

GRAND JEU DE L'INSTITUT MATHÉMATIQUE D'ANGERS

Le Grand Jeu I.M.A. est un jeu gratuit réservé aux élèves de première et terminale des lycées du Grand Ouest. Il est composé d'une phase éliminatoire et d'une finale.

Les trente premières et les trente Terminales sélectionnées pour la finale s'affrontent lors d'une épreuve surveillée dans les bâtiments de l'Institut Mathématique d'Angers. Lors de cette finale, aucune calculatrice n'est autorisée.



FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

L'IMA a été créé en 1972.

PARTENAIRES

SMEBA : La Mutuelle
étudiante

Crédit Agricole

NRJ

Pizza Hut

Quo : Les clés de la vie
quotidienne

ÉPREUVES

Individuelles

Catégories : Première et
Terminale.

Problèmes : 12 pour la phase
éliminatoire ;
9 pour la finale.

COMPÉTITION

Phase éliminatoire jusqu'au
mercredi 3 décembre 1997.

Finale : le 13 décembre 1997.

CONTACTS

Grand Jeu I.M.A.
3, place A. Leroy
BP 808
49008 ANGERS Cedex 01

1 - LA VÉRITÉ SI JE MENS 1^{ère}-Term

À la suite d'une prise d'otages, six bandits ont été arrêtés. Afin de retrouver le leader des malfaisants, les enquêteurs ont procédé à un interrogatoire. L'inspecteur a posé les quatre questions suivantes à chacun d'entre eux (ils sont rangés face à lui dans l'ordre de la 1^{ère} ligne du tableau ci-dessous) :

- * Êtes-vous le leader ?
- * Le leader est-il l'un de vos voisins de gauche ?
- * Le leader est-il l'un de vos voisins de droite ?
- * Le leader est-il l'un de vos voisins directs ?

Malheureusement, ces lascars n'ont pas aidé l'inspecteur dans sa tâche. À chaque série de questions, ils ont menti exactement deux fois chacun.

Nom du bandit	Jérôme	Julio	Julius	David	Pierre	Yoann
Question n°1	NON	NON	NON	NON	NON	OUI
Question n°2	NON	OUI	NON	NON	OUI	NON
Question n°3	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON
Question n°4	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON

Retrouvez, à l'aide de leurs réponses, qui est le leader de la bande.

2 - MULTIPLICADDITIONS 1^{ère}-Term

Nico Chanceux est nul en maths. Au lieu de multiplier, il divise. Et au lieu de soustraire, il additionne. Son professeur lui demande d'ôter 60 du produit de deux nombres entiers naturels. Par chance, Nico trouve le bon résultat.

Quel était ce résultat ?

3 - LES IMAIENS

1^{ère}-Term

Le questionnaire suivant est proposé aux étudiants de l'I.M.A. :

- 1) Parmi les spécialités suivantes, laquelle préférez-vous ?
 - Statistiques, recherche opérationnelle, informatique, aucune.
- 2) Parmi les sports suivants proposés par l'ASIMA, lequel préférez-vous ?
 - Football, volley, squash, basket, aucun.
- 3) Êtes-vous intéressé par les jeux logiques ?
 - Oui, non.

L'enquêteur a décidé de poser ce questionnaire jusqu'à ce que 7 personnes au moins aient donné des réponses identiques.

Combien devra-t-il interroger de personnes pour être sûr d'obtenir sept questionnaires identiques ?

4 - L'ANNÉE HANTIE

1^{ère}-Term

Lors de ses recherches à la bibliothèque de Réka, le professeur Jones découvrit dans un vieux manuscrit ces quelques vers terrifiants du prophète Hantie :

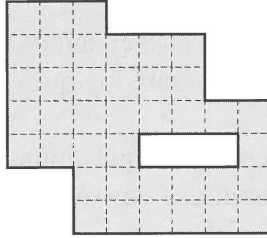
« Quand le produit des chiffres de l'année sera égal au nombre formé par les deux derniers chiffres de cette même année, alors que la somme sera égale au nombre formé par les deux premiers chiffres de cette même année, alors je vous le dis, cette année-là sera la dernière que la terre connaîtra... et ceci entre le 11^{ème} et le 101^{ème} siècle ! »

Pourriez-vous l'aider à déterminer l'année Hantie ?

5 - À VOS CISEAUX

1^{ère}-Term

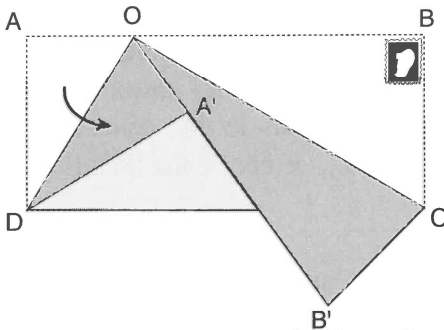
En suivant les lignes du quadrillage, découpez la figure en deux morceaux de telle sorte que les deux morceaux ainsi obtenus soient parfaitement superposables, éventuellement à un retournement près.



6 - LES PLIS DE LA POSTE

1^{ère}-Term

Une enveloppe rectangulaire de 20 cm de long et de largeur inconnue (mais c'est un nombre entier de cm), a été pliée durant son trajet selon deux axes (OC et OD sur le schéma) de telle sorte que les deux sommets et le point de pliage (A', B' et O) soient alignés.



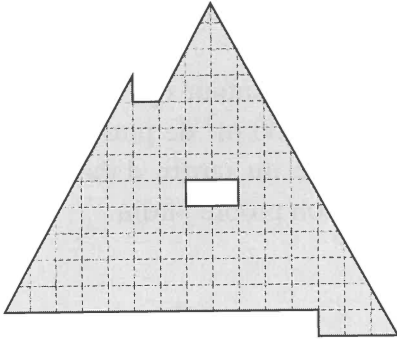
Sachant que c'est un nombre entier de cm^2 , quelle est la surface de l'enveloppe pliée ?

On entend par surface de l'enveloppe pliée les surfaces des trois triangles en grisé sur le schéma.

7 - LE TRIANGLE

1^{ère}-Term

Il s'agit de reconstituer un triangle équilatéral à partir de la figure ci-dessous.



Tracez une ligne brisée afin que les deux morceaux ainsi découpés puissent former un triangle équilatéral (aucun retournement n'est autorisé).

8 - ÉCUREUIL ET FOUINE

1^{ère}-Term

Le mois de décembre venu, Grups l'écureuil et Slimf la fouine doivent s'approvisionner pour l'hiver. Grups et Slimf adorent les noisettes, et décident d'en faire un stock. Par un beau dimanche, ils découvrent un noisetier au bas duquel se trouve un énorme tas de noisettes qui n'attendent qu'à être ramassées.

Dès le lundi matin, Grups et Slimf se mettent au travail. Chaque matin, Slimf récupère le tiers de la quantité de noisettes au sol, et chaque après-midi, Grups ramasse la moitié des noisettes restant par terre... plus deux pour la route.

Le samedi soir de cette même semaine, aucune noisette ne subsistait au pied de l'arbre.

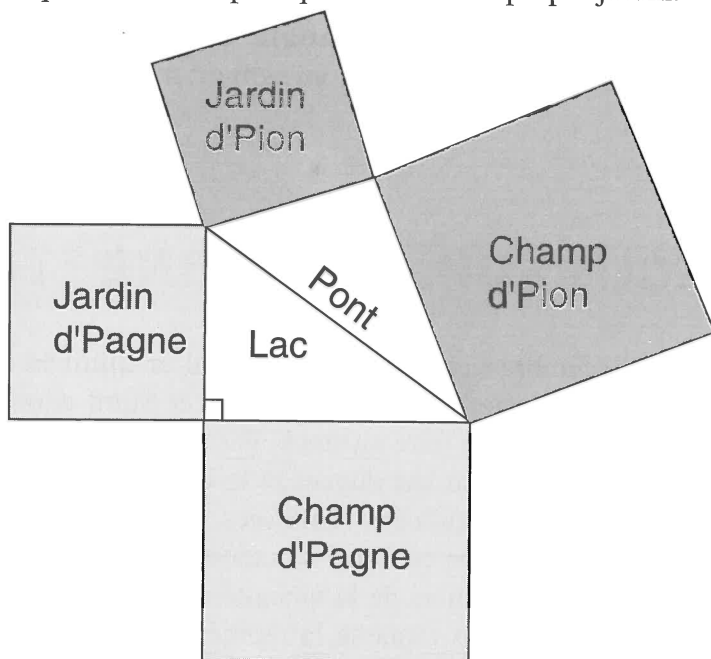
Sachant que chaque nuit, deux nouvelles noisettes tombent du noisetier pour rejoindre le tas, combien de noisettes étaient par terre, le premier dimanche ?

9 - LE PONT DU LAC

1^{ère}-Term

Les deux frères Pagne et Pion ont hérité chacun d'un jardin et d'un champ carrés, tous différents, entourant un lac en forme de quadrilatère, dont l'angle formé par les deux surfaces de Pagne est droit.

Pion est furieux ! En pratiquant son footing autour des 600 m du lac, il s'est aperçu que son frère possédait 600 m^2 de plus que lui, ce qui n'est pas évident, puisque le côté du jardin d'Pagne ne mesure qu'un mètre de plus que celui de son propre jardin.



Sachant que c'est un nombre entier de mètres, non nul, tout comme les dimensions des champs et des jardins, quelle est la longueur du pont ?

Indice : on précise qu'il n'existe qu'une solution, et que la longueur du pont est un multiple de 5.

10 - LES COMPÈRES

1^{ère}-Term

Quelque part en Californie, deux acolytes discutent...

Dylan : Dis donc Brandon, iras-tu au 25^{ème} anniversaire de l'I.M.A. ?

Brandon : Oui, bien sûr, j'y emmènerai même trois amies, si tu vois c'que j'veux dire !

Dylan : Ah ! Et quel est leur âge ?

Brandon : Eh bien si tu veux tout savoir, je te dirai que le produit de leurs âges est égal à la somme de l'année de la création de l'I.M.A. et de l'année en cours (1997). Quant à la somme de leurs âges, elle est égale à l'âge de ton grand-père.

Dylan : D'accord... mais ça ne me suffit pas !

Brandon : Eh bien sache seulement qu'une seule de ces trois personnes a moins de 10 ans.

Dylan : Parfait Brandon, je connais leurs âges maintenant.

Quel est l'âge des trois amies de Brandon ?

1

LA VÉRITÉ SI JE MENS

Yoann ne peut être le leader car il n'aurait jamais menti. Pierre ne peut non plus être le leader car il aurait menti 3 fois (aux questions 1, 2 et 3). Il en est de même pour Julius (questions 1, 3 et 4), pour Julio (questions 1, 2 et 3). Si Jérôme était le leader, Julio aurait menti une seule fois (à la question 2). Le leader ne peut donc être que David. On vérifie que chacun des personnages a alors menti exactement 2 fois.

2

MULTIPLICADDITIONS

Il y a cinq solutions : 61, 65, 68, 75 et 100.

3

LES ACTIVITÉS DES IMAIENS

Il faut interroger 241 personnes pour être sûr d'obtenir sept questionnaires identiques.

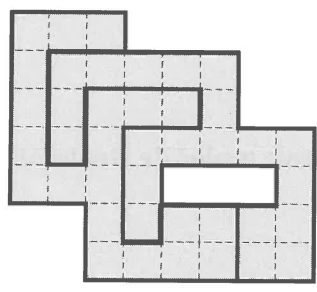
4

L'ANNÉE HANTIE

1236 est l'année Hantie.

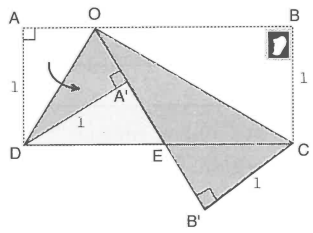
5

À VOS CISEAUX



6

LES PLIS DE LA POSTE



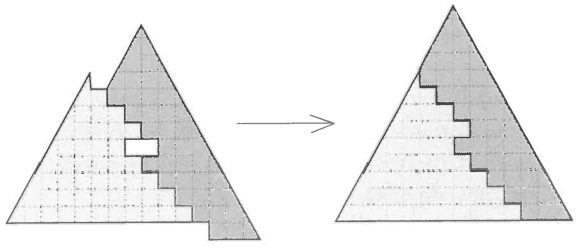
On démontre que les triangles ODA' et OB'C sont semblables, et que les triangles DA'E et EBC sont isométriques, d'où il résulte que E est le milieu de [DC] et que $l^2 = AO \cdot OB$.

Après calculs, on arrive à une aire égale à :

$$\frac{l}{2} (20 + \sqrt{100 - l^2})$$

7

LE TRIANGLE



8

ÉCUREUIL ET FOUINE

Le premier dimanche, 1456 noisettes étaient par terre.

9

LE PONT DU LAC

La longueur du pont est 215 mètres.

10

LES COMPÈRES

Les trois amies de Brandon ont 3 ans, 27 ans et 49 ans.