraits des livres de Jacques Peletier; à vous de les résoudre... Ils sont énoncés dans la langue de la Renaissance, aussi nous vous donnons quelques explications pour vous aider.

Exercice 1 - *Au Camp du Roy, font François, Suiffes, & Lanfquenets: Les François font 10000 : Les Suiffes, font un demi des Francois & Lanfquenets: Les Lanfquenets font un tiers des François & des Suiffes : Combien y a-il de Suiffes, & combien de Lanfquenets ?*

Les Lansquenets sont des fantassins mercenaires allemands. Il y a 10 000 Français, les Suisses sont la moitié des Français et Lansquenets réunis ; les Lansquenets sont le tiers des Français et des Suisses réunis.

Combien y a-t-il de Suisses et de Lansquenets ?

suite - (niveau 6e)

Exercice 2 – *Vn homme a gagné 90 fleurins en 10 jours : Un autre vient - nouuellement, qui gagne 14 fleurins par chaque jour: En combien de jours feront-ils egaux en gain ; gardee la proportion lucratiue de tous deux ?*
Le fleurin est une ancienne monnaie.

Dans combien de jours les deux hommes auront gagné le même salaire ?

Exercice 3 - *Vn Marchand a achetté du drap , au prix de 6 efcus les 5 aulnes : il a reuendu fon drap à 11 efcus les 8 aulnes : Et a gagnè 105 efcus fus le tout. Combien y a-voit-il d'aulnes ?*
L'aulne est une ancienne mesure de longueur qui correspond à peu près à 1,20 m à Paris.

La question est : quelle est la longueur de la pièce de drap ? (en aulnes)

Exercice 4 - *Il y a vne fuperfice Quadrangulaire rectangulaire, de laquelle la longueur eft quadruple à la largeur, & l''aire de la fuperfice fait 576 : Quifont les deux coftés ?*
L'unité n'est pas précisée ; vous pouvez choisir celle que vous voulez.

Quelle est la largeur du rectangle ? Quelle est la longueur du rectangle ?

Solutions

1

PROBLEMES

I– Le nombre d'inscrits en 2005 est **2187**. Il y'avait **2** inscrits en **1986**

II – La valeur de la somme primitive est **36000 francs.**

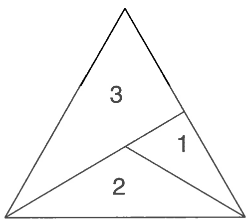
III - Le chiffre des unités est **5.**

IV La masse de la plaque de bois est **32 kg.**

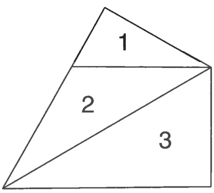
2

CONSTRUCTIONS

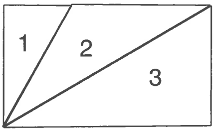
I



II



III



3

EXPERIENCE

Expérience

Longueur du pendule en centimètres	20	50	80	110	120
Durée d'un aller-retour à 0,1 sec près	0,9	1,4	1,8	2,1	2,2

3

EXPÉRIENCE

Recherche

Quand le pendule "bat la seconde", sa longueur est de **100 cm**

Problème

La vitesse moyenne du pendule est de **0,874 m/s**
L'aire totale balayée est **5,133 m²**.

4

JACQUES PELETIER

Exercice 1

Au camp du roi, il y a 8000 suisses et 6000 lansquenets.

Exercice 2

Dans 18 jours les deux hommes auront gagné le même salaire.

Exercice 3

La pièce de drap mesurait 600 aulnes.

Exercice 4

La largeur du rectangle est 12; la longueur est 48.

RALLYE MATHEMATIQUE DE LOIRE - ATLANTIQUE

Le Rallye Mathématique de Loire-Atlantique est une occasion de motiver les élèves à l'apprentissage des mathématiques, basé sur la résolution de problèmes, le plaisir de la recherche, le jeu, les énigmes...

La variété des problèmes proposés réclame des savoir-faire multiples (intuition, analyse, prise d'initiatives, schématisation, manipulations, tâtonnement, raisonnement, choix de la tâche à accomplir,...). Le nombre et la difficulté sont choisis de telle façon que chaque enfant de la classe puisse participer et que l'ensemble de la tâche soit trop lourd pour des individus, fussent-ils de bons élèves.

Le Rallye, ce sont des problèmes "ludiques" pouvant amener les enfants, sans l'aide de l'enseignant, à résoudre des problèmes, conjecturer, lire et comprendre un énoncé, débattre,argumenter et contre-argumenter, travailler en équipe, communiquer, écouter et comprendre les autres, vérifier une réponse, tester une solution, s'organiser collectivement pour chercher et proposer <u>la</u> réponse de la classe.

Le Rallye, c'est aussi l'occasion d'une réflexion commune sur l'enseignement des mathématiques à l'école, au collège et en SEGPA.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

- en 90/91 : Création du Rallye Mathématique de Loire-Atlantique pour les classes de CM1, CM2, 6ème, 5ème, “petit frère” du Rallye Mathématique du Maine-et-Loire,à l’initiative de professeurs de l’IREM des Pays de la Loire, de professeurs de l’École Normale de Nantes, et de l’Inspection Académique de Loire-Atlantique.
- en 91/92 : Extension aux 6ème et 5ème de SEGPA.
- en 95/96 : Extension aux 4ème et 3ème de SEGPA.

EPREUVES

Par classe entière.
Huit catégories : CM1 - CM2 - 6ème - 5ème - 6ème, 5ème, 4ème et 3ème de SEGPA.
Épreuves de 10 problèmes (6 pour les SEGPA) à résoudre en une heure.
Les réponses , sans explication, sont demandées sur le bulletin-réponse fourni à la classe.

COMPETITION

Entraînement au 1er trimestre.
1ère épreuve en Février.
2ème épreuve en Avril.
Finale (sauf en 1996) en Juin.
(3 classes par catégorie)

PARRAINS

APMEP (Régionale de Nantes)
Crédit Agricole de Loire-Atlantique
Scolaire Distribution (SCODIS)
et précédemment :
Biscuiterie Nantaise (BN)
IGN
Hachette 44
La Classe

CONTACTS

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LOIRE-ATLANTIQUE
IREM des Pays de la Loire
2, rue de la Houssinière
44072 NANTES CEDEX 03

1 - LE MUGUET

1 500 000 brins de muguet ont été récoltés le 30 Avril à Nantes.
3/5 des brins ont été expédiés à Saint-Nazaire, 2/3 du reste sont partis à Châteaubriant, 1/4 du nouveau reste est envoyé à Machecoul.
Tous les brins qui restent sont envoyés à Ancenis.

Combien de brins de muguet sont expédiés à Ancenis ?

2 - LES POGS

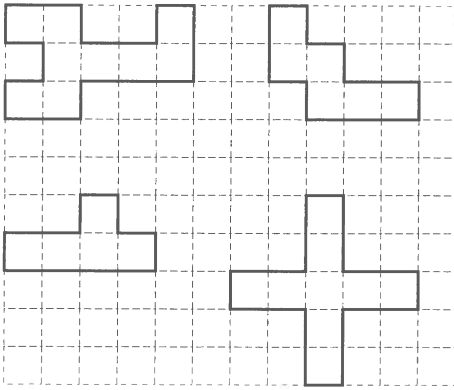
Michel, Pierre et Josette inventent un nouveau jeu avec leurs pogs. Chaque pog a une face blanche et l'autre face noire. Ils disposent 8 pogs en rond.
Michel joue le premier : il retourne les 3 premiers pogs. Puis Pierre retourne les 3 suivants. Puis Josette joue et retourne les 3 suivants. Et ainsi de suite, chaque joueur devant retourner 3 pogs à chaque tour...

A la fin de son tour, un joueur constate que toutes les faces sont noires.

Qui vient de jouer, et c'est à quel tour ?

3 – LE PÉRIMETRE MINIMUM

Assemblez ces quatre pièces (sans les superposer) en une figure dont le périmètre soit le plus petit possible



4 - MARGUERITE

Marguerite aime personnaliser ses livres.

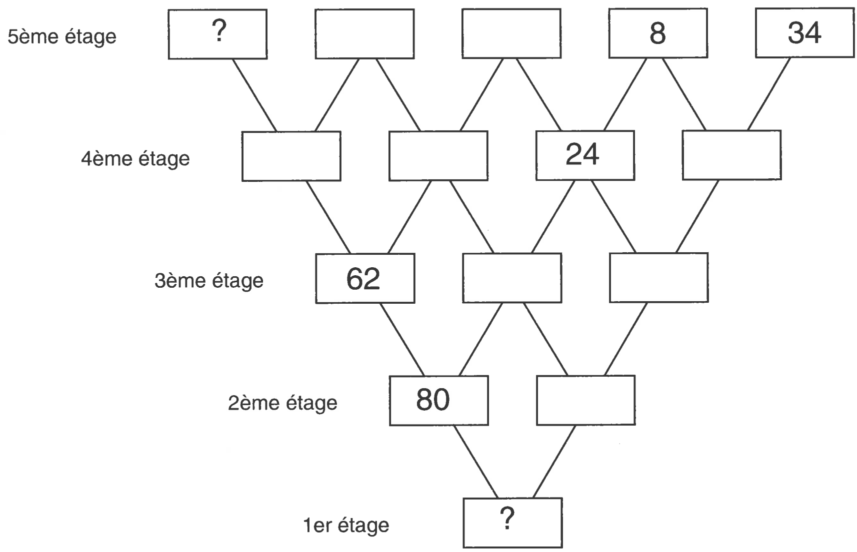
Quand elle voit un 2 et un 5 qui se suivent, elle pense à un vase et elle dessine une fleur :

Dans son encyclopédie qui comprend 1234 pages, sur quelles pages a-t-elle dessiné des fleurs?

Énoncés

5 - LES RÉSERVOIRS

Des récipients sont reliés entre eux ainsi :



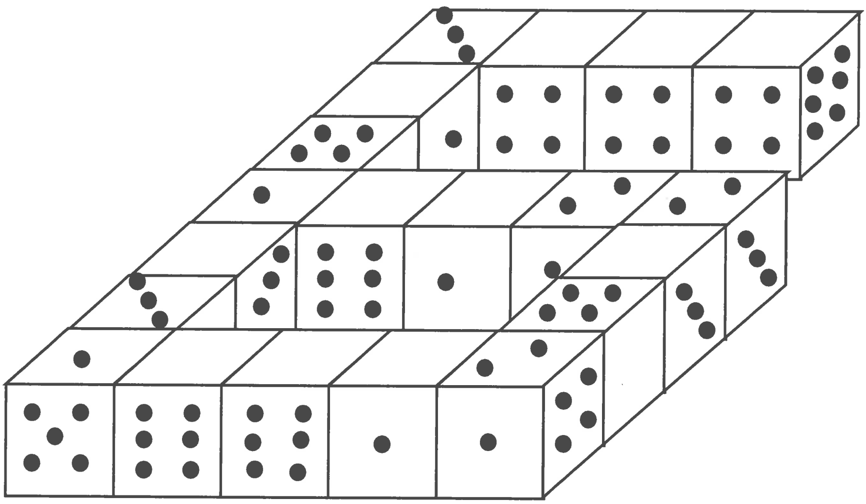
• Si un récipient est relié avec deux récipients situés en-dessous, il s'écoule la moitié de l'eau dans chaque récipient.
• Si un récipient est relié à un seul récipient en-dessous, toute son eau s'y écoule.

Au début, seuls les récipients du 5ème étage contenaient de l'eau. Aude a ouvert les robinets du 5ème étage. Lorsque ces récipients ont été vides, elle a ouvert ceux du 4ème étage, et ainsi de suite. Il est indiqué sur certains récipients la quantité d'eau qu'ils ont contenue.

Quelle est la quantité d'eau dans le récipient du 1er étage ? Quelle était celle au départ dans le récipient à gauche , au 5ème étage ?

6- LES DÉS

Michel a réalisé ce “six “ avec des dés tous identiques.
Il les a assemblés en respectant la règle suivante : deux faces collées portent le même nombre de points.



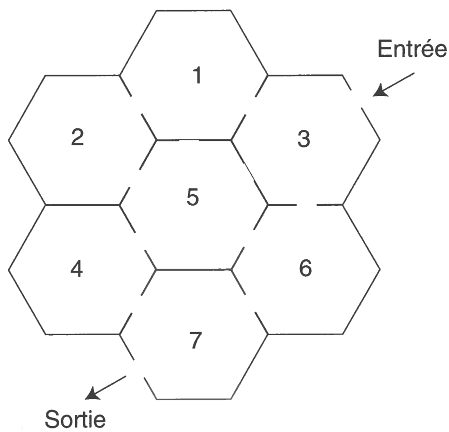
Complétez les onze faces de dessus qui manquent.

Remarque : la somme des points placés sur deux faces opposées d’un dé est toujours égale à 7.

7- LES ABEILLES EN PROMENADE

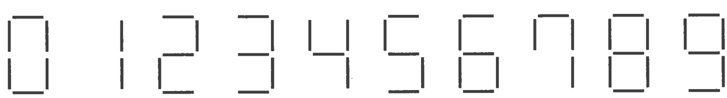
Des abeilles visitent cette ruche. Chacune emprunte un chemin différent des autres. Au cours de la visite, une abeille ne passe jamais deux fois dans la même case.

Trouvez quatre chemins possibles empruntés par les abeilles visiteuses.



8 - LA CALCULATRICE

Matthieu et Elodie sont assis à une table, face à face.
Ils jouent avec leur nouvelle calculatrice.
Voici les chiffres qu'elle affiche :



Elodie tape un nombre, et ô surprise ! Matthieu voit le même nombre sans bouger la calculatrice. Il écrit ce nombre sur une feuille.Ils continuent à jouer. Matthieu écrit sur la feuille, au fur et à mesure, tous les nombres qui ont cette propriété.

Retrouvez six des nombres compris entre 600 et 900 que Matthieu a écrits.

9 - COEUR ET PIQUE

Dans cette égalité, ❤ représente un nombre entier et ♣ représente un chiffre (entre 1 et 9).

❤ + ♣ + ❤ + ♣ = ♣♣

Quelle est la valeur de ❤ ? Quelle est la valeur de ♣ ?
Il y a plusieurs solutions ; trouvez-les toutes.

10 - LES OEUFS D'AUTRUCHE

Un œuf d'autruche permet de faire une omelette correspondant à 24 oeufs de poule.
Avec 6 oeufs de poule, on fait une omelette pour 5 personnes.

Combien faut-il d'oeufs d'autruche pour que 60 personnes mangent de l'omelette ?

(On n'utilise que des oeufs d'autruche)

1

LE MUGUET

Il reste 150 000 brins de muguet pour Ancenis.

2

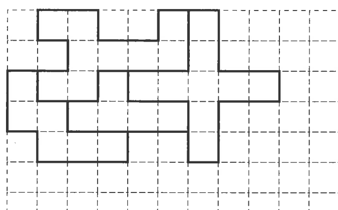
LES POGS

C'est **Pierre** qui obtiendra toutes les faces noires; C'est au **8ème** tour.

3

LE PÉRIMETRE MINIMUM

Un exemple de figure :
son périmètre mesure **34** unités.



4

MARGUERITE

Marguerite dessine une fleur sur les pages **25, 125, 225, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 325, 425, 525, 625, 725, 825, 925, 1025, 1125, 1225.**

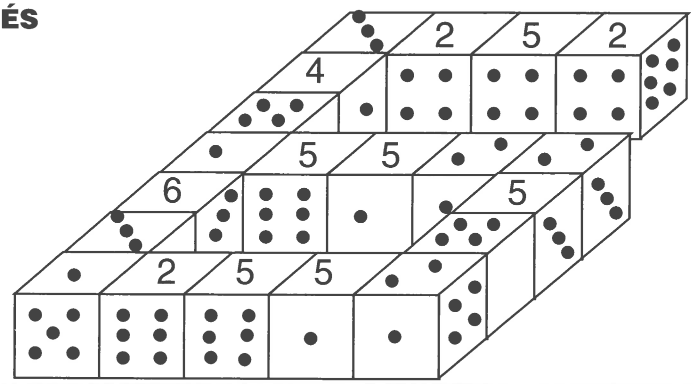
5

LES RÉSERVOIRS

Au 1er étage : **148** Au 5ème étage, en haut à gauche : **10**

6

LES DÉS



7

LES ABEILLES EN PROMENADE

Voici les chemins : le chemin **3 - 5 - 4 - 7,** le chemin **3 - 5 - 6 - 7,** le chemin **3 - 6 - 7,** le chemin **3 - 1 - 5 - 4 - 7,** le chemin **3 - 1 - 5 - 6 - 7,** le chemin **3 - 6 - 5 - 4 - 7,** le chemin **3 - 1 - 2 - 5 - 4 - 7,**
le chemin **3 - 1 - 2 - 5 - 6 - 7**

8

LA CALCULATRICE

Voici les nombres compris entre 600 et 900 que Matthieu a pu écrire :

609 , 619 , 629 , 659 , 689 , 808 , 818 , 828 , 858 , 888.

9

COEUR ET PIQUE

1ère sol : ❤ vaut 9 et ♣ vaut 2 2ème sol : ❤ vaut 18 et ♣ vaut 4

1ère sol : ❤ vaut 27 et ♣ vaut 6 2ème sol : ❤ vaut 36 et ♣ vaut 8.

10

LES OEUFS D'AUTRUCHE

Il faut 3 oeufs d'autruche pour 60 personnes.

RALLYE MATHEMATIQUE DE GANGES

Le Collège Départemental de Ganges, commune de l'Hérault, organise un Rallye Mathématique depuis 1988. Il est ouvert aux élèves de CM2 des huit écoles du secteur, à tous les élèves des collèges de l'Hérault et du Gard et aux anciens élèves du collège de Ganges, encore lycéens.

Le Rallye se déroule en trois phases : quarts de finale dans chaque établissement, demi-finaleaussi, finale au collège de Ganges. A chaque étape, les concurrents sont invités à résoudre quatre problèmes en 1h30.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

La première édition du rallye remonte à **1988/89** ; elle ne concernait que les élèves du collège de Ganges.
En 1991, le 4ème Rallye s'ouvrait aux anciens élèves du collège.
En 1992, le 5ème Rallye s'ouvrait aux élèves de CM2 du secteur, et la compétition adhérait au C.I.J.M .
En 1995, la participation s'étend à tous les collèges du Gard et de l'Hérault.

EPREUVES

Individuelles
Catégories : 6
CM2, 6ème, 5ème, 4ème, 3ème lycéens.
Problème: 4 en 1h30
Seules les réponses sont demandées

COMPETITION

Quarts de finale : établissement en novembre 1995.Demi-finales : établissement mars 1996.
Finale à Ganges en juin 1996

PARRAINS

Conseil Général de l'Hérault, Inspection Pédagogique Régionale, A.P.M.E.P, I.R.E.M de Montpellier, 19 communes, la Poste, Caisse d'Epargne, F.C.P.E, Rigaud-peintures,
Pla-Net, délégation régionale recherche et technologie, Education Nationale.

CONTACTS

Jean VERSAC
Collège de Ganges Rue des Ecoles Républicaines
34190 GANGES
Tél : 67 73 81 01
Fax : 67 73 88 01

1 - L'ECHELLE (CM2)

Dans cette échelle du professeur Jean Sérien sont dessinés des rectangles de différentes tailles.

A ton avis, combien y a-t-il de rectangles ?

2 - L'ECHELLE BIS (CM2)

Cette échelle fait 6m de long. Le professeur Jean Sérien (qui a toujours de bonnes idées !) se demande **combien il lui faudrait mettre d'échelles bout à bout pour arriver au sommet d'un gratte ciel de 360 m ?**

............Et pour aller sur la Lune ?

(sachant que la distance Terre Lune est de 360000 km et que tu sais bien sûr que 1 km correspond à 1000 m).

3 - MAXI-PAPIER (6e)

"Le maxi-papier à lettres, c'est hyper à la mode, surtout celui qui fait 108 cm de périmètre comme le mien. On le plie en 4 dans le sens de la longueur, en 2 dans le sens de la largeur, et il rentre tout juste dans une enveloppe carrée mesurant exactement .... cm de côté !"

A vous de compléter le nombre manquant.

4 - LA MARGUERITE (6e)

J'effeuille la marguerite en récitant :
-"Mathématiques, je vous aime un peu" (j'enlève le premier pétale)
-"beaucoup" (j'enlève le second pétale)
-"passionnément" (j'enlève le troisième)
-"à la folie" (j'enlève le quatrième)
et je recommence ma comptine.
Voici, par exemple, une marguerite à 10 pétales: ma conclusion est donc: "Je vous aime beaucoup".
Tiens une marguerite à 47 pétales ! **Quelle sera ma dernière expression ?**
Une autre à 259 pétales (c'est plutôt un chrysanthème !), quelle sera la conclusion ?
Et pour 4737 pétales ?

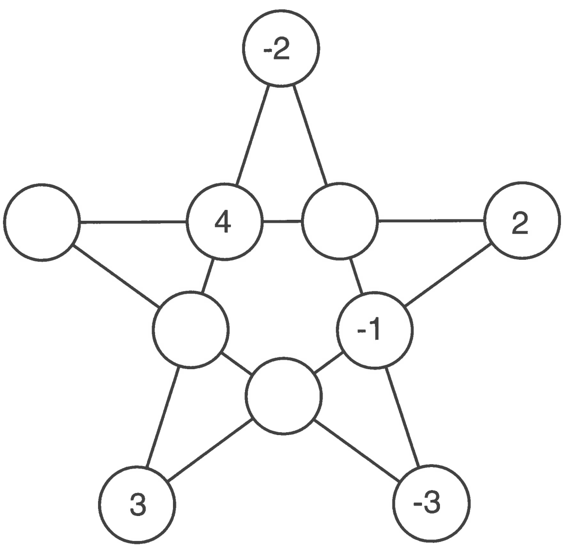
5 - LES OEUFS (5e)

Il y a beaucoup d'oeufs dans le réfrigérateur. Maman a donc décidé ce matin de faire des crêpes. Pour cela, elle utilise la moitié des oeufs plus un demi-oeuf. Puis elle prépare pour le déjeuner une omelette aux pommes de terre en utilisant la moitié des oeufs restants plus la moitié d'un oeuf. Pour le dîner elle nous fait des oeufs brouillés avec la moitié des oeufs qui restent plus la moitié d'un oeuf.
Le lendemain matin, je constate qu'il ne reste plus qu'un oeuf, que je mange à la coque au petit déjeuner, tout en me demandant **combien d'oeufs maman avait-elle mis dans la pâte à crêpes ?**

6 - L'ETOILE (5e)

Compléter cette étoile pour que tous les alignements de 4 nombres aient la même somme.

Quelle est cette somme ?
Quelle est la somme totale de tous les nombres de cette étoile ?



7 – SOMME D'ENTIERS (4e)

Calculer la somme des 1994 premiers entiers :

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 1994.$$

En déduire la somme :

$$1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots - 1994^2$$

8 - GARDE AU REPOS (6e)

Asphodelus, Berthum, Claudius et **Deodae** jouent aux cartes dans la salle des Gardes. Parmi eux, celui qui vient de **Rome** a deux fois plus de cartes que celui qui vient de **Cezae**, qui a lui-même deux fois plus de cartes que celui qui vient de **Ruscino**, lequel possède enfin lui-même deux fois plus de cartes que celui qui vient de **Nîmes.**

Sachant que Claudius a plus de cartes que Deodae et que Berthum a 13 cartes de moins qu'Aspodelus, d'où vient Deodae ?

Coup de pouce: appeler X le plus petit nombre de cartes, puis calculer les différences des nombres de cartes que possèdent les 4 gardes.

9 -ÉCRITURE RADICALE (2nde)

Montrez que le nombre

$$A = \sqrt{43 - 30\sqrt{2}}$$

s'écrit sous la forme $A = a + b\sqrt{2}$, où a et b sont deux entiers relatifs que l'on déterminera.

10 - AMENAGEMENT (3e)

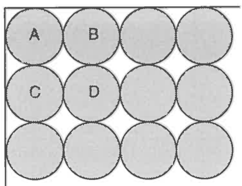
Dans une pièce carrée, il y a un tapis carré. Le côté de la pièce fait 3 mètres de plus que le côté du tapis. La surface non couverte est égale à la surface du tapis.

Donner une dimension possible pour la pièce. (valeur approchée au un centième).

11 - PAMPLEMOUSSES Lycée

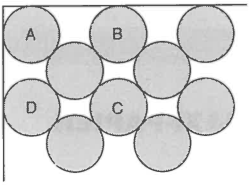
On veut ranger des pamplemousses sur une clayette de 108 cm de large sur 144 cm de long. Les fruits sont tous supposés bien sphériques et de diamètre 12 cm. Le responsable du rayon hésite entre trois modes de rangement :

mode 1



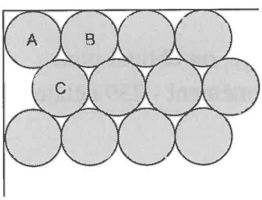
ABCD est un carré

mode 2



ABCD est un carré

mode 3



ABC est un triangle équilatéral

Il ne peut pas panacher les modes, mais doit s'en tenir à un seul d'entre eux.

Pouvez-vous indiquer pour chaque mode le nombre maximum de pamplemousses qu'il peut disposer (en une seule couche!) sur la clayette ?

Solutions

1

L'ÉCHELLE

Il y a 6 rectangles.

2

L'ÉCHELLE BIS

Pour arriver au sommet d'un gratte ciel, il faudrait 60 échelles.
Pour arriver à la Lune, il faudrait 60 000 000 d'échelles.

3

MAXI-PAPIER

L'enveloppe doit mesurer 81 cm.

4

LA MARGUERITE

A la fin de l'effeuillage, on obtient pour :
- 47 pétales : passionnément - 259 pétales : passionnément
- 4737 pétales : un peu

5

LES OEUFS

Maman a mis 8 oeufs dans la pâte à crêpes.

6

L'ÉTOILE

La somme sur une ligne est 8.
La somme totale est 20.

Solutions

7

SOMME D'ENTIERS

• La somme des n premiers entiers, vous connaissez ! n(n+1)/2, soit dans ce cas $997 \times 1995 =$ **1989015**.

• En utilisant l'identité remarquable

$$a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b), \text{ il vient :}$$

$$1^2 - 2^2 = (1 + 2) \times (-1)$$

$$3^2 - 4^2 = (3 + 4) \times (-1)$$

$$5^2 - 6^2 = (5 + 6) \times (-1)$$

$$\ldots$$

$$1993^2 - 1994^2 = (1993 + 1994) \times (-1)$$

Soit, au total,

$$\mathbf{1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots - 1994^2 = (1 + 2 + 3 \ldots + 1994) \times (-1) = -1989015.}$$

8

GARDES AU REPOS

Deodae vient de CEZAE.

9

ÉCRITURE RADICALE

Il suffit de chercher a et b entiers tels que :

$$(a^2 + 2b^2) + 2ab\sqrt{2} = 43 - 30\sqrt{2}$$

On connaît la somme et le produit de a^2 et $2b^2$. On en tire les valeurs possibles de a et b au signe près. Parmi elles, **a = 5 et b = –3** conviennent.

10

AMÉNAGEMENT

Une dimension approchée au un centième est 7,25 m.

11

PAMPLEMOUSSES

On peut disposer au maximum :

- au mode 1 : 108 pamplemousses
- au mode 2: 96 pamplemousses
- au mode 3 : 115 pamplemousses

TOURNOI MATHEMATIQUE DE SAINT-MICHEL EN L'HERM

Chaque année, au mois de juin, un record est battu lors du Tournoi qui se déroule au collège "Les Colliberts": celui de la densité de matheux dans une ville ! Ainsi, Saint Michel en l'Herm, commune de Vendée d'à peine deux mille habitants, comptait deux cents participants à son tournoi de 1993.

Elèves, collégiens, lycéens et adultes sont invités à se creuser les méninges sur des problèmes/jeux concoctés pour les amuser et les tenir en haleine.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1989 : premier tournoi (97 collégiens).
Le tournoi s'ouvre aux CM2 en 1990, aux adultes en 1991, aux doublettes en 1992.
Une intiative a été acceuillie avec la faveur de tous: celle de classer les adultes en fonction de leur niveau d'étude.
1994 : le tournoi accueille des candidats étrangers
(les problèmes sont rédigés en français, anglais, allemand).

EPREUVES

Individuelles
Catégories : 9
CM2, 6è, 5è, 4è, 3è, lycéens, adultes sans brevet, adultes sans bac, "as":
En doublettes : une seule catégorie.
Problèmes ouverts à réponse numérique ou géométrique.

PARRAINS

Conseil Général de Vendée,
Collège "les Colliberts",
Commune de Saint Michel en l'Herm,
Crédit Agricole ...

COMPETITION

Le tournoi, ouvert à tous, quel que soit leur âge (à partir du CM2) ou leur domicile, a lieu les 16 et 17 juin 1994 :
16 juin 1994 en doublette,
17 juin 1994 en tournoi individuel

CONTACTS

Gérard CREZE
Tournoi de JEUX MATHEMATIQUES
8 rue Fleming
85580 Saint Michel en l'Herm
Tél : 51 97 65 69

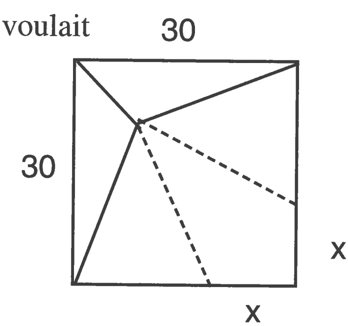
1 - RENVERSANT !

A vous de déchiffrer le message suivant. N'oubliez pas de répondre à la question posée si vous désirez marquer des points.

EL ERBMON ED STADIDNAC UD EMEIXIS IONROUT ED TNIAS LEHCIM NE NHER'L TIATE TNEMETCAXE'D FUEN- XID SENIAZUOD NEIBMOV SLI - TNEIATE A RIRUOCNOC

2 - PARTAGE MAL CENTRÉ

Alex Santhré a mal coupé son gâteau qu'il voulait partager en cinq parts égales.

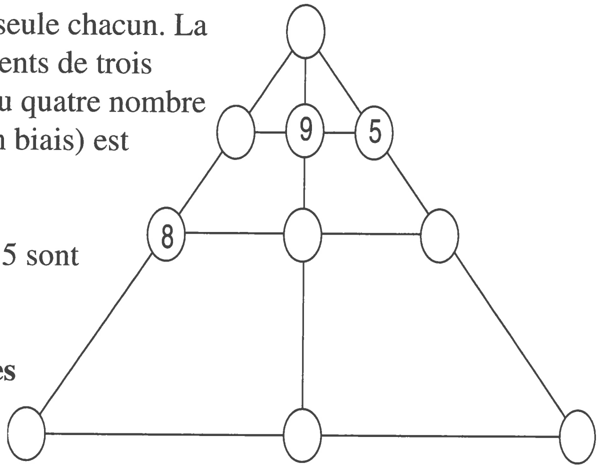


Aidez-le à continuer son découpage pour former 5 parts de même aire.

Pour cela donnez-lui la valeur de x.

3 - LA PYRAMIDE

Cette pyramide contient les nombres de 0 à 9, une fois et une seule chacun. La somme des alignements de trois (horizontalement) ou quatre nombre (verticalement ou en biais) est toujours la même.



Les nombres 8, 9 et 5 sont déja placés.

A vous de mettre les autres !

4 - MARCHE OU COURSE ?

Tous les jours de classe, je me rends à pied au Collège.
J'ai remarqué que:
- si je cours jusqu'au STOP pour marcher ensuite, il me faut 5 min 6 s
- si je marche jusqu'au STOP pour courir ensuite, il me faut 6 min 34 s.

Je cours à 9 km/h et je marche à 5 km/s.

Quelle distance dois-je parcourir tous les matin ?

5 - UN NOMBRE ÉTONNANT

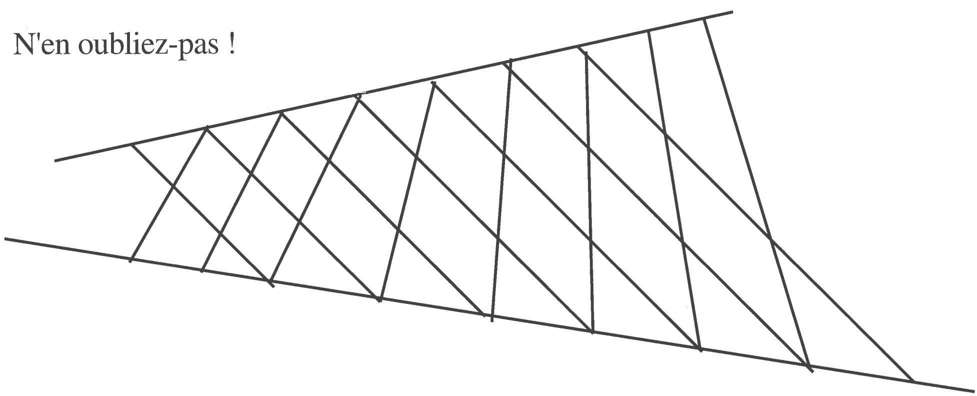
C'est un nombre de neuf chiffres, formé avec les chiffres de 1 à 9, qui figurent une fois chacun.
Le nombre formé par les 2 premiers chiffres est divisible par 2.
Le nombre formé par les 3 premiers chiffres est divisible par 3.
Le nombre formé par les 4 premiers chiffres est divisible par 4.
Le nombre formé par les 5 premiers chiffres est divisible par 5.
Le nombre formé par les 6 premiers chiffres est divisible par 6.
Le nombre formé par les 7 premiers chiffres est divisible par 7.
Le nombre formé par les 8 premiers chiffres est divisible par 8.
Le nombre lui-même, formé par 9 chiffres est divisible par 9.

Quel est ce nombre étonnant ?

6 - COMBIEN DE TRIANGLES ?

Combien de triangles pouvez-vous dénombrer sur cette figure ?

N'en oubliez-pas !



7 – APRES LA FETE

Dans 350 ans et un jour, nous serons le 17 juin 2345. Et alors ?
Cette date sera très spéciale car elle s'écrira :

1 7 0 6 2 3 4 5

c'est à dire avec 8 chiffres tous différents.

Quelle a été la dernière date à posséder cette propriété, c'est à dire à s'écrire sous la forme d'un nombre de 8 chiffres tous différents ?

8 - JOYEUX ANNIVERSAIRE

Annie Versaire vient de fêter son anniversaire. Il reste du jus de fruit dans quatres récipients: un litre dansle premier, neuf litres dans le deuxième, neuf litres dans le troisième, et cinq litres dans le quatrième. Elle désire partager ce qui reste avec ses trois meilleures camarades (chacune des quatre recevant la même quantité de jus de fruit). Pour cela elle dispose d'un pot d'un litre pour transvaser le jus de fruit. Un transvasement consiste à prendre un litre dans un récipient pour le verser dans un autre.

Quel est le nombre minimum de transvasements nécessaire pour ce partage ?

9 - SANS E

En 1969, l'écrivain francais Georges Pérec a écrit un roman de 312 pages "La disparition" ne contenant pas une seule fois la lettre E. Imaginons qu'il ait numéroté les pages de son livre avec des nombres écrits en lettres, dans l'ordre, mais en sautant des numéros puisqu'il s'interdit la lettre E.

Quel aurait été le "numéro" (écrit en lettres) porté par la 95e page de ce livre ? On n'autorise pas l'utilisation du mot "MIL".

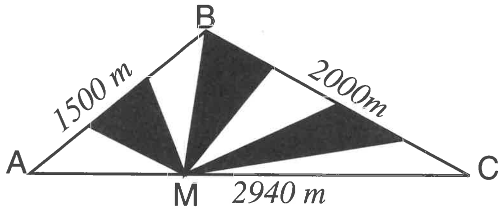
10 - LE ZÉRO DE ZOE

Zoé avait 19,95 de moyenne sur les devoirs de math de l'année jusqu'à ce tragique problème de géométrie qu'elle n'a pas su commencer ! Zéro sur 20, et une moyenne qui dégringole à 19 !

Combien de notes a-t-elle eues sur l'année, y compris la dernière, dont elle se serait bien passée ?

11 - PAS DE JALOUX

Romain Desbois veut partager sa forêt (triangulaire) entre ses sept enfants. Non seulement toutes les parcelles (triangulaires) doivent avoir la même aire, mais elles doivent également être en bordure de la même longueur de route (500 mètres). La route longe les côtés AB et BC.



Où le point M doit-il être placé pour que le partage soit équitable ?

12 - LE PAVÉ

Les faces de ce pavé (ou parallélépipède rectangle) ont pour aires respectives 864 cm^2, 384 cm^2 et 576 cm^2.

Quel est le volume du pavé ?

Solutions

1

RENVERSANT !

Il suffit de lire chaque mot de droite à gauche : Le nombre de candidats de sixième tournoi de St Michel en L'Herme était d'éxactement dix-neuf douzaines. Combien étaaient-ils à concourir ? **Ils étaient 228.**

2

PARTAGE MAL CENTRÉ

Alex doit prendre 10 cm pour x.

3

LA PYRAMIDE

4

MARCHE OU COURSE

La distance de chez moi au collège est de **625 m**.

5

UN NOMBRE ÉTONNANT

Le nombre étonnant ne peut-être que: **381654729.**

6

COMBIEN DE TRIANGLES ?

Il y en a **40** !

Solutions

7

APRES LA FETE

Le **25 juin 1987** (25061987).

8

JOYEUX ANNIVERSAIRE

6 transvasements seront nécessaires, à partir des deux pots de 9 litres.

9

SANS E

Dix millions vingt-cinq

10

LE ZÉRO DE ZOÉ

Si N est le nombre de devoirs, le total de points marqués par Zoé s'exprime de deux manières :

• $19{,}95 \times (N-1)$ • $19 \times N$

En égalant ces deux valeurs, il reste :

$0{,}95 \times N = 19{,}95$ Soit $\mathbf{N = 21}$

11

PAS DE JALOUX

La distance de M à AB doit être égale à la distance de M à BC (ce qui signifie que M doit appartenir à la bissectrice de l'angle ABC. Les relations dans le triangle indiquent alors que M partage AC dans le rapport des côtés AB et AC. M est donc aux 3/7 de AC.

12

LE PAVÉ

Si on appelle a, b, c les longueurs des arêtes, on connaît les aires des faces, soit ab, bc et ca. Le produit des trois aires vaut $(abc)^2$, soit le carré du volume.

Application numérique : $\mathbf{V = 13824\ cm^3}$.

RALLYE MATHEMATIQUE DE LYON

L'ojectif central du rallye est de développer chez les élèves l'intérêt pour les mathématiques, la curiosité, le goût de la recherche, en permettant à chacun d'exprimer ses qualités propres, de se découvrir peut-être des capacités insoupçonnées.
Le principe essentiel est celui de la compétition entre classes, dans laquelle chaque élève doit pouvoir jouer son rôle. Ce principe affirme la volonté de promouvoir une culture mathématique accessible au plus grand nombre, d'où le refus de toute exclusion et le souci d'éviter les dérives iées au jeu et à la compétition.
Cet objectif et ce principe guident la forme et le contenu des épreuves du rallye : la conception des épreuves doit amener les élèves à communiquer, s'organiser, débattre entre eux. Les problèmes posés sont assez divers par le cadre, la formulation, la difficulté, pour que tous les élèves puissent valablement s'impliquer dans une recherche.
Enfin n'oublions pas que l'aspect ludique reste primordial ; il s'agit avant tout d'un jeu, donc d'une activité libre et gratuite.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

novembre1993 : premier rallye de la fête des maths

décembre 1996 : deuxième rallye

EPREUVES

Par classes

Catégories : 3

A : sixième cinquième
B: quatrième, troisième, seconde.
C : première terminale

PARRAINS

Partenaires de la fête des maths

COMPETITION

matin 9h 11h 30 : déroulement du rallye

13h 30 remise des prix

après midi : ateliers stands, films, vidéo, jeux conférences, animations diverses en accès libre.

CONTACTS

IREM de LYON
Université Claude Bernard
43, boulevard du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE CEDEX

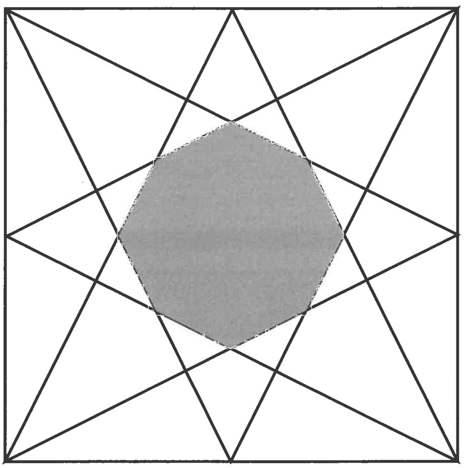
1 - HECTOR ET ACHILLE

Hector et Achille partent au même moment en courant : le premier de A vers B, le deuxième de B vers A sur la même route. Leurs mouvements sont uniformes. Ils se croisent en C, entre A et B.
À ce moment, il faudrait encore 16 minutes à Hector et 25 minutes à Achille pour parvenir à leurs destinations respectives B et A.

Quel est le rapport de leurs vitesses ?

2 - L'OCTOGONE

Dans le carré ci-contre, de côté 1 mètre, on a tracé, comme l'indique le dessin, les segments joignant les sommets aux milieux des côtés.



Calculer l'aire de l'octogone rouge ainsi construit.

3 - LA FOURMI

Une fourmi se promène sur le plan rapporté à un repère de la façon suivante : lorsqu'elle repart d'un point de coordonnées (x, y) où elle était arrêtée, elle marche, sans s'arrêter, jusqu'au point de coordonnées $(-3x-y\ ;\ 7x+ky)$, où k est un nombre entier.

Trouvez k sachant que, quel que soit son point de départ, la fourmi s'y retrouvera après un nombre fini de déplacements.

4 - DROLE DE FONCTION

La fonction f est définie pour les entiers n et k par :

$f(0\ ;\ n) = n+1$

$f(k\ ;\ 0) = f(k-1\ ;\ 1)$

$f(k+1\ ;\ n+1) = f(k\ ;\ f(k+1\ ;\ n))$

Calculez le nombre f(2 ; 2)

5 - EXORBITANTS !

m étant un entier positif, on donne le nombre entier A qui s'écrit avec m chiffres tous égaux à 1.
On donne aussi l'entier B qui s'écrit : B = 1000…05, le nombre de zéros étant (m–1).

Montrez alors que le nombre AxB+1 est, quel que soit m, le carré d'un entier à préciser.

6 - QUI NE MENT PAS ?

Pendant le cours, un grand coup de sifflet retentit. Le professeur en colère se dirige vers quatre garnements au fond de la classe ; il est sûr que le coupable se trouve parmi eux.
«Qui a sifflé ?» demande-t-il.
- «C'est Aziz» dit Bruno.
- «C'est Philippe» répond Jacques.
- «Ce n'est pas moi !» crie Philippe.
- «Ce n'est pas Philippe» confirme Aziz.

Un seul des quatre garçons dit la vérité. Lequel ?

7 – UN BON BARREUR ?

On écrit à la suite les uns des autres les nombres entiers de 1 à 60 de la façon suivante :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 0 1 1 1 2 1 3 1 4 ... 5 7 5 8 5 9 6 0

Puis on a barré cent des chiffres de façon que le nombre formé des chiffres restants soit le plus grand possible.

Quel est ce nombre ?

8 - LA PESÉE

F. Léaud dispose de 162 boules indiscernables (elles ont toutes la même apparence) et d'une balance de Roberval. Parmi toutes ces boules il y en a exactement une plus lourde que les autres. Franck l'a identifiée en quatre pesées.

Comment a-t-il fait ? Pouvez-vous faire mieux ?

Solutions

1

HECTOR ET ACHILLE

En appelant V_H la vitesse d'Hector en mètres par minute, V_A celle d'Achille et t le temps qui s'est écoulé lorsque les deux coureurs arrivent en C, on a : $AC = V_H\, t = 25\ VA$ et $CB = V_A\, t = 16\ VH$

En écrivant t de deux manières différentes, on tire le carré du rapport

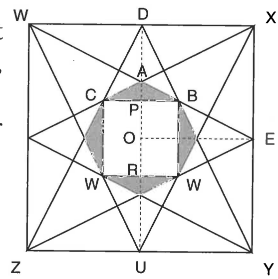
$$\left(\frac{V_H}{V_A}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{\mathbf{V_H}}{\mathbf{V_A}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}$$

:

2

L'OCTOGONE

Pas moins de trois solutions sont proposées. Nous avons choisi celle qui fait intervenir des homothéties :



Les triangles DBC et DYZ sont homothétiques. On en déduit DP = BC, puis, de manière analogue, EV=BS=PR= RU=DP.

Le carré BCTS a donc pour aire 1/9. Pour des raisons d'homothétie, OA = 1/4.

Comme OP = 1/6, AP = 1/12.

Le triangle ABC a donc une aire de 1/72.

L'octogone a pour aire 1/9+1/18, soit 1/6.

3

LA FOURMI

Le problème revient à trouver k de telle sorte que l'application affine proposée f admette l'identité parmi ses puissances. Une solution, au-dessus du niveau des lycéens, consiste à exprimer que son déterminant 7–3k ne peut être égal qu'à 1 ou –1. **Le seul entier k qui convienne est 2**. On vérifie alors que $f^3 = Id$.

On pouvait utiliser une solution plus pragmatique : partir d'un point (1,0) par exemple, trouver ses images successives jusqu'à ce qu'il soit possible de retomber sur le point initial (c'est possible à la troisième itération), résoudre en k (on trouve k=2), et essayer la valeur sur tout point de départ (ça marche !). Mais il reste à prouver que d'autres valeurs de k ne conviendraient pas…

4

DROLE DE FONCTION

f(1 ; n + 1) = f(0 ; f(1,n)) = f(1 ; n) + 1
Or, f(1 ; 0) = f(0 ; 1) = 2
et par récurrence, f(1 ; n) = n + 2
Alors, f(2 ; 2) = f(1 ; f(2,1)) = f(2 ; 1) + 2
Mais f(2 ; 1) = f(1 ; f(2 ; 0)) = f(2 ; 0) + 2
= f(1 ; 1) + 2 = 3 + 2 = 5
D'où, f(2 ; 2) = 7

5

EXORBITANTS !

On constate que B = 9A + 6. Ainsi,

$$AB + 1 = 9A^2 + 6A + 1 = (3A + 1)^2$$

AB + 1 est le carré de 3A + 1 = 3333…34
commençant par (m–1) chiffres 3

6

QUI NE MENT PAS ?

Le seul des 4 garçons qui dise la vérité est Jacques

7

ETES VOUS.UN BON BARREUR ?

99 999 785 960

8

LA PESÉE

La stratégie optimale est la suivante :
Diviser le nombre de boules par 3, soit n = 3q + r
- si r = 0 écarter un paquet de q boules et comparer les deux paquets de q restants.
- si r = 1 écarter un paquet de q + 1 boules et comparer les deux paquets de q boules restants
- si r = 2 écarter un paquet de q boules et comparer les deux paquets de q + 1 boules restants.

Dans tous les cas, la première pesée pesée permet de savoir dans quel paquet de q ou q + 1 boules se trouve la boule cherchée et on recommence ensuite l'opération ...pour 162 boules on est sûr du résultat en **cinq pesées au plus.**

RECUEILS DÉJÀ PUBLIÉS EN FRANÇAIS D'ANNALES DE COMPÉTITIONS MATHÉMATIQUES

Niveau CM1 - CM2

Récré-Math	*POLE, diffusion BELIN*

Niveau collégiens

Les Mètres du Mystère	*HATIER, diffusion FFJM*
Le Triangle Patriotique	*HATIER, diffusion FFJM*
Les Pentagones Patagons	*POLE, diffusion BELIN*
Le Serpent Numérique	*POLE, diffusion BELIN*
Le Trésor du vieux Pirate	*POLE, diffusion BELIN*
Le Singe et la Calculatrice	*POLE, diffusion BELIN*
Fichier Evariste	*A.P.M.E.P.*
Mathématiques du Kangourou	*A.C.L. Editions*

A cheval lycées - collèges

Jeux mathématiques tome 3	*HATIER, diffusion FFJM*
Recueil analytique (rallye du Centre)	*IREM d'Orléans*
Recueil (tournoi du Limousin)	*APMEP régionale Limoges*
Olympiades mathématiques belges	*SBPM*
Jeux IV (l'intérêt des rallyes)	*A.P.M.E.P.*

Niveau lycéens et plus

Mathématiques de compétition	*BORDAS*
La Fraction du Bicentenaire	*HATIER, diffusion FFJM*
Les Rouges et les Noirs	*HATIER, diffusion FFJM*
La Biroulette Russe	*POLE, diffusion BELIN*
Le Pin's Tourneur	*POLE, diffusion BELIN*
Le Roi des Nuls	*POLE, diffusion BELIN*
Le Sabre d'Aladin	*POLE, diffusion BELIN*
Double Détente	*POLE, diffusion BELIN*
Olypiades et Concours Général 83/87	*Editions du Choix*
Concours Général 1988 à 1994	*Editions du Choix*

Achevé d'imprimer en juillet 1996 par Louis Jean, 05000 Gap

Dépôt légal : 480 — Juillet 1996

PanoraMath96

Pour la première fois, un livre fait le point sur l'ensemble des compétitions mathématiques de France et de plusieurs autres pays.

Rédigé à l'initiative du Comité International des Jeux Mathématiques (C.I.J.M.), édité avec l'aide de l'Association des Professeurs de Mathématiques (A.P.M.E.P.) et de A.C.L. Éditions, il consacre une dizaine de pages à chaque compétition. On y trouve les modalités de l'épreuve, les renseignements pratiques pour y participer, et un échantillonnage important des problèmes posés avec leurs solutions.

Ce livre regroupe ainsi près de 250 énoncés de problèmes de tous niveaux qui en font un recueil passionnant et une référence incontournable.

I.S.B.N. 2-909737-13-6