# MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES ALSACE

C'est une compétition entre classes de troisième et seconde en France et de niveau équivalent à l'étranger. Elle est organisée par l'Inspection Pédagogique Régionale et par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Académie de Strasbourg.
Une équipe internationale de professeurs de mathématiques est chargée de la création des sujets : 10 exercices en troisième et 3 de plus en seconde, l'énoncé de l'un d'entre eux est donné en allemand, anglais, italien et espagnol, et la solution doit être rédigée dans l'une de ces langues.
La compétition s'adresse aux classes entières et c'est la participation de tous, l'esprit d'équipe, l'initiative des élèves et la pratique d'une langue étrangère qui sont valorisés. La difficulté graduée et les thèmes variés des exercices permettent à tous les élèves d'une même classe d'apporter leur contribution et chacun peut y trouver du plaisir selon ses goûts et ses compétences.
L'objectif est ainsi d'ouvrir des frontières entre la France et les pays voisins, entre les établissements scolaires, les entreprises et la cité, entre les mathématiques et les langues vivantes, entre les collèges et les lycées et entre les élèves d'une même classe.
De nombreux lots viennent récompenser les lauréats en présence de leurs professeurs, de personnalités locales et de la presse.

Organizada por los servicios de la Inspección Pedagogica Regional de Matemáticas y el Centro de Investigación sobre la Docencia de las Matemáticas de la Delegacion de Estrasburgo, esta competición se destina a los niños de 1° y de 2° de BUP en España o de nivel equivalente en los paises extranjeros.

Organised by the « Inspection Pédagogique Régionale » of Mathematics and the « Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques » (the Institute for the research on teaching Mathematics) of the « Académie de Strasbourg », this competition is open to third and second forms or to classes of an equivalent level in foreign countries.

# FICHE TECHNIQUE

## HISTORIQUE

**1989/90** : Première édition rassemblant 2400 élèves de 87 classes du nord de l'Alsace.
Depuis, le nombre des participants est en augmentation constante :
572 classes et 14 700 élèves en **1991/92**,
1802 classes et 45 300 élèves en **1993/94**,
2440 classes et 67 000 élèves en **1994/95**,
2842 classes et 79 462 élèves en **1996/97**.
30 secteurs d'organisation accueillent les compétitions d'élèves de 20 pays et de 12 langues différentes.

## ÉPREUVES

Par classes entières de troisième, de seconde ou de niveau équivalent.
**Catégories** : 3ème et 2nde.
**Exercices** : 10 en troisième et 3 de plus en seconde. Les énoncés sont courts, attrayants, s'efforcent de ne mettre en oeuvre que des outils élémentaires, les plus variés possibles. Ils sont conformes aux programmes de mathématiques en vigueur dans les pays participants.

## PARTENAIRES

Inspection Pédagogique Régionale et IREM (organisateurs).
Crédit Mutuel, EDF, collectivités locales et territoriales, entreprises.

## COMPÉTITION

**Septembre-octobre :** inscription des classes.
**Décembre-janvier :** épreuve d'entraînement.
**Mars :** épreuve officielle (1 h 30).
**Mai :** remise des prix.

## CONTACTS

**MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES**
Collège Fustel de Coulanges
4, rue Jacques Peirotes - 67000 STRASBOURG - FRANCE
Fax : +(33) 03 88 35 53 31

Énoncés

# 1 - VRAI OU FAUX ?

3e-2nde

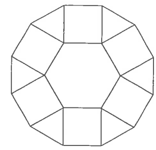
Sur la planète MB 52, il n'y a que deux tribus : la tribu de ceux qui disent toujours la vérité et celle de ceux qui mentent toujours. Un voyageur spatial cherche un guide parmi ceux qui disent toujours la vérité pour lui faire visiter MB 52. Il demande au premier habitant rencontré : « À quelle tribu appartiens-tu ? »
Celui-ci répond évidemment : « Je dis toujours la vérité ». Dans le doute, le voyageur l'envoie demander à un autre autochtone à quelle tribu ce dernier appartient. Le premier habitant revient et dit au voyageur :
« Il m'a répondu qu'il disait toujours la vérité ».
**Le voyageur peut-il prendre comme guide le premier habitant rencontré sur la planète MB 52 ?**

On planet MB 52 there are only two tribes : one tribe that is always telling the truth and one tribe who is always lying. A space traveller is looking for a guide among those who are always telling the truth in order to visit the MB 52. He asks the first inhabitant he meets : "Which tribe do you belong to ?"
Of course the man answers : "I am always telling the truth".
In doubt the traveller sends him to ask another native which tribe he belongs to. The first inhabitant comes back and tells the traveller "He told me he is always saying the truth".
**Can the traveller take the first inhabitant met on planet MB 52 as a guide or not ? Explain your answer.**

Cet exercice est aussi traduit en allemand, italien et espagnol. La solution est à rédiger en allemand, anglais, italien ou espagnol.

## 2 - EN BONNE ESTIME

3$^e$-2$^{nde}$



Le baron de Münchhausen décida de faire réaliser une mosaïque dans la grande salle de sa demeure.
Le motif choisi, représenté ci-contre, est l'assemblage d'un hexagone régulier bordé de carrés eux-mêmes reliés par des triangles équilatéraux.
Le baron demanda à son majordome de commander 1200 hexagones et lui laissa le soin d'estimer le nombre de carrés et le nombre de triangles nécessaires pour la réalisation de cette mosaïque.

**Donner une valeur approximative du nombre de carrés et une valeur approximative du nombre de triangles en justifiant les réponses.**

## 3 - PASSER AU VERT

3$^e$-2$^{nde}$

M. Laverdure a décidé de ne plus brûler ou jeter ses déchets de jardin, mais de les composter. À cet effet, il dispose d'un treillis rectangulaire d'une aire de 2,70 m$^2$.
Quelques attaches lui suffisent pour joindre deux côtés opposés et obtenir un réservoir cylindrique vertical dont la hauteur correspond à la longueur de son rectangle. Sa voisine lui fait remarquer que, s'il avait choisi de réunir les deux autres côtés de son treillis, son cylindre serait moins haut, mais d'une plus grande contenance.
M. Laverdure, tout d'abord incrédule, prend les mesures nécessaires et effectue quelques calculs. Puis il défait sa première construction et constate avec satisfaction que son nouveau cylindre a un volume supérieur de 20% à l'ancien.

**Quel est ce nouveau volume ?**

# 4 - HISTOIRE DE SÉCHER 3e-2nde

Nelly veut faire sécher 3 kg de fruits frais. La quantité d'eau contenue dans ces fruits représente 99% de la masse totale. Après quelque temps d'évaporation, la quantité d'eau dans les fruits ne représente plus que 98% de la nouvelle masse.

**Combien les fruits pèsent-ils alors ?**

**Justifier la réponse.**

# 5 - YOYO BOURSIER 3e - 2nde

C'est bien connu la bourse n'est pas sortie du tunnel ! Ainsi les actions de la société Gilberti S.A. se comportent de façon bizarre. De jour en jour, elles montent et descendent alternativement :
• si leur valeur a augmenté hier, alors elle baissera aujourd'hui de 10% par rapport à celle d'hier.
• si leur valeur a baissé hier, alors elle augmentera aujourd'hui de 10% par rapport à celle d'hier.

**Au delà de deux semaines, par rapport à la valeur d'origine, l'action Gilberti a-t-elle augmenté, a-t-elle diminué, ou est-elle restée constante ?**

**Expliquer la réponse.**

# 6 - EN NOIR ET BLANC

3e - 2nde

Ce jeu se joue avec des pions blancs et des pions noirs, un par case. À la fin de la partie, la grille est remplie avec autant de pions blancs que de pions noirs. Paul a marqué devant chaque ligne et au dessous de chaque colonne, le nombre de pions noirs présents.

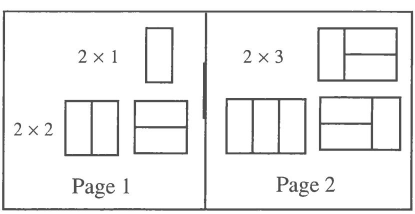
| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | |
| 5 | | ● | ● | | | | | | | |
| 3 | | | ● | ● | | | | | | |
| 9 | | | ● | ● | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | |
| | 7 | 1 | 7 | 2 | 10 | 5 | 2 | 8 | 5 | 3 |

**Sur la feuille réponse, recopier et compléter la grille ci-contre avec les pions noirs et les pions blancs.**

# 7 - DES DALLES (SUITE)

3e - 2nde

Dans son château le baron de Münchhausen veut recouvrir le sol d'un couloir qui mesure 2 mètres de large avec des dalles de 1 mètre de large sur 2 mètres de long.
L'entreprise Léonard lui propose son catalogue Fibonacci avec tous les pavages possibles pour des rectangles dont l'une des dimensions est 2 mètres.
Page 1 on voit le seul pavage possible pour un rectangle de 2 sur 1 et les deux pavages possibles pour un rectangle de 2 sur 2. Page 2 se trouvent les trois pavages possibles pour un rectangle de 2 sur 3.




Le baron a trouvé une méthode pour calculer le nombre de pavages possibles sans faire tous les dessins.

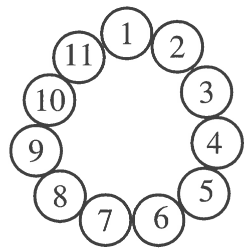
**Expliquer cette méthode et l'appliquer à des couloirs de 4m, 5m et 6 m de long.**

# 8 - ŒILFIX 2nde

Dans son cachot Astérix commence à s'inquiéter. « Mais que fait donc Obélix, son ami de deux mètres. Dans un quart d'heure le centurion viendra me chercher pour m'offrir en pâture aux lions du cirque. Ah ! si seulement j'avais ma potion magique ! »
À cet instant précis, il commence à apercevoir au loin la silhouette d'Obélix qui se dirige vers le camp romain.

**Obélix arrivera-t-il à temps ?**
*Astérix a une très bonne acuité visuelle : à 5 mètres de distance il arrive à distinguer un détail de 1,5 mm de hauteur.*

# 9 - CHAMBOULEMENT 2nde



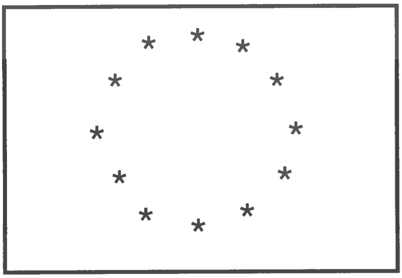

Le roi Arthur décida un jour de choisir son chambellan parmi plusieurs prétendants. Il les réunit dans la salle du trésor et leur dit :
« Regardez ce bijou : il est constitué de monnaies d'or numérotées de 1 à 11 et soudées les unes aux autres.
Je vous demande de faire une copie de ce bijou en ne changeant que la disposition des nombres de 1 à 11. Lorsqu'on la superposera au modèle, de n'importe quelle manière, même en la retournant, l'une au moins des monnaies de votre copie devra porter le même numéro que celle de l'original qu'elle recouvrira. Le premier qui trouvera une disposition correcte sera mon chambellan ».

**Dessiner sur la feuille réponse une solution permettant à l'un des prétendants d'être choisi.**

# 10 - EUROPE, QUEL ANGLE ? 2nde

Voici la définition mathématique du drapeau européen :
« L'emblème est constitué par un rectangle bleu dont le battant B a une fois et demie la longueur du guinchant G. Les centres des douze étoiles d'or sont disposées régulièrement sur un cercle dont le centre est le point de rencontre des diagonales du rectangle.
Le rayon de ce cercle est égal au tiers du guindant. Chacune des étoiles à cinq branches est inscrite dans un cercle dont le rayon est égal à 1/18 du guindant. »

G



B

Soit O le centre du cercle (C) sur lequel sont placés les centres des étoiles. ( C1) et (C2) sont des cercles de deux étoiles consécutives ; (C1) coupe (C) en deux points ; on note M celui qui est le plus près de (C2).
(C2) coupe (C) en deux points ; on note N celui qui est le plus près de (C1).

**Calculer l'angle $\widehat{MON}$ à 0,1°près.**

Solutions

## 1 VRAI OU FAUX

Le voyageur peut faire confiance au premier habitant rencontré.

## 2 EN BONNE ESTIME

Pour chaque motif intérieur on utilise un hexagone, six carrés et six triangles équilatéraux. Chaque carré est commun à deux motifs et chaque triangle est commun à trois motifs.
Si tous les motifs sont intérieurs, il faudra 3600 carrés et 2400 triangles.
Il faudra majorer des motifs bordant la mosaïque.

## 3 PASSER AU VERT

Le nouveau volume cherché est environ 386,75 $dm^3$.

## 4 HISTOIRE DE SÉCHER

La matière sèche représente 1% de la masse des fruits frais et 2% de la nouvelle masse y cherchée. On a : $0{,}01 \times 3 = 0{,}02 \times y$ .
Soit $y = 1{,}5$ kg.

## 5 YOYO BOURSIER

Pour une valeur de l'action multipliée par 1,1 : à partir du 20$^e$ jour, la valeur de l'action ne dépassera plus sa valeur initiale. Avant le 20$^e$ jour, cette valeur est dépassée uniquement les 1$^{er}$, 3$^e$, 5$^e$, ... , 17$^e$, 19$^e$ jours.
Pour une valeur de l'action multipliée par 0,9 : la valeur est constamment inférieure à sa valeur initiale.

## 6 EN NOIR ET BLANC

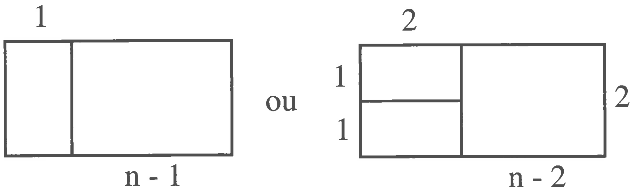
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ● | ○ | ● | ○ | ● | ● | ● | ● | ● | ● |
| ● | ○ | ● | ○ | ● | ● | ○ | ● | ● | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ● | ○ | ○ |
| ● | ● | ● | ○ | ● | ○ | ○ | ● | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ● | ● | ● | ● | ● | ● | ● |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ● | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ● | ● | ○ | ● | ● | ● |
| ● | ○ | ● | ○ | ● | ● | ○ | ● | ● | ○ |

Réponses

7

## DES DALLES (SUITE)

Le pavage d'un rectangle de largeur 2 mètres et de longueur n mètres commence nécessairement par :




Le nombre de pavages possibles est égal à la somme du nombre de possibilités pour un rectangle de longueur (n -1) et du nombre de possibilités pour un rectangle de longueur (n - 2).
Soit les pavages, pour :
n = 4 : 2+3 = 5 n = 5 : 3+5 = 8 n = 6 : 5+8 = 13

8

## ŒILFIX

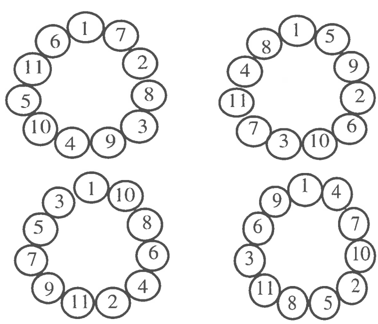
Obélix arrivera à temps si sa vitesse est supérieure à

$$2 \times \frac{5}{1,5 \times 10^{-3}} \times 4 \approx 26,67 \text{ km/h}.$$

9

## CHAMBOULEMENT

Les quatre solutions possibles :




10

## EUROPE, QUEL ANGLE ?

$\widehat{MON} \approx$ 1O, 9°