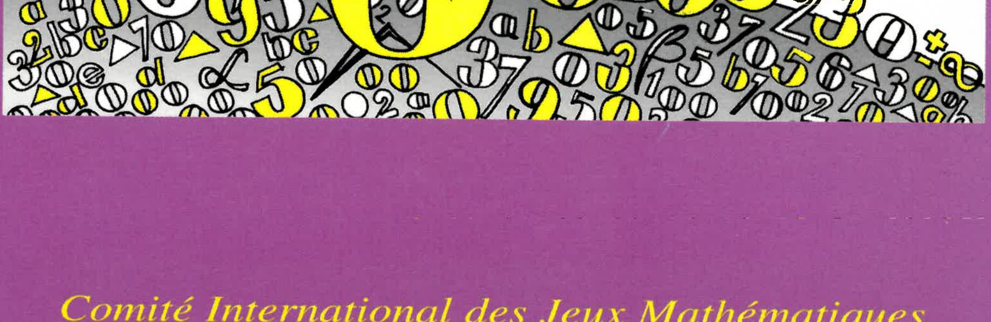
Panora Math 2

Panorama 2000 des compétitions mathématiques



Comité International des Jeux Mathématiques

Coédition CIJM-APMEP-ACL

Panora Math 2

Panorama 2000 des compétitions mathématiques

Une coédition…

C.I.J.M. : Comité International des Jeux Mathématiques
A.P.M.E.P. : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
A.C.L. : Éditions du Kangourou

Panora Math 2

Panorama 2000 des compétitions mathématiques

Réalisé sous la direction de Gilles Cohen et Christian Massot
Mise en pages : Sophie Tavernier
Dessin de couverture : Julia Rabczuk

I.S.B.N. 2-909737-56-X

PRÉFACE

Cette seconde édition du «PANORAMATH» ravira à nouveau le collectionneur amateur de problèmes rares, curieux, originaux et esthétiques et sera également appréciée par le pédagogue soucieux d'enrichir son choix d'exercices ou de problèmes dans le but constant de développer le plus possible cette clef fondamentale de la pédagogie : la motivation des élèves.

Cet ouvrage fruit d'un travail collectif ACL - APMEP - CIJM est l'expression de la vitalité des activités périscolaires en cette fin de XX$^{\text{ème}}$ siècle. A côté de la centaine de clubs qui viennent d'être dénombrés en collège ou en lycées par l'enquête conduite conjointement par l'APMEP, l'Inspection mathématique et la SMF-SMAI et qui font l'objet d'un intérêt particulier de la part du Cabinet du Ministre, nous trouvons ici un recensement pratiquement exhaustif des compétitions mathématiques de langue française.

C'est dans cette perspective dynamique collective que vient d'être créée l'association ANIMATH (association pour l'animation pédagogique) qui a pour but de favoriser l'introduction, le fonctionnement, le développement, la mise en réseau et la valorisation d'activités mathématiques à tous niveaux. Elle veille tout particulièrement au développement d'ateliers et de clubs dans les établissements et à l'essor des compétitions mathématiques qui encouragent la démarche de recherche et suscitent, par la découverte et la réflexion, le plaisir de faire des mathématiques.

En attendant une troisième édition pour l'aube du XXI$^{\text{ème}}$ siècle, ce livre viendra naturellement prendre place dans toute bibliothèque mathématique aux côtés des beaux ouvrages de qualité qui ont paru ces derniers temps pour le plus grand profit des enseignants et de leurs élèves.

Dominique ROUX
Inspecteur Général de l'Éducation Nationale

Le CIJM
Comité International des Jeux Mathématiques

Le CIJM a pour ambition d'offrir à tout organisateur de compétitions mathématiques un ensemble d'outils pour mener à bien sa tâche en bénéficiant de l'expérience et des moyens des autres tout en gardant sa parfaite autonomie.

Ainsi, jusqu'à présent, le CIJM a-t-il pu proposer à ses adhérents :
- Des prix pour doter les compétitions.
- Un service internet général (cijm.org) et des sites spécifiques pour chaque compétition.
- Des annales des compétitions : Panoramath 96, la première d'entre elles, et le présent Panoramath'2.
- La mise en commun de moyens pour se lancer dans de grands projets : conception d'une exposition, préparation d'une grande fête des maths,...
- Des réunions régulières de réflexion
- Des séminaires de formation d'animateurs...

Le CIJM compte aujourd'hui plus de vingt compétitions adhérentes.
Alors, si vous organisez un tournoi, un rallye, voire une simple rencontre locale, rejoignez-nous.
Ensemble, nous serons plus forts pour faire aimer les mathématiques...

Gilles Cohen

C.I.J.M. 31 avenue des Gobelins, 75013 PARIS, FRANCE.

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Fondée en 1910, toujours dynamique, l'A.P.M.E.P. c'est :

- **Une réflexion collective** sur le métier d'enseignant de mathématiques et les conditions de son exercice, de la maternelle à l'université, notamment en ce qui concerne Collège et Lycées.
- **Des interventions suivies** sur l'actualité et les projets à moyen terme.
- **Des textes de base** (chartes ; problématique ; ...) pour des objectifs à long terme.
- **Un observateur** (EVAPM) de l'impact des programmes du second degré.
  - 1986 : 1ère évaluation en sixième
  - 1999 : 2de évaluation en Terminale.
- **Des publications de référence** (Bulletins ; brochures ; ...)
- **Une information rapide** des adhérents : le BGV, un serveur internet, Publimath.
- **Des instances élues** définissant ses positions.
- **Une organisation décentralisée** en «Régionales».

AGIT

- en réunissant Commissions et Groupes de travail sur des thèmes variés, permettant à des professionnels de l'enseignement de mettre en commun leur expérience et d'élaborer critiques et propositions,
- en définissant sa ligne d'action en accord avec ses adhérents,
- en la défendant auprès de toutes les instances concernées.

PROPOSE

- ses choix et des pistes d'action,
- des outils pour renforcer l'efficacité de l'enseignement de mathématiques.

ORGANISE

- des Journées Nationales, chaque année sur un site différent, sur un thème différent :
  - 1996 : Albi, Maths dans tous les sens,
  - 1997 : Marseille, Maths dans tous les sens,
  - 1998 : Rouen, Maths en scène,
  - 1999 : Gérardmer, Maths grandeur nature,
  - 2000 : Nice,
- des rencontres régionales,
- des séminaires divers ou Université d'été.

En adhérant à l'A.P.M.E.P. vous pourrez :
- *participer à la vie de l'Association et à la définition des positions qu'elle défend,*
- *recevoir chez vous les informations d'actualité sur les mathématiques et leur enseignement,*
- *bénéficier de rabais importants sur tous les services offerts.*

L'A.P.M.E.P. est partie prenante du présent recueil en tant que coéditrice et par la participation de Régionales A.P.M.E.P. à l'organisation de compétitions.

A.P.M.E.P.
26, rue Duméril 75013 PARIS - Tél : 01 43 31 34 05 Fax : 01 42 17 08 77
email : http://www.univ-lyon1.fr/apmep/

𝔸ℂ𝕃 - *Les éditions du Kangourou*

Pourquoi les mathématiques sont-elles aussi faciles ?
Pourquoi sont-elles aussi passionnantes ?
Pourquoi sont-elles la matière préférée des jeunes entre 10 et 15 ans ?

Les réponses à ces questions se trouvent à deux endroits :

- Dans la tête de chacun de nous, d'abord ! Car c'est dans notre tête que les problèmes se posent, se cherchent et se résolvent. Et c'est pourquoi les rallyes, jeux, concours et compétitions de toutes sortes sont si importants : on y touche les vraies mathématiques, celles que l'on « fait » soi-même.
- Dans les livres qui parlent ou qui proposent des mathématiques ouvertes sur l'action, la culture et l'humour ! Car les échanges d'intelligence multiplient le plaisir de réfléchir et il y a tellement de richesses dans la pensée des autres, aussi !

Depuis dix ans, maintenant, ACL – Les éditions du Kangourou – proposent ainsi des « mathématiques uniques au monde », par le truchement de ses livres, de la revue Maths&malices, et du jeu-concours Kangourou.

Et, il était donc tout naturel que nous nous joignions au CIJM et à l'APMEP pour proposer ce Panorama(th) des meilleurs problèmes et questions qui ont défié des jeunes de toutes les régions de France et de l'Europe, ces deux dernières années.

André Deledicq

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRES 1 à 8 COMPÉTITIONS INTERNATIONALES

CHAPITRES 9 à 13 COMPÉTITIONS NATIONALES

CHAPITRES 14 à 20 COMPÉTITIONS RÉGIONALES

TABLE DES MATIÈRES

Légende :

P = primaire,
C = collège,
L = lycée,
S = supérieur.
A = adultes,

■ = individuelle,
❒ = par classes,
● = par binômes,
❍ = par trinômes.

* = adhérents du CIJM

CHAMPIONNAT INTERNATIONAL
DES JEUX MATHÉMATIQUES ET LOGIQUES

La Fédération Française des Jeux Mathématiques (F.F.J.M.) offre chaque année aux élèves, collégiens, lycéens, étudiants ou adultes de France ou de nombreux autres pays une compétition exaltante s'étalant sur plusieurs mois.

Sept catégories, quatre phases successives, des centaines de milliers de concurrents, des centaines de prix de valeur et un maximum d'humour caractérisent ce que les journalistes n'ont pas hésiter à appeler «l'événement le plus astucieux de l'année», et qui a le mérite d'associer scolaires et adultes.

Dans les énigmes du championnat, les situations sont concrètes et l'humour de rigueur. Sont exigés de la logique, de l'astuce, de l'intuition, de l'imagination, de la persévérance, le goût de la recherche, mais pas réellement de connaissances. Au risque de déplaire à quelques puristes, seul le résultat compte. Encore qu'en cas de solution multiple, il faille donner le nombre exact de solutions.

LE CHAMPIONNAT HORS DE FRANCE

Le championnat voit chaque année la participation de concurrents issus de nombreux pays. Des structures relais organisent demi-finales, finales régionales ou nationales en Belgique, Italie, Luxembourg, Niger, Pologne, Slovaquie, Suisse, Tunisie.

CONTACTS

FRANCE
F.F.J.M
1, avenue Foch
94700 Maisons-Alfort
Tél : 01 43 68 95 16
Fax : 01 47 07 88 18

BELGIQUE
F.F.J.M Belgique
André Parent
B.P. 157
B- 7700 MOUSCRON
Tél-Fax :
32 (0) 56 33 14 53

SUISSE
F.F.J.M Suisse
Philppe Dony et Denis Pralong
Établissement Secondaire de Prilly
Case Postale 91
CH 1008 PRILLY

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Depuis le premier Championnat, en 1987, patronné par les revues Jeux & Stratégie et Science & Vie, que de chemin parcouru ! La FFJM a été l'un des artisans du renouveau de l'image des mathématiques auprès des élèves et du grand public. Les finales successives ont égrené des noms insolites et prestigieux : Cité des Sciences, École Polytechnique, Sénat ou ... Parc Astérix.
Le championnat est encore à sa douzième édition, la compétition de référence avec ses quatre étapes qui sont autant de fêtes pour les participants et les animateurs de 9 à 99 ans.

COMPÉTITION

*Quarts de finale (décembre).
*Demi-finales régionales (mars).
*Finales régionales et nationales.
*Finale internationale et Concours parallèle open (septembre).

ÉPREUVES

Catégories : 7
CM = 2 dernières années du primaire,
C1 = 6^e^-5^e^ (**F**rance), 6^e^ primaire-1^ère^ secondaire (**B**elgique), 6^e^-7^e^ (**S**uisse), 1^e^-2^e^ secondaire (**T**unisie),
C2 = F : 4^e^-3^e^, **B :** 2^e^-3^e^ secondaire, **S :** 8^e^-9^e^, **T :** 3^e^-4^e^ secondaire,
L1 = F : 2^nde^ à terminales, **B :** 4^e^ à 6^e^ secondaire, **S :** gymnase, **T :** 5^e^ à 7^e^ secondaire,
L2 = deux premières années du supérieur scientifique,
GP = Grand Public (adultes),
HC = Haute Compétition.
Deux modes de participation aux 1/4 de finales possibles :
- Par correspondance.
- Dans les établissements scolaires.

PARTENAIRES

Hewlett Packard
Éditions BELIN
C.G.E.R. (Belgique)
Encyclopédia Universalis

CONTACTS

ITALIE
F.F.J.M, Angelo Lissoni
Via Cavalotti 153
12005 MONZA (MI)

POLOGNE
F.P.J.M, R. Rabczuk
H. Steinhaus Center
Politec. Wroclawska
50-370 WROCLAW
Tél : (48) 71 20 35 30

TUNISIE
A.T.S.M., Bechir Kachoukh
43, rue de la Liberté
2019 Le Bardo
Tél : (216) 1 261 455
Fax : (216) 1 568 954

NIGER
A.N.J.M, Marc Moreau
BP 13180
NIAMEY
Tél : (227) 72 22 81

1 - TRENTE-SIX CHANDELLES

L'autre jour, en tombant de vélo, j'ai vu trente-six chandelles.
J'ai alors remarqué que trente-six s'écrit avec 9 lettres (le trait d'union ne compte pas), et que le quotient de 36 par 9 est un nombre entier : 36 : 9 = 4 .
On dit que 36 est divisible par 9.

Parmi les nombres de 1 à 35, quels sont ceux qui, comme 36, sont divisibles par le nombre de lettres de leur écriture en toutes lettres ?

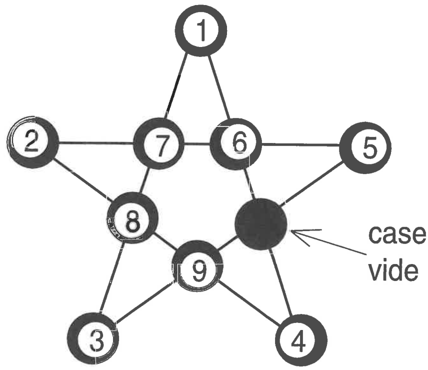
2 - DE ZÉRO À SIX

On considère les nombres dont l'écriture en lettres (en français) comporte au plus 4 lettres (par exemple : UN, HUIT, ...). On peut passer d'un nombre à un autre si leurs écritures en lettres comprennent au moins deux lettres communes
(exemple : CENT ---> NEUF ---> UN ...).
On veut passer de ZÉRO à SIX :
ZÉRO ---> .... ---> SIX

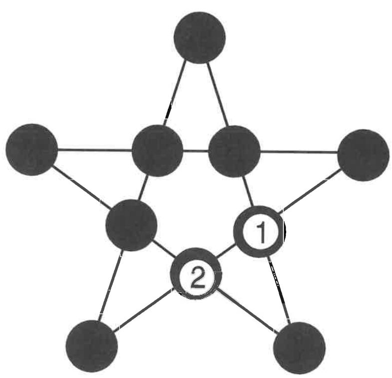
Combien de nombres écrira-t-on, au minimum, ZÉRO et SIX compris ?

Répondez 0 si vous pensez que c'est impossible.

3 - LE JEU DE LAM



situation initiale



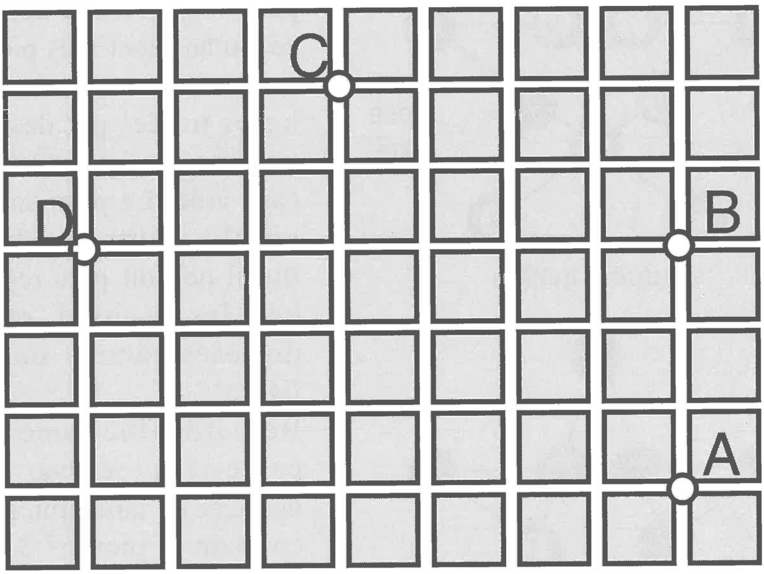
situation finale

Je n'y arrive pas, se lamentait la Martine.
"C'est le grand Lama en personne qui m'a appris ce jeu au Tibet : les pions sautent en suivant les lignes tracées par dessus un autre pion jusqu'à une case vide. Le pion sauté est alors éliminé. À la fin, il ne doit plus rester que les pions 1 et 2 disposés comme sur la figure".
Bernard, fine lame en casse-tête, cessa de dessiner un lamentin, prit en main le pion n° 3, et tenta sa chance ...
Sept coups plus tard, il vint à bout du problème du grand Lama !

Fais aussi bien que Bernard, en débutant comme lui. Tu noteras ta solution en indiquant à chaque coup le numéro du pion sauteur et celui du pion éliminé (par exemple 3-9 pour le premier coup) .

4 - À CARRÉVILLE

Carréville est entièrement constituée de pâtés de maisons carrés de 50 mètres de côté, entourés de rues formant un quadrillage régulier. Juliette et Roméo ne s'y déplacent qu'en vélo.

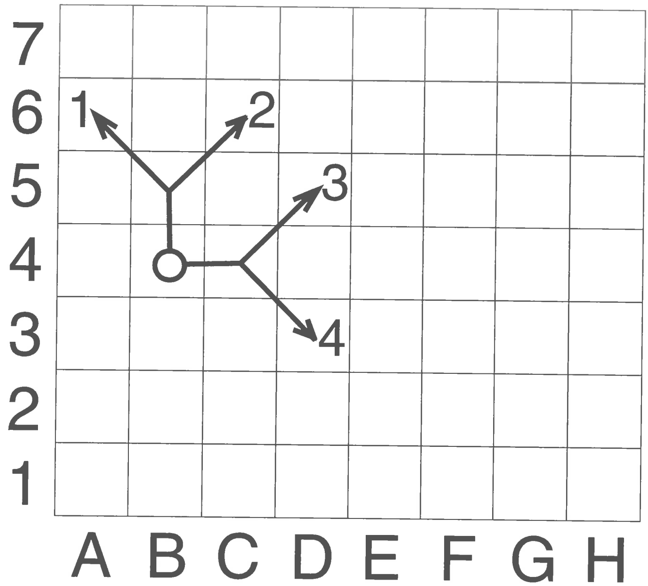


Aujourd'hui, Juliette a donné rendez-vous à Roméo en un carrefour situé à égale distance (en vélo, et non à vol d'oiseau) du Carrefour des Bateliers (B) et de celui des Camionneurs (C). Mais ce carrefour est situé également à égale distance (toujours en vélo) du Carrefour des Aviateurs (A) et de celui des Déménageurs (D). Roméo hésite entre deux carrefours.

Quels sont ces deux carrefours ?

Vous les indiquerez par une croix sur le bulletin-réponse.

5 - JEU DE CAVALIER



Un cavalier d'échecs se trouve initialement sur la case B4 d'un échiquier de 8 cases sur 7 cases. Étant sur une case quelconque, il peut effectuer l'un des quatre mouvements indiqués sur la figure (à condition qu'il soit réalisable sans sortir de l'échiquier), et seulement l'un de ces quatre là.

Les deux joueurs déplacent le cavalier à tour de rôle jusqu'à ce qu'un joueur ne puisse plus jouer. Le dernier joueur ayant pu jouer est alors déclaré vainqueur.

Vous jouez le premier.

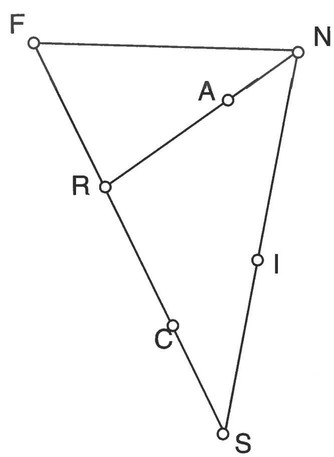
Quel doit être votre premier mouvement si vous voulez être sûr de gagner, quel que soit le jeu de votre adversaire (chaque mouvement est désigné par son numéro sur la figure ci-dessus) ?

6 - LES NOMBRES GLISSANTS

Le nombre 20 est un nombre "glissant", car 20 = 10 + 10, et 1/10 + 1/10 = 0,20, qui s'écrit comme le nombre 20, simplement précédé d'un 0 et d'une virgule.
Un nombre glissant est un nombre qui peut se décomposer en une somme de deux entiers a et b, pas nécessairement égaux, tels que la somme des inverses de a et de b s'écrive (en base 10) avec les chiffres du nombre de départ, écrits dans le même ordre, et précédés de 0 et d'une virgule.

Combien y a-t-il d'autres nombres glissants à 2 chiffres. Trouvez-en deux.

7 - COMPTER LES DISTANCES



Les villes F, R, A, N, C, I et S sont disposées comme sur le dessin ci-contre. On sait, de plus, que FR = RA = RI = RC = 24 km, et NF = NI = NR = 40 km.

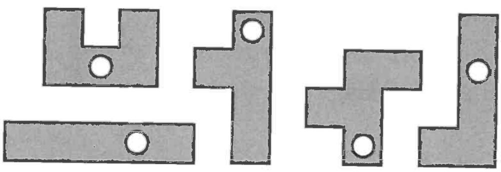
Quelle distance sépare les deux villes S et I ?
(les proportions du dessin ne sont pas exactes).

8 - LES DIAGONALES Collège

Si je trace dix rectangles et leurs diagonales, j'aurai au maximum 20 diagonales (au maximum, car une diagonale peut servir à plusieurs rectangles).

Combien en aurai-je au minimum ?

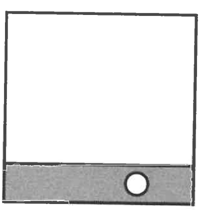
9 - PENTAMINOS TROUÉS Primaire



Nina possède cinq pentaminos troués (les trous sont circulaires). Elle désire les placer de telle sorte que :

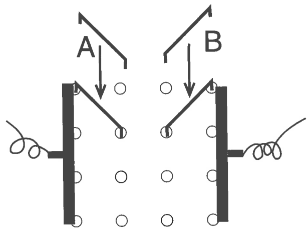
* l'assemblage forme un carré
* il ne doit y avoir qu'un seul trou par colonne et par ligne
* les pièces peuvent être retournées

Aidez Nina en complétant la figure ci-contre.

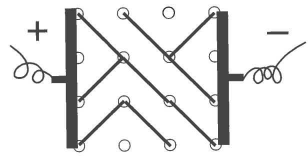


10 - PASSERA PAS ? Lycée et plus

On dispose de deux électrodes métalliques entre lesquelles se trouve un réseau à mailles carrées de 3 petits carrés sur 3. Pour chaque petit carré élémentaire de ce réseau, on peut enficher une barette conductrice sur une des diagonales (les deux positions possibles sont illustrées en A et B.)

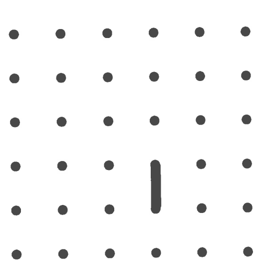


Gilles enfiche 9 barettes (une par petit carré), en choisissant à chaque fois au hasard une des deux diagonales (un exemple est donné ci-contre). Il applique ensuite une tension électrique aux bornes des deux électrodes.



Quelle est la probabilité pour que le courant passe ?
On donnera la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

11 - AUTOUR DU CLOU Collège- Lycée



36 clous sont plantés régulièrement comme sur la figure ci-contre.
On veut tendre une ficelle pour former un carré qui entoure le segment noir. Ce segment ne doit toucher aucun côté du carré, mais un côté du carré peut toucher deux ou plusieurs autres clous.

Combien de carrés différents répondant à ces conditions peut-on construire ?

Solutions

1

TRENTE-SIX CHANDELLES

De 1 à 35, six nombres sont divisibles par le nombre de lettres de leur écriture en toutes lettres : SIX, HUIT, VINGT, VINGT-SEPT, TRENTE et TRENTE-TROIS.

2

DE ZÉRO À SIX

On peut aller de zéro à six en écrivant six nombres :
ZÉRO - ONZE - NEUF - DEUX - DIX - SIX.

3

LE JEU DE LAM

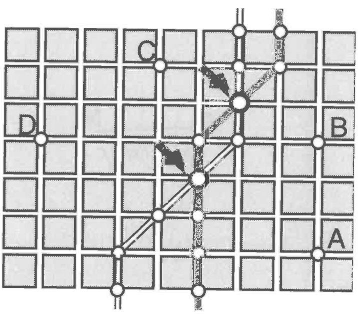
Il y a trois solutions :

3-9, 2-8, 1-7, 5-6, 1-5, 4-3, 1-4
3-9, 2-8, 1-7, 5-6, 4-3, 1-6, 1-4
3-9, 2-8, 6-7, 4-3, 5-4, 6-5, 1-6

4

À CARRÉVILLE

Les deux carrefours entre lesquels hésite Roméo sont indiqués par des flèches sur la figure ci-dessous. En effet, le premier est situé à 6 × 50 m de A et D, et à 3 × 50 m de B et C, tandis que le second est situé à 5 × 50 m de A et D, et à 4 × 50 de B et C.



5

JEU DE CAVALIER

Le premier mouvement du joueur qui commence doit être 2 ou 4 s'il veut être sûr de gagner quel que soit le jeu de son adversaire.

6

LES NOMBRES GLISSANTS

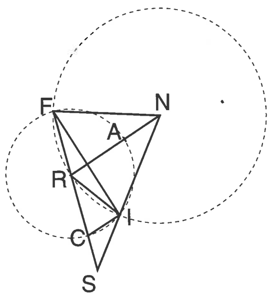
Soit n + p la décomposition d'un nombre glissant en somme de deux nombres dont la somme des inverses est égale à un centième du nombre de départ. On obtient alors l'équation : $\frac{1}{n} + \frac{1}{p} = \frac{n + p}{100}$.

Après simplification, cette équation conduit à l'égalité np = 100.

Par l'étude de tous les couples (n ; p) qui vérifient cette égalité, on constate qu'il existe **trois nombres glissants à deux chiffres autres que 20**. Il s'agit des nombres **25, 29 et 52**.

7

COMPTER LES DISTANCES



Les triangles FNR et RNI, tous deux isocèles par hypothèses, sont symétriques par rapport à (NR). Il en résulte que les droites (NR) et (FI) sont perpendiculaires.
Les points F, A, I, C sont cocycliques par hypothèse. Le triangle FIC, inscrit dans un demi-cercle, est donc rectangle en I.
On en déduit que les droites (CI) et (RN), toutes deux perpendiculaires à (FI), sont parallèles. Les angles alternes internes CIR et IRN sont donc égaux, et le triangle isocèle RCI est semblable aux triangles FNR et RNI. On a donc :
CI / RI = RC / NR , d'où CI = RI.RC / NR = 24^2 / 40 = 14,4.
Le parallélisme des droites (CI) et (NR) permet d'appliquer le théorème de Thalès :
SI / SN = CI / RN, c'est-à-dire SI / (SI + IN) = CI / RN, d'où l'on tire SI / (SI + 40) = 14,4 / 40.
La résolution de cette dernière équation conduit à :
SI = 22,5 km.

Solutions

8

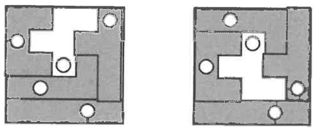
LES DIAGONALES

On vérifie que 10 points placés aux sommets d'un décagone régulier engendrent dix rectangles. En traçant les diagonales de ces dix rectangles, on n'obtient que 5 diagonales distinctes.
Pour dix rectangles, le nombre minimum de diagonales est 5.

9

PENTAMINOS TROUÉS

On a deux solutions :



10

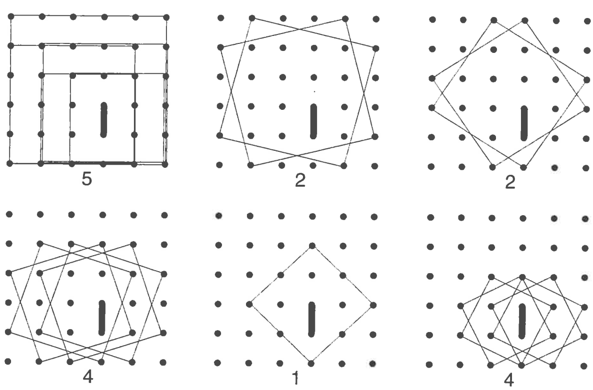
PASSERA PAS ?

La probabilité pour que le courant passe est égale à $1 - 78 / 256 = 217 / 256$.

11

AUTOUR DU CLOU

Le dessin ci-dessous montre les **18 carrés possibles**.



KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

Le jeu-concours « Kangourou des mathématiques » est la plus grande interrogation écrite du monde ! Il a lieu dans la moitié des établissements français.

Il est organisé par ACL-Les éditions du Kangourou, coéditeur de ce « Panoramath ».

Il est associé à la distribution, auprès de chaque élève participant, des documents et brochures de jeux et de vulgarisation mathématique (en moyenne 40 pages de mathématiques en couleur par élève).

En 1998, ont été distribués…
• pour chaque élève participant, une ou deux brochures et une « règle d'or »,
• pour les professeurs, des livres, plus l'ouvrage « internet.prof » (7800 distribués), le CD-Rom Géoflash (4000 distribués), …
• pour les élèves, plus de quarante voyages, mille CD-Rom, vingt mille T-shirts et une centaine de milliers de livres : Kangourou au pays des contes, La magie du calcul, Le monde des pavages, Histoires de maths, Annales du Kangourou, Encyclopédie Kangourou des collèges, Exo-malices, Maths en graphiques, Apprivoiser l'infini, Problèmes du COK, …

Le Kangourou des mathématiques soutient la Commission Inter-IREM « Rallye » en finançant deux rencontres annuelles et le tirage des sujets/corrigés.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : premier jeu-concours Kangourou.
De 120 000 participants au début, le jeu-concours dépasse le demi-million de participants en 1995.
En 1994, le Kangourou des mathématiques a reçu le prix d'ALEMBERT décerné par la Société Mathématique de France.
Depuis 1994, existe l'association européenne "Kangourou Sans Frontières" réunissant 21 pays autour d'une charte du Kangourou, cette association a reçu le soutien du Conseil de l'Europe, de l'UNESCO et de la Communauté Européenne.
Plus d'un million et demi d'élèves participent chaque année en Europe à la fête des Maths avec le Kangourou.
En 1998, il a réuni, en France, 38 000 écoliers, 430 000 collégiens et 62 000 lycéens.

ÉPREUVES

Individuelles : sans calculatrice (Brochure pour tous 15 francs).
Catégories : CM1, CM2, 6ème, 5ème, 4ème, 3ème, 2nde, 1ère, Terminales, BEP, Bac pro, Maths Sup.

PARTENAIRES

ACL - Les Éditions du Kangourou
1997 : Science Illustrée et Tangente
1998 : Science Illustrée et Les Clefs de l'Actualité Junior
1999 : La Comédie Française

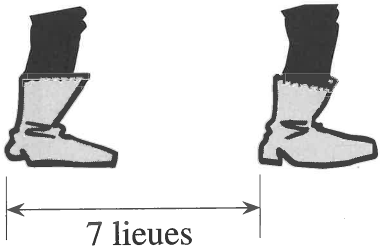
CONTACTS

Claudie MISSENARD
Kangourou des Mathématiques
50, rue des Écoles 75005 PARIS
Tél : 01 43 31 40 30
Fax : 01 43 31 40 38
Minitel → 3615 KANG
e-mail : info @ mathkang.org
Site Internet
→ http: // www.mathkang.org

COMPÉTITION

Une seule épreuve d'une heure quinze minutes (1 heure pour les écoles)
30 Questions à Choix Multiples de difficulté croissante (24 pour les écoles)
1999 : le jeudi 18 mars
2000 : le jeudi 16 mars
Un "Kangourou des Profs" et un "Kangourou du midi" pour les personnels de l'établissement sont organisés le même jour.

1 ▪ ÉCOLIERS 3 points



L'ogre du *Petit Poucet* avait des bottes de 7 lieues. En une enjambée, il faisait 28 kilomètres.

À combien de kilomètres correspond une lieue ?

A) 196 km B) 4 km C) 7 km D) 1 km E) 2 km

2 ▪ ÉCOLIERS 3 points

Voici mon code secret :

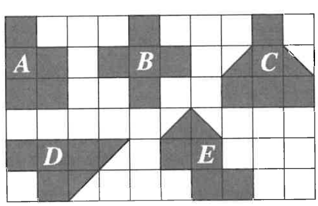
● = 1 ; ✌ = 2 ; ▲ = 3 ; ♦ = 4 ; ★ = 5 ; ♠ = 6 ; ♥ = 7 ;
♣ = 8 ; ▼ = 9.

Quel est le nombre ♥♠♣●★▲ ?

A) 735 186 B) 768 159 C) 768 351 D) 768 153 E) 387 651

3 ▪ ÉCOLIERS 3 points

Quelle est la figure qui, mesurée en carreaux, a une aire différente des autres ?



A) *A* B) *B* C) *C* D) *D* E) *E*

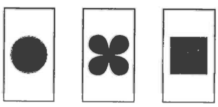
4 - ÉCOLIERS 3 points

Combien faut-il de flacons pour équilibrer 2 bouteilles ?

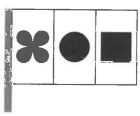
A) 2 B) 1 C) 5 D) 3 E) 4

5 - ÉCOLIERS 4 points

Combien de drapeaux différents peut-on fabriquer en assemblant côte à côte ces trois bandes verticales :



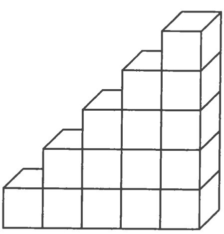
Voici un exemple de drapeau :



A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

6 - ÉCOLIERS 4 points

L'escalier ci-dessous est construit avec des cubes et il a cinq marches.



Combien de cubes faudrait-il pour construire un escalier de dix marches ?

A) 10 B) 15 C) 66 D) 45 E) 55

7 ▪ ÉCOLIERS — 5 points

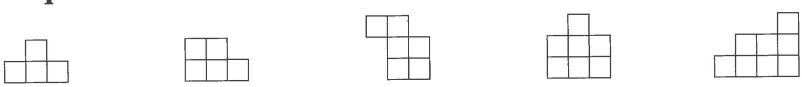
Mon réveil avance de trois minutes par heure. Je le mets à l'heure à 21 heures avant d'aller me coucher.

À quelle heure dois-je régler la sonnerie pour qu'elle me réveille à 7 heures le lendemain matin ?

A) 6 h 30 min B) 7 h 30 min
C) 6 h 35 min D) 7 h E) 7 h 45 min

8 ▪ ÉCOLIERS — 5 points

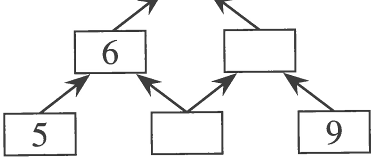
On peut obtenir un carré en assemblant 4 des 5 pièces suivantes.
Laquelle sera alors laissée de côté ?



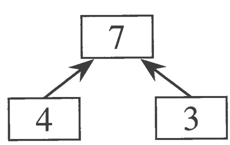
A) B) C) D) E)

9 ▪ ÉCOLIERS — 3 points

Chaque nombre de la pyramide est la somme des deux nombres situés juste en dessous.
Quel nombre se trouve au sommet ?



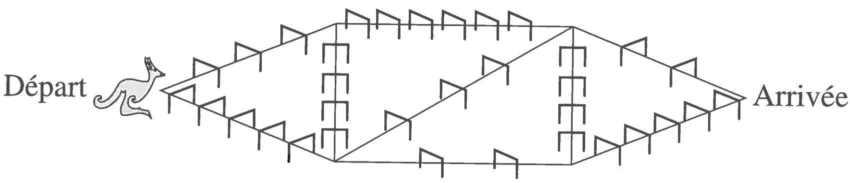
Exemple :



A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

10 - ÉCOLIERS 3 points

Du « Départ » à l'« Arrivée », le kangourou choisit le chemin où il aura à sauter le moins d'obstacles possibles.

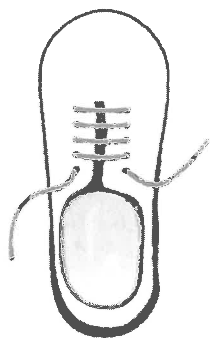


Combien devra-t-il en sauter ?

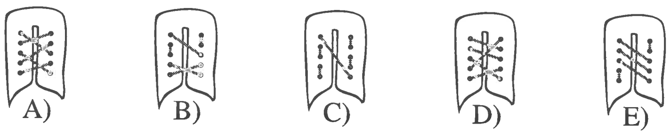
A) 11 B) 8 C) 10 D) 18 E) 6

11 - ÉCOLIERS 3 points - CADETS 4 points

Une chaussure de sport est lacée comme l'indique le dessin ci-dessous.



Quel est le laçage qui, vu de l'intérieur de la chaussure, n'est sûrement pas le bon ?



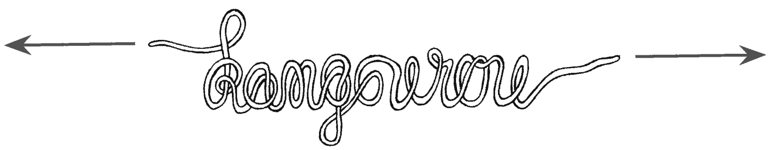
12 - BENJAMINS 3 points

L'an dernier, on a fêté les quatre cents ans de la naissance du grand mathématicien Descartes.

Au fait, en quelle année Descartes est-il né ?

A) 1596 B) 1697 C) 1796 D) 1597 E) 1956

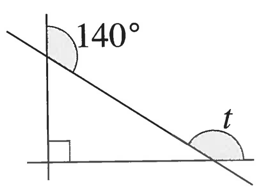
13 - BENJAMINS 3 points - JUNIORS 3 points



Si on tire sur la ficelle, combien de nœuds vont se former ?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14 - BENJAMINS 4 points



L'angle t est égal à :

A) 130 ° B) 140 ° C) 220 ° D) 40 ° E) 120 °

15 ■ BENJAMINS 4 points

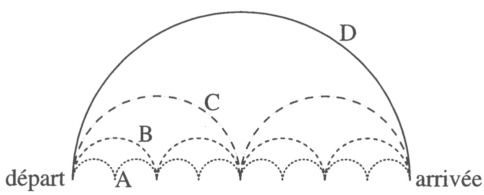
Un damier rectangulaire noir et blanc a 63 cases, deux cases de même couleur n'étant jamais voisines. Les cases des quatre coins sont blanches.

Combien y a-t-il de cases blanches ?

A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) on ne peut pas le savoir

16 ■ BENJAMINS 5 points

Lequel des 4 parcours est le plus court ?



A) B) C)
D) E) ils ont tous les quatre la même longueur.

17 ■ BENJAMINS 5 points

Sur l'étiquette d'une bouteille de sirop concentré à l'orange, est indiqué « un volume de sirop pour cinq volumes d'eau ».

Avec une bouteille d'un litre de ce sirop, combien peut-on fabriquer de verres d'orangeade de 20 cl chacun ?

A) 5 B) 18 C) 20 D) 25 E) 30

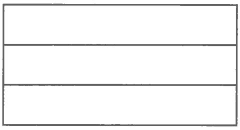
18 - BENJAMINS 5 points - CADETS 5 points

K est égal à 10 % de *L*. *L* est égal à 20 % de *M*. *M* est égal à 30 % de *N*. Et *P* est égal à 40 % de *N*.

Alors, le rapport K/P est égal à :

A)7 B)3/2 C)2/300 D)3/200 E)1/250

19 - BENJAMINS 3 points



Combien peut-on voir au maximum de rectangles dans cette figure ?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

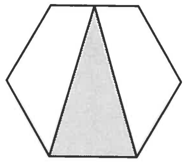
20 - BENJAMINS 4 points

Pour retrouver la princesse, le prince charmant doit parcourir 300 kilomètres. Chaque jour, il en parcourt 50, mais chaque nuit, un vilain sorcier le fait reculer de 40 !

Quel jour pourra-t-il enfin embrasser sa princesse ?

A) le 26$^{\text{ème}}$ jour B) le 27$^{\text{ème}}$ jour C) le 28$^{\text{ème}}$ jour
D) le 29$^{\text{ème}}$ jour E) le 30$^{\text{ème}}$ jour

21 ▪ BENJAMINS **5 points**

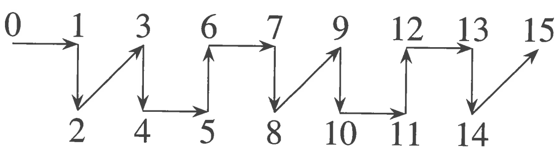


Quelle fraction de l'hexagone régulier représente le triangle grisé ?

A) 1/4 B) 1/3 C) 3/8 D) 1/5 E) 1/2

22 ▪ CADETS **5 points**

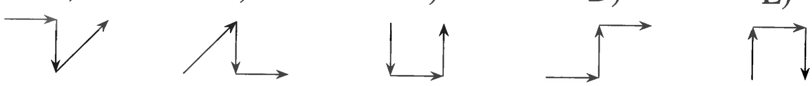
Les nombres entiers de 0 à 2 000 ont été reliés par des flèches comme le montre la figure.



et ainsi de suite…

Quelle est la succession de flèches qui relie le nombre 1997 au nombre 2 000 ?

A) B) C) D) E)



23 ▪ CADETS **5 points**

On divise par 15 le nombre « 10…0……0 » dont l'écriture décimale est un 1 suivi de 1997 zéros.

Quel reste obtient-on ?

A) 1 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12

24 ▪ CADETS **5 points**

On plie soigneusement en deux une feuille de papier rectangulaire, cinq fois de suite, en pliant à chaque fois suivant un pli perpendiculaire au pli précédent. Après cela, on déchire les quatre coins du (petit) rectangle de papier obtenu. Ceci fait, on déplie la feuille.

Combien de vrais trous voit-on alors à l'intérieur de la feuille de papier ?

A) 4 B) 9 C) 18 D) 20 E) 21

25 ▪ CADETS **5 points**

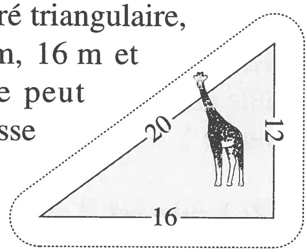
	6	
12	4	6
	8	

Un grand rectangle est divisé en 9 petits rectangles, comme le montre le dessin. À l'intérieur de certains petits rectangles est inscrit leur périmètre en cm.

Quel est le périmètre (en cm) du grand rectangle ?

A) 26 B) 28 C) 36 D) 30 E) 24

26 ▪ CADETS **5 points**



Une girafe est installée dans un curieux pré triangulaire, clôturé. Les côtés du pré mesurent 20 m, 16 m et 12 m. Grâce à son long cou, la girafe peut brouter la délicieuse herbe verte qui pousse à l'extérieur de la clôture jusqu'à une distance de 2 mètres. Soit S l'aire, en m², d'herbe verte qu'elle pourra brouter à l'extérieur de son pré.

Parmi ces nombres, quelle est la meilleure approximation de *S* ?

A) 96 B) 99,14 C) 102,28 D) 105,42 E) 108,56

27 ▪ CADETS **3 points**

L'année dernière, 1 100 000 jeunes de 22 pays ont participé au concours Kangourou.

Combien de milliers de participants y a-t-il eu à ce Kangourou ?

A) 110 B) 1 010 C) 1 100 D) 1 001 E) 11 000

28 ▪ CADETS **3 points**

Christophe saute du plongeoir. Il s'élève d'un mètre en l'air, redescend de cinq mètres puis effectue une remontée de deux mètres pour atteindre la surface.

À quelle hauteur au-dessus de l'eau se trouve le plongeoir ?

A) 1 m B) 2 m C) 3 m D) 4 m E) le plongeoir est sous l'eau

29 - CADETS 3 points

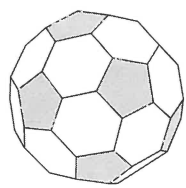
Ce matin, Laura, en faisant sa toilette, aperçoit dans le miroir les aiguilles de la pendule placée derrière elle. « Tiens, dit-elle, la pendule est arrêtée : elle marque quatre heures moins cinq. » Laura se trompe !

Quelle heure est-il en réalité ?

A) 8 h 05 B) 4 h 55 C) 7 h 55 D) 8 h 55 E) 4 h 05

30 - CADETS 4 points

Un polyèdre en forme de ballon de football possède 32 faces : 20 sont des hexagones réguliers et 12 sont des pentagones réguliers.



Combien ce solide a-t-il de sommets ?

A) 72 B) 90 C) 60 D) 56 E) 54

31 - BENJAMINS 4 pts - CADETS 4 pts - JUNIOR 3 pts

Francis a gagné un T-shirt avec le mot KANGOUROU écrit sur le devant. Il s'admire dans la glace.

Que voit-il?

A)  B) UORUOGNAK

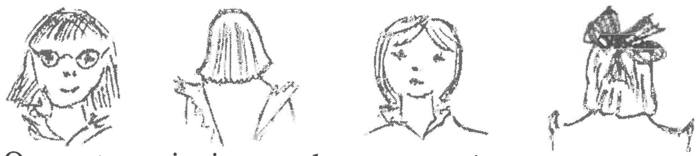
C)  D) 

E) 

32 ▪ CADETS **4 points**

Quatre jeunes filles sont devant vous :

Anne Marie Tanya Olga



On veut savoir si cette phrase est vraie :
« Si une de ces jeunes filles n'a pas de lunettes, alors elle a un nœud dans les cheveux. »

Pour cela, il suffit de demander de se retourner à :

A) Marie et Tanya B) Marie C) Tanya
D) Anne et Marie E) Tanya et Olga

33 ▪ CADETS **5 points**

Les nombres entiers de 1 à 2049 sont inscrits en rond, comme autour du cadran d'une horloge. On barre un nombre sur deux en commençant par barrer le nombre 1 et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.

Quel sera le seul nombre survivant ?

A) 2 B) 64 C) 512 D) 1024 E) 1998

34 ▪ JUNIORS **3 points**

$(a, b) \blacklozenge (c, d) = ac + bd$. Alors $(7, 2) \blacklozenge (3, 1)$ **est égal à** :

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

35 ▪ JUNIORS 3 points

La moitié du carré de 2^{10} vaut :

A) 2^{10} B) 2^{19} C) 1^{20} D) 2^{11} E) 2^{20}

36 ▪ JUNIORS 3 points

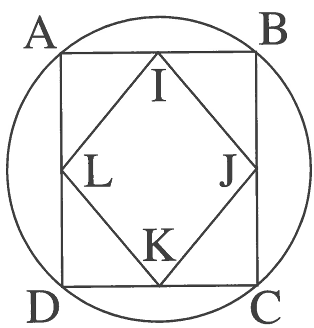
Une balle de tennis de rayon 5 cm flotte à la surface de l'eau. Elle émerge de 2 cm. Je la repêche.

Quel est le rayon du cercle dessiné sur la balle par la limite de l'eau ?

A) $\sqrt{5}$ cm B) 3 cm C) 4 cm D) $\sqrt{2}$ cm E) 5cm

37 ▪ JUNIORS 3 points - BENJAMINS 4 points

Dans un cercle de rayon 3 cm, on a inscrit un rectangle ABCD. Soient I, J, K et L les milieux de ses côtés.



Quel est, en centimètres, le périmètre du losange IJKL ?

A) 6 B) 9 C) 12 D) $4\sqrt{3}$ E) cela dépend du rectangle

38 - JUNIORS 3 points

Si $a = 1997^2$ et $b = 1996 \times 1998$, quelle relation y a-t-il entre a et b ?

A) $a^2 = b^2 - 1$ B) $b = a + 1$ C) $a = b + 1$ D) $a = 2b$ E) $b = a$

39 - JUNIORS 4 points

Sur Mars, on a observé des créatures à deux têtes. Un journaliste annonce : « les martiens ont tous deux têtes ». Après de nouvelles découvertes, l'annonce du journaliste se révéla inexacte.

Parmi les cinq phrases suivantes, laquelle est sans aucun doute vraie ?

A) Il n'existe pas de martien à deux têtes.
B) Tous les martiens ont soit une tête, soit deux têtes, voire trois têtes.
C) Il existe des martiens à une tête.
D) Il existe un martien ayant soit une tête, soit plus de deux têtes, soit pas de tête du tout.
E) Il y a des martiens sans tête.

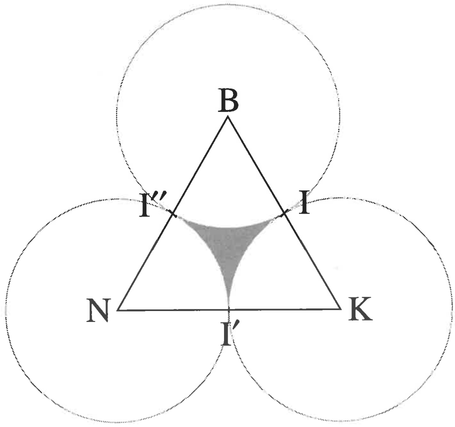
40 - JUNIORS 4 points

Les nombres x, y, z, t sont des nombres réels.

Si $|x - y| = |y - z| = |z - t| = 1$ alors $x - t$ ne peut pas être égal à :

A) 0 B) – 3 C) 3 D) – 1 E) 1

41 ■ JUNIORS 4 points



Les côtés d'un triangle équilatéral BKN mesurent 6. Soient I, I′, I″ les milieux respectifs de [BK], [KN] et [NB]. On ôte du triangle les portions de disque de centre B, K, et N de rayon BI.

Quelle est l'aire de la surface restante ?

A) $18\sqrt{3} - 9\pi$ B) $9\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ C) 2

D) $\frac{\pi}{2} - 1$ E) $6(\pi - \sqrt{3})$

42 - JUNIORS 5 points (1997)

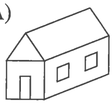
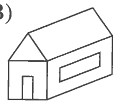
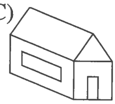
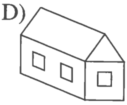
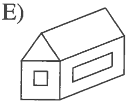
Combien y a-t-il de nombres de trois chiffres dont l'un des trois est la moyenne des deux autres ?

A) 121 B) 117 C) 115 D) 112 E) 105

43 ▪ Écoliers 4pts - Benjamins 3pts - Cadets 3pts - Juniors 3pts

Ma petite maison est représentée quatre fois et la petite maison de mon amie n'est représentée qu'une seule fois.

Laquelle est celle de mon amie ?

A)  B)  C)  D)  E) 

44 ▪ BENJAMINS 5 Points - JUNIORS 4 points

Blanche Neige partage entre les sept Nains, rangés par taille, sa récolte de 707 champignons. Elle sert d'abord le plus petit des sept et ensuite, chaque nain reçoit un champignon de plus que le nain précédent.

Combien de champignons recevra le plus grand des nains ?

A) 107 B) 105 C) 104 D) 101 E) 98

45 ▪ JUNIORS 5 Points - ÉTUDIANTS 4 points

Dans une pièce obscure il y a 20 pots de confiture : 8 pots de framboises, 7 de prunes et 5 d'abricots.

Quel est le nombre maximum de pots que l'on peut prendre (dans le noir) si l'on veut être sûr qu'il y ait une sorte de confiture dont il reste au moins 4 pots et une autre dont il reste au moins trois pots ?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

46 - ÉTUDIANTS 3 points

Combien y a-t-il de nombres entiers compris entre 1 et 1 000 000 qui se terminent par les 4 chiffres 1998 ?

A) 100 B) 99 C) 101 D) 1001 E) un autre nombre

47 - ÉTUDIANTS 4 points

Un grand-père a entre 50 et 70 ans. Chacun de ses fils a le même nombre de fils que de frères. Le nombre total de fils et de petits-fils est égal à l'âge du grand-père.

Quel âge a-t-il ?

A) 56 B) 64 C) 60 D) 68 E) on ne peut pas savoir

48 - BENJAMINS 5 POINTS - ÉTUDIANTS 4 points

Adel et Filip ont chacun trois cartes posées visibles devant eux. Adel a les numéros 2, 4, 6 sur les siennes et Filip les numéros 1, 3, 5. Ils placent leurs cartes chacun leur tour sur l'une des six cases : □□□□□□ . Adel joue en premier. Son objectif est que le nombre de six chiffres obtenu finalement soit le plus petit possible et l'objectif de Filip est d'obtenir le plus grand possible. Chacun joue de son mieux.

À quel nombre vont-ils aboutir ?

A) 123456 B) 654321 C) 254361 D) 253146 E) 253416

LE KANGOUROU DES PROFS

Il est demandé aux professeurs de classer les 30 questions dans l'ordre de difficulté a posteriori, i.e. d'après les pourcentages de bonnes réponses des élèves.

LE KANGOUROU DE MIDI

Pour les collègues non matheux, le personnel administratif de l'établissement, les parents d'élèves... la fête des maths avec le Kangourou c'est aussi quelques questions malicieuses sur lesquelles on peut s'amuser à la cantine ou

49 - DES ADDITIONS

Dans l'addition suivante, où chaque lettre remplace un chiffre (et inversement), on trouvera plusieurs solutions possibles.

$$\begin{array}{r} M\ E\ R\ E \\ +\ P\ E\ R\ E \\ \hline B\ E\ B\ E \end{array}$$

Mais quelle valeur P ne peut-il pas prendre ?

A) 1 B) 3 C) 5) D) 7 E) 9

50 - LE PROF EN EXERCICE

Approximativement, combien, un prof en exercice a-t-il vécu de secondes ?

A) 10 000 B) 100 000 C) 1 000 000 D) I00 000 000
E) 1 000 000 000

51 - RAQUETTE D'ENFANTS

Dans un jeu de balle, une raquette d'adulte est composée de 10,8 m de cordage.

Si on fabrique une raquette d'enfant aux dimensions réduites de moitié, quelle longueur de cordage faudra-t-il ?

A) 21,6 m B)10,8 m C) 5,4 m D) 2,7 m E) 1,3 m

52 - JEU DE DÉS

Deux joueurs A et B jouent au dé. A commence, s'il fait 1 ou 2 il gagne, sinon B joue, s'il fait 3, 4 ou 5 il gagne sinon A rejoue, etc.

En jouant de nombreuses parties ainsi, on constatera

A) que B gagne 2 fois plus souvent que A
B) que B gagne 1,5 fois plus souvent que A
C) que le jeu est équitable
D) que A gagne 1,333 fois plus souvent que B
E) que c'est aléatoire et incalculable.

Solutions

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

Exercices	Réponse	Exercices	Réponse
1	B	25	B
2	D	26	E
3	C	27	C
4	D	28	B
5	C	29	A
6	E	30	C
7	B	31	C
8	B	32	A
9	B	33	A
10	C	34	C
11	B	35	B
12	A	36	C
13	C	37	C
14	A	38	C
15	B	39	D
16	E	40	A
17	D	41	B
18	E	42	A
19	E	43	B
20	A	44	C
21	B	45	C
22	E	46	A
23	D	47	B
24	E	48	E

KANGOUROU DE MIDI

Exercice 49 : E Exercice 50 : E Exercice 51 : C Exercice 52 : C

"*Pour le "Kangourou des profs", les rapports contenant les réponses détaillées et les statistiques complètes sont disponibles sur simple envoi d'une enveloppe préaffranchie à 8 F à votre adresse*"

KANGOUROU SANS FRONTIÈRES

Le jeu-concours « Kangourou Sans Frontières » est organisé dans 21 pays européens. Les épreuves sont communes, pour au moins 25 questions sur 30 pour chacun des cinq sujets (écoliers, benjamins, cadets, juniors, étudiants). Traduites en 14 langues, elles ont lieu le même jour et ont intéressé en 1998 plus de 1,5 millions d'élèves dont des centaines de milliers en France (voir le Kangourou des mathématiques), en Pologne, en République Tchèque, en Russie, en Moldavie, en Roumanie, en Slovénie, au Pays-Bas, en Angleterre, en Hongrie, en Allemagne, en Biélorussie, en Bulgarie, en Espagne, en Estonie, en Slovaquie et en Ukraine...

Chaque année des publications communes sont éditées et des séjours-rencontres d'été sont organisés entre les lauréats des différents pays. La moitié environ du budget total doit être consacrée aux prix et publications.

Note : Les sujets du Kangourou Sans Frontières sont choisis chaque année parmi des centaines de questions proposées par les pays participants. Vous trouverez dans les pages suivantes une sélection de sujets pour les 14 -15 ans (cadets) parmi ceux proposés dans les 21 pays intéressés en 1998.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

En Juin 1993, une rencontre européenne, organisée par les responsables du concours Kangourou Français, a eu lieu à Paris. Sept pays décidèrent de se lancer dans l'aventure : Espagne, Biélorussie, Hongrie, Pologne, Pays-Bas, Roumanie et Russie.
En Juin 1994, à Strasbourg, au Conseil de l'Europe, l'Assemblée Générale des représentants de 10 pays d'Europe crée l'Association "Kangourou sans Frontières".
Le concours français a assuré au départ une assistance technique et financière jusqu'aux journées de Paris (Janvier 1995) et de Eindhoven (Décembre 1995).
À Torun (Novembre 1996), tous les pays membres participent à l'organisation matérielle et tous les sujets pour tous les niveaux deviennent communs à tous les pays membres. Et à Budapest (octobre 1997), les 21 pays représentés adoptent la " Charte du Kangourou " fixant les règles déontologiques et organisationnelles auxquelles les pays membres décident d'adhérer.

ÉPREUVES

Individuelles.
Trente questions à choix multiples et de difficulté croissante.

PARTENAIRES

Le Kangourou Sans Frontières a reçu le soutien de plusieurs académies et ministères de l'éducation en Europe. Il fait parti du projet 2000 + de l'UNESCO.

COMPÉTITION

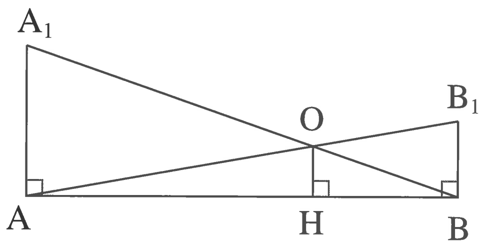
Une seule épreuve d'une heure quinze minutes.
1998 : le 20 mars
1999 : le 18 mars

CONTACTS

André Deledicq et Claude Deschamps
Kangourou Sans Frontières, 50, rue des Écoles 75005 Paris
Tél : 01 43 31 40 30 Fax : 01 43 31 40 38
internet → http://www.mathkang.org
e-mail → info @ mathkang.org → mer @ mat. uni. torum. pl (Pologne)
→ jand @ win. tve. nl (Pays-Bas)

QUESTION 1

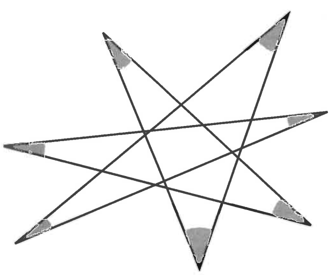
Suppose $AA_1 = 5$, $BB_1 = 3$, **find OH.**



A) 15/8 **B)** 5/3 **C)** 2,4 **D)** 1,6 **E)** 1,9

QUESTION 2

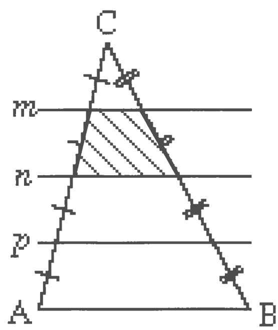
Find the sum of angles given on the drawing.



A) 120° **B)** 150° **C)** 180° **D)** 270°

E) Cannot be defined uniquivocally

QUESTION 3



The sides AC and BC of triangle ABC are both divided in four equal parts by the lines *m*, *n* and *p*. The shaded part has an area of 6 cm^2.

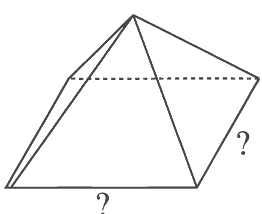
How many cm^2 is the area of triangle ABC ?

A) 24 **B)** 28 **C)** 30 **D)** 32 **E)** 36

QUESTION 4

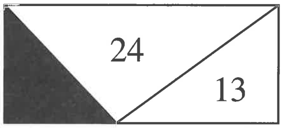
Six copies of the pyramid (shown on the right) together form a cube. Its volume is 27 dm^3.

What is the length in cm of the edges marked by ?



A) 30 **B)** 45 **C)** 50 **D)** 90 **E)** 300

QUESTION 5



L'aire de la partie noire du rectangle ci-contre est égale à (les nombres indiqués sont des aires) :

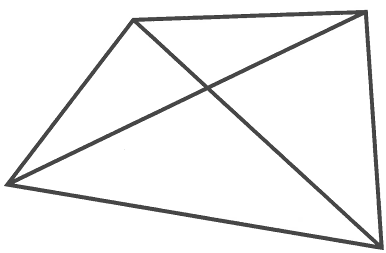
A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13

E) entre 12 et 13

QUESTION 6

Combien de pentagones peut-on voir sur cette figure ?

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4



QUESTION 7

Pithagoras was born in the year 'f' b.c.

When was he born, if you know :
$a = b$, $c = b/3$, $b = e$, $d = 575$, $e = a$, $a = 1998$, $f = c - 94$?

A) 575 b.c. **B)** 572 b.c. **C)** 497 b.c. **D)** 0 **E)** 1998 b.c.

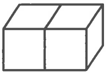
QUESTION 8

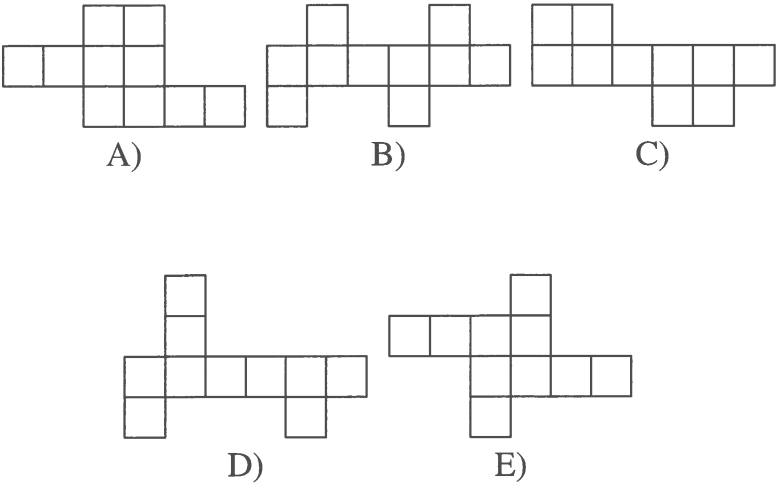
Find the thousandth term of the following sequence :

A, B, C, D, E, F, G, F, E, D, C, B, A, B, …

A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** G

QUESTION 9

Avec lequel de ces patrons ne pourra-t-on pas reconstituer cet assemblage de deux cubes ? 



Solutions

1

QUESTION 1

Réponse A.

Posons AB = a, AH = x, et OH = y. On a :

$$\frac{y}{5} = \frac{a-x}{a} = 1 - \frac{x}{a} \text{ et } \frac{y}{3} = \frac{x}{a}. \text{ Donc } \frac{y}{5} = 1 - \frac{y}{3} \text{ et } y = \frac{15}{8}$$

2

QUESTION 2

Réponse C.

On considère les 7 triangles construits à partir des deux segments formant les 7 angles considérés. La somme des angles de ces 7 triangles vaut $7 \times 180°$. En otant à cette somme les 7 angles de l'heptagone convexe construit sur les 7 sommets considérés, on a deux fois la somme cherchée. Or la somme des 7 angles d'un heptagone vaut $5 \times 180°$. Donc la somme cherchée est 180°.

3

QUESTION 3

Réponse D.

Si le triangle Cm mesure 1, alors par homothétie, le triangle Cn mesure 4, le triangle Cp mesure 9 et le triangle CAB mesure 16. L'unité ainsi choisie a une aire de 2 cm^2 (6 cm^2 = (4 – 1) unités) et donc CAB mesure 32 cm^2.

4

QUESTION 4

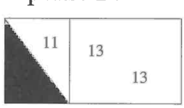
Réponse A.

Le cube mesure 27 000 cm^3. Son côté (qui est aussi celui de la base d'une pyramide) vaut donc 30 cm.

5

QUESTION 5

Réponse B.

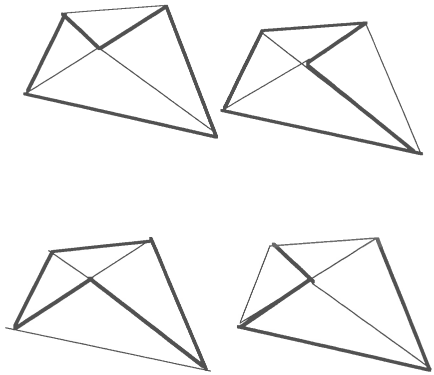


L'aire d'un triangle noir est 11.

6

QUESTION 6

Réponse E.



7

QUESTION 7

Réponse B.

$$f = c - 94 = \frac{b}{3} - 94 = \frac{a}{3} - 94 = \frac{1998}{3} - 94 = 666 - 94 = 572.$$

8

QUESTION 8

Réponse D.
La période de la suite est 12.
$1000 = 12 \times 83 + 4$. Le $4^{\text{ème}}$ terme de la suite est D.

9

QUESTION 9

Réponse A.

RALLYE MATHÉMATIQUE SANS FRONTIÈRES AQUITAINE

Le Rallye Mathématique Sans Frontières vise à ouvrir les frontières entre les régions, entre les élèves d'une même classe, entre les collèges et les lycées. Son objectif est de faire vivre les mathématiques auprès des jeunes.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création du Rallye Mathématique d'Aquitaine.

1992 : Participation à titre expérimental du Gers, Tarn, Tarn et Garonne au Rallye Mathématique d'Aquitaine.

1993 : Le Rallye s'étend et regroupe les régions d'Aquitaine, Aragon, Galice, Midi-Pyrénées, Pays Basque.

1994 : Victime de son succès, et des difficultés d'organisation le Rallye est mis en sommeil.

1995 : Redémarrage sous l'appellation Rallye Mathématique Sans Frontières. 252 classes participantes.

1996 : 283 classes participantes en Aquitaine et participation de quelques classes du Congo, d'Allemagne et d'Australie.

1997 : Ouverture du Rallye au classe de lycée professionnel, 311 classes participantes en Aquitaine, ainsi que quelques classes d'Allemagne et d'Australie.

ÉPREUVES

Par classe entière.
Catégorie : troisième, seconde et lycée professionnel (niveau équivalent à l'étranger).
Problèmes : consistent en une palette d'exercices (avec un exercice spécifique par catégorie). La classe s'organise pour résoudre les exercices proposés en deux heures et fournir un dossier réponse.

PARTENAIRES

Conseil Régional et conseil Généraux.
Les Inspections Académiques.
Caisses du Crédit Agricole.
Cap Sciences Bordeaux, Aqualand (gironde), Walliby (Lot et Garonne).
Casio, Tangente, Dalix.

COMPÉTITION

Épreuve : en mars.
Classements : départementaux et régional par catégorie.

CONTACTS

I.R.E.M. d'Aquitaine
40, rue Lamartine
33400 TALENCE
Tél. : 05 56 84 89 75
Fax : 05 56 84 89 72

1 - PINS

3e - 2nde - Lycée Pro 1997

Alain, notre ami le landais est très bon trésorier. Un jour, je lui demandai d'acheter des pins afin de les planter. Il me dit :
« D'accord pour 15 pins à condition que tu sois capable de former 6 rangées de 5 arbres. »
Dessinez une solution à ce problème.

2 - LE BOUQUET

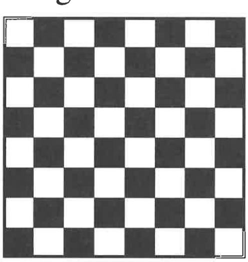
3e - 2nde - Lycée Pro 1997

Bernard désire offrir un bouquet de fleurs à une amie. Il se rend chez une fleuriste qui dispose des fleurs suivantes :
des petites roses à 5 F la pièce, des grands gerberas à 10 F la pièce, des lys à 15 F la pièce, des oeillets royaux à 25 F la pièce, et des statis à 45 F la pièce.
Bernard souhaite que son bouquet soit composé de deux variétés de fleurs et coûte 200 F.
Combien de bouquets différents la fleuriste peut-elle lui proposer ?

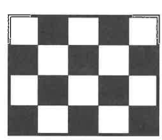
3 - L'ÉCHIQUIER

3e - 2nde - Lycée Pro 1997

Combien voit-on de carrés en tout sur un échiquier ?
(8 rangées de 8 cases)



Sur la figure ci-dessous, on dénombre 30 carrés.



4 - ∏ZZA

3e - 2nde - Lycée Pro 1997

Trois personnes partent en excursion. Au moment du repas, Alain toujours aussi tête en l'air, s'aperçoit qu'il a oublié son pique-nique. Pierre a 3 pizzas et Maxime en a 5. Tous trois décident de répartir équitablement la nourriture. Pour dédommager ses amis, Alain donne 40 F.
Pour que le partage soit équitable, comment Pierre et Maxime se répartissent-ils les 40 F ?

5 - CODE SECRET

Spécial B.E.P. 1997

Trouvez les trois chiffres du code E T I

1	2	3	aucun chiffre correct
4	5	6	un seul chiffre correct bien placé
6	1	2	un seul chiffre correct mais mal placé
5	4	7	un seul chiffre correct mais mal placé
8	4	3	un seul chiffre correct bien placé

6 - COLS BASQUES

Spécial Seconde 1997

Pour aller de Saint-Jean-Pied-de-Port (altitude 165 m) au sommet du col du Burdincurutcheta (altitude 1335 m), Robert met 1 heure 40 minutes. Miguel équipé d'un meilleur vélo et mieux entraîné ne met que 1 h 15 min. Nos deux cyclistes réussissent l'exploit de faire la totalité du parcours à vitesse constante, et Miguel part 20 minutes après Robert.
Combien de temps, après avoir été doublé par Miguel, Robert devra-t-il rouler avant d'atteindre le sommet ?

7 - BON COMPTE

3^e - 2nde - Lycée Pro 1998

En disposant sur chaque ligne des cartes numérotées de 1 à 4, on a pu réaliser l'opération ci-dessous.

$$\begin{array}{rcccc} & \boxed{4} & \boxed{3} & \boxed{2} & \boxed{1} \\ - & \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{4} \\ \hline & 3 & 0 & 8 & 7 \end{array}$$

En modifiant l'ordre des cartes sur chaque ligne, **donnez toutes les dispositions permettant d'obtenir 1998**.

8 - BALLON GÉANT

3^e - 2nde - Lycée Pro 1998

À la Grande Foire de Bergerac, on a pu voir un ballon publicitaire géant constitué d'hexagones et de pentagones de 42 cm de côté, cousus entre eux. Chaque pentagone était entouré de cinq hexagones, et chaque hexagone était entouré de trois hexagones et de trois pentagones. Il paraît que la longueur totale des coutures était de 37,8 m.

Combien y avait-il d'hexagones ?
et de pentagones ?

9 - MATCH RETOUR

3e - 2nde - Lycée Pro 1998

Lors du match aller, l'équipe de rugby de Bègles a réussi à marquer un essai non transformé (5 points), un drop (3 points) et une pénalité (3 points), alors qu'Agen n'a pu répliquer que par un essai transformé (7 points).

Avant-hier, c'était le match retour, et Agen a pris une éclatante revanche en battant Bègles par 35 à 24.
Aujourd'hui, on peut lire dans le journal Sud-Ouest que pendant ce match, les deux équipes ont marqué le même nombre d'essais. Le buteur de Bègles a eu une réussite de 100%, mais Agen a marqué deux drops de plus que Bègles. Par ailleurs, Agen n'a commis aucune faute qui aurait permis à Bègles de tenter une pénalité.

Retrouvez le détail du score de chaque équipe dans ce match retour.

10 - PUZZLE

3e - 2nde - Lycée Pro 1998

Nicole et Myriam se sont aperçues qu'en utilisant un morceau rectangulaire de moquette de 1 m de large et de 10 m de long, elles peuvent recouvrir exactement le sol de leur bureau qui est carré.

Trouvez un découpage qui leur permettra, sans avoir de chute, d'obtenir le nombre minimal de morceaux.

11 - CODE POSTAL

3^{e} - 2nde - Lycée Pro 1997

Pour hâter le tri postal, la Poste indique sur les enveloppes que vous envoyez, le code postal grâce à une série de 5 groupes de bâtonnets fluorescents. Le tri s'effectue ensuite à l'aide d'un lecteur optique.
Les chiffres sont codés comme l'indique le tableau.

0	. . I I I I	**5**	I . I . I I
1	. I . I I I	**6**	I . I I . I
2	. I I . I I	**7**	I I . . I I
3	. I I I . I	**8**	I I . I . I
4	I . . I I I	**9**	I I I . . I

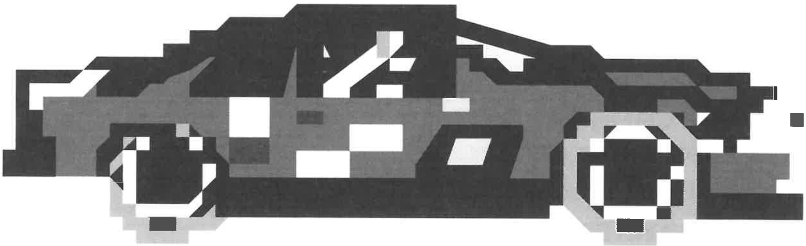
La lecture se fait toujours de droite à gauche. Ainsi le code postal 91720 se note* :

. . I I I I . I I . I I I I . . I I . I . I I I I I I I . . I

En admettant que tous les nombres de 47 000 à 47 999 soient les codes postaux attribués au Lot et Garonne, **trouvez, parmi ceux-ci, lesquels ont une représentation codée qui possède un axe de symétrie vertical.**

* En réalité, les points ne sont pas imprimés sur les enveloppes.

12 - SIX GAGNANTS Spécial 2nde Pro 1998

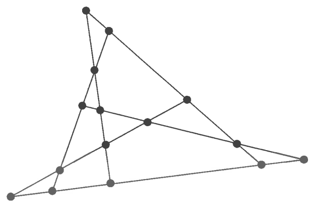


Les six premiers du Grand Prix de Nogaro sont réunis sur le podium pour la remise des trophées.
Ils portent les numéros 4 ; 7 ; 12 ; 13 ; 15 et 19.
La Présidente F. s'apprête à appeler les six concurrents afin de leur distribuer les récompenses, mais son emploi du temps ne lui a pas permis d'assister à l'arrivée, et les Officiels, un peu vexés et très taquins, lui ont seulement donné ces indications :

- en additionnant les numéros des trois premiers, on trouve le même résultat qu'en additionnant les numéros des trois autres ;
- la différence entre le numéro du premier et celui du deuxième est égale au numéro du quatrième ;
- en ajoutant 1 au numéro du premier, on obtient la somme des numéros du quatrième et du cinquième.

Aidez la Présidente F. à établir l'ordre d'arrivée des six concurrents.

1 PINS



2 LE BOUQUET

Il y a 56 bouquets possibles.

3 L'ÉCHIQUIER

Le nombre de carrés est : 82 + 72 + 62 + 52 + 42 + 32 + 22 + 12.
Soit 204 carrés.

4 ΠZZA

La part de chacun est $\frac{8}{3}$ de pizza. Pierre offre $\frac{1}{3}$ de pizza à Alain et Maxime offre $\frac{7}{3}$ de pizza à Alain. Pierre et Maxime se partagent les 40 F proportionnellement à 1 et 7. Pierre prend 5 F et Maxime 35 F.

5 CODE SECRET

Le code est : 8 7 6

6 COLS BASQUES

Pour parcourir la distance totale, Miguel met 75 minutes et Robert 100 minutes. Appelons V_R et V_M les vitesses respectives de Robert et de Miguel. On a : $75\ V_M = 100\ V_R$ donc $V_M = \frac{3}{4} V_R$.
On suppose que t minutes après le départ de Robert, celui-ci est doublé par Miguel.
Alors $V_M \times (t - 20) = V_R \times t$. On calcule t . On obtient t = 80.
Comme Robert met en tout 100 minutes, il devra encore rouler 20 minutes.

7 BON COMPTE

Pour obtenir 1998, on a quatre solutions :
4132 - 2134 ; 4312 - 2314 ; 3421 - 1423 ; 3241 - 1243.

8 BALLON GÉANT

Chaque pentagone est entouré de 5 hexagones, chaque hexagone borde 3 pentagones, donc le nombre d'hexagones est $\frac{5n}{3}$.

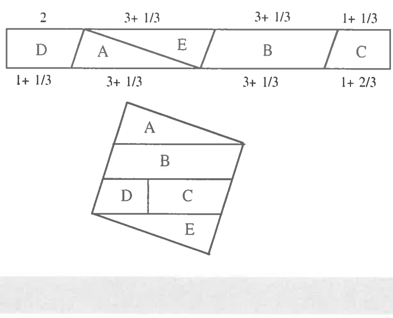
Le nombre de côtés de n pentagones 5n est 5n et celui des $\frac{5n}{3}$ hexagones est 10n.
Mais chaque côté borde deux polygones, donc le nombre total de côtés est $\frac{5n + 10n}{2}$.

On a donc : $\frac{5n + 10n}{2} \times 0{,}42 = 37{,}8$. Ce qui donne n = 12.

9 MATCH RETOUR

Bègles a marqué 3 essais transformés et 1 drop ($3 \times 7 + 1 \times 3 = 24$)
Agen a marqué 1 essai transformé, 2 essais non transformés, 3 drops et 3 pénalités ($1 \times 7 + 2 \times 5 + 3 \times 3 + 3 \times 3 = 35$)

10 PUZZLE



11 CODE POSTAL

Les deux codes postaux correspondants sont 47679 et 47779

12 SIX GAGNANTS

Les concurrents sont arrivés dans l'ordre : 19 ; 12 ; 4 ; 7 ; 13 et 15.

RALLYE MATHÉMATIQUE SANS FRONTIÈRES MIDI-PYRÉNÉES

L'IREM de Toulouse organise depuis 1992 un Rallye mathématique destiné aux élèves des classes de troisième et de seconde et depuis 1997 aux classes de cycle 3 de l'enseignement primaire.

Cette compétition est constituée d'une épreuve écrite par classe entière et d'une super-finale regroupant les classes gagnantes de chaque département de l'académie ainsi que celles d'Andorre, de Barcelone et de Galice. Se joignent également aux épreuves écrites des classes de l'ile de la Réunion, d'Argentine, du Costa Rica et du Mexique.

On peut estimer qu'environ 15000 élèves participent chaque année à cette compétition. L'objectif est de faire vivre les mathématiques autrement dans la classe.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1992 : Début d'un rallye expérimental dans trois départements de l'académie (Gers, Tarn, Tarn-et-Garonne) avec le soutien du rallye mathématique d'Aquitaine.
1993: Extension du rallye à tous les départements de l'académie et à l'Andorre.
1994: Participation de la Galice et de la Catalogne. Mise en place de la Super Finale.
1997: Extension du rallye au cycle 3 de l'enseignement primaire dans certains départements.
1998: Mise en place à titre expérimental d'une compétition pour les classes de CM2 et de sixième de l'Ariège.

ÉPREUVES

Par classe entière.
Épreuve écrite : Elle est constituée de 10 problèmes dont 8 sont communs à toutes les catégories et 2 sont spécifiques à chacune d'elles (troisième générale et technologique, seconde générale, seconde professionnelle). La durée est de deux heures.
Pour l'enseignement primaire, elle est constituée de trois problèmes. Les classes doivent en fournir les solutions à une date fixée.
Super finale : Elle est organisée pour trois catégories: le primaire, les troisièmes et secondes générales. Elle consiste en la résolution en classe entière de 4 exercices en dix minutes maximum. Le temps est pris en compte pour départager les ex æquo.

COMPÉTITION

Épreuve écrite en mars : chaque classe fournit un dossier réponse. Cette épreuve permet l'attribution de prix départementaux pour chaque niveau de classe.
Super finale en mai : Le premier prix de chaque département ou pays participant dans chaque niveau se rend à l'université Paul Sabatier à Toulouse et doit résoudre, toujours par classe entière, quatre exercices.

PARRAINS

Rectorat de l'académie de Toulouse
Université Paul Sabatier
IUFM
Crédit Agricole
Conseils Généraux
APMEP

CONTACTS

I.R.E.M. de Toulouse
Université Paul Sabatier
118, Route de Narbonne
31062 Toulouse Cedex 4
Tél : 05 61 55 68 83 Fax : 05 61 55 82 58
Email: irem@cict.fr

1 - LE NOMBRE 100 Cycle 3

En faisant les opérations de votre choix comment obtenir 100 en utilisant les dix chiffres une fois et une seule ?

2 - OÙ SOMMES-NOUS ? Cycle 3

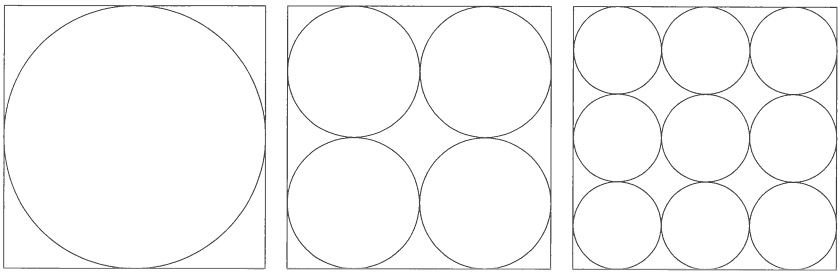
Je m'appelle Gaston et les prénoms des trois autres hommes sont Arnaud, Prosper et Vivien. L'homme derrière moi a un parapluie plus grand que celui de Vivien. Celui qui se tient devant moi a un chapeau plus petit que celui de Prosper.

Écris dans chaque bulle le prénom qui convient.

Énoncés

3 - QUEL CARNAVAL ! 3ème - 2nde

Un fabriquant de confettis veut connaître la masse de papier récupérable pour chaque taille de confettis fabriqués (figure ci-dessous). Les trois carrés ont pour côté a.



Aidez-le, en donnant en fonction de a, pour chacun des trois cas, l'aire de papier qu'il reste une fois les confettis enlevés.

1 confetti   4 confettis   9 confettis

4 - SAUTS DE LAPIN 3ème - 2nde

Le lapin a déjà fait 77 sauts quand le kangourou part à sa poursuite.

Sachant que, pendant que le lapin fait 13 sauts, le kangourou en fait 9, et que 3 sauts de kangourou font autant de distance que 8 sauts de lapins, combien de fois le kangourou devra-t-il sauter avant de rattraper le lapin ?

5 - (BONNE ANNÉE)(BONNE ANNÉE) 2nde

Quel est le dernier chiffre du nombre 1997^{1997} ?

6 - REMUE-MÉNINGES... 3ème - 2nde

Ce soir-là, pendant le spectacle, un court-circuit avait plongé dans le noir la ménagerie. De plus, l'aide dompteur était nouveau. Voici la répartition des animaux le lendemain matin :

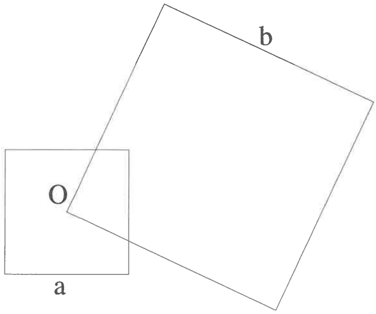
A biche	**B** fennec	**C** guépard	**D** chacal
H autruche	**G** élan	**F** dromadaire	**E**

Pendant que l'hippopotame rend visite au vétérinaire, l'aide dompteur doit ramener chaque animal dans sa cage (l'autruche en A, la biche en B, le chacal en C, ...). Une trappe permet à l'animal de passer dans une cage voisine de celle où il se trouve. Il ne peut pas y avoir plus d'un animal par cage.

Quel nombre minimal de changements de cage faut-il opérer pour que chacun des sept animaux retrouve la sienne ?

7 - CARRÉ TOURNANT 3ème - 2nde

Le carré de centre O et de côté a est fixe.
Le carré de côté b (b > a) a un sommet fixé en O et tourne autour de O.



1°/ Indiquer une position du grand carré pour laquelle le périmètre de la partie commune aux deux carrés est minimale.

2°/ Indiquer une position du grand carré pour laquelle le périmètre de la partie commune aux deux carrés est maximale.

8 - DISQUE QUI ROULE 3ème - 2nde

Les côtés d'un triangle mesurent respectivement 6 cm, 8 cm et 10 cm.
Un disque de rayon 1 cm roule à l'intérieur du triangle en restant toujours tangent à au moins un côté du triangle.

Après avoir fait un tour complet, le centre du disque revient à sa position de départ. Quelle distance a-t-il parcourue ?

9 - 1998 3ème - 2nde

Quel est le plus petit entier de 1998 chiffres dont la somme des chiffres est égale à 1998 ?

Réponses

1

$(0+1+2+3+4)\times5\times[(7-6)+(9-8)] = 100$

2

Gaston est l'un des deux hommes du milieu. Ce ne peut pas être celui qui a le haut de forme car il aurait devant lui un homme qui ne peut pas avoir un chapeau plus petit que celui de Prosper puisqu'il a le plus grand de tous. Gaston est donc le troisième. Prosper a un chapeau plus grand que celui du monsieur qui se tient devant Gaston. Prosper est donc le premier de la file. Vivien a un parapluie plus petit que celui du monsieur derrière Gaston. Vivien est donc le deuxième de la file et Arnaud le dernier.

3

Dans tous les cas l'aire s'exprime en fonction de *a* par : $(a^2)\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$

4

Nombre de sauts du kangourou : 63.

5

Le dernier chiffre du nombre 1997^{1997} est 7.

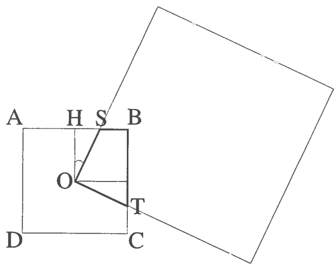
6

Le nombre minimum de changements de cage qu'il faut opérer pour chaque animal indépendamment de la présence des autres est :

biche	fennec	guépard	chacal	autruche	élan	dromadaire
1	2	2	1	1	2	2

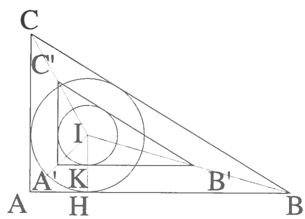
Soit 11 au total. Il reste évidemment à vérifier qu'il existe bien une stratégie permettant de remettre chaque animal dans sa cage en onze changements. Nous vous laissons le soin de le faire en commençant par le dromadaire dans E, l'élan dans F, le fennec dans G...

7



Le quart de tour de centre O qui transforme B en C, transforme S en T.
D'où OS = OT et
SB + BT = BT + TC = a.
Le périmètre du quadrilatère OSBT est donc a + 2OS
Le périmètre est minimum lorsque OS est minimum, soit lorsque S est en H.
Le périmètre est maximum lorsque OS est maximum, soit lorsque S est en B.

8



Soit un triangle ABC tel que AB = 8, AC = 6 et BC = 10.
La réciproque du théorème de Pythagore nous indique d'abord que le triangle ABC est rectangle en A.
Le triangle A'B'C' décrit par le centre de la bille est homothétique du premier par l'homothétie de centre I, centre du cercle inscrit, et qui transforme A en A'. Il nous reste à déterminer son rapport.

Notons r le rayon du cercle inscrit du triangle ABC et r' celui de A'B'C'.
On obtient alors :

Aire(ABC) = $\frac{1}{2}\, r\,(6+8+10 = 12r$, mais Aire (ABC) = $\frac{6\times 9}{2} = 24$, donc

r = 2, d'où r' = 1. Le rapport de l'homothétie est donc $\frac{1}{2}$, le périmètre de

A'B'C' est donc $\frac{1}{2}(6+8+10) = 12$.

9

La règle de comparaison des entiers en numération décimale nous indique que le plus petit entier de 1998 chiffres doit commencer par "1" suivi du plus grand nombre de zéros possible et se terminer par des neufs.
Or 1998 - 1 = 1997 = 221 × 9 + 8. Le nombre cherché est donc :

1000… …008999… …999

[1775 zéros] [221 neufs]

MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES ALSACE

C'est une compétition entre classes de troisième et seconde en France et de niveau équivalent à l'étranger. Elle est organisée par l'Inspection Pédagogique Régionale et par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Académie de Strasbourg.
Une équipe internationale de professeurs de mathématiques est chargée de la création des sujets : 10 exercices en troisième et 3 de plus en seconde, l'énoncé de l'un d'entre eux est donné en allemand, anglais, italien et espagnol, et la solution doit être rédigée dans l'une de ces langues.
La compétition s'adresse aux classes entières et c'est la participation de tous, l'esprit d'équipe, l'initiative des élèves et la pratique d'une langue étrangère qui sont valorisés. La difficulté graduée et les thèmes variés des exercices permettent à tous les élèves d'une même classe d'apporter leur contribution et chacun peut y trouver du plaisir selon ses goûts et ses compétences.
L'objectif est ainsi d'ouvrir des frontières entre la France et les pays voisins, entre les établissements scolaires, les entreprises et la cité, entre les mathématiques et les langues vivantes, entre les collèges et les lycées et entre les élèves d'une même classe.
De nombreux lots viennent récompenser les lauréats en présence de leurs professeurs, de personnalités locales et de la presse.

Organizada por los servicios de la Inspección Pedagogica Regional de Matemáticas y el Centro de Investigación sobre la Docencia de las Matemáticas de la Delegacion de Estrasburgo, esta competición se destina a los niños de 1° y de 2° de BUP en España o de nivel equivalente en los paises extranjeros.

Organised by the « Inspection Pédagogique Régionale » of Mathematics and the « Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques » (the Institute for the research on teaching Mathematics) of the « Académie de Strasbourg », this competition is open to third and second forms or to classes of an equivalent level in foreign countries.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1989/90 : Première édition rassemblant 2400 élèves de 87 classes du nord de l'Alsace.
Depuis, le nombre des participants est en augmentation constante :
572 classes et 14 700 élèves en **1991/92**,
1802 classes et 45 300 élèves en **1993/94**,
2440 classes et 67 000 élèves en **1994/95**,
2842 classes et 79 462 élèves en **1996/97**.
30 secteurs d'organisation accueillent les compétitions d'élèves de 20 pays et de 12 langues différentes.

ÉPREUVES

Par classes entières de troisième, de seconde ou de niveau équivalent.
Catégories : 3ème et 2nde.
Exercices : 10 en troisième et 3 de plus en seconde. Les énoncés sont courts, attrayants, s'efforcent de ne mettre en oeuvre que des outils élémentaires, les plus variés possibles. Ils sont conformes aux programmes de mathématiques en vigueur dans les pays participants.

PARTENAIRES

Inspection Pédagogique Régionale et IREM (organisateurs).
Crédit Mutuel, EDF, collectivités locales et territoriales, entreprises.

COMPÉTITION

Septembre-octobre : inscription des classes.
Décembre-janvier : épreuve d'entraînement.
Mars : épreuve officielle (1 h 30).
Mai : remise des prix.

CONTACTS

MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES
Collège Fustel de Coulanges
4, rue Jacques Peirotes - 67000 STRASBOURG - FRANCE
Fax : +(33) 03 88 35 53 31

1 - VRAI OU FAUX ? 3e-2nde

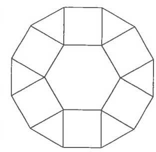
Sur la planète MB 52, il n'y a que deux tribus : la tribu de ceux qui disent toujours la vérité et celle de ceux qui mentent toujours. Un voyageur spatial cherche un guide parmi ceux qui disent toujours la vérité pour lui faire visiter MB 52. Il demande au premier habitant rencontré : « À quelle tribu appartiens-tu ? »
Celui-ci répond évidemment : « Je dis toujours la vérité ». Dans le doute, le voyageur l'envoie demander à un autre autochtone à quelle tribu ce dernier appartient. Le premier habitant revient et dit au voyageur :
« Il m'a répondu qu'il disait toujours la vérité ».
Le voyageur peut-il prendre comme guide le premier habitant rencontré sur la planète MB 52 ?

On planet MB 52 there are only two tribes : one tribe that is always telling the truth and one tribe who is always lying. A space traveller is looking for a guide among those who are always telling the truth in order to visit the MB 52. He asks the first inhabitant he meets : "Which tribe do you belong to ?"
Of course the man answers : "I am always telling the truth".
In doubt the traveller sends him to ask another native which tribe he belongs to. The first inhabitant comes back and tells the traveller "He told me he is always saying the truth".
Can the traveller take the first inhabitant met on planet MB 52 as a guide or not ? Explain your answer.

Cet exercice est aussi traduit en allemand, italien et espagnol. La solution est à rédiger en allemand, anglais, italien ou espagnol.

2 - EN BONNE ESTIME

3e-2nde



Le baron de Münchhausen décida de faire réaliser une mosaïque dans la grande salle de sa demeure.
Le motif choisi, représenté ci-contre, est l'assemblage d'un hexagone régulier bordé de carrés eux-mêmes reliés par des triangles équilatéraux.
Le baron demanda à son majordome de commander 1200 hexagones et lui laissa le soin d'estimer le nombre de carrés et le nombre de triangles nécessaires pour la réalisation de cette mosaïque.

Donner une valeur approximative du nombre de carrés et une valeur approximative du nombre de triangles en justifiant les réponses.

3 - PASSER AU VERT

3e-2nde

M. Laverdure a décidé de ne plus brûler ou jeter ses déchets de jardin, mais de les composter. À cet effet, il dispose d'un treillis rectangulaire d'une aire de 2,70 m^2.
Quelques attaches lui suffisent pour joindre deux côtés opposés et obtenir un réservoir cylindrique vertical dont la hauteur correspond à la longueur de son rectangle. Sa voisine lui fait remarquer que, s'il avait choisi de réunir les deux autres côtés de son treillis, son cylindre serait moins haut, mais d'une plus grande contenance.
M. Laverdure, tout d'abord incrédule, prend les mesures nécessaires et effectue quelques calculs. Puis il défait sa première construction et constate avec satisfaction que son nouveau cylindre a un volume supérieur de 20% à l'ancien.

Quel est ce nouveau volume ?

4 - HISTOIRE DE SÉCHER

3e-2nde

Nelly veut faire sécher 3 kg de fruits frais. La quantité d'eau contenue dans ces fruits représente 99% de la masse totale. Après quelque temps d'évaporation, la quantité d'eau dans les fruits ne représente plus que 98% de la nouvelle masse.

Combien les fruits pèsent-ils alors ?

Justifier la réponse.

5 - YOYO BOURSIER

3e - 2nde

C'est bien connu la bourse n'est pas sortie du tunnel ! Ainsi les actions de la société Gilberti S.A. se comportent de façon bizarre. De jour en jour, elles montent et descendent alternativement :
• si leur valeur a augmenté hier, alors elle baissera aujourd'hui de 10% par rapport à celle d'hier.
• si leur valeur a baissé hier, alors elle augmentera aujourd'hui de 10% par rapport à celle d'hier.

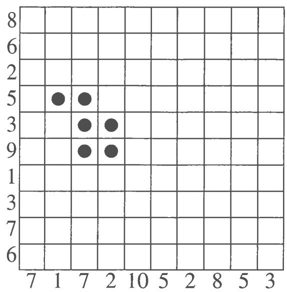
Au delà de deux semaines, par rapport à la valeur d'origine, l'action Gilberti a-t-elle augmenté, a-t-elle diminué, ou est-elle restée constante ?

Expliquer la réponse.

6 - EN NOIR ET BLANC

3^e^ - 2^nde^

Ce jeu se joue avec des pions blancs et des pions noirs, un par case. À la fin de la partie, la grille est remplie avec autant de pions blancs que de pions noirs. Paul a marqué devant chaque ligne et au dessous de chaque colonne, le nombre de pions noirs présents.

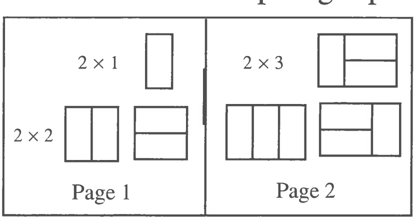


Sur la feuille réponse, recopier et compléter la grille ci-contre avec les pions noirs et les pions blancs.

7 - DES DALLES (SUITE)

3^e^ - 2^nde^

Dans son château le baron de Münchhausen veut recouvrir le sol d'un couloir qui mesure 2 mètres de large avec des dalles de 1 mètre de large sur 2 mètres de long.
L'entreprise Léonard lui propose son catalogue Fibonacci avec tous les pavages possibles pour des rectangles dont l'une des dimensions est 2 mètres.
Page 1 on voit le seul pavage possible pour un rectangle de 2 sur 1 et les deux pavages possibles pour un rectangle de 2 sur 2. Page 2 se trouvent les trois pavages possibles pour un rectangle de 2 sur 3.



Le baron a trouvé une méthode pour calculer le nombre de pavages possibles sans faire tous les dessins.

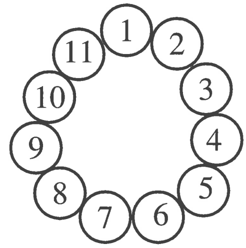
Expliquer cette méthode et l'appliquer à des couloirs de 4m, 5m et 6 m de long.

8 - ŒILFIX 2nde

Dans son cachot Astérix commence à s'inquiéter. « Mais que fait donc Obélix, son ami de deux mètres. Dans un quart d'heure le centurion viendra me chercher pour m'offrir en pâture aux lions du cirque. Ah ! si seulement j'avais ma potion magique ! »
À cet instant précis, il commence à apercevoir au loin la silhouette d'Obélix qui se dirige vers le camp romain.

Obélix arrivera-t-il à temps ?
Astérix a une très bonne acuité visuelle : à 5 mètres de distance il arrive à distinguer un détail de 1,5 mm de hauteur.

9 - CHAMBOULEMENT 2nde

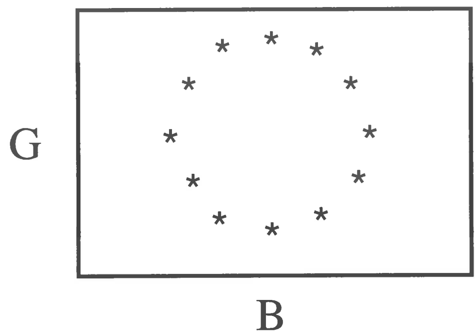


Le roi Arthur décida un jour de choisir son chambellan parmi plusieurs prétendants. Il les réunit dans la salle du trésor et leur dit :
« Regardez ce bijou : il est constitué de monnaies d'or numérotées de 1 à 11 et soudées les unes aux autres.
Je vous demande de faire une copie de ce bijou en ne changeant que la disposition des nombres de 1 à 11. Lorsqu'on la superposera au modèle, de n'importe quelle manière, même en la retournant, l'une au moins des monnaies de votre copie devra porter le même numéro que celle de l'original qu'elle recouvrira. Le premier qui trouvera une disposition correcte sera mon chambellan ».

Dessiner sur la feuille réponse une solution permettant à l'un des prétendants d'être choisi.

10 - EUROPE, QUEL ANGLE ? 2nde

Voici la définition mathématique du drapeau européen :
« L'emblème est constitué par un rectangle bleu dont le battant B a une fois et demie la longueur du guinchant G. Les centres des douze étoiles d'or sont disposées régulièrement sur un cercle dont le centre est le point de rencontre des diagonales du rectangle.
Le rayon de ce cercle est égal au tiers du guindant. Chacune des étoiles à cinq branches est inscrite dans un cercle dont le rayon est égal à 1/18 du guindant. »



Soit O le centre du cercle (C) sur lequel sont placés les centres des étoiles. (C1) et (C2) sont des cercles de deux étoiles consécutives ; (C1) coupe (C) en deux points ; on note M celui qui est le plus près de (C2).
(C2) coupe (C) en deux points ; on note N celui qui est le plus près de (C1).

Calculer l'angle $\widehat{MON}$ à 0,1°près.

Solutions

1 **VRAI OU FAUX**

Le voyageur peut faire confiance au premier habitant rencontré.

2 **EN BONNE ESTIME**

Pour chaque motif intérieur on utilise un hexagone, six carrés et six triangles équilatéraux. Chaque carré est commun à deux motifs et chaque triangle est commun à trois motifs.
Si tous les motifs sont intérieurs, il faudra 3600 carrés et 2400 triangles.
Il faudra majorer des motifs bordant la mosaïque.

3 **PASSER AU VERT**

Le nouveau volume cherché est environ 386,75 dm^3.

4 **HISTOIRE DE SÉCHER**

La matière sèche représente 1% de la masse des fruits frais et 2% de la nouvelle masse y cherchée. On a : $0{,}01 \times 3 = 0{,}02 \times y$.
Soit y = 1,5 kg.

5 **YOYO BOURSIER**

Pour une valeur de l'action multipliée par 1,1 : à partir du 20^e jour, la valeur de l'action ne dépassera plus sa valeur initiale. Avant le 20^e jour, cette valeur est dépassée uniquement les 1er, 3^e, 5^e, ... , 17^e, 19^e jours.
Pour une valeur de l'action multipliée par 0,9 : la valeur est constamment inférieure à sa valeur initiale.

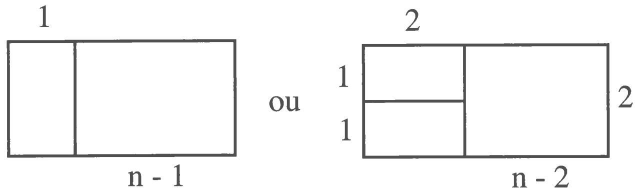
6 **EN NOIR ET BLANC**

●	○	●	○	●	●	●	●	●	●
●	○	●	○	●	●	○	●	●	○
○	○	○	○	●	○	○	●	○	○
●	●	●	○	●	○	○	●	○	○
○	○	●	●	●	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	●	○	○
●	○	●	○	●	●	○	●	●	●
●	○	●	○	●	●	○	●	●	○

7

DES DALLES (SUITE)

Le pavage d'un rectangle de largeur 2 mètres et de longueur n mètres commence nécessairement par :



Le nombre de pavages possibles est égal à la somme du nombre de possibilités pour un rectangle de longueur (n -1) et du nombre de possibilités pour un rectangle de longueur (n - 2).
Soit les pavages, pour :
n = 4 : 2+3 = 5 n = 5 : 3+5 = 8 n = 6 : 5+8 = 13

8

ŒILFIX

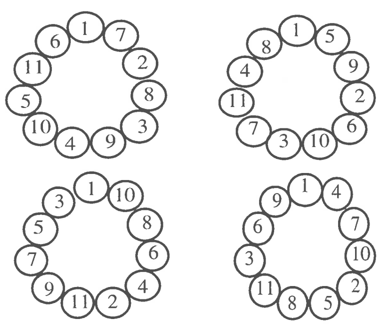
Obélix arrivera à temps si sa vitesse est supérieure à

$$2 \times \frac{5}{1{,}5 \times 10^{-3}} \times 4 \approx 26{,}67 \text{ km/h}.$$

9

CHAMBOULEMENT

Les quatre solutions possibles :



10

EUROPE, QUEL ANGLE ?

$\widehat{MON} \approx 10{,}9°$

RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN

Le Rallye Mathématique Transalpin (RMT) est une compétition entre classes du primaire et du secondaire (degrés 3 à 8 de la scolarité obligatoire, élèves de 6 à 14 ans). Il se déroule actuellement en Suisse romande, dont il est originaire, en France dans le département de l'Ain, au Luxembourg, en Italie dans les régions de Parme, Sienne, Pavie, Sardaigne, Val d'Aoste, Pesaro.

Les objectifs sont :

- Pour les élèves : la résolution de problèmes, le travail en équipes, le débat scientifique et l'argumentation lors de la présentation des solutions.
- Pour les maîtres : le RMT permet d'observer les élèves en activité de résolution de problème, d'exploiter les sujets dans leur enseignement de mathématiques, de participer à l'élaboration ou à l'analyse des résultats, de se constituer une collection de problèmes expérimentés dont les stratégies et procédures de résolution ont été explicitement relevées.
- Pour les chercheurs en didactique qui participent au projet, le RMT offre une source très riche de résultats, d'observations et d'analyses.

Les épreuves (un entraînement qui détermine l'inscription de la classe, deux épreuves de base, une épreuve finale pour les classes qualifiées) sont constituées de sept à huit problèmes, de difficultés variées, afin que chaque élève puisse être actif et que l'ensemble de la tâche soit trop lourd pour un seul individu, aussi doué soit-il. Sans aucune aide extérieure, les élèves disposent d'une heure pour s'organiser, résoudre les problèmes, adopter une seule solution pour la classe et la rédiger de manière très explicite, avec les justifications nécessaires, en décrivant leurs démarches.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1993 : création du *Rallye Mathématique Romand* ouvert aux classes des degrés 3 à 5 de l'école primaire (8 - 11 ans). La participation passe de 20 à 82 classes en 1995.
1996 : le *Rallye Mathématique Romand* devient *Rallye Mathématique Transalpin* avec la participation de classes italiennes.
1997 : ouverture aux classes de degré 6 (première année de l'école secondaire en Italie) et extension à la région de Bourg-en-Bresse.
Premières journées d'études internationales (à Brigue CH) destinées aux animateurs des différents pays participants, sur l'analyse didactique de problèmes du RMT.
1998 : ouvertures aux classes des degrés 7 et 8 (école secondaire), extension en France, en Italie, au Luxembourg. Participation totale de 500 à 600 classes.

ÉPREUVES

Collectives, par classes.
6 catégories, des degrés 3 à 8 (8 à 14 ans).
Problèmes : 7 à 8, à résoudre en 50 minutes ou 60 minutes.
De difficultés échelonnées. Beaucoup de problèmes sont communs à plusieurs catégories.
Les solutions sont à rédiger avec explications détaillées, prises en compte pour l'attribution des prix.
La préparation des problèmes est faite en coopération entre les différentes équipes régionales et nationales. Les traductions (en français, italien et allemand) sont rigoureusement comparées.

COMPÉTITION

1. Épreuve d'entraînement en janvier, sous la responsabilité du maître. La classe s'inscrit en cas d'intérêt.
2. Épreuves I et II,en février-mars et en avril. Sur la base d'un barême unique, les corrections et classements sont organisés au plan régional.
3. Finales régionales, en mai ou juin. Les classes qualifiées sont réunies dans un même établissement scolaire et disputent l'épreuve finale.
4. Une analyse comparée des solutions des meilleures classes finalistes de chaque région permet d'attribuer un titre de classe « championne » de chaque catégorie au plan international.

PARTENAIRES

La revue *Math-École*
L'institut de recherche et de documentation pédagogique (IRDP) de la Suisse romande
Le département de mathématiques de l'Université de Parme, Italie
Diverses institutions scolaires et entreprises, selon les régions

CONTACTS

IRDP – MATH-ÉCOLE
François Jaquet
CH-2007 Neuchâtel 7, Case postale 54
Tél. : ++41 32 889 86 09
Fax : ++41 32 889 69 71
e-mail : francois.jaquet@irdp.unine.ch
UNIVERSIA DI PARMA
Lucia Grugnetti
I-43100 Parma, Dipartimento di Matematica, Via d'Azeglio 85,
Tél. : ++39 521 902 316
Fax : ++39 521 902 350
e-mail : grugnetti@prmat.math.unipr.it

1 - LA BANDE

CM1 - CM2 - 6ème

Découpez une longue bande de papier en forme de rectangle :

pliez cette bande une fois, en deux parties égales :

dépliez la bande, vous voyez 2 rectangles et un pli :

repliez la bande, deux fois de suite :

dépliez la bande, vous voyez maintenant 4 rectangles et 3 plis :

repliez la bande, trois fois de suite :

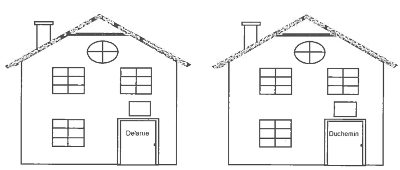
Et ainsi de suite ...

Si l'on pouvait plier la bande huit fois de suite, combien de rectangles et de plis verrait-on ?

Expliquez votre réponse.

2 - BONS VOISINS

CE2 - CM1 - CM2



Pour marquer le numéro de sa villa, M. Delarue a acheté les trois chiffres en fer forgé dont il avait besoin : un 1, un 5 et un 9. M. Duchemin, son voisin de la maison d'à côté, a acheté un 1, un 2 et un 5.

(Dans cette rue, les maisons sont numérotées à la suite : les numéros pairs d'un côté de la rue, les numéros impairs de l'autre côté.)

À quels numéros de la rue habitent-ils ? Inscrivez-les sur les maisons.

Expliquez comment vous avez trouvé.

3 - LES GANTS CM1 - CM2

Dans le noir, Toto ouvre son tiroir pour prendre une paire de gants et une paire de chaussettes.
À l'intérieur de ce tiroir, il sait qu'il y a 20 chaussettes : 10 bleues et 10 rouges.

Il sait qu'il y a aussi 12 gants de la même couleur, qui forment exactement 6 paires.

Combien doit-il prendre de chaussettes pour être sûr d'en avoir deux de la même couleur ?

Combien doit-il prendre de gants pour être sûr d'en avoir un pour chaque main ?

Expliquez votre raisonnement.

4 - LES BOSSES CM1 - CM2 - 6ème

Cléopâtre a dessiné des chameaux et des dromadaires, cela fait 21 bosses et 52 pattes.

Elle sait que les chameaux ont deux bosses et les dromadaires n'en ont qu'une.

Puis elle a encore ajouté un homme sur le dos de chaque chameau.

Combien a-t-elle dessiné d'hommes en tout ?

Expliquez votre réponse.

5 - DES MÉDAILLES CE2 - CM1 - CM2

Quatre enfants ont gagné 21 médailles dans un concours.
C'est Alex qui en a le plus.
Robert en a le double de Pierre.
Anne en a 3 de plus que Robert.

Combien chaque enfant peut-il avoir gagné de médailles ?

Expliquez votre raisonnement.

6 - À BAS LES PROFS ! CM2 - 6ème

Quatre élèves sont restés dans la classe pendant la récréation, l'un d'eux a écrit « À bas les prof » au tableau noir.

Lorsque le professeur rentre en classe, il demande : « Qui a écrit ça ? »

Marie, qui ne porte pas de lunettes : « ce n'est pas moi. »
Françoise, qui porte des lunettes : « c'est quelqu'un qui ne porte pas de lunettes. »
Paul, qui porte des lunettes, dit : « c'est une fille. »
Jacques, qui n'a pas de lunettes : « c'est quelqu'un qui porte des lunettes. »

Un seul des élèves a menti. Les trois autres ont dit la vérité.

Qui a menti et qui a écrit au tableau noir ?

Expliquez votre raisonnement.

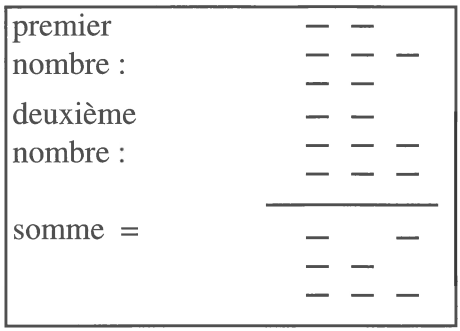
7 - ADDITION-DEVINETTE CM1 - CM2

Monsieur Mathieu a un problème : son imprimante écrit les traits horizontaux des nombres, mais n'écrit plus les traits verticaux.
Avant cette panne, elle imprimait les nombres de cette manière :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Maintenant, au lieu d'imprimer un (huit) 8 voilà le résultat :  !!!

Aidez-le à reconstituer cette addition de deux nombres de trois chiffres :



Y a-t-il plusieurs solutions ?
Si oui, notez-les toutes ?

8 - LA VENDANGE

C'est l'époque des vendanges. Chaque vendangeur reçoit, pour une journée de 8 heures de travail une somme de 120 francs et une caisse de raisin.
Ce jour-là, après avoir travaillé 5 heures, Paolo a dû retourner chez lui. Pour son travail, il a reçu 60 francs et une caisse de raisin.

Quelle est la valeur d'une caisse de raisin ?
Expliquez votre raisonnement.

9 - LE CUBE

CM1 - 6ème

Sur son bureau, Valérie construit un grand cube en empilant 64 petits cubes identiques.
Elle colle ensuite une gommette sur chacune des faces visibles des petits cubes.
(Celles qui sont situées sur les côtés et le dessus du grand cube.)
Sa petite sœur arrive et renverse sa construction.
Valérie ramasse patiemment les 64 petits cubes et les observe attentivement.

Combien y en a-t-il qui n'ont pas de gommettes ?
Combien n'ont qu'une seule gommette ?
Combien ont deux gommettes ? trois gommettes ?
Combien ont plus de trois gommettes ?
Expliquez vos réponses.

10 - PLUS PETITE DIFFÉRENCE

La grille A est partagée en deux régions par une ligne épaisse.
Lorsqu'on additionne les nombres de chacune de ces régions, on constate que la différence entre les deux sommes obtenues est 11.

A

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

B

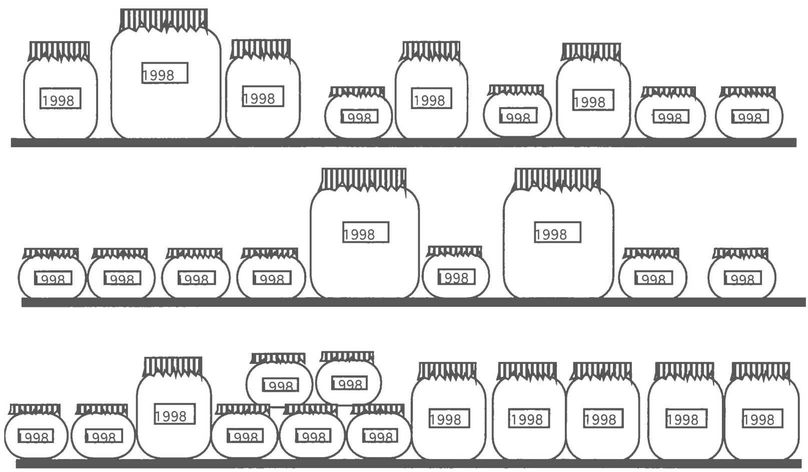
3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

Mais il est possible de trouver une différence plus petite en traçant d'autres lignes qui partagent la grille en deux régions en suivant les traits du quadrillage.

Dessinez une nouvelle ligne de partage, en rouge, sur la grille B, telle que la différence soit la plus petite possible.
Expliquez comment vous avez procédé.

11 - LES POTS DE CONFITURE

Maria a fait des confitures et a placé les pots, petits, moyens et grands, sur trois rayons :



Il y a exactement 5 kg de confiture sur chaque rayon.

Combien pèsent un grand pot, un moyen et un petit ?
Expliquez votre raisonnement.

1

LA BANDE

nombre de pliages	1	4	8	n
nombres de rectangles	2	16	256	2n
nombre de plis	1	15	255	2n - 1

2

BONS VOISINS

Les deux nombres sont 519 et 521.

3

LES GANTS

Les deux réponses sont 3 chaussettes et 7 gants.

4

LES BOSSES

Sur les 13 animaux (52 : 4), on peut placer une bosse sur chacun d'eux et répartir les 8 dernières bosses (21 - 13) sur 8 de ces animaux qui deviennent des chameaux, alors que les autres restent dromadaires. **Cléopâtre a donc dessiné 8 hommes.**

5

DES MÉDAILLES

Pierre	Robert	Anne	les trois ensemble	Alex
1	2	5	8	13
2	4	7	13	8
3	6	9	18	3

Dans le 3ème cas, et au delà, ce n'est plus Alex qui en a le plus. Il n'y a donc que deux solutions à ce problème.

6

À BAS LES PROFS !

C'est **Françoise** qui a menti et qui a écrit « À bas les profs » au tableau noir.

7

ADDITION-DEVINETTE

Il y a 12 façons de compléter cette addition en colonne, 4 pour la somme de 560, 4 pour 860 et encore 4 pour obtenir 1360 :
224 + 336 = 324 + 236 = 234 + 326 = 334 + 226 = 560
324 + 536 = 524 + 336 = 334 + 526 = 534 + 326 = 860
524 + 836 = 824 + 536 = 534 + 826 = 834 + 526 = 1360

8

LA VENDANGE

Une caisse de raisin vaut 40 francs.

9

LE CUBE

À partir de 64, on trouve qu'il y a 4 cubes alignés sur une arête.
On imagine les cinq faces visibles et le nombre de cubes de chacune de ces faces ayant 1, 2 ou 3 gommettes et l'on procède au dénombrement :
4 cubes des sommets supérieurs ont 3 gommettes,
20 cubes sur les arêtes ont 2 gommettes,
28 cubes dans les faces n'ont qu'une gommette,
12 cubes intérieurs n'ont pas de gommettes,
et, bien sûr, aucun n'a plus de 3 gommettes.

10

PLUS PETITE DIFFÉRENCE

Il y a de nombreuses solutions. Voici deux exemples :

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

11

LES POTS DE CONFITURE

On établit les équivalences entre les pots :
1 grand = 3 moyens 1 moyen = 3 petits
On déduit que 25 petits pots pèsent 5 kg.
Soit 1 petit pot pèse 0,2 kg ; 1 moyen pèse 0,6 kg et 1 grand 1,8 kg.

TOURNOI DES VILLES

Le tournoi est destiné aux élèves de la troisième à la terminale, qui s'intéressent suffisamment aux mathématiques pour participer à un tournoi qui a lieu un dimanche matin. Les problèmes proposés sont choisis pour être aussi intéressants et instructifs que possible. Les épreuves sont difficiles, bien qu'elles n'utilisent pas de notions en dehors du programme scolaire. Chaque élève doit rédiger les solutions des problèmes qu'il a résolu.

Le centre principal du tournoi se trouve à Moscou. C'est de là que les villes qui participent au tournoi reçoivent les énoncés et les critères de corrections. Les épreuves ont lieu le même jour dans toutes les villes participantes.

Nous espérons que la confrontation avec des problèmes durs et intéressants permettra aux élèves de mieux comprendre ce que c'est qu'une solution, de ne pas avoir peur de choses difficiles et de trouver plus de goût aux mathématiques.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le premier Tournoi des Villes a eu lieu à Moscou il y a 20 ans. Il a été organisé par une seule personne : Nikolaï Nikolaevitch Konstantinov qui s'en occupe toujours aujourd'hui.
À la ville de Moscou se sont rapidement rajoutées plusieurs villes en Russie, puis dans d'autres pays.
En 1998, Paris a, pour la première fois, participé au tournoi, qui compte aujourd'hui 110 villes participantes dans 20 pays différents avec 9000 élèves au total.

PARTENAIRES

Le centre principal d'organisation du tournoi à Moscou.

ÉPREUVES

Épreuves individuelles.
Deux catégories : $3^{\text{èmes}}$ - 2^{ndes} et $1^{\text{ères}}$ - terminales.
Pour chaque catégorie il y a deux versions : une plus dure et une plus facile.
Il y a 5 à 7 problèmes de difficulté croissante pour 4 ou 5 heures.
Le bilan total des points est fait à partir des trois problèmes pour lesquels l'élève en a obtenu le plus.

COMPÉTITION

Le tournoi est constitué de deux épreuves, considérées comme deux tentatives indépendantes. Elles ont lieu un dimanche matin, généralement fin octobre et début mars. En 1998/99, c'est le 8 novembre 1998 et le 15 mars 1999.

CONTACTS

Zvonkine Dimitri,
École Normale Supérieure,
45, rue d'Ulm
75 230 Paris cedex 05
tél : 01 45 80 45 79 ; e-mail : zvonkine@clipper.ens.fr

1 - ÉNONCÉ 1 troisième - seconde

Un cube 20×20×20 est divisé en 8000 cubes unitaires. On écrit un nombre dans chaque cube unitaire. Dans chaque ligne et dans chaque colonne de 20 petits cubes, parallèle à une des arêtes du cube, la somme des nombres fait 1. Dans un des petits cubes, le nombre écrit est 10. Par ce petit cube passent trois couches 1×20×20 parallèles aux faces du cube.

Trouver la somme de tous les nombres en dehors de ces trois couches.

2 - ÉNONCÉ 2 troisième - seconde

Douze candidats au poste de maire participent à une discussion télévisée.

Au bout d'un certain temps l'un d'eux a dit : « Jusque-là on a menti une seule fois. » Un deuxième a dit : « Maintenant, cela fait deux fois. » « Trois fois maintenant », a dit le troisième, et ils ont continué comme cela jusqu'au douzième, qui a affirmé qu'avant lui on avait menti 12 fois.

Le présentateur a alors arrêté la discussion.

Sachant qu'au moins un des candidats a correctement annoncé combien de fois on avait menti avant lui, trouver combien de fois les candidats ont menti au total.

3 - ÉNONCÉ 3 troisième - seconde

Un (m,n)-crocodile est une pièce d'échecs qui, en un coup, peut avancer de m cases dans une direction (verticale ou horizontale), puis de n cases dans la direction perpendiculaire. (Un (2,1)-crocodile est un cavalier ordinaire.)

Montrer que pour n'importe quels entiers m et n on peut colorier les cases d'un échiquier infini en noir et blanc de sorte que deux cases reliées par un coup de crocodile soient toujours de deux couleurs différentes.

4 - ÉNONCÉ 1 premières - terminales

On a 19 petits poids de masse 1g, 2g, 3g, … , 19g. Parmi ces poids 9 sont en fer, 9 autres en bronze et un en or. La masse totale des poids en fer excède de 90g la masse totale des poids en bronze.
Trouver la masse du poids en or.

5 - ÉNONCÉ 2 premières - terminales

n disques en papier de rayon 1 sont posés sur le plan de sorte qu'ils passent tous par un même point et que ce point se trouve strictement à l'intérieur du domaine total couvert par les disques. Ce domaine est un «polygone» à côtés curvilignes.
Trouver son périmètre.

6 - ÉNONCÉ 3 premières - terminales

Un groupe de psychologues a élaboré un test qui attribue à chaque personne un nombre Q qui mesure ses capacités intellectuelles. (Plus Q est grand, plus les capacités sont élevées.) Supposons que chacun des habitants de deux pays A et B ait obtenu son nombre Q. On prend alors pour le niveau intellectuel de chaque pays la moyenne arithmétique des Q de ses habitants.

a) Un groupe d'habitants du pays A a émigré dans le pays B.

Est-il possible que le niveau intellectuel des deux pays ait augmenté ?

b) Après cela, un groupe d'habitants du pays B (parmi lesquels il peut y avoir des anciens émigrés de A), émigre dans le pays A.

Est-il possible que le niveau intellectuel des deux pays augmente de nouveau ?

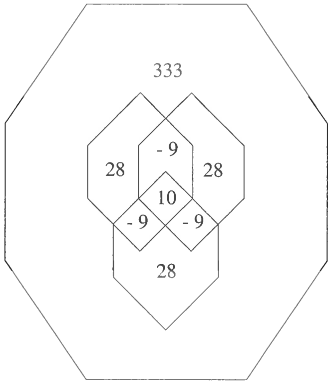
c) Un groupe d'habitants a émigré du pays A dans le pays B et un autre groupe du pays B dans le pays C. Cela a fait augmenter le niveau intellectuel de chacun des trois pays. Ensuite les flots migratoires ont changé de direction : un groupe d'habitants a émigré de C dans B et un autre de B dans A. Les agences d'information des trois pays affirment que le niveau intellectuel de chaque pays a augmenté encore plus après cette deuxième migration.

Est-ce que c'est possible (si oui, comment, si non, pourquoi) ?

On suppose qu'entre les migrations le quotient intellectuel Q de chaque personne ne change pas et que personne ne meurt et personne ne naît.

1

ÉNONCÉ 1 TROISIÈME-SECONDE



Notons q le petit cube qui contient le nombre 10. Sur le dessin les trois hexagones représentent les trois couches $20\times20\times1$ qui passent par q.
L'intersection de deux couches comme cela est une ligne ou une colonne $20\times1\times1$ qui contient q.
Le nombre écrit dans q est 10. Donc, dans chacune des trois lignes $20\times1\times1$ qui contiennent q, la somme des nombres dans les 19 cubes autres que q fait -9.
Chaque couche est composée de 20 lignes $20\times1\times1$, donc la somme totale des nombres dans chaque couche fait 20. Chacune des 3 couches qui contiennent q, contient en plus deux lignes $20\times1\times1$ qui passent par q. La somme des nombres dans ces deux lignes fait 10 - 9 - 9 = -8. Par conséquent, la somme des nombres dans la couche en dehors de ces deux lignes fait 28.
Le cube entier est composé de 400 lignes $20\times1\times1$, donc la somme de tous les nombres du grand cube fait 400. En enlevant à 400 la somme de tous les nombres écrits dans la réunion des trois hexagones sur le dessin, on obtient la réponse au problème : 333.

2

ÉNONCÉ 2 TROISIÈME-SECONDE

Supposons que le premier candidat ait menti, c'est-à-dire qu'avant lui il y avait eu soit zéro mensonges, soit plus qu'un mensonge. Dans ce cas il est facile à voir que tous les candidats suivants ont également menti, ce qui contredit l'énoncé. Par conséquent, le premier candidat a dit la vérité : on avait menti une seule fois avant lui. On peut alors facilement vérifier que tous les candidats suivants ont menti, ce qui fait au total 12 mensonges.

Solutions

3

ÉNONCÉ 3 — TROISIÈME-SECONDE

Si parmi n et m il y a un nombre pair et un impair, alors le coloriage ordinaire d'un échiquier normal convient. Si n et m sont tous les deux impairs, alors on peut colorier l'échiquier par colonnes : les colonnes sont noires et blanches en alternances. Si n et m sont tous les deux pairs, soit 2^k plus grande puissance de 2 qui divise n et m. Nous regroupons alors les cases de l'échiquier en carrés $2^k \times 2^k$ (nous allons appeler ces carrés des «hypercases»). Toutes les cases d'une même hypercase seront de la même couleur. Maintenant, divisons n et m par 2^k ; nous obtiendrons deux nombres n' et m' qui ne sont pas pairs en même temps, ce qui nous ramène aux cas précédents : si parmi n' et m' il y a un nombre pair et un impair, alors on colorie les hypercases comme les cases d'un échiquier standard ; si n' et m' sont tous les deux impairs, alors on peut colorier les hypercases par colonnes.

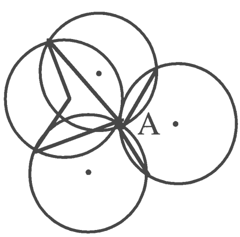
4

ÉNONCÉ 1 — PREMIÈRES-TERMINALES

La somme la plus grande possible des 9 poids en fer est égale à 11 + 12 + … + 19. La somme la plus petite possible des poids en bronze fait 1 + 2 + … + 9. La différence entre les deux est exactement 90. Pour tout autre choix des poids en fer et en bronze, la différence entre le poids total des poids en fer et celui des poids en bronze sera strictement plus petite que 90. Par conséquent, notre choix est le seul possible. Donc le poids en or est celui de 10g.

5

ÉNONCÉ 2 — PREMIERES-TERMINALES



La longueur de l'arc $\widehat{B_iB_i+1}$ est égale à l'angle $\widehat{B_iO_iB_{i+1}}$. D'après le théorème de l'angle inscrit, l'angle $\widehat{B_iO_iB_{i+1}}$ fait deux fois l'angle $\widehat{B_iAB_{i+1}}$. Donc le périmètre du polygone curviligne fait deux fois la somme des angles $\widehat{B_iAB_{i+1}}$, soit $2 \times 2\pi = 4p$.

ÉNONCÉ 3 **PREMIERES-TERMINALES**

a) Oui. Par exemple, si tous les habitants de A sont plus intelligents que ceux de B et que l'habitant le plus bête de A émigre dans B (où il est le plus intelligent).

b) Non. Soient a et b les niveaux intellectuels de départ des pays A et B, et soient a' et b' leur niveaux après la première migration. Le niveau intellectuel des deux pays augmente après la première migration si et seulement si la moyenne g du groupe des émigrants vérifie $a > g > b$. Dans ce cas, on a également $a' > g > b'$. Par conséquent, la deuxième migration ne peut pas augmenter la moyenne intellectuelle des deux pays.

c) Oui. Pour cela il faut que A et C soient des pays plutôt intelligents, et que B soit plutôt bête, mais avec deux génies. Par exemple, supposons qu'au départ les compositions des pays sont les suivants.

A	50 personnes de $Q = 1$;	moyenne = 3/2
	50 personnes de $Q = 2$.	
B	98 personnes de $Q = 0$;	moyenne = 1/10
	2 personnes de $Q = 5$.	
C	50 personnes de $Q = 1$;	moyenne = 3/2
	50 personnes de $Q = 2$.	

Lors de la première migration, les 50 personnes de $Q = 1$ émigrent de A dans B, et une des deux personnes de $Q = 5$ émigre de B dans C. Les compositions des pays sont maintenant les suivants.

A	50 personnes de $Q = 2$.	moyenne = 2
B	98 personnes de $Q = 0$;	50 personnes de $Q = 1$;
	1 personne de $Q = 5$.	moyenne = 55/149
C	50 personnes de $Q = 1$;	50 personnes de $Q = 2$;
	1 personne de $Q = 5$.	moyenne = 155/101

Ceci fait monter la moyenne de A (car sa moitié la plus bête a émigré), la moyenne de B (car le départ d'un génie est compensé par l'arrivée d'un grand nombre de personnes pas trop bêtes) et la moyenne de C (car un génie est arrivé). Maintenant, lors de la deuxième migration, 50 personnes de $Q = 1$ émigrent de C dans B et une personne de $Q = 5$ émigre de B dans A. La nouvelle composition des pays est comme suit.

A	50 personnes de $Q = 2$;	moyenne = 105/51
	1 personne de $Q = 5$.	
B	98 personnes de $Q = 0$;	moyenne = 100/198
	100 personnes de $Q = 1$.	
C	50 personnes de $Q = 2$;	moyenne = 105/51
	1 personne de $Q = 5$.	

Ceci fait encore augmenter la moyenne de A (car un génie est arrivé), la moyenne de B (car le départ d'un génie est de nouveau compensé par l'arrivée d'un grand nombre de personnes pas trop bêtes) et la moyenne de C (car sa partie la plus bête a émigré).

OLYMPIADE MATHÉMATIQUE BELGE

En 1976, à l'initiative de Francis BUEKEBHOUT, professeur à l'Université libre de Bruxelles, la Société belge des professeurs de mathématique d'expression française créait l'Olympiade mathématique belge (O.M.B). Le but poursuivit était triple :

- intéresser les élèves à l'activité mathématique par le biais d'une compétition, d'un grand jeu attrayant,
- proposer des problèmes qui font appel à la créativité, à l'imagination, au raisonnement,
- fournir aux enseignants un choix d'exercices non triviaux, d'un type peu fréquent dans les classes.

Dès 1977, l'épreuve se subdivise en deux catégories «Mini» et «Maxi», et en 1996, une catégorie intermédiaire, «Midi», est créée. Par son organisation, la compétition présente un caractère local, puis régional et enfin national. Mais tous les élèves sont confrontés aux mêmes difficultés puisque les questions sont préparées par un jury national.

Le jury s'efforce néanmoins de donner aux questions un caractère peu scolaire de façon à obliger les élèves à faire preuve de leur capacité à appliquer leurs connaissances et à les transposer dans des situations nouvelles.

Grâce à l'aide de «sponsors», les finalistes reçoivent de nombreux prix. Des prix spéciaux distinguent notamment les élèves les plus jeunes ayant fait preuve d'un talent mathématique précoce. Le nombre d'inscriptions a progressé de façon spectaculaire entre 1980 et 1990.

En 1996, la création de la catégorie «Midi» provoque à la fois une nouvelle augmentation du nombre des inscrits et une nouvelle répartition de ceux-ci.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1976 : Création de l'Olympiade Mathématique Belge
1977 : Division en catégories «mini» et «maxi»
1980 : Environ 2000 inscrits
1985 : Près de 5000 inscrits
Depuis 1990 : Plus de 200000 inscrits
1996 : Création de la catégorie «midi»

ÉPREUVES

Individuelles
Catégories : 3
Mini : $1^{\text{ère}}$ et $2^{\text{ème}}$ années,
Midi : $3^{\text{ère}}$ et $4^{\text{ème}}$ années,
Maxi : $5^{\text{ère}}$ et $6^{\text{ème}}$ années secondaires.
Trente questions à choix multiples. Une réponse erronée est pénalisée par rapport à une absence de réponse.

COMPÉTITION

Trois stades :
Épreuves locales avec qualifications pour les demi-finales régionales, puis une finale nationale.

PARTENAIRES

Calculatrices Casio,
Organismes officiels,
ÉDITEURS.

CONTACTS

Société Belge des professeurs de mathématique d'expression française
Rue de la Halle 15
B 7000 Mons / Belgique
http:/ /ramses.umh.ac.be/noel/sbpm.htm

Énoncés

1 - GÉOMÉTRIE VARIABLE Mini

Que devient l'aire d'un rectangle lorsque sa longueur augmente de 30% et que sa largeur diminue de 20% ?

(A) Elle diminue de 10%.

(B) Elle reste la même.

(C) Elle augmente de 4%.

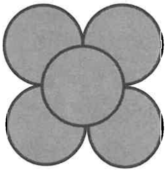
(D) Elle augmente de 6 %.

(E) Elle augmente de 10%.

2 - FLEUR À 4 PÉTALES Mini

Dans la figure ci-dessous, le cercle et les arcs de cercle ont pour rayon 1 ; le cercle central passe par les points de contact des arcs de cercles.

Quelle est l'aire de la région ombrée ?



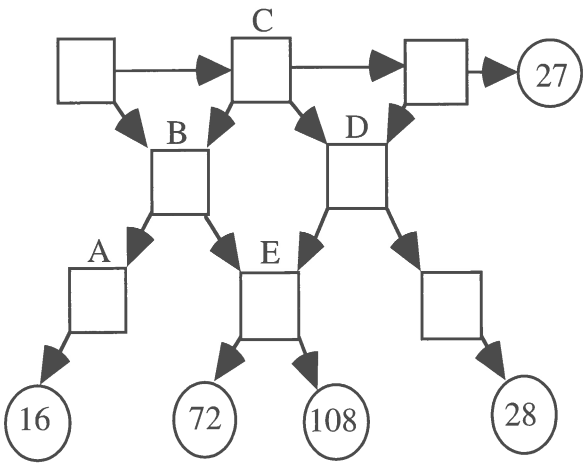
(A) $4\pi + 1$
(B) 6π
(C) $9\pi/2$
(D) $3\pi + 4$
(E) $5\pi - 4$

Énoncés

3 - PRODUITS EN LIGNES Mini

Dans les cases carrées du tableau ci-dessous, on écrit huit des neuf nombres 1, 2, ... 9 de manière à ce que les produits effectués en ligne droite le long des flèches fournissent les valeurs indiquées dans les cercles.

Dans quelle case se trouve le nombre 2 ?



(A) A **(B)** B **(C)** C **(D)** D **(E)** E

4 - BONNES NAGEUSES Mini

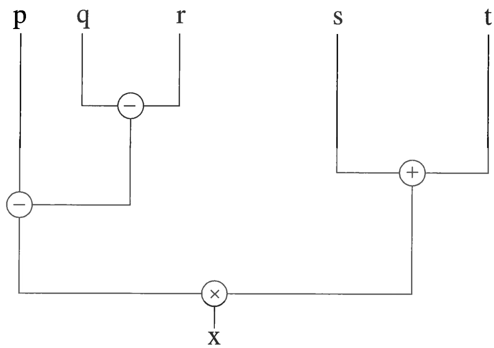
À la piscine, Nadine et Amélie commencent ensemble à nager à vitesse constante pour effectuer 20 longueurs. Lorsqu'Amélie termine, il reste à Nadine 4 longueurs à nager.

Quel est le rapport de la vitesse d'Amélie à celle de Nadine ?

(A) 4/5 **(B)** 5/6 **(C)** 6/5 **(D)** 5/4 **(E)** 4/3

5 - L'ORGANIGRAMME Midi

Laquelle des formules suivantes traduit l'organigramme ci-dessous ?



(A) $x = (p - q - r) \times (s + t)$
(B) $x = (p - (q - r)) \times (s + t)$
(C) $x = (p - (q - r)) \times s + t$
(D) $x = (p - q - r) \times s + t$
(E) $x = p - q - r \times s + t$

6 - L'ÉCHELLE QUI GLISSE Midi

Une échelle de cinq mètres de long est appuyée contre un mur vertical, son pied se trouvant à 1,4 mètres du pied du mur. Le pied de l'échelle glisse sur le sol horizontal, s'écartant du mur.

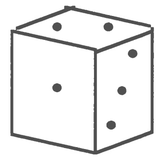
De quelle distance glisse-t-il, en centimètres, si le sommet de l'échelle est descendu de 80 cm ?

(Sans réponse préformulée)

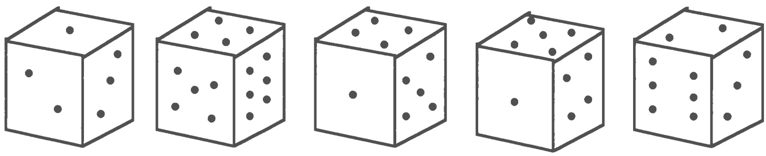
7 - LES DÉS

Midi

La figure ci-contre représente un dé.
La somme des points figurant sur deux faces opposées vaut toujours 7. L'une des figures ci-dessous est une autre vue correcte de ce dé.
Laquelle ?



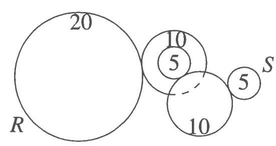
(A) **(B)** **(C)** **(D)** **(E)**



8 - LES ENGRENAGES

Midi

Dans le train d'engrenages représenté ci-dessous, lorsque la roue R fait un tour dans le sens des aiguilles d'une montre, de combien tourne la roue S ?
(Les nombres indiqués donnent le nombre de dents de chaque engrenage. Deux cercles concentriques représentent deux roues solidaires du même axe.)



(A) D'un tour dans le sens des aiguilles d'une montre.
(B) De deux tours dans le sens des aiguilles d'une montre.
(C) De quatre tours dans le sens des aiguilles d'une montre.
(D) De deux tours dans le sens opposé à celui des aiguilles d'une montre.
(E) De quatre tours dans le sens opposé à celui des aiguilles d'une montre.

9 - NOMBRES DE FIBONACCI Maxi

Les nombres de Fibonacci a_n sont définis pour n naturel par $a_0 = 1$, $a_1 = 1$ et $a_n = a_{n-1} + a_n - 2$ lorsque $n \geq 2$.

Quelle est la plus grande valeur de n pour laquelle a_n est divisible par 3 ?

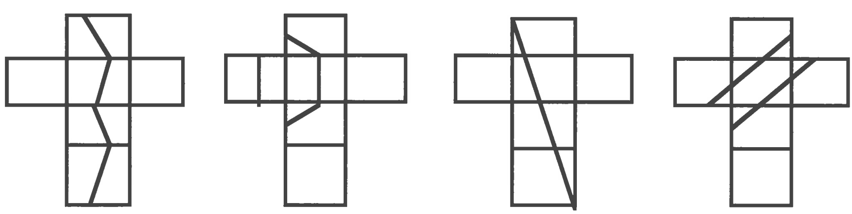
(A) 3
(B) 7
(C) 17
(D) 25
(E) Une telle plus grande valeur n'existe pas.

10 - DÉVELOPPER UN CUBE Maxi

Un des développements suivants est celui d'un cube *C* sur lequel a été dessinée l'intersection de *C* avec un plan.

Lequel ?

(A) **(B)** **(C)** **(D)** **(E)**



11 - ASYMPTOTE Maxi

Laquelle des fonctions de R* dans R* suivantes admet l'axe Ox pour asymptote ?

(A) $x \rightarrow x \sin(1/x)$

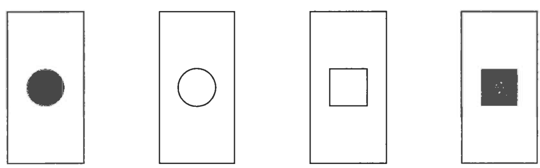
(B) $x \rightarrow 1/\sin x$

(C) $x \rightarrow x/\sin x$

(D) $x \rightarrow (\sin x) / x$

(E) $x \rightarrow 1/\sin(1/x)$

12 - DISQUES ET CARRÉS Maxi



1 2 3 4

Claude a dessiné sur chacune des quatre fiches ci-dessus un disque d'un côté et un carré de l'autre, et m'affirme que, si le disque est noir, le carré l'est également. Pour m'assurer que cela est exact,

(A) Je dois retourner les quatre fiches.
(B) Il me suffit de retourner les fiches 1 et 2.
(C) Il me suffit de retourner les fiches 1 et 3.
(D) Il me suffit de retourner les fiches 1 et 4.
(E) Il me suffit de retourner la fiche 1.

Solutions

1

GÉOMÉTRIE VARIABLE

L'aire augmente de 4 %.

2

FLEUR À 4 PÉTALES

L'aire vaut $3\pi + 4$.

3

PRODUITS EN LIGNES

Le nombre 2 est dans la case B.

4

BONNES NAGEUSES

Le rapport vaut $\frac{5}{4}$.

5

L'ORGANIGRAMME

Il s'agit de la formule $(p - (q - r)) \times (s + t)$.

6

L'ÉCHELLE QUI GLISSE

L'échelle glisse de 160 cm.

7

LES DÉS

La vue (D).

8

LES ENGRENAGES

Deux tours dans le sens opposé à celui des aiguilles d'une montre.

9

NOMBRES DE FIBONACCI

Il n'y a pas de dernier nombre de Fibonacci divisible par 3.

10

DÉVELOPPER UN CUBE

Le développement (B) convient.

11

ASYMPTOTE

Il s'agit de la fonction (sinx)/x.

12

DISQUES ET CARRÉS

Il suffit de retourner les fiches 1 et 3.

CONCOURS NATIONAL TUNISIEN DE MATHÉMATIQUES A.T.S.M.

Instrument privilégié de motivation des lycéens pour les mathématiques, le Concours national de mathématiques organisé par l'Association Tunisienne des Sciences Mathématiques (A.T.S.M.) est ouvert aux meilleurs élèves de sixième année du secondaire. Il leur permet de mettre en valeur leur capacité à appréhender les situations nouvelles faisant intervenir les qualités de patience, d'intuition, de finesse et de rigueur.

Le Concours national représente pour l'A.T.S.M. et donc pour les enseignants de mathématiques en Tunisie, un des instruments privilégiés pour évaluer des aspects de l'enseignement des mathématiques, en particulier le degré d'assimilation de certains concepts importants. Il permet également de recenser quelques types d'erreurs de nature à mener les enseignants à changer d'attitude et de comportement pédagogiques dans l'introduction de certaines notions.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le concours se déroule chaque année au mois de mai, depuis 1976.

Une préparation des jeunes lauréats est prise en charge par l'ATSM en vue des Olympiades maghrébines et internationales.

L'ATSM organise aussi depuis quelques années les phases tunisiennes (demi-finales et finale nationale) du championnat international des jeux mathématiques FFJM.

COMPÉTITION

Les élèves sont sélectionnés par établissement.
Le concours a lieu chaque année au mois de mai.

ÉPREUVES

Individuelles.
Catégorie : 6ème année du secondaire.
Exercices : Aucun programme officiel, aucune érudition supposée. Les énoncés sont choisis de manière à ce que les candidats puissent utiliser leurs connaissances et les méthodes qu'ils ont acquises en secondaire.

PARRAINS

Ministère de l'Éducation Nationale de Tunisie.

Revue de l'ATSM :
Omar Khayyam

CONTACTS

ASSOCIATION TUNISIENNE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
Bechir Kachoukh
43, rue de la Liberté
2019 Le Bardo
Tunis TUNISIE
Tél : (216) 1 261 455
Fax : (216) 568 954

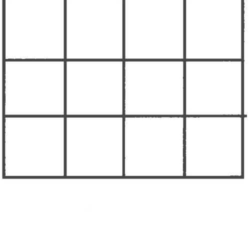
1 - EXERCICE 1 $1^{ère}$

Soient x, y, α, β, des réels tels que :
$x^2 \sin\alpha \sin\beta + y^2 \cos\alpha \cos\beta = 0$

Démontrer que :
$$x^2 (\sin\beta - \sin\alpha)^2 + y^2 (\cos\beta - \cos\alpha)^2 = (x^2 + y^2) \sin^2 (\beta - \alpha)$$

2 - EXERCICE 2 $1^{ère}$

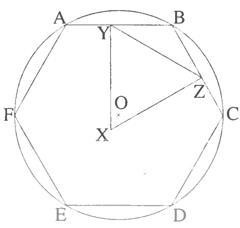
Un carré de côté n est divisé en n^2 carrés. Soit R(n) le nombre de rectangles (y compris les carrés) dont les sommets appartiennent aux points de subdivision de la grille obtenue et dont les côtés sont parallèles au quadrillage. On désigne par C(n) le nombre de carrés.



1) Déterminer R(n) et montrer que :
$R(n) = 1^3 + 2^3 + \ldots + n^3$.
2) Montrer que :
$C(n) = 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2$.

3 - EXERCICE 3 $1^{ère}$

Soit ABCDEF un hexagone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon R.
Un triangle XYZ isométrique au triangle OAB est placé initialement de telle sorte que les points X, Y, Z coïncident respectivement avec les points O, A, B.
Le triangle XYZ se déplace de façon à ce que les points Y et Z se trouvent sur les côtés de l'hexagone et que X reste à l'intérieur de celui-ci.



1) Montrer que lorsque Y appartient à [AB] et Z appartient à [BC] alors Y, B, Z, X sont cocycliques et que X reste à l'intérieur de celui-ci.
2) Déterminer l'ensemble décrit par X lorsque Y parcourt entièrement le bord de l'hexagone.

4 - EXERCICE 4 $1^{ère}$

Soit ABCD un tétraèdre tel que (AB) ⊥ (CD) et (BC) ⊥ (AD).

1) Montrer que : (AC) ⊥ (BD).
2) On appelle hauteur du tétraèdre une droite passant par un sommet et perpendiculaire à la face opposée. Démontrer que les quatre hauteurs sont concourantes.

Solutions

1

EXERCICE N° 1

Posons :

$$t = x^2(\sin\beta - \sin\alpha)^2 + y^2(\cos\beta - \cos\alpha)^2 - (x^2 + y^2)\sin^2(\beta - \alpha)$$

$$t = 4x^2 \sin^2(\frac{\beta - \alpha}{2})\cos^2(\frac{\beta + \alpha}{2}) + 4y^2 \sin^2(\frac{\beta - \alpha}{2})\sin^2(\frac{\beta + \alpha}{2})$$

$$-4(x^2 + y^2)\sin^2(\frac{\beta - \alpha}{2})\cos^2(\frac{\beta - \alpha}{2})$$

$$t = 2\sin^2\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right)(x^2[1 + \cos(\alpha + \beta)] + y^2[(1 - \cos(\alpha - \beta))] -$$

$$\left(x^2 + y^2\right)[(1 + \cos(\alpha + \beta))]).$$

$$t = 2\sin^2(\frac{\beta - \alpha}{2})[(1 + \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)x^2 +$$

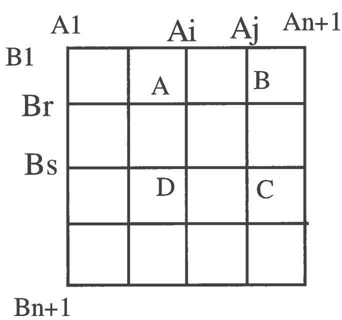
$$y^2(1 - \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta) - (x^2 + y^2)(1 + \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta)]$$

$$t = 2\sin^2(\frac{\beta - \alpha}{2})[-2x^2 \sin\alpha\sin\beta - 2y^2 \cos\alpha\cos\beta] = 0$$

2

EXERCICE N° 2

1) Pour obtenir un rectangle ABCD vérifiant les données, il



suffit de choisir deux points distincts A_i, A_j de la subdivision $(A_1, A_2, ..., A_{n+1})$ et deux points distincts B_r, B_s de la subdivision $(B_1, B_2, ..., B_{n+1})$.

Par suite :

$$R(n) = (C_{n+1}^2)^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

2

Un raisonnement par récurrence montre que :

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} = \sum_{k=1}^{n} k^3$$ ce qu'il fallait démontrer.

2) Il y a $(n - k + 1)^2$ carrés de côtés k. Donc :

$$C(n) = \sum_{k=1}^{n}(n-k+1) = \sum_{p=1}^{n} p^2$$

3

EXERCICE N° 3

1) Orientons le cercle dans le sens BAF, nous avons :

$(\widehat{BY,BZ}) = (\widehat{ZX,ZY}) = \frac{2\pi}{3}$ $[\pi]$ et $(\widehat{XY,XZ})$

Par suite:

$(\widehat{BY,BZ}) = (\widehat{XY,XZ})$ $[\pi]$. Donc les quatre points (B, Y, Z, X) sont cocycliques.

On en déduit que :

$(\widehat{BY,BX}) = (\widehat{ZY,ZX}) = \frac{\pi}{3}$ $[\pi]$

comme $(\widehat{ZY,ZX}) = (\widehat{BY,BO})$ $[\pi]$

nous obtenons : $(\widehat{BY,BX}) = (\widehat{BY,BO})$ $[\pi]$.

D'où l'alignement de O, B, X.

2) Réponse : l'ensemble décrit par X est la réunion de six segments de même longueur $R\,(\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1)$

CHAMPIONNAT DU NIGER

Voici, proposé par l'ASSOCIATION NIGERIENNE DE JEUX MATHEMATIQUES, des extraits du championnat annuel de jeux mathématiques du Niger, qui attire plusieurs centaines de participants, dont les meilleurs vont représenter le Niger en France.
Les énoncés, parus dans le SAHEL DIMANCHE, proviennent de sources diverses. Quelques-uns ont été adaptés à partir de problèmes du championnat FFJM. D'autres nous ont été communiqués par des fidèles. Tous ces problèmes ont été sélectionnés, sinon créés, par Ali Dan Faraouta, Yves Bensimon, Philippe Goaillard, Pierre Guinamant, Hassane Hamidou Amadou, Issoufou Seydou Sanda, Guy Larchevêque, Marc Moreau, Nouhou Adama Maïga, René Noudagbé, Saley Nouhou et Zouleyhatou Ibrah sans oublier ceux qui ont quitté le Niger : Serge Camgrand, Pierre Chevrault, Bernard Cuvillier, mais qui sont encore parmi nous pour tout ce qu'ils ont laissé.
L'A.N.J.M. est membre du C.I.J.M. et commence à avoir une reconnaissance hors du Niger puisque les revues, comme Tangente et le Jeune Archimède ont consacré des articles à son sujet. De plus, certains de nos problèmes proposés régulièrement dans le SAHEL DIMANCHE sont repris dans des manuels de mathématiques utilisés dans de nombreux collèges et lycées de France (ainsi qu'au lycée La Fontaine de Niamey).
L'A.N.J.M. œuvre également dans d'autres directions pour promouvoir les mathématiques ludiques : une équipe assure par exemple l'animation «Des Chiffres et Des Lettres» au C.C.F.N. chaque samedi à partir de 17 heures.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1989 : Création du championnat du Niger.
1990 : Rubrique régulière de jeux mathématiques dans Sahel Dimanche.
1991 : Premières éliminatoires grand public par le biais de Sahel Dimanche.
à partir de 1992 : Organisation annuelle du championnat.

COMPÉTITION

Éliminatoires : Dans les établissements scolaires ou par réponses au Sahel Dimanche.
Finale Nationale : Qualificative pour les championnats internationaux.

ÉPREUVES

Catégories : 4
Collèges (2), lycées, grand public.
Toutes à l'exception des élèves de CM.

PARTENAIRES

Les librairies BURAMAA, BUROPA DAOUDA et MERCURE, SADE, Niger car, l'aéro-club de Niamey, BIAO, UGAN, le Centre Culturel Américain, le C.C.F.N., la CECA, le garage TOYOTA, le lycée La Fontaine, NIGETIP, le couturier ALPHAD, Manutention Africaine, NIGÉRAL, PEYRISSAC, Le Rugby Club de Niamey, le CIFN.

CONTACTS

Marc MOREAU
Association Nigérienne des Jeux Mathématiques
B.P. 13180
Niamey
NIGER

1 - ÉNIGME 1.

Haïcha et Fatou courent le 100 m. On suppose qu'elles courent à vitesse constante. Quand Haïcha passe la ligne d'arrivée, Fatou n'a parcouru que 95 m.
La première gagne donc avec 5 m d'avance !

Lors d'une seconde course, Haïcha désirant rendre la course plus égale, se désavantage volontairement en partant 5 m derrière la ligne de départ . On suppose que chacune court à la même vitesse que lors de la première épreuve.

Qui gagne la seconde course ?
(et pourquoi ?)

2 - ÉNIGME 4. Stratégie, stratégie ... !

Le jeu se joue à deux. Sur l'écran d'une calculette apparaît le nombre 1997.

À tour de rôle, vous pouvez soustraire 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou 10. Le nombre inscrit à l'écran diminue, diminue, diminue... Le premier de vous deux qui fait apparaître zéro a gagné !

C'est à votre tour de jouer.
Qu'allez-vous faire pour gagner ?
(Quelle est votre stratégie ?)
Au départ, avez-vous intérêt à jouer en premier ?

3 - ÉNIGME 5. Pas de beurre sur la tartine d'Ali !

Adama, René et Ali se trouvent en brousse, avant de reprendre la route de bon matin, ils veulent prendre leur petit déjeuner. Seulement, de bonne heure comme ça, dans le village où ils se sont arrêtés pour passer la nuit, ils ne trouvent aucun tablier ouvert ! Heureusement, Adama et René ont dans leurs sacs respectivement 3 et 2 petits pains au lait.
Ali, lui n'en a pas mais, curieusement, il a 5 petites plaquettes de beurre alors qu'il déteste le beurre sur le pain ! Vous savez de ces petites plaquettes de beurre que l'on vous sert dans les restaurants ! D'un commun accord, Adama, René décident de partager équitablement entre eux trois les 5 petits pains, en les coupant comme il faut. Ali propose de distribuer ses plaquettes de beurre entre Adama et René tout aussi équitablement pour les dédommager du pain qu'ils lui ont cédé. Lui, ne garde pas de beurre puisque, comme on vous l'a déjà dit, il déteste les tartines beurrées et que le beurre ça fond !

Aidez Ali à partager équitablement, en échange du pain qu'il reçoit de ses deux amis, ses cinq plaquettes de beurre ; dépêchez-vous, elles vont fondre !

4 - ÉNIGME 15. Histoire de pêcheurs !

Sept pêcheurs ont pêché en tout 100 poissons; ils en ont chacun pêché un nombre différent.

Montrer qu'il en existe trois parmi eux qui ont ensemble pêché au moins 50 poissons.

5 - ÉNIGME 16. Encore une histoire de pêcheurs

Après leur partie de pêche, trois pêcheurs passèrent la nuit au bord de l'eau. Pendant la nuit, l'un d'eux s'éveilla et décida de rentrer chez lui sans déranger ses amis. Comme le nombre de poissons pêchés n'était pas divisible par trois, il en rejeta un à l'eau, prit le tiers du reste et partit.
Un peu plus tard, un second pêcheur s'éveilla et, ne sachant pas qu'un de ses amis était rentré chez lui, compta les poissons, en rejeta un à l'eau, prit le tiers des poissons qui restaient et partit.
Le troisième pêcheur fit exactement la même chose, ignorant que les deux autres n'étaient plus là.
Quel est le nombre minimal de poissons qu'avaient pêché les trois pêcheurs ?

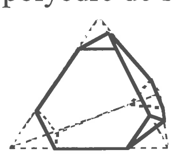
6 - ÉNIGME 14. Un peu de calcul !

Trouver le produit :

$$\left(1-\frac{1}{4}\right).\left(1-\frac{1}{9}\right).\left(1-\frac{1}{16}\right)\dots\left(1-\frac{1}{225}\right)$$

7 - ÉNIGME 30. Quel savon !

Quand Saïdou découpe au tiers des sommets un savon en forme de tétraèdre régulier comme l'indique la figure ci-contre, il obtient un polyèdre de savon ayant 18 arêtes, 8 faces et 12 sommets.



Qu'en serait-il des nombres : d'arêtes, de faces et de sommets si la forme initiale du savon avait été un cube ? ou encore un octaèdre régulier ? un dodécaèdre régulier, enfin, un icosaèdre régulier ?

8 - ÉNIGME 21. De quoi perdre le nord !

ALI, notre ami mathématicien, est allé pour l'Aïd rendre visite à son cousin IDRISSA à MADAOUA.
Il trouve celui-ci très affairé à préparer un voyage :
- Eh oui Ali ! Je m'en vais voir du pays. J'ai prévu de faire 1 000 km vers le nord, puis 1 000 km vers l'ouest, 1 000 km vers le sud et enfin, de rentrer chez moi en faisant 1 000 km vers l'est.
- En effet (lui répond Ali), tu vas voyager ! Mais, il y a quelque chose qui m'ennuie, lorsque tu auras fait le parcours que tu m'indiques, tu ne seras pas rentré chez toi !

ALI a-t-il raison ? Si oui, où se trouve IDRISSA à la fin de son voyage ?

Ceux qui voudront faire des calculs tiendront compte des indications et approximations suivantes :

- La terre est considérée comme parfaitement sphérique. Ainsi, la ligne d'équateur et tous les méridiens sont assimilés à des cercles identiques de 40 000 km de circonférence
- On prendra pour coordonnées géographiques de Madaoua : 14 ° Nord et 6 ° Est.
- La longueur, en kilomètres, du $a^{\text{ème}}$ parallèle est : $L = C \cos a$ où $C = 40\,000$ km et a est exprimé en degrés.

(*faire une figure !*)

9 - ÉNIGME 22. À vos règles et compas !

Pourriez-vous déterminer tous les trapèzes dont les côtés ont pour mesure 1, 2, 3 et 5 ?

Solutions

1

ÉNIGME 1.

Une solution : quand Fatou aura parcouru 95 m, Haïcha aura fait 100 m et elles seront au même niveau et il restera 5 m. Enfin comme Haïcha est plus rapide que Fatou, elle arrive avant Fatou sur la ligne d'arrivée.

2

ÉNIGME 4.

La stratégie est d'ôter à mon tour « 11 moins le nombre qu'il vient d'ôter ». Seulement, attention ! $1997 = 181 \times 11 + 6$

☛ Donc, si je joue en premier, j'ôte 6. Quoi qu'il fasse ensuite, en ôtant le complément à 11 des nombres qu'il ôte d'un coup à l'autre, je le conduis à l'échec et je gagne !

☛ Si c'est mon adversaire qui commence :

- ou bien, il connaît la stratégie, et je suis assuré de perdre !
- ou bien, il ne la connaît pas, et s'il n'ôte pas 6, j'ôte ce qu'il faut pour aller au premier multiple de 11 immédiatement inférieur. Et seulement dans ce cas, je renoue avec ma stratégie gagnante.

Donc, « À ce jeu, qui commence gagne ! »

3

ÉNIGME 5.

Ali devra donner 4 plaquettes à Adama et 1 seule à René.

4

ÉNIGME 15.

Rangeons les sept pêcheurs en fonction du nombre de poissons qu'ils ont pêché dans l'ordre décroissant.

Si on avait $x_1 + x_2 + x_3 \leq 49$ on aurait $3\,x_4 \leq 49 - 6$

donc $x4 \leq 14$ et $x_5 + x_6 + x_7 \leq 42 - 6$. D'où :

$100 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \leq 49 + 14 + 36 = 99.$

Il y a contradiction . Les trois premiers ont donc pêché au moins 50 poissons.

5

ÉNIGME 16.

Les trois pêcheurs ont pris, au minimum, 25 poissons.

6

ÉNIGME 14.

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{225}\right)=\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\right]\cdots$$

$$\cdots\left[\left(1-\frac{1}{15}\right)\left(1-\frac{1}{15}\right)\right]=\frac{1}{2}\times\frac{16}{15}=\frac{8}{15}$$

7

ÉNIGME 30.

Nouveaux Polyèdres	À partir du Tétraèdre régulier	À partir du Cube	À partir de l'Octaèdre régulier	À partir du Dodécaèdre régulier	À partir de l'Icosaèdre régulier
Nbre faces	8	14	14	32	32
Nbre sommets	12	24	18	60	36
Nbre arêtes	18	36	30	90	66

8

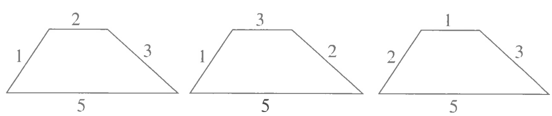
ÉNIGME 21.

La distance restant à parcourir en km sur le 14° parallèle pour retourner à Madaoua est environ 54 km. Idrissa ne reviendra pas chez lui !

9

ÉNIGME 22.

Aux retournements près, on trouve 3 solutions :
(a,b,c,d) ∈ {(1; 2; 3; 5), (2; 1; 3; 5), (3; 1; 2; 5)}.



LOGIC'FLIP

Le Logic'Flip est une compétition hors du commun organisée sur les pays francophones par la Fédération Française de Jeux Mathématiques (FFJM) avec l'aide du Festival Ludique International de Parthenay (FLIP). Il s'agit de tests de « neurobic » (gymnastique de l'esprit) destinés en priorité aux collégiens, mais qui ont été étendus aux lycéens.

Les éliminatoires ont lieu le courant avril.

Le Logic'Flip fait voyager les collégiens avec leur professeur : les cinq vainqueurs emmènent leur professeur de mathématiques avec eux pour un voyage extraordinaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

La première édition a eu lieu en 1992. Beaucoup d'enseignants ont cru à un « poisson d'avril » quand ils ont connu la date des éliminatoires. Pourtant, ce fut bien un magnifique voyage en Floride de neuf jours qui attendait les gagnants et leurs professeurs.
En 1993, la Guyane était au menu des vainqueurs. Avec pour certains deuxièmes un séjour surprise au Japon.
Le Maroc, la Tunisie, la Turquie, la Roumanie… ont été les destinations suivantes.

ÉPREUVES

Individuelle.
5 catégories: 6ème, 5ème, 4ème, 3ème, 2nde/1ère.
Tests de neurobie : Questions à choix multiple divisées en quatre types : observation, logique, nombres, lettres.

PARTENAIRES

Ville de Parthenay ;
Tangente et Hypercube (Éditions Archimède) ;
Spécial Logique.

COMPÉTITION

Éliminatoires : en avril dans les collèges et lycées de France, Belgique, Suisse, Luxembourg.
Repêchage : début juillet.
Finale à Parthenay : début juillet.
Open : Ouvert aux collégiens, lycéens et adultes sur les lieux de la finale.

CONTACTS

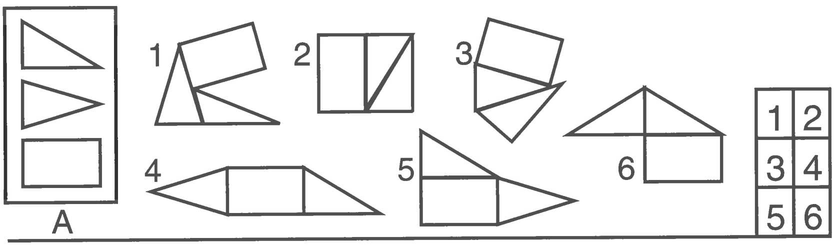
Inscription des établissements
F.F.J.M. - Châteaugaillard
1, avenue Foch
94700 Maisons-Alfort - FRANCE
Tél : 01 43 68 95 16
chaque année de préférence avant le 31 janvier

1 - OBSERVATION

Finale 1997

Certaines figures numérotées sont constituées par assemblage des trois formes en A.

Lesquelles ?

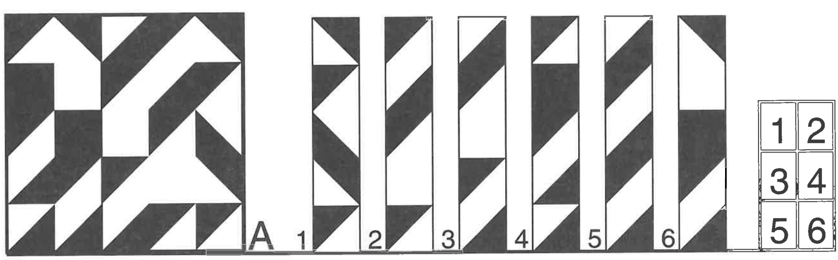


2 - OBSERVATION

Finale 1997

Le carré A peut être reconstitué avec 5 des 6 bandelettes.

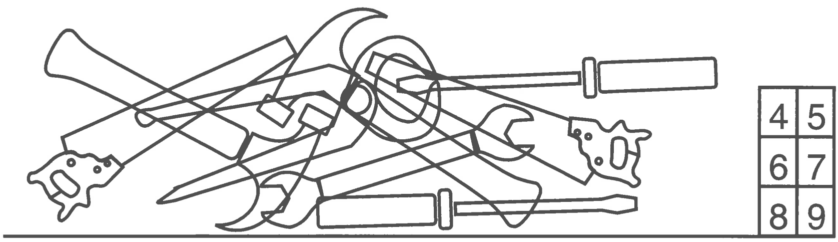
Laquelle n'est pas utilisée ?



3 - OBSERVATION Finale 1997

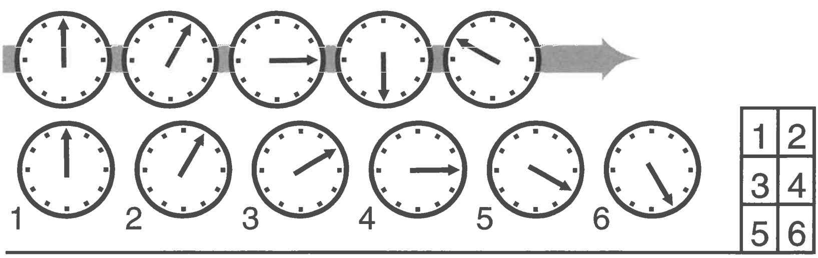
Combien d'outils différents pouvez-vous distinguer ?

(Attention, certains sont en double)



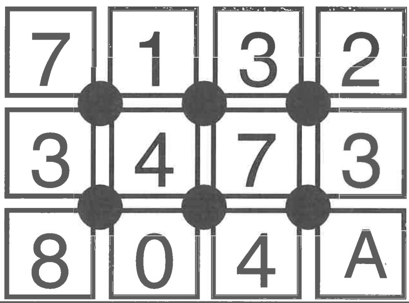
4 - LOGIQUE INDUCTIVE Finale 1997

Quelle figure continue la série ?



5 - LOGIQUE INDUCTIVE Finale 1997

Quel nombre faut-il placer logiquement dans le carré A ?



1	2
3	4
5	6

6 - LOGIQUE DÉDUCTIVE Finale 1997

• Les athlètes ne fument pas
• Les personnes essoufflées fument
Lesquelles des conclusions suivantes découlent directement de ces affirmations ?

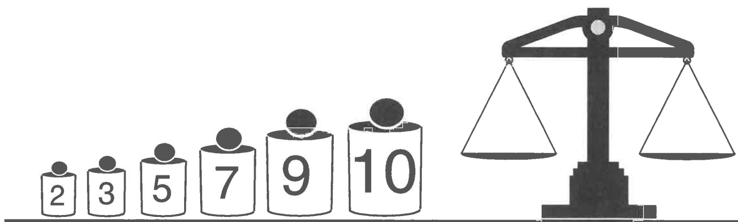
1 : Les athlètes ne sont pas essoufflés
2 : Les fumeurs ne sont pas des athlètes
3 : Quelqu'un d'essoufflé n'est pas un athlète
4 : Tous les fumeurs sont essoufflés
5 : Certains athlètes fument en cachette
6 : Les non-fumeurs sont tous des athlètes

1	2
3	4
5	6

7 - HABILETÉ NUMÉRIQUE Finale 1997

5 de ces 6 poids ont été placés de part et d'autre sur la balance pour qu'elle soit en équilibre.

Quel poids n'a pas été utilisé ?



2	3
5	7
9	10

8 - HABILETÉ NUMÉRIQUE Finale 1997

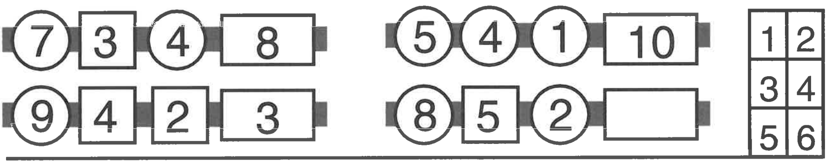
Dans combien de cases y a-t-il un chiffre qui est la moyenne des deux chiffres qui se trouvent dans les cases de chaque côté ?

2	4	8	3	5	1	7	4	1	9	2	4
7											8
4	1	3	5	6	2	4	8	2	9	5	1

3	4
5	6
7	8

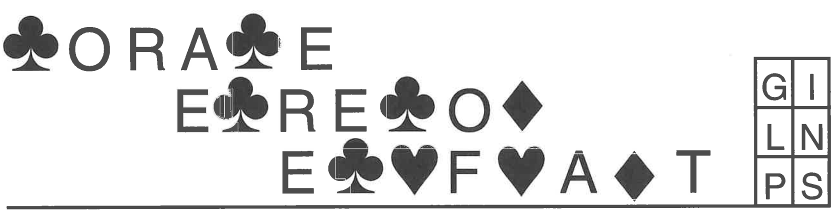
9 - HABILETÉ NUMÉRIQUE Finale 1997

Quel nombre faut-il placer logiquement dans le dernier rectangle ?



10 - COMBINATOIRE DES LETTRES

Les trois signes remplacent chacun une lettre. Que représente le coeur ?



11 - COMBINATOIRE DES LETTRES

Le mot qui manque est :
1 AVISER, 2 RAVIES, 3 VARIÉS,
4 RAVISÉ, 5 VRAIES, 6 REVAIS

UCLDEI → LUCIDE	ANMATD → MANDAT
NTIUSR → INTRUS	AVRESI → ....

1	2
3	4
5	6

12 - COMBINATOIRE DES LETTRES

Six fragments pour compléter cinq mots :

lequel est en trop ?

1 ISS 2 INE 3 ULE 4 NEU 5 DAR 6 OUE

GIR ___ TTE	GAM ___ RIE	GRA ___ AGE
GUE ___ TON	GEN ___ MER	

1	2
3	4
5	6

1

OBSERVATION

3, 4, 5.

2

OBSERVATION

5
(les bandelettes reconstituent le carré dans l'ordre suivant : 4, 6, 3, 2, 1)

3

OBSERVATION

5
(Scie, marteau, tenailles, tournevis, clef)

4

LOGIQUE INDUCTIVE

4
(prenons les figures pour des cadrans de montre : l'aiguille avance 5 minutes de plus à chaque fois)

5

LOGIQUE INDUCTIVE

1
(chaque groupe de 4 cases autour du point noir = 15)

6

LOGIQUE DÉDUCTIVE

1, 2, 3.

Réponses

7

HABILETÉ NUMÉRIQUE

2
(3+5+9 = 7+10)

8

HABILETÉ NUMÉRIQUE

4
(4 entre 7 et 1, 5 entre 9 et 1, 3 entre 1 et 5, 4 entre 7 et 1)

9

HABILETÉ NUMÉRIQUE

5
(on additionne les nombres dans les ronds et on soustrait ceux dans les carrés)

10

COMBINATOIRE DES LETTRES

I
(Dorade, édredon, édifiant)

11

COMBINATOIRE DES LETTRES

2
(RAVIES, les lettres du mot à trouver sont présentées une première fois toujours dans le même ordre : deuxième lettre, puis troisième, première, cinquième, sixième et quatrième)

12

COMBINATOIRE DES LETTRES

4
(Girouette, gaminerie, graissage, gueuleton, gendarmer)

CONCOURS GÉNÉRAL

Le Concours Général est une institution qui date du XVIIIème siècle. La première distribution des prix a eu lieu le 1er juillet 1744.
Supprimé sous la Révolution, il a connu d'autres périodes de "disgrâce" de 1904 à 1922 et au début des années 1980. Depuis, l'épreuve a repris son essor et les candidats en mathématiques sont passés de 1700 en 1994 à plus de 2000 en 1995.
Les lauréats reçoivent de beaux livres en présent, mais le Concours Général reste avant tout une épreuve honorifique.
L'épreuve mathématique qui se déroule en une fois sur cinq heures a évolué vers un style proche de celui des Olympiades.
Une plaisante tradition est même héritée de cette dernière compétition qui consiste à insérer dans au moins un exercice les chiffres de l'année en cours.
Les épreuves sont découpées en tranches assimilables par des élèves de Terminale S.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1744 : Création de fondations de prix et première distribution de prix le 1er juillet.

1989 : 1202 candidats

1994 : 1700 candidats

1995 : 2300 candidats

COMPÉTITION

Une seule épreuve de cinq heures, décentralisée dans un certain nombre de lycées.

Le nombre de participants dans chaque lycée est limité.

Pour être primé, il suffit d'avoir résolu la moitié à 2/3 de l'épreuve.

ÉPREUVES

Individuelles

Catégories : Terminales. Cinq exercices sont proposés aux candidats. Depuis une dizaine d'années, ils sont construits sur un modèle proche des Olympiades Internationales.

PARTENAIRE

Ministère de l'Éducation Nationale (organisateur)

CONTACTS

Adressez-vous au Rectorat de votre académie

1 - LE TÉTRAÈDRE

Un tétraèdre ABCD vérifie les conditions suivantes :
(a) les arêtes AB, AC et AD sont deux à deux orthogonales
(b) $AB = 3$ et $CD = \sqrt{2}$.

Déterminer la valeur minimale de $BC^6 + BD^6 - AC^6 - AD^6$.

2 - DRÔLE DE SUITE

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle vérifiant, pour tout entier naturel n, la relation :

$$u_{n+2} = |u_{n+1}| - u_n$$

Montrer qu'il existe un entier p non nul tel que la relation $u_n = u_{n+p}$ ait lieu pour tout entier naturel n.

3 - VALEURS DE FONCTION

Pour tout réel x, on note E(x) le plus grand entier relatif inférieur ou égal à x. Soit k un entier fixé, supérieur ou égal à 2. On considère la fonction f de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$ définie par :

$$f(n) = n + E\left(\sqrt[k]{n + \sqrt[k]{n}}\right)$$

Déterminer l'ensemble des valeurs prises par la fonction f.

4 - LES POINTS INTÉRIEURS

Soit n un entier supérieur ou égal à 3. On considère un ensemble A de n points du plan, cet ensemble ne contenant pas trois points alignés.
Montrer qu'il existe un ensemble S de 2n – 5 points du plan tel que, pour tout triangle dont les sommets sont des points de A, il existe au moins un point de S qui lui soit strictement intérieur.

5 - GÉOMÉTRIE

On considère deux droites D_1 et D_2 sécantes en O, et un point M n'appartenant à aucune de ces deux droites. On considère deux points variables, A sur D_1 et B sur D_2 tels que le point M appartienne au segment [AB].

(Les questions 1 et 2 sont indépendantes)
1) Montrer qu'il existe une position des points A et B pour laquelle l'aire du triangle OAB est minimale.
Construire les points A et B ainsi déterminés.
2) Montrer qu'il existe une position des points A et B pour laquelle le périmètre du triangle OAB est minimal et qu'on a alors l'égalité des périmètres des triangles OAM et OBM, ainsi que la relation : $\dfrac{AM}{\tan\dfrac{\widehat{OAM}}{2}} = \dfrac{BM}{\tan\dfrac{\widehat{OBM}}{2}}$
Construire les points A et B ainsi déterminés.

6 - LE CUBE

Soit C un cube d'arête 1 et p la projection orthogonale sur un plan.
Quelle est la valeur maximum de l'aire de p(C) ?

On ne donne que les solutions des problèmes 2, 4 et 6.

2

DRÔLE DE SUITE

La solution tient dans un simple tableau. On suppose que :
$u_0 = a$ et $u_1 = b$ sont positifs.

<table>
<tr><td>u_0</td><td colspan="4">$a>0$</td></tr>
<tr><td>u_1</td><td colspan="4">$b>0$</td></tr>
<tr><td>u_2</td><td colspan="4">$b-a$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$b>a$</td><td colspan="2">$b<a$</td></tr>
<tr><td>u_3</td><td colspan="2">$-a$</td><td colspan="2">$a-2b$</td></tr>
<tr><td></td><td>$a<b<2a$</td><td>$b>2a$</td><td>$b<a<2b$</td><td>$a>2b$</td></tr>
<tr><td>u_4</td><td>$2a-b$</td><td>$2a-b$</td><td>b</td><td>$2a-3b$</td></tr>
<tr><td>u_5</td><td>$3a-b$</td><td>$b-a$</td><td>$3b-a$</td><td>$a-b$</td></tr>
<tr><td>u_6</td><td>a</td><td>$2b-3a$</td><td colspan="2">$2b-a$</td></tr>
<tr><td>u_7</td><td colspan="2">$b-2a$</td><td colspan="2">$-b$</td></tr>
<tr><td>u_8</td><td colspan="4">$a-b$</td></tr>
<tr><td>u_9</td><td colspan="4">a</td></tr>
<tr><td>u_{10}</td><td colspan="4">b</td></tr>
</table>

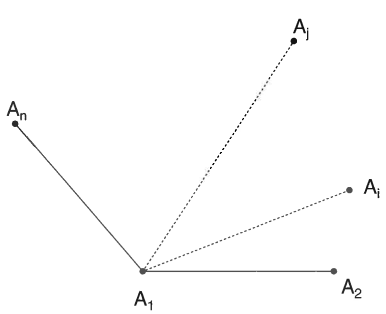
On retrouve donc une période de 9 dans tous les cas. Si a ou b est négatif, on tombe rapidement sur deux valeurs positives consécutives et on se ramène au problème précédent.

4

LES POINTS INTERIEURS

(Solution de Gérard Tisse et Jean-Louis Garcin)

Numérotons les points de A. Nous avons choisi de prendre deux points de l'enveloppe convexe A_1 et A_2 (tous les autres points sont du même côté de la droite A_1A_2) et de numéroter A_3, … A_n de manière que l'angle $\widehat{A_2A_1A_i}$ soit une fonction croissante de i.



4

Ainsi, l'inégalité d'angles $\widehat{A_2A_1A_i} < \widehat{A_2A_1A_j}$ entraîne i < j.

Maintenant, à chaque point A_i, associons les entiers suivants :

• m(i) est l'indice inférieur à i tel que l'angle $\widehat{A_1A_iA_{m(i)}}$ soit minimum.

• M(i) est l'indice inférieur à i tel que l'angle f(i) = $\widehat{A_1A_iA_{M(i)}}$ soit maximum.

• P(i) est l'indice supérieur à i tel que l'angle g(i) = $\widehat{A_1A_iA_{P(i)}}$ soit maximum.

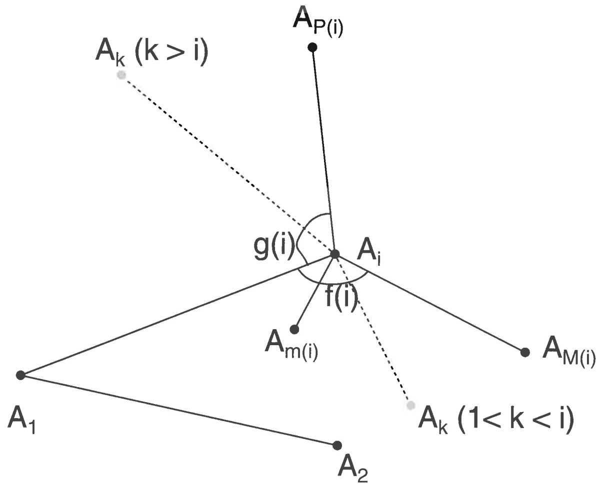
Tracé des points de S

Nous envisageaons alors deux cas :

☛ **f(i) + g(i) < π**
Dans ces cas le point A_i est extérieur au triangle $A_1A_{M(i)}A_{P(i)}$. A_1 et A_i sont de part et d'autre de la droite $A_{P(i)}A_{M(i)}$. On dira que c'est un point simple. Et on dessine un point **S(i)** dans le secteur angulaire $\widehat{A_1A_iA_{m(i)}}$ suffisammment près de A_i pour être du même côté que A_i des droites joignant les différents points A_k.

☛ **f(i) + g(i) > π**
Il ne peut y avoir égalité à π (sinon 3 points seraient alignés).
Dans ce cas le point A_i est intérieur au triangle $A_1A_{M(i)}A_{P(i)}$. On dira que c'est un point double.

On dessine alors un point **S(i)** dans le secteur angulaire $\widehat{A_1A_iA_{m(i)}}$ suffisammment près de A_i pour être du même côté que A_i des droites joignant les différents points A_k.
Puis on dessine un autre point **SS(i)** dans le secteur angulaire, $\widehat{A_{M(i)}A_iA_{P(i)}}$ près de A bien sûr pour être du même côté que A_i des droites joignant les différents points A_k.
Il va de soi que pour A_n, on ne dessine qu'un point, celui qui est dans le secteur angulaire $\widehat{A_1A_nA_{m(n)}}$.



■ Les points dessinés répondent à la question

Les points S(i) et SS(i) sont les éléments de l'ensemble S cherché. En effet :

4 Soit un triangle $A_iA_jA_k$ avec $i < j < k$.

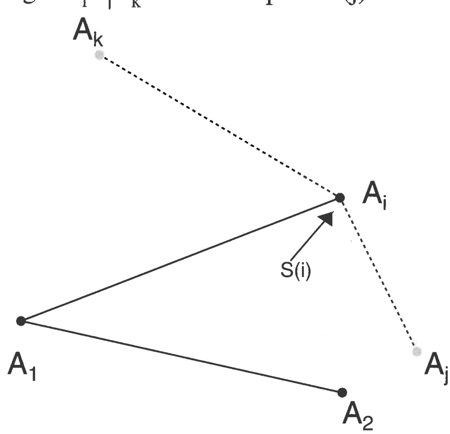
• Si A_j est un point simple :

Le secteur angulaire $\widehat{A_iA_jA_k}$ contient forcément le point S (j).

• Si A_j est un point double :

De deux choses l'une :

– ou bien A_1 et A_k sont du même côté de la droite A_iA_j, auquel cas le triangle $A_iA_jA_k$ contient le point S(j).



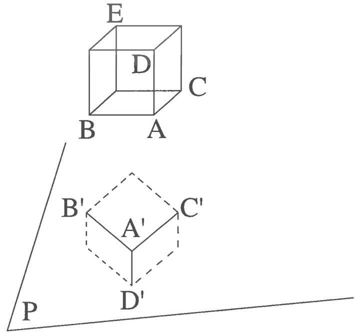
4

– ou bien A_1 et A_k ne sont pas du même côté de la droite A_iA_j, auquel cas le triangle $A_iA_jA_k$ contient le point SS(j).

Reste à traiter le cas où i =1.
Il s'agit donc des triangles $A_1A_jA_k$ qui contiennent toujours le point S(k).
Il ne reste plus qu'à compter les points S(i) et les points SS(i).
Des premiers il y en a n – 2.
Quant aux seconds, il y en a autant qu'il y a de points A_i intérieurs à des triangles du type $A_1A_jA_k$ avec $j < i < k$. Comme de toute façon il ne peut y avoir plus de n – 3 points intérieurs à des triangles formés par les points initiaux, il y a au plus n –3 points SS(i).
D'où le résultat.

6

LE CUBE
(solution de Christian Lebœuf)



L'aire de l'hexagone projeté sur P vaut 2 fois l'aire du triangle B'C'D'. Elle est maximale lorsque BCD est parallèle au plan P (ce qui est possible), et correspond au cas où AE est perpendiculaire au plan P. L'hexagone projeté est alors régulier !

RALLYE D'AUVERGNE

Le rallye est destiné aux élèves de troisième et de seconde. La compétition n'est pas individuelle, mais entre classes entières ou suffisamment représentées : plus des deux tiers.

Les classes ont à résoudre sept problèmes en deux heures. Les solutions doivent être rédigées. Une des solutions est présentée sous forme d'affiche.

Pour chaque exercice, le jury évalue :

- l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées,
- l'argumentation
- la présentation.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le premier rallye a été organisé en 1998.

COMPÉTITION

Elle a lieu un mercredi après-midi. Les centres d'épreuves sont les lycées qui accueillent aussi les collèges du secteur.

ÉPREUVES

Épreuves par classes.
Une catégorie Troisième-Seconde.
Il y a sept problèmes pour deux heures.

PARTENAIRES

Inspection Pédagogique Régionale
IREM
APMEP

CONTACTS

Robert CHARBONNIER
IREM
Complexe Scientifique Les Cézeaux
63117 AUBIÈRE

1 - QUELLE BASSE-COUR !

Monsieur Desvolcans a des poules noires et une poule rousse pour faire joli.
Les poules noires pondent un œuf tous les matins, mais la poule rousse qui est un peu snob ne pond son œuf que les jours où Monsieur Desvolcans nettoie le poulailler.
En faisant ses comptes pour le mois de mars, Monsieur Desvolcans constate que, pour ce mois, il a récolté 345 œufs.
Combien Monsieur Desvolcans a-t-il de poules en tout ?
Combien de fois a-t-il nettoyé son poulailler au mois de mars ?,

2 - GRILLE MYSTÈRE !

Dans cette grille composée uniquement de nombres entiers positifs, le troisième nombre est la somme des deux premiers, le quatrième est quotient des deux nombres qui le précèdent, le cinquième est le produit des deux nombres qui le précèdent et le sixième est la différence des deux nombres qui le précèdent.
Reconstituer cette grille, sachant que les quatre premiers nombres n'ont qu'un seul chiffre.

1	2	3	4	5	6
					28

3 - LA PYRAMIDE

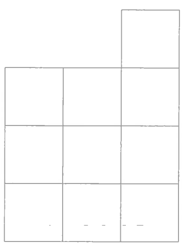
Trois boules de pétanque sphériques de diamètre 7,5 cm sont maintenues sur le sol en contact les unes des autres. On pose au-dessus des trois un cochonnet sphérique de diamètre 2,5 cm.
À quelle hauteur du sol s'élève sa partie supérieure ?

4 - CUBES ET COULEURS

Jean possède entre 2000 et 6000 cubes de même taille.
Il peint chacun soit en bleu, soit en blanc, soit en rouge.
En les empilant tous, il forme un grand cube.
Sur la face supérieure de ce cube, il compte deux fois plus de carrés bleus que de carrés blancs et autant de carrés rouges que de bleus et blancs réunis.

Combien Jean a-t-il de cubes en tout ?

5 - EN 2 COUPS DE CISEAUX ?



Découpez cette figure par des coups de ciseaux rectilignes de façon à obtenir un carré en assemblant les morceaux obtenus.

Peut-on le faire en deux coups de ciseaux ?

6 - LES TROIS TRIANGLES

Construire un triangle équilatéral AEF, puis un triangle AFC isocèle et rectangle en F ;
E et C étant situés de part et d'autre de la droite (AF), appeler B le point d'intersection des droites (AE) et (CF).

Lequel des 3 triangles BEF, AFE et AFC a l'aire la plus grande ?

Solutions

1

QUELLE BASSE-COUR !

En Mars, mois de 31 jours, chaque poule noire pond 31 œufs et la poule rousse en pond au plus 31. Par la division euclidienne de 345 par 31, on déduit qu'il y a 11 poules noires et que les 4 œufs non pondus par les poules noires, ont été pondus par la poule rousse. Le poulailler a été nettoyé 4 fois et Monsieur Desvolcans a en tout 12 poules.

2

GRILLE MYSTÈRE !

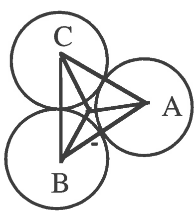
1	2	3	4	5	6
6	2	8	4	32	28

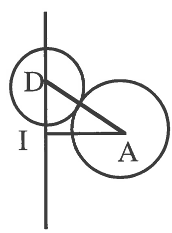
3

LA PYRAMIDE

Soit A,B,C les centres des trois boules, D le centre du cochonnet et R le rayon de chaque boule, r celui du cochonnet.

A,B,C sont les sommets d'un triangle équilatéral de côté 2R et D se projette orthogonalement sur le plan horizontal ABC en I, centre de gravité du triangle ABC. D doit être sur la droite verticale passant par I et au-dessus de I.





On doit avoir :

$$r \geq IA - R = R\left[\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right] \text{ et } ID2 = DA2 - IA2 = (R + r)2 - \frac{4R^2}{3}$$

Le sommet S du cochonnet est à une hauteur h au-dessus du sol égale à R + ID + r.

Pour : $r = \frac{R}{3}$ et $2R = 7{,}5$ cm alors $h = 7{,}5$ cm.

4

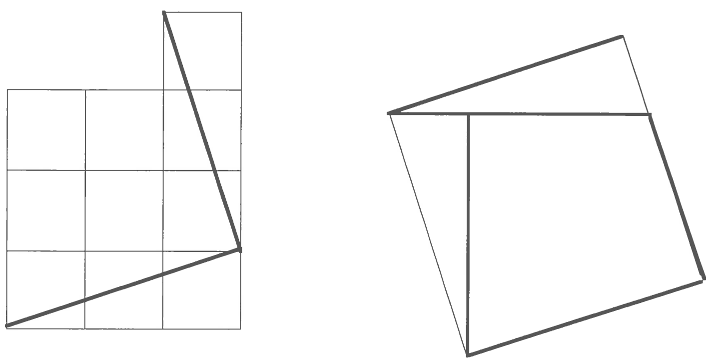
CUBES ET COULEURS

Une arête du grand cube est formée de n petits cubes et la face supérieure de n^2 carrés. Soit x le nombre de carrés blancs de la face supérieure.
On a : $n^2 = x + 2x + 3x = 6x$. Donc, il existe un entier k tel que : $x = 6k^{2.}$
D'où : $n = 6k$.
Comme $2000 \leq n^3 \leq 6000$, on a : $13 \leq n \leq 18$. Donc, $n = 18$.
Jean possède 5332 cubes.

5

EN DEUX COUPS DE CISEAUX ?

L'aire des deux figures est 10 (unité d'aire le carreau). Le côté du carré est $\sqrt{10}$. D'où, le découpage :



6

LES TROIS TRIANGLES

Le triangle AFC a l'aire la plus grande.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE BOURGOGNE

Le rallye de Bourgogne se veut modeste et sans prétention. Mais il suscite toutefois l'intérêt du grand public grâce à l'appui de la presse régionale et des stations de télévision bourguignonnes.
Les lecteurs de nombreux quotidiens manifestent leur enthousiasme à résoudre des problèmes, ce qui rejoint les préoccupations pédagogiques des enseignants de mathématiques.

L'humour et la pertinence qui président à la construction des énoncés favorisent chez les élèves le goût de la recherche.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Créé dans les années 1970, abandonné puis repris depuis 1990.
Depuis 1990, une épreuve annuelle, ouverte aux classes de 2nde, 1ère et terminales de tous les lycées de l'Académie de Dijon.
Depuis 1991, il y a entre 1100 et 1800 participants.

ÉPREUVES

Individuelles ou collectives (équipe de 2,3,4 ou classe entière : au choix).
Catégories : une seule épreuve ouverte aux trois niveaux de lycée, mais trois classements séparés.
Problèmes : 6 (2 simples, 2 moyens, 2 plus difficiles) tous faisables en seconde.

COMPÉTITION

Une épreuve de quatre heures, un mercredi après-midi.

PARTENAIRES

APMEP régionale de Dijon
Conseil Régional de Bourgogne
Rectorat de l'Académie de Dijon.

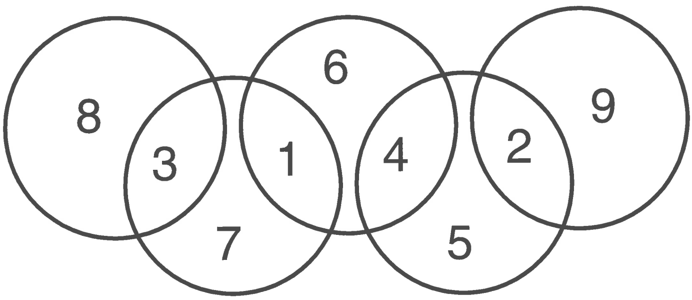
CONTACTS

Université de Bourgogne
U.F.R. Sciences et Techniques
9, avenue Alain Savary
I.R.E.M. - B.P. 400
21011 DIJON CEDEX
Tél. 03 80 39 52 30
Fax 03 80 39 52 39
Responsables :
Michel Lafond
Robert Ferachoglou

1 - ANNOLYMPIQUE

2nde-1ère-Term

Les chiffres de 1 à 9 ont été mis dans les régions déterminées par les cinq anneaux olympiques de telle sorte que dans chaque anneau la somme est égale à 11.



Disposez autrement les 9 chiffres pour que la somme soit la plus grande possible.

Bien entendu cette somme doit être la même dans chaque anneau.

2 - VOISIN-VOISINE

2nde-1ère-Term

Lors d'un banquet, toutes les places d'une table circulaire sont occupées.

7 femmes ont une femme à leur droite.
12 femmes ont un homme à leur droite.
3 hommes sur 4 ont une femme à leur droite.

Combien sont-ils ?

3 - UNIVERS HOSTILE

2nde-1ère-Term

Dans un désert, il y a des serpents, des souris, et des scorpions.
Chaque matin, chaque serpent mange une souris.
Chaque midi, chaque scorpion pique un serpent. (Et ça ne pardonne pas.)
Chaque soir, chaque souris mange un scorpion.
Au bout d'une semaine, il ne reste plus qu'un animal : une souris.

Combien y avait-il de souris au début ?

4 - TROIS EN UN

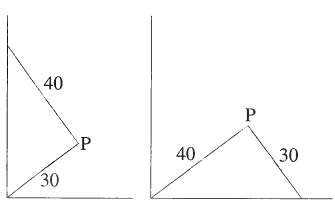
2nde-1ère-Term

À partir de trois entiers naturels, on construit une suite de nombres où chacun est égal à la somme des trois précédents.
Exemple : à partir de 136, 9, 2, on obtient : 147, 158, 307, 612 1077, 1996, …

Comment choisir les trois premiers entiers pour que le 13e soit égal à 1996 ?

5 - SAUT DE PUCE

2nde-1ère-Term



Une équerre dont les côtés de l'angle droit mesurent 30 cm et 40 cm, glisse dans un plan vertical, en restant toujours en contact avec un mur vertical et le sol comme sur les schémas.

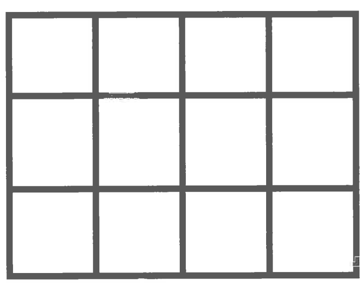
Quelle est la distance parcourue par une puce qui bivouaque sur le sommet P de l'angle droit ?

6 - LES VACANCES 2nde-1ère-Term

Le fils de Monsieur HULOT fait des économies pour partir en vacances en 1997.
Il ne met dans sa tirelire que des pièces de 1F ou de 10 F.
Le premier janvier 1997 il met 1 F ; le 2 janvier 2 F ; le 3 janvier 3 F ; etc. Le n$^{\text{ème}}$ jour il met n francs avec le minimum de pièces possible : par exemple le premier février, il mettra 3 pièces de 10 F et 2 pièces de 1 F. Il partira en vacances le premier jour où il aura dans sa tirelire exactement autant de pièces de 1 F que de pièces de 10 F.

À quand le départ ?

7 - QUADRILLAGE 2nde-1ère-Term



Le rectangle quadrillé ci-dessus est fait de 31 segments de 0,5 cm, et comprend 12 carreaux. Blaise a dessiné sur une feuille de format 21 x 29,7 cm^2, quadrillée tous les demi-centimètres, un grand rectangle quadrillé fait de 1997 segments.

Combien son rectangle a-t-il de carreaux ?

8 - TABLE RONDE

2^{nde}-$1^{ère}$-Term

Quatre femmes sont placées autour d'une table circulaire. Quatre hommes viennent à la table et se placent en alternance avec les femmes, chacun à égale distance de ses deux voisines.
Béatrice a pour voisins Etienne et François, situés à 1,23 m l'un de l'autre.
Claudia a pour voisins Hector et Gérard, situés à 1,64 m l'un de l'autre.

Quel est le rayon de cette table ?

9 - LE YOUKI

2^{nde}-$1^{ère}$-Term

Albert et Bertha marchent à 5 km/h sur une route rectiligne à la rencontre l'un de l'autre. Ils sont séparés d'un kilomètre au départ.
Albert lâche le chien YOUKI qui court vert Bertha à 15 km/h, puis sans reprendre son souffle, revient vers Albert à 10 km/h et ainsi de suite.

Quelle est la distance totale parcourue par le YOUKI ?

10 - JAMBON-BEURRE

2^{nde}-$1^{ère}$-Term

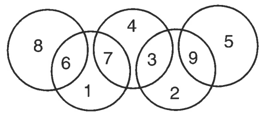
Gaston se nourrit exclusivement de sandwiches devant son écran de jeux vidéo. Mais cette année, le pain a augmenté de 5 %, le beurre de 26 % et le jambon de 20 %.
Gaston songe alors soit à supprimer le beurre, soit à diminuer le jambon de 15 %, ce qui dans les deux cas augmenterait le prix du sandwich de 60 centimes seulement.

Quel était le prix d'un sandwich avant les augmentations ?

1

ANNOLYMPIQUE

Avec un chiffre par zone, la solution unique (à une symétrie près)



2

VOISIN-VOISINE

Chaque femme a soit un homme soit une femme à sa droite, il y a au total 12 + 7 = 19 femmes autour de la table. Puisque 7 femmes ont une femme à leur droite, en inversant les rôles, 7 femmes ont une femme à leur gauche donc 19 - 7 = 12 femmes ont un homme à leur gauche. Il en résulte (en inversant encore les rôles) que 12 hommes ont une femme à leur droite, et ils représentent 3 hommes sur 4. Ce qui fait 12 x 4 / 3 = 16 hommes autour de la table. Il y a donc au total 19 + 16 = 35 personnes.

3

UNIVERS HOSTILE

Le septième jour :

le soir on avait 0 serpent 1 souris 1 scorpion
à midi on avait 1 serpent 1 souris 1 scorpion
le matin on avait 1 serpent 2 souris 1 scorpion

Donc si on a (x,y,z) un matin, on avait (x+y+z , x+2y+z , y+z) la veille au matin, d'où le tableau :

Jour (matin)	serpents	souris	scorpions
7	1	2	1
6	4	6	3
5	13	19	9
4	41	60	28
3	129	189	88
2	406	595	277
1	1278	1873	872

On avait donc 1873 souris le matin du premier jour.

4

TROIS EN UN

Soient a, b, c, les trois premiers entiers de la suite. Le quatrième vaut alors a + b + c. On continue ainsi jusqu'au treizième qui vaut 149 a + 230 b + 274 c = 1996. C'est l'équation du problème.
Par un programme ou à la main, la solution unique est :
a = 2, b = 5, c = 2.

5

SAUT DE PUCE

La puce P se déplace d'abord de la position 1 à la position 2 (parcours de 20 cm), puis revient en arrière jusqu'à la position 3 (parcours de 10 cm). Elle a parcouru au total : 20 cm + 10 cm = 30 cm.

6

LES VACANCES

L'égalité n'a lieu que deux jours seulement : le 98ème et le 99ème.
Le premier jour est le 98ème, soit le 8 avril 1997.

7

QUADRILLAGE

Soient x et y, les nombres de carreaux sur chacun des côtés du rectangle, avec $x \leq y$ ($0 \leq x \leq 42$, et $0 \leq y \leq 59$). x et y vérifient l'égalité :

$$x(y + 1) + y(x + 1) = 1997 \text{ ou } y = \frac{1997 - x}{2x + 1}$$

La seule solution est $x = 23$ et $y = 42$, ce qui donne un rectangle de $23 \times 42 = 966$ carreaux.

8

TABLE RONDE

Le rayon de la table est 1,025 mètre.

9

LE YOUKI

Kouki parcourt 1,3 km.

10

JAMBON-BEURRE

Le prix avant les augmentations était 12 francs.

RALLYE MATHÉMATIQUE DU CENTRE

C'est une compétition entre classes de troisième de collège et de seconde de lycée des six départements de l'académie d'Orléans-Tours. Depuis 1994, des établissements de Djibouti sont associés. En tout, presque 20 000 élèves de l'académie répartis dans environ 500 classes de collège et 250 classes de lycée participent à cette épreuve dont la durée est de 1h45.

L'épreuve se fait sur une liste de 11 exercices pour les troisièmes et de 14 exercices pour les secondes dont certains sont communs aux deux classes. Ces exercices sont de diverses natures (géométrie, travaux numériques, combinatoire et logique) et de difficulté graduée (5, 8 ou 10, 12 ou 15 points). L'humour n'est pas absent des sujets. Un recueil analytique (brochure IO n°49) est édité par l'IREM d'Orléans.

C'est l'esprit d'équipe et la cohésion de la classe qui sont valorisés. Par la variété des niveaux de difficultés des exercices, tous les élèves, quel que soit leur niveau en mathématique, apportent leurs compétences pour construire le dossier réponse de la classe. Une grande attention est portée à la rédaction des solutions et à leur justification.

L'équipe organisatrice (constituée de professeurs, d'universitaires et d'inspecteurs) vise ainsi à « ouvrir une fenêtre » et à « faire souffler un peu d'air frais » sur les mathématiques. Ses objectifs sont donc : l'incitation au travail d'équipe, l'intéressement des élèves d'une même classe à une activité mathématique diversifiée, le développement de l'esprit scientifique et des échanges avec les partenaires du système éducatif.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1986 : 30 classes d'Orléans.
1987 : 150 classes du Cher, de l'Indre et du Loiret.
1988 : 375 classes avec en plus l'Eure-et-Loir et le Loir-et-Cher.
1989 : 630 de toute l'académie.
1994 : 200 élèves de Djibouti participent.
1995 : dixième édition et record de participation avec 21500 élèves répartis dans 800 classes.

COMPÉTITION

Une épreuve d'entraînement en décembre.
L'épreuve officielle en mars.
Chaque classe s'organise pour résoudre en 1h45 les exercices.
Un palmarès académique pour les secondes et deux palmarès départementaux pour les troisièmes.
Six palmarès départementaux pour les collèges et lycées.

ÉPREUVES

Par classe entière. Deux catégories.
Troisième : Palette de 11 exercices de difficultés variées
Seconde : Palette de 14 exercices dont certains sont communs avec les précédents.
Seules les notions mathématiques au programme des classes visées sont utiles.

PARTENAIRES

Conseil Régional du Centre
Caisse d'Épargne Val de France Orléanais
Caisse d'Épargne Centre Val de Loire
France Télécom
Conseils Généraux
Municipalités et mécènes locaux
Rectorat
Inspections Académiques

CONTACTS

IREM Université d'Orléans
BP 6759
45067 Orléans Cedex 2

Rectorat secrétariat des IPR
21, rue Saint-Etienne
45043 Orléans Cedex

1 - LES PICMEN $3^{ème}$ - 2^{nde}

Une « démo » d'un jeu vidéo fonctionne sur l'écran d'une console. Un cube composé de 27 pièces (27 petits cubes accolés) va être démonté par trois « Picmen » agissant simultanément. À chaque « gong » donné par un automate métronome, chaque Picman doit prendre et dévorer un petit cube. Le grand cube a entièrement disparu en exactement une minute, à partir du premier « gong ».
La démo permet de choisir le nombre de petits cubes et le nombre de Picmen.
Combien de temps faudra-t-il, dans les mêmes conditions, à cinq Picmen pour détruire un cube de 125 pièces ?

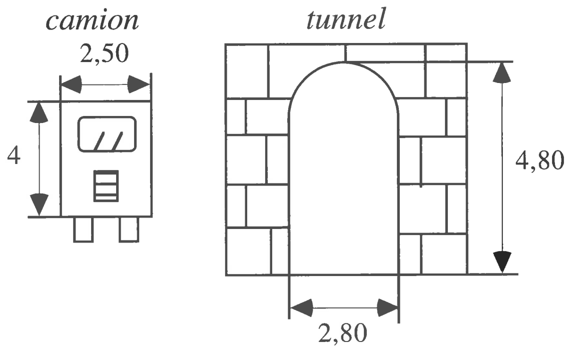
2 - PANIQUE À BORD $3^{ème}$ - 2^{nde}

C'est la panique à bord du Belem car les appareils ne fonctionnent plus ! Mais on peut encore faire les relèvements par rapport à trois amers A, B, et C, c'est-à-dire que si on note M la position du bateau, on peut connaître les angles $\widehat{AMB} = \alpha$ et $\widehat{BMC} = \beta$.
Pour trouver sur la carte la position M du bateau, le commandant propose la construction suivante :

- Tracer à l'intérieur de l'angle $\widehat{ABC}$, la demi-droite [Bt) faisant avec [BA) un angle de $(90° - \alpha)$ et la demi-droite [Bs) faisant avec [BC) un angle de $(90° - \beta)$.
- Tracer la perpendiculaire à la droite (BA) en A ; elle coupe la demi-droite [Bt) en I.
- Tracer la perpendiculaire à la droite (BC) en C ; elle coupe la demi-droite [Bs) en J.
- Le projeté orthogonal de B sur la droite (IJ) est M.

Réaliser ce programme de construction en prenant :
AB = 8 cm, AC = 12 cm, BC = 6 cm, $\alpha = 72°$ et $\beta = 78°$
Justifier, en utilisant par exemple le cercle de diamètre [BI], qu'on obtient bien ainsi la position du bateau sur la carte.

3 - PASSERA OU PAS ? 3ème - 2nde



Les échelles utilisées sur les deux dessins ne sont pas les mêmes. Les cotes sont indiquées en mètres.

Le camion passera-t-il dans ce tunnel ?

4 - COMME LA LUNE 3ème - 2nde

On sait que « la lune de mars » apparaît toujours entre le 8 mars et le 5 avril et que Pâques est le premier dimanche qui suit le quatorzième jour de la « lune de mars ».

L'Ascension, quant à elle, a lieu quarante jours après Pâques, le jour de Pâques étant compté.

En pratique, on détermine la date de Pâques de la manière suivante :

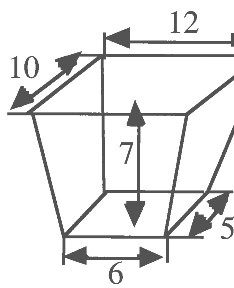
Pâques est à la date (22 + d + c) mars ou (d + e - 9) avril. n étant l'année considérée, d et e sont définis comme suit :

a est le reste de la division de n par 19
b est le reste de la division de n par 4
c est le reste de la division de n par 7
d est le reste de la division de19a + 24 par 30
e est le reste de la division de 2b + 4c + 6d + 5 par 7.

Justifier qu'en 1997 l'Ascension est bien le 8 mai.
Quel jour tombera l'Ascension en l'an 2000 ?

5 - D'APRÈS BHASKARA 2nde

Le mathématicien hindou Bhaskara (XIIe siècle) explique dans son traité « La Lilavati », comment calculer le contenu d'une excavation en forme de tronc de pyramide à bases rectangulaires parallèles dont les dimensions sont celles de la figure ci-dessous :



1) Bhaskara donne en toutes lettres sa méthode de calcul : « *La somme des aires des bases et de l'aire d'un rectangle de largeur la somme des largeurs des bases et de longueur la somme des longueurs des bases, étant divisée par six puis multipliée par la profondeur, donne le volume.* »
Calculer le volume de cette excavation par la méthode de Bhaskara.
Calculer le volume de ce tronc de pyramide en le considérant comme la différence des volumes de deux pyramides.
Comparer les deux résultats.
2) Recommencer le même travail avec une grande base de dimensions 12 et 10, une petite base de dimensions 9 et 7,5 et une profondeur de 8.
3) D'une manière plus générale, on considère une excavation de profondeur h dont les dimensions de la grande base sont L et l et celles de la petite base $k \times L$ et $k \times l$ (k étant un réel compris entre 0 et 1).
Calculer son volume par les deux méthodes précédentes.
La méthode de Bhaskara est-elle valable ?

6 - CASSE-TÊTE CHINOIS

3ème-2nde

Dans le *Jiuzhang Suanshu* ou *L'Art mathématique en neuf sections*, livre chinois du IIe siècle avant JC, on trouve le problème suivant :

Étant donné un champ de la forme d'un segment circulaire de base b = $78\,\frac{1}{2}$ **et de hauteur =** $13\,\frac{7}{9}$, **trouver son ai.**

• Attention avec cette notation, $13\,\frac{7}{9}$ signifie $13 + \frac{7}{9}$.

Un segment circulaire est la partie d'un disque comprise entre la corde et l'arc qu'elle sous-tend.

1) L'auteur appliquait la formule suivante : $S = \frac{bh + h^2}{2}$
Quelle valeur fournit-elle ?

2) Vingt-deux siècles plus tard, on sait que cette formule donne une valeur erronée de l'aire du champ. **Calculer correctement l'aire de ce champ en justifiant la démarche utilisée.**

3) Quelle est, en pourcentage, l'erreur commise par les chinois de cette époque ?

7 - L'ALGORITHME

3ème-2nde

N étant un entier naturel différent de zéro, on définit l'algorithme suivant : on remplace N par le nombre N' obtenu en ajoutant les carrés de ses chiffres, puis on recommence avec N' et ainsi de suite. Exemple : $N = 27$; $N' = 2^2 + 7^2 = 53$,

puis $N = 53$; $N' = 5^2 + 3^2 = 34$, ...

$27 \rightarrow 53 \rightarrow 34 \rightarrow$

On obtient ainsi une succession de nombres qu'on appelle « chaîne ». On dit qu'une chaîne « boucle » si on retrouve, au bout d'un certain nombre d'opérations, l'un des nombres déjà obtenu.

1) En utilisant tous les entiers à un chiffre, vérifier que toutes les chaînes obtenues bouclent. Organiser et représenter cet ensemble de chaînes par un schéma fléché dans lequel chaque nombre n'apparaît qu'une seule fois.
2) Prendre un nombre N à trois chiffres et lui appliquer l'algorithme précédent. Que remarque-t-on ?

8 - LE PRÉNOM MOYEN

3ème-2nde

AUDE	AURÉLIE	AXEL	CYPRIEN	ESTHER
FRÉDÉRIC	FULBERT	GUY	GWENAËL	GWLADIS
HORTENSE	JOSIANE	JULIA	JULIETTE	LUCE
LUCIENNE	LYDIE	MUGUETTE	MURIEL	NORBERT
RUTH	YVELINE	YVON		

Pour chercher le prénom « moyen » de ce groupe de personnes, on code les lettres de l'alphabet de la manière suivante :

$A \rightarrow 1$; $B \rightarrow 2$; $C \rightarrow 3$ ... $Z \rightarrow 26$

En codant la première lettre de chaque prénom et en faisant la moyenne, arrondie à l'unité, de ces codes, on trouve un nombre « moyen » qui correspond à une lettre de l'alphabet. En refaisant le même travail pour la seconde lettre de chaque prénom, on obtiendra une seconde lettre « moyenne » et ainsi de suite...

Quel est le prénom « moyen » de ce groupe ?

9 - ON THE ROAD AGAIN

3ème-2nde

Le pilote d'un avion de tourisme voulait suivre une route de A vers B. Après 20 minutes de vol, il s'aperçoit à l'aide de ses instruments de radio-navigation, qu'il n'a pas bien calculé son cap et qu'il suit une route de A vers C situé 10 degrés à gauche de la route souhaitée (AB).
Pour rejoindre cette dernière, il effectue un virage de 20 degrés à droite puis suit cette nouvelle route.

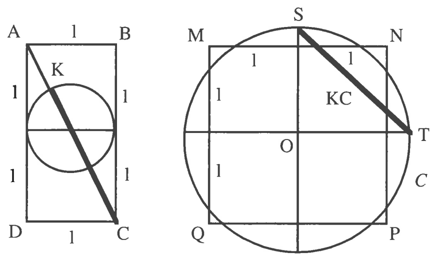
Dans combien de temps le pilote aura-t-il rejoint la route (AB) ?
Combien de temps aura-t-il perdu ?

Dans cet exercice, on suppose :
- que le vol est effectué à altitude et vitesse constantes ;
- que toutes les routes suivies sont rectilignes et que le vent est nul.

10 - L'ART D'ARRONDIR

3ème-2nde

Les Compagnons du Devoir, en réalisant leurs travaux pratiques, nous ont laissé les constructions ci-dessous :



Premier tracé *second tracé*

Le premier tracé permet d'obtenir la longueur KC nécessaire au second tracé. On note R, le rayon OS.

Comparer les aires du carré MNPQ et du cercle C.

Comparer leurs périmètres.
Quel était le but recherché par ces compagnons ?

Solutions

1

LES PICMEN

Les picmen se sont « déplacés » 9 fois en une minute. Il y a 8 intervalles de temps (entre deux déplacements). Deux coups de « gong » sont séparés par $\frac{60}{8}$ secondes. Pour détruire un cube de 125 pièces les picmen se « déplaceront » 25 fois, soit sur 24 intervalles de temps. Il leur faudra :

$24 \times \frac{60}{8} = 180$ secondes ou 3 minutes.

2

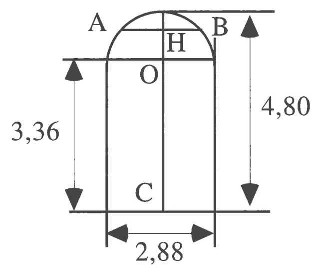
PANIQUE À BORD

Il s'agit de montrer que $\widehat{AMB} = 72° = \alpha$ et $\widehat{BMC} = 78°$

3

PASSERA OU PAS ?

Pour que le camion passe, il faut que CH mesure 4 m et AB>5 m.
Lorsque CH = 4 m :
AH2 = 1,442 - 0,642 = 1,664
AH ≈ 1,28996 m et AB > 5 m.
Le camion passera.



4

COMME LA LUNE

En 1997, a = 2, b = 1, c = 2, d = 2, e = 6. La date de Pâques est le 30 mars et l'Ascension le 8 mai.
En 2000, a = 5, b = 0, c = 5, d = 29, e = 3. La date de Pâques sera le 23 avril et l'Ascension le 1er juin.

5

D'APRÈS BHASKARA

1) Par les deux méthodes, le volume est 490 unités de volume.
2) Par les deux méthodes, le volume est 740 unités de volume.
3) Par la méthode de Bhaskara, $V = \frac{1}{3} \times L \times 1 \times h \times \frac{1 + k + k^2}{1 - k}$

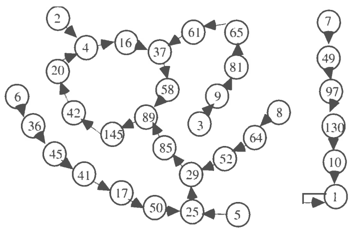
6

CASSE-TÊTE CHINOIS

Par les chinois, aire ≈ 635,69 cm2. Aujourd'hui, aire ≈ 738,5 cm2
L'erreur commise par les chinois était de 14%.

7

L'ALGORITHME



Avec un nombre de trois chiffres, on retombe sur la chaîne 7-1 ou sur la boucle 4-20.

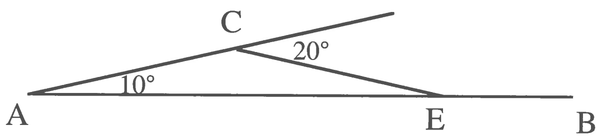
8

LE PRÉNOM MOYEN

moyennes	9,83	20,74	12	9,32	5,12	13,87	14	4,6
Arrondis	10	21	12	9	5	14	14	5
Lettres	**J**	**U**	**L**	**I**	**E**	**N**	**N**	**E**

9

ON THE ROAD AGAIN



Le triangle ACE est isocèle, le pilote mettra 20 minutes après son virage de 20° pour retrouver la direction (AB).

On a : $\frac{2\ AC}{40} = \frac{2\ AC \cos 10°}{40 - \theta}$ où θ représente le temps perdu.

$\theta = 40\,(1 - \cos 10°) \approx 0{,}6$ min soit environ 36,5 secondes.

10

L'ART D'ARRONDIR LES ANGLES

$KC = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ et $R = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$.

Les compagnons construisaient ainsi un cercle ayant un périmètre égal à celui d'un carré à O,1% près.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE CHAMPAGNE - ARDENNE

L'une des caractéristiques de ce rallye réside dans le fait qu'il ne s'agit pas d'une compétition individuelle, mais d'un concours engageant l'ensemble de la classe. Cette épreuve, à l'expérience, soude la classe autour d'une démarche scientifique.

Les objectifs principaux :

- Créer, à l'intérieur des classes participantes, une dynamique pour acquérir le sens du travail de groupe.
- Initier à la démarche scientifique (expérimenter, argumenter, expliciter, vérifier ...).
- Démythifier les mathématiques en les abordant sous un angle moins scolaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

En 1989 : Création du rallye ouvert dans les Ardennes et dans la Marne aux classes de 6e, 5e, 4e, 3e.
Depuis 1992 : Il est ouvert dans toute l'académie, soit : Ardennes, Aube, Marne et Haute-Marne à ces mêmes niveaux.
Le rallye, annulé en 1997-98, espère une reprise en 1998-99.

ÉPREUVES

Par classe entière
Catégories : 4
6e, 5e, 4e, 3e.
Nombres de problèmes :
12 en 1h30. Trois degrés de difficultés. Une feuille-réponse par classe.

COMPÉTITION

Demi-finale :
En avril (1h30) dans les établissements inscrits.
Finale :
En mai ou juin.

PARTENAIRES

APMEP régionale
Conseils Généraux

CONTACTS

IREM de Reims : Université de Reims Champagne-Ardenne
UFR Sciences exactes et naturelles
Moulin de la Housse BP 347
51062 REIMS Cedex
Tél : 03 26 05 32 08 Fax : 03 26 85 35 04

Énoncés

1 - BOUM-RETRO 6ème-5ème

Le grand boum ressenti à l'arrière de mon véhicule m'a fait jeter un œil dans le rétro. Est-ce la 2CV de Charlie ainsi retournée les quatre roues en l'air ?
Je note le numéro de la plaque minéralogique lu dans mon rétro :

Quel est le véritable numéro d'immatriculation de la voiture de Charlie ?

2 - A PLEINS TUBES 6ème-5ème

La remorque de mon camion est un pavé droit dont la partie arrière est un carré de 1,80 m de côté.
Je veux transporter des tuyaux dont la longueur correspond à la longueur de la remorque, porte fermée. Ces tuyaux sont de deux sortes : les gros de diamètre 0,60 m et les autres plus petits, de diamètre 0,20 m.
On néglige l'épaisseur des tuyaux.

Après avoir chargé neuf gros tuyaux, combien de petits tuyaux, au maximum, puis-je transporter en un voyage ?

3 - QUATRE-QUARTS

6ème-5ème

Pour son anniversaire, Madami a reçu un curieux jeu formé de quarts de disque de même rayon. Ils peuvent s'accrocher l'un à l'autre pour former des pièces planes.
On ne peut accrocher deux quarts de disque qu'en faisant coïncider deux bords rectilignes.

Combien de pièces planes différentes Madami pourra-t-il former avec quatre quarts de disque (on les prend tous) ?

Remarque. Deux pièces sont différentes si on ne peut pas les superposer en les retournant ou en les tournant.

4 - VITESSE LIMITÉE

6ème-5ème

Paul roule à vitesse constante. Il regarde alors son compteur kilométrique qui indique un nombre à deux chiffres. Une heure plus tard, il lit sur son compteur un nombre composé des deux mêmes chiffres mais inversés.
Il roule encore une heure, son compteur lui indique les mêmes chiffres séparés par un zéro.

À quelle vitesse se déplace Paul ?

5 - MIEUX VAUT TARD...

6ème-5ème

Quelle est la première date qui suit 26/05/1997 et qui s'écrit avec huit chiffres tous différents ?

6 - VOYAGE ANNULÉ
6ème-5ème

Quatre professeurs organisent un voyage scolaire. Le jour du départ, un quart des élèves inscrits ne vient pas et un quart des professeurs est absent si bien qu'un car de 55 places aurait suffi à emmener tout le monde. Malheureusement, le voyage n'a pas eu lieu car il faut au moins un professeur accompagnateur pour 16 élèves.

Combien y a-t-il d'élèves présents le jour du départ ?

7 - SPORTEZ-VOUS BIEN ?
4ème-3ème

Amélie, Bernadette et Clémence discutent du sport (tennis, football ou basket) qu'elles vont choisir en cette nouvelle année scolaire.

Amélie dit : « Si Bernadette fait du tennis, je joue au football. »

« Si Amélie fait du football, je fais du tennis mais si elle fait du basket, je fais du football » répond Clémence.

Bernadette réplique : « Si Clémence ne fait pas de basket, je fais du football. »

De plus les trois enfants désirent pratiquer des sports différents.

Quel sport pratiquera chacune d'elles ?

8 - RETOURNEZ-Y !
4ème-3ème

Charlie a acheté un scooter dont le prix est un nombre entier de 4 chiffres distincts, sans 0. La caissière a encore dû lire l'étiquette à l'envers : l'année dernière il avait payé son VTT 1562 francs au lieu de 2951 francs

Aujourd'hui, l'étourderie de l'employée lui fait réaliser la plus grande économie possible. **Laquelle ?**

Les chiffres qui peuvent se lire à l'envers sont : 1 2 5 6 8 9 0

9 - C'EST PAS DU GÂTEAU ! 4ème-3ème

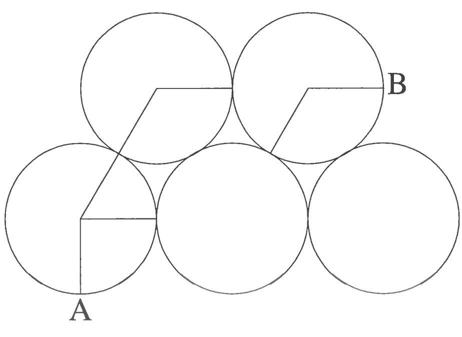
L'année des 14 ans de Françoise, Alfred avait fêté son anniversaire un Vendredi, Benjamin un Samedi, Charles un Dimanche, Denis un Mercredi et Evariste un Mardi. Françoise n'avait noté que les dates dans le désordre :

5 Mai ; 18 Juin ; 26 juin ; 25 Mai ; 4 Avril.

Quelle est la date anniversaire de Benjamin ?

10 - AU PLUS COURT... 4ème-3ème

Tous les cercles de la figure ci-dessous ont un rayon égal à deux centimètres.



En se déplaçant uniquement sur les cercles ou les segments, quelle est la longueur du plus court chemin menant de A à B ?

Solutions

1

BOUM-RETRO

Le véritable numéro d'immatriculation est :

2

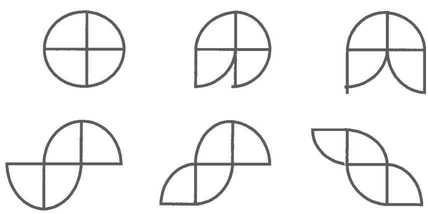
À PLEINS TUBES

En un voyage si je ne mets pas de petits tuyaux à l'intérieur des gros, je peux transporter, au maximum, quatre petits tuyaux que je glisse entre les neuf gros.
Sinon, je peux transporter : $4 + 9 \times 7 = 67$ petits tuyaux.

3

QUATRE-QUARTS

Six pièces différentes :



4

VITESSE LIMITÉE

Les trois distances indiquées au compteur sont 16 km, 61 km et 106 km.
Paul se déplace à la vitesse de 45 km/h.

5

MIEUX VAUT TARD...

La date est 17 - 06 - 2345.

6

VOYAGE ANNULÉ

Le jour du départ, il y a 51 élèves.

7

SPORTEZ-VOUS BIEN ?

Amélie fait du tennis, Bernadette du football et Clémence du basket.

8

RETOURNEZ-Y !

Le vrai prix : 9851 francs. Le prix à l'envers : 1586 francs
L'économie est 8265 francs.

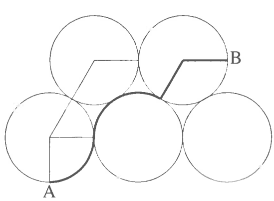
9

C'EST PAS DU GÂTEAU !

Benjamin est né le 26 juin.

10

AU PLUS COURT...



Le plus court chemin est cinq huitièmes de cercle plus deux rayons, soit $\frac{7 p}{3} + 4$ cm.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE GANGES - LAN.ROU.

Le Collège Départemental de Ganges, commune de l'Hérault, organise un Rallye Mathématique depuis 1988. Il était ouvert aux élèves de CM2 des huit écoles du secteur et à tous les élèves des collèges de l'Académie de Montpellier et de l'Andorre. Il est aujourd'hui à l'échelle régionale.

Le Rallye, appelé aussi Bombyx, se déroule en trois phases :
- les quarts de finale et les demi-finales dans chaque établissement ;
- la finale, au collège de Ganges.

À chaque étape, les concurrents sont invités à résoudre quatre problèmes en 1h30.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

La première édition du Rallye remonte à **1988/89** ; elle ne concernait que les élèves du collège de Ganges.
En 1992, le 5ème Rallye s'ouvrait aux élèves de CM2 du secteur et la compétition adhérait au C.I.J.M.
En 1995, la participation s'étend à tous les collèges du Gard et de l'Hérault.
En 1997, le 10^{e} Rallye s'ouvre à tous les collégiens de Montpellier et de l'Andorre.

ÉPREUVES

Individuelles
Catégories : 5
CM_2, 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}.
Problèmes : 4 en 1h30. Seules les réponses sont demandées.

COMPÉTITION

Quarts de finale dans chaque établissement en novembre.
Demi-finales en février.
Finale au collège Louise-Michel à Ganges en mai.
Cérémonies des Thalès en juin.

PARTENAIRES

Conseil Général du Gard
Conseil Général de l'Hérault
19 communes
Inspection Pédagogique Régionale
Éducation Nationale
A.P.M.E.P.
I.R.E.M de Montpellier
F.C.P.E
Délégation Régionale Recherche et Technologie
DRAC
Rigaud-peintures
Bac Killer
Éditions Archimède
Éditions Belin

CONTACTS

Le responsable de l'équipe organisatrice : Jean Versac
Collège Louise Michel
Place Jules Ferry
34190 GANGES
Téléphone : 04 67 73 81 01
Télécopie : 04 67 73 88 01

1 - À GRANDE VITESSE CM$_2$

La terre met 365 jours 6 heures et 2 secondes pour faire le tour du soleil. Elle se déplace à une vitesse de 30 km par seconde. Puisque nous sommes sur la terre, nous nous déplaçons dans l'espace à cette vitesse.

Si ta finale dure 90 minutes, quelle distance parcours-tu dans l'espace pendant le même temps ?

2 - L'EAU DE LÀ-HAUT CM$_2$

a) En montagne, par forte pluie, il tombe 210 000 gouttes d'eau par seconde sur un terrain de 160 m2.
Quelle est la masse d'eau tombée sur ce terrain rectangulaire en une heure ? Tu donneras la réponse en kilogrammes puis en tonnes sachant que 20 gouttes pèsent 1 gramme.
b) La moitié de cette eau coule vers une rivière. La moitié du reste s'infiltre et l'autre moitié du reste s'évapore.

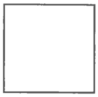
Parmi les fractions $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{3}{12}$ **choisit celles qui conviennent pour chaque colonne du tableau :**

Eau qui coule	Eau qui s'infiltre	Eau qui s'évapore

Attention il peut y avoir plusieurs fractions pour une même colonne et plusieurs fractions qui ne correspondent à rien.
c) Il est tombé dans le même temps et dans les mêmes conditions 40 fois plus d'eau sur un champ carré.
Quelle est l'aire de ce champ carré en m2 ?
Quelle est la longueur de son côté en m ?

3 - BEAU CARRÉ DE LÉON 6e

Saurais-tu partager ce carré en sept petits carrés ?



4 - BZZZ... 6e

L'alphabet des mouches ne contient que deux lettres B et Z.
BB est un mot de deux lettres, BZB est un mot de trois lettre, BZBB est un mot de quatre lettres.
a) Écris tous les mots de deux lettres possibles avec l'alphabet des mouches.
b) Combien y a-t-il de mots de quatre lettres ?

5 - LE PRISME 5e

Un maquettiste utilise entièrement 1,50 mètre de fil d'acier pour y découper les arêtes d'un prisme à base carrée.
Les arêtes latérales du prisme ont une longueur triple de celle des côtés de la base.
Quelle est, en cm, la mesure d'une arête latérale ?

6 - BONBONS COLORÉS 5e

Un distributeur de bonbons contient 7 bonbons rouges, 5 bonbons verts et 1 jaune, mais il est impossible de prédire la couleur du bonbon qui sortira.
Combien dois-je tirer au minimum de bonbons pour être sûr d'obtenir 3 bonbons de la même couleur ?

7 - 120 ANS DE BONHEUR ! 4e

Dans ce pays on vit toujours très vieux et chacun a quatre enfants peu avant l'âge de trente ans. Un vieux monsieur en pleine forme s'apprête à fêter son cent vingtième anniversaire. Pour cette occasion, il a invité tous ses descendants directs (sans les conjoints) et personne d'autres pour conserver un caractère intime à cet événement...

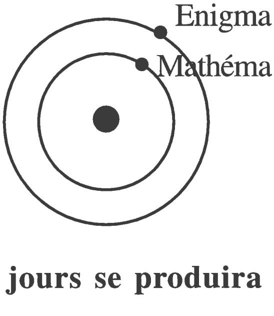
Combien y aura-t-il de personnes ?

8 - LA PLANÈTE TICK 4e

Tick est une jolie planète imaginaire qui possède deux lunes : Enigma et Mathéma. Elles décrivent toutes deux, dans un même plan, un cercle autour de leur planète.

Enigma, la plus lointaine, tourne autour de Tick en sept jours dans le sens des aiguilles d'une montre tandis que Mathéma tourne dans l'autre sens en cinq jours.

Aujourd'hui 31 mai, on peut observer une éclipse d'Enigma par Mathéna (voir le dessin).



a) Dans combien de jours se produira la prochaine éclipse semblable ?

b) Après l'éclipse du 31 mai, combien d'autres éclipses semblables se produiront-elles avant le premier juillet de l'année suivante ?

9 - TROIS AMIES 3^e

Marie, Germaine et Alice sont trois amies qui aiment parler, ce qui est bien naturel ; mais comme chacun sait, les femmes sont parfois menteuses ...

Ainsi, Marie déclare que Germaine ment.
Germaine avance qu'Alice ne dit pas la vérité.
Enfin, Alice prétend que Germaine et Marie mentent toutes les deux.

Qui ment ? Qui ne ment pas ?

N.D.L.R. : L'assertion concernant les femmes n'engage que son auteur, et pas le Rallye de Ganges !

10 - ENCORE LES TRAINS 3^e

Un train quitte Villehaz vers Villebet ; 30 minutes plus tard un train part de Villebet pour rejoindre Villehaz.

Ils ont la même vitesse, mais si le second avait une vitesse augmentée de 50%, ils se croiseraient à 50 km du point où ils se croisent habituellement, et ce serait aussi leur point de rencontre s'ils partaient à la même heure avec la même vitesse.

Quelle distance sépare ces deux villes et quelle est la vitesse des trains ?

Solutions

1

À GRANDE VITESSE

$90 \times 60 \times 30 = 162\,000$. La distance parcourue est 162 000 km.

2

L'EAU DE LÀ-HAUT

a) $3600 \times 210\,000 : 20 : 1\,000 = 37\,800$. La masse d'eau tombée sur le terrain en une heure est 37 800 kg ou 37,8 t.

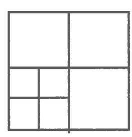
b)

Eau qui coule	Eau qui s'infiltre	Eau qui s'évapore
$\frac{1}{2} ; \frac{2}{4} ; \frac{3}{6}$	$\frac{1}{4} ; \frac{2}{8} ; \frac{3}{12}$	$\frac{1}{4} ; \frac{2}{8} ; \frac{3}{12}$

c) L'aire du champ carré est 6 400 m2.
La longueur de son côté est 80 m.

3

BEAU CARRÉ DE LÉON



4

BZZZ...

a) Tous les mots de deux lettres : BB ; BZ ; ZB ; ZZ.
b) On a deux choix pour la lettre à ajouter à chaque mot de 2 lettres.
Il y a : $4 \times 2 = 8$, soit 8 mots de trois lettres.
On a deux choix pour la lettre à ajouter à chaque mot de 3 lettres.
Il y a : $8 \times 2 = 16$, soit 16 mots de quatre lettres.

5

LE PRISME

La mesure d'une arête latérale est 22,5 cm.

6

BONBONS COLORÉS

Les tirages (1J, 1V, 1R) ; (1J, 2V, 1R) ; (1J, 2V, 2R) montrent qu'en tirant 3, 4 ou 5 bonbons, on n'est pas sûr d'avoir 3 bonbons de la même couleur. Il faut au moins tirer 6 bonbons pour en être sûr.

7

120 ANS DE BONHEUR

Les personnes présentes à la cérémonie :

- le grand-père de 120 ans	1
- ses enfants de 90 ans environ	4
- la génération des 60 ans environ	16
- la génération des 30 ans environ	64
- la génération des jeunes	56

Soit 341 personnes.

8

LA PLANÈTE TICK

La durée d'un cycle pour que les deux lunes se retrouvent dans la position de l'eclipse est un multiple de 7 et de 5.

a) La prochaine éclipse d'Antigua par Mathéna aura lieu dans 35 jours.

b) Entre le 31 mai et le 1er juillet de l'année suivante, il y a 395 jours. Donc, il y aura 11 autres éclipses avant le 1er juillet de l'année suivante.

9

TROIS AMIES

Alice et Marie mentent, Germaine ne ment pas !

10

ENCORE LES TRAINS

On appelle x la distance séparant les deux villes, et v la vitesse commune des deux trains.

La résolution du système :

$$\begin{cases} \frac{3}{5}(x - \frac{v}{2}) - 50 = (x - \frac{v}{2}) \times \frac{1}{2} \\ \frac{3}{5}(x - \frac{v}{2}) = \frac{1}{2}x \end{cases}$$

donne x = 600 et v = 200.

La distance entre les deux villes est 600 km. La vitesse des trains est 200 km/h.

TOURNOI MATHÉMATIQUE DU LIMOUSIN

Le Tournoi s'adresse aux élèves de quatrième, seconde première ou terminale travaillant par équipe de deux. Il obtient la participation de tous les lycées et de plus de trois collèges sur quatre dans les trois départements de la région : Corrèze, Creuse et Haute-Vienne.

Développer le goût de la recherche scientifique, promouvoir l'image des mathématiques auprès des jeunes et du grand public, tels sont ses objectifs. La remise des prix, grande fête des mathématiques et des jeunes a lieu au printemps. Un grand nombre d'élèves de toutes sections y sont récompensés.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le Tournoi mathématique du Limousin a été créé en 1987 par la Régionale de Limoges de l'APMEP, le département de Mathématique de la Faculté des Sciences de Limoges, l'Inspection pédagogique régionale, l'IREM de Limoges, groupés en association “ loi 1901 ”.
5700 élèves de quatrième et 1000 de première et terminale ont participé en 1997.

COMPÉTITION

Épreuve 4ème : le 13 janvier 1998 (2 heures durant le temps scolaire).
Épreuve de seconde, 1ère et terminale : 20 janvier 1998 (4 heures un mercredi après-midi).
Remise des prix : le 4 avril, au centre culturel Jean Moulin à Limoges.

PARTENAIRES

Rectorat
Conseil Général du Limousin
Conseils Généraux de Corrèze, Creuse et Haute-Vienne
Banque Tarneaud …

ÉPREUVES

Par équipe de 2.
Catégories : 4ème et seconde/première/terminale.
Les textes proposés, sous forme ludique, donnent envie de chercher, nécessitent une solution rédigée et sont susceptibles de prolongements.

CONTACTS

Tournoi mathématique du Limousin :
IREM 123, av. Albert Thomas 87060 Limoges CEDEX
Jean Lebraud :
15, rue Jean Jaurès 87350 Panazol
Tél : 05 55 30 82 78

Énoncés

1 - À LA BANQUE

4ème

Une banque ne dispose que de billets de 30 F et de 50 F (en nombre illimité).

Comment peut-elle payer exactement 80 F, 90 F et 100 F.

Peut-elle payer n'importe quelle somme multiple de 10 F et plus grande que 75 F ?

2 - DES DÉS TAPISSENT

4ème

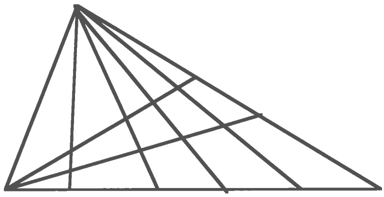
On tapisse l'intérieur de boîtes cubiques sans couvercle (fond et parois) avec des dés de 1 cm de côté.
Combien faut-il de dés pour tapisser ainsi une boîte cubique de 8 cm de côté ?

Une autre boîte cubique est déjà tapissée. Il faut exactement 3600 dés de 1 cm de côté pour terminer son remplissage.
Quel est le côté de cette boîte ?

3 - QUE DE TRIANGLES

4ème

Une méthode permet de connaître le nombre de triangles dessinés sur la figure ci-dessous



Sauriez-vous trouver cette méthode ?

Au fait, combien y a-t-il de triangles ?

4 - BISQUE, ... RAGE ! 4ème

$17 = 4^2 + 1^2$ $50 = 5^2 + 5^2$ 17 et 50 sont des “ bisques ”.
Un “ bisque ” est une somme de deux carrés d’entiers non nuls.

	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*
A			■			■		
B	■			■			■	
C		■			■			■
D			■			■		

Reproduisez la grille ci-dessus et remplissez-la à partir des renseignements suivants :

Toutes les définitions correspondent à des “ bisques ” à deux chiffres. Tous les “ bisques ” de la grille sont différents.

On écrit un chiffre par case.

<u>Horizontalement</u>

A : Porte bonheur ou malheur.
Le produit de ses chiffres est 72.
Nombre de semaines de l’année.

B : La somme de ses chiffres est 10.
C’est un multiple de 5.

C : C’est le carré d’un entier.
Nombre de tous les bisques à un ou deux chiffres.

D : Somme des trois plus petits “ bisques ” à deux chiffres.
Produit de tous les “ bisques ” à un chiffre.
La moitié du carré de 10.

<u>Verticalement</u>

a : C’est un multiple de 37.

b : C’est la température idéale.

c : Double du carré de 4.

d : C’est le double d’un “ bisque ” à deux chiffres.

e : Le plus grand des “ bisques ” à deux chiffres.

f : $18 + 2 \times 20 - 5$

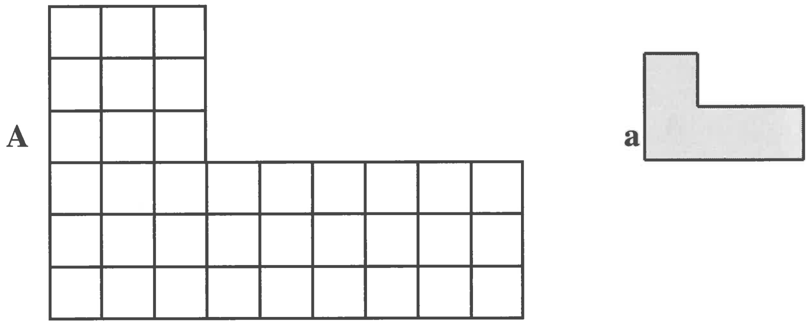
g : C’est un multiple de 5 et la somme de ses chiffres est le carré d’un entier.

h : L’inverse de 0,05.

Vous n’oublierez pas de justifier que tous les nombres de deux chiffres écrits dans la grille sont des “ bisques ”.

5 - CARRELONS ! 4ème

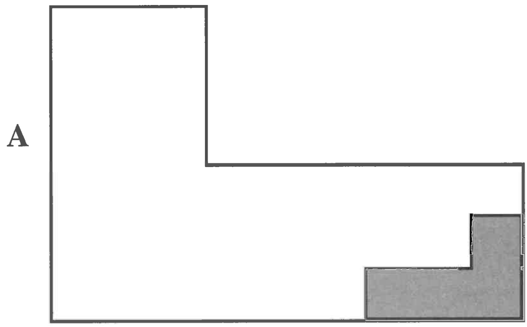
On veut " carreler " la surface **A** avec des carreaux de forme **a**.



Les carreaux ne peuvent pas être découpés mais peuvent être retournés.

Peut-on prévoir le nombre de carreaux nécessaires ? Proposez une disposition.

On a disposé ainsi le premier carreau :



Peut-on réaliser le carrelage de A ?

6 - LES CAMÉLÉONS

1ère-Term

Dans un archipel étrange les caméléons sont gris, bruns ou rouges. Quand deux caméléons de couleurs différentes se rencontrent ils prennent tous les deux la troisième couleur.

a) Sur une île il y a un caméléon gris, sept bruns et cinq rouges. Montrer qu'il est possible qu'au bout d'un certain temps il n'y ait plus que des caméléons rouges.
b) Sur une autre île il y a treize caméléons gris, quinze bruns et dix-sept rouges.
En imaginant qu'il y ait deux rencontres gris-brun, trois rencontres brun-rouge et une rencontre gris-rouge, combien y aura-t-il de caméléons de chaque couleur sur l'île ?
c) Y a-t-il une solution pour que tous les caméléons de cette île soient un jour tous de la même couleur ?

7 - RANDO-MATH

Seconde

Martial et Valérie décident de faire à pied le tour du lac de Vassivière.
Martial tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, Valérie dans le sens contraire ; chacun marche à une vitesse constante.
Ils partent au lever du soleil d'un même endroit situé au bord du lac.
Ils se rencontrent à 9 heures, font alors une pause pour casser la croûte puis repartent tous les deux à 9 heures 30, chacun continuant dans le sens qu'il a choisi au départ et en reprenant sa vitesse initiale.
Martial est le plus rapide ; il retrouve le point de départ à 11 heures 30. Valérie n'y arrive qu'à 14 heures.

À quelle heure le soleil s'est-il levé ce jour là ?

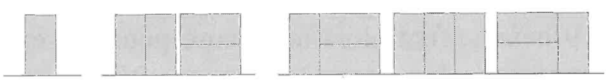
8 - RONDS DANS L'EAU 2nd-1ère-Term

Sur les bords d'une piscine circulaire de 10 m de diamètre on a placé huit anneaux espacés régulièrement.
Un nageur part d'un anneau et doit ramasser tous les autres en nageant en ligne droite d'un anneau à l'autre.
Il décide de parcourir la plus grande distance possible.
Dans quel ordre doit-il ramasser les huit anneaux, dans le cas où : - il s'arrête dès qu'il atteint le dernier anneaux ?
- après avoir ramassé le dernier anneau, il revient à son point de départ, toujours en nageant en ligne droite ?

9 - LE PAYS DES LACS 1ère-Term

Au pays des lacs il y a sept lacs. Ils sont reliés par dix canaux de sorte que l'on peut se déplacer d'un lac à l'autre sur ces canaux. Les canaux ne se croisent pas et ne se ramifient pas. Une île, comme vous le savez, est entourée d'eau et dans ce pays il n'y a pas d'île au milieu des lacs.
Combien y a t il d'îles au pays des lacs ?

10 - DES MURETTES 1ère-Term



On construit des murettes à l'aide de briques toutes identiques de dimension 20 cm sur 10 cm. Elles ont toutes pour hauteur 20 cm.

Combien y a-t-il de dispositions si on veut faire des murettes de une brique ? de deux briques ? de trois briques ? de quatre briques ? de cinq briques ? et si on utilise 12 briques ?

1

À LA BANQUE

80 = 30 +50 ; 90 = 3 × 30 ; 100 = 2 × 50
À partir de 80, 90, 100, qui sont trois multiples de 10, et en n'utilisant que des billets de 30 F on peut obtenir toutes les sommes multiples de 10 F.

2

DES DÉS TAPISSENT

Pour tapisser une boîte cubique de 8 cm d'arête, il faut
$8 \times 8 \times 8 - 6 \times 6 \times 7$, soit 260 dés.
Pour terminer de tapisser une boîte cubique de n cm d'arête, il faut
$A = (n-2) \times (n-2) \times (n-1)$ dés. Pour $A = 3600$, $n = 17$.

3

QUE DE TRIANGLES

Il y a 60 triangles dessinés sur la figure.

4

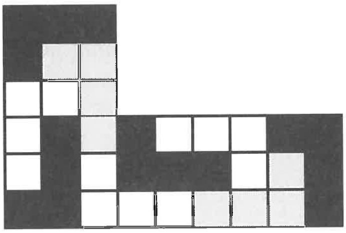
BISQUE, ... RAGE !

	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*
A	1	3	■	8	9	■	5	2
B	■	7	3	■	8	5	■	0
C	7	■	2	5	■	3	4	■
D	4	0	■	8	0	■	5	0

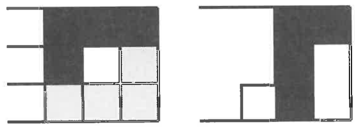
5

CARRELONS !

On utilise 9 carreaux.



Avec le premier carreau posé, les deux dispositions pour placer un deuxième carreau ne conviennent pas.



6

LES CAMELEONS

a) Après les transformations suivantes:

	gris	bruns	rouges
	1	7	5
brun-rouge	3	6	4
brun-rouge	5	5	3
gris-brun	4	4	5
gris-brun	3	3	7
gris-brun	2	2	9
gris-brun	1	1	11
gris-brun	0	0	13

il ne reste que des caméléons rouges.

b) Il y aura 16 caméléons gris, 12 bruns et 17 rouges.

c) Impossible.

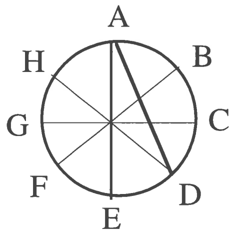
7

RANDO-MATH

Ce jour-là, le soleil s'est levé à 6 heures.

8

RONDS DANS L'EAU



Nommons les anneaux A, B, C, D, E, F, G, H.
Si le nageur s'arrête dès qu'il a atteint le dernier anneau, quand il parcourt 4 diamètres et trois segments de longueur AD, il effectue un trajet de longueur maximale dont une valeur approchée est, au cm près, 67,72 m.

Il peut par exemple ramasser les anneaux dans l'ordre A, E, B, F, C, G, D, H.
Dans le cas où le nageur revient au point de départ, le trajet de longueur maximale est de type 2 diamètres et 6 segments de longueur AD et a pour longueur, au cm près, 75,43 m.
Il ramasse les anneaux dans l'ordre A, E, H, C, F, B, G, D, A.

9

LE PAYS DES LACS

Pour L lacs et C canaux reliant tous les lacs, le nombre minimum de canaux nécessaires est L - 1 et le nombre d'îles est I = C - (L -1).
Pour sept lacs, il y a quatre îles.

10

DES MURETTES

Désignons par U_n le nombre de murettes différentes qu'on pourrait fabriquer avec n briques. Un mur de n briques peut être fabriqué soit avec un mur de n-1 briques en ajoutant à droite 1 brique verticale, soit avec un mur de n-2 briques en ajoutant à droite 2 briques posées horizontalement.
Il y a U_{n-1} possibilités dans le premier cas et U_{n-2} possibilités dans le second cas. On a : $U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$ une suite de Fibonacci où chaque terme s'obtient en ajoutant les deux précédents :
$U_1 = 1$, $U_2 = 2$, $U_3 = 3$, $U_4 = 5$, $U_5 = 8$, $U_6 = 13$, $U_7 = 21$,
$U_8 = 34$, $U_9 = 55$, $U_{10} = 89$, $U_{11} = 144$, $U_{12} = 233$.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE L'ACADÉMIE DE NICE

Le Rallye Mathématique de l'Académie de Nice s'adresse aux classes de CM2-Sixième d'une part, et Troisième-Seconde d'autre part.

Son objectif est de :

- Susciter un travail en équipes dans les classes.
- Faire découvrir des mathématiques originales, concrètes et divertissantes.
- Provoquer dans la classe un débat scientifique.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1994 : 1[er] Rallye de l'Académie de Nice pour les classes de 3ème - 2nde.
1995 : 2ème Rallye pour les classes de CM_2 - 6ème, 3ème - 2nde et 1èreS.
1996 : Création de l'Association Culturelle de l'Académie de Nice (loi 1901) et 3ème Rallye pour les classes CM_2 - 6ème, 3ème - 2nde.
1997 : 4ème Rallye : 15000 élèves y participent.
1998 : 5ème Rallye : 20000 élèves y prennent part !

ÉPREUVES

Par classe entière : deux épreuves communes CM_2 - 6ème et 3ème - 2nde.
20 exercices (environ) en 1heure pour les CM_2 - 6ème.
30 exercices (environ) en 1heure 30 pour les 3ème - 2nde.
1 feuille-réponse par classe.

PARTENAIRES

Inspection Pédagogique Régionale de l'Académie de Nice
Inspections Académiques du Var et des Alpes-Maritimes
Rectorat de Nice
Mission pour le Développement des Innovations et la Valorisation des Réussites
IREM de Nice
IUFM de Nice
Conseil Général des Alpes-Maritimes et du Var

COMPÉTITION

Novembre : épreuve d'entraînement.
Février : épreuve de sélection (un même jour dans tous les établissements de l'Académie).
Juin : Mathathlon (finale) en plein-air pour dix classes gagnantes.

CONTACTS

IREM de Nice
Faculté des Sciences-Parc Valrose
06108 NICE
Tél : 04 92 07 65 13
Fax : 04 92 07 65 10

1 - DRÔLE DE JEU ! CM2-6ème

Pierre s'amuse à « peser » les nombres. Pour cela, il fait la somme des chiffres de chaque nombre. Ainsi il a trouvé que 31942 « pesait » 19.

Quel est le plus petit nombre qui « pèse » 30 ?

2 - VRAIMENT VRAIE ! CM2-6ème

Compléter par des nombres de façon à rendre vraies ces phrases

Dans ce cadre il y a ...... fois le chiffre 1 Dans ce cadre il y a ...... fois le chiffre 2 Dans ce cadre il y a ...... fois le chiffre 3 Dans ce cadre il y a ...... fois le chiffre 4

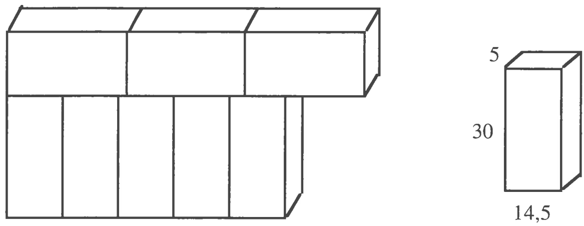
3 - LA BOUTEILLE CM2-6ème

Une bouteille remplie d'eau pèse 1,100 kg.
Si on remplit la bouteille qu'à moitié, la balance ne marque plus que 800g.

Quel est le poids de la bouteille vide ?

4 - LE TRAVAIL DU MAÇON CM2-6ème

Pour construire une bordure en briques, Jérôme utilise des briques de dimensions en cm $30 \times 14{,}5 \times 5$ qu'il place de la façon suivante :



Il veut que son mur commence et finisse bien droit, mais il ne veut pas couper de briques.

Combien, au minimum, utilisera-t-il de briques ?

5 - VOISINES CM2-6ème

*Les nombres écrits dans les cases de ce rectangle indiquent combien de cases voisines et qui se touchent par un côté, sont coloriées.

↓ cette case a 2 cases voisines coloriées

2	0	1	0
0	2	1	1
1	1	1	1

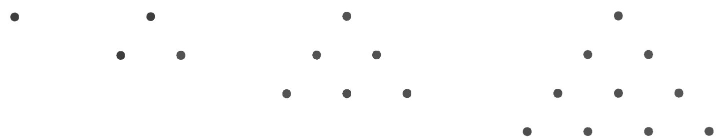
Dans les cases du tableau ci- dessous, on a écrit les nombres mais on n'a pas encore colorié les cases. Faites-le !

1	2	2	1
1	2	2	2
0	1	2	0

6 - TRIANGLES

3ème-2nde

Les contemporains de Pythagore utilisaient des nombres triangulaires. Voici les premiers :



1er nombre 2 ème nombre 3ème nombre 4ème nombre

Vous aurez bien sûr remarqué que le 5ème nombre est représenté par un triangle équilatéral de 15 points dont chaque côté comporte 5 points.

Mais combien de points contient un triangle de côté 10 points ?
Comment est le côté d'un triangle qui contient 435 points ?

7 - JOUONS AUX ESPIONS

3ème-2nde

Vous venez de recevoir ce message codé : « HPWUVF TVCB KGAAG IHFMOY GA ZMCE ».

Lucie et Jordan ont découvert la clé de ce code et ont trouvé que le mot « MATHÉMATIQUES » s'écrivait MBVKIRGAQZEPE.

Pouvez-vous traduire ce message ?

8 - OÙ EST PASSÉ 1997 ? 3ème-2nde

On écrit les nombres entiers de la manière ci-contre :

1										
2	3									
4	5	6								
7	8	9	10							
11	12	13	14	15						
16	••	••	••	••	••					
22	••	••	••	••	••	••				

60 est sur la 11ème ligne et sur la 5ème colonne.

Quel est le nombre qui est sur la 22ème ligne et sur la 10ème colonne ?

Où se trouve exactement 1997 ?

9 - UN BEAU BIJOU 3ème-2nde

Un concours de créateurs en bijouterie décide de récompenser le bijoutier qui créera avec une plaque homogène le plus lourd pendentif triangulaire de périmètre 4 cm avec un côté de 1, 5 cm.

Quelle est donc l'aire de ce bijou ?

10 - L'ASSEMBLAGE 3ème-2nde

Une sphère est inscrite dans un cube qui est lui-même inscrit dans une deuxième sphère. Le volume de la petite sphère est un litre.

Donner le volume de la grande.

Solutions

1

DRÔLE DE JEU !

Le plus petit nombre qui pèse 30 est 3999.

2

VRAIMENT VRAIE !

Deux solutions possibles :

Dans ce cadre il y a 2 fois le chiffre 1
Dans ce cadre il y a 3 fois le chiffre 2
Dans ce cadre il y a 2 fois le chiffre 3
Dans ce cadre il y a 1 fois le chiffre 4

Dans ce cadre il y a 3 fois le chiffre 1
Dans ce cadre il y a 1 fois le chiffre 2
Dans ce cadre il y a 3 fois le chiffre 3
Dans ce cadre il y a 1 fois le chiffre 4

3

LA BOUTEILLE

La bouteille vide pèse 500 g.

4

LE TRAVAIL DU MAÇON

Pour deux briques placées verticalement, on a un décalage de 1 cm. Pour soixante briques, on aura un décalage de 30 cm et l'on sera au même niveau que la brique du dessus.

$6O \times 14{,}5 = 870$ $870 : 30 = 29$ $29 + 60 = 89$

On utilise, au minimum, 89 briques.

5

VOISINES

1	2	2	1
1	2	2	2
0	1	2	0

Réponses

6

TRIANGLES

Un triangle de côté 10 points contient 55 points.
Un triangle de 435 points a un côté de 29 points.

7

JOUONS AUX ESPIONS

HOURRA NOUS AVONS TROUVÉ LE CODE

8

OÙ EST PASSE 1997 ?

Le nombre de la 22ème ligne et de la 10ème colonne est 241.
1997 est sur la 63ème ligne et sur la 44ème colonne.

9

UN BEAU BIJOU

L'aire de ce bijou est exactement 75 mm^2.

10

L'ASSEMBLAGE

Le volume exact de la grande sphère est $3\sqrt{3}$ litres.

CHALLENGE MATHÉMATIQUE DE POITOU-CHARENTES

Durant chaque épreuve, une classe candidate doit résoudre douze exercices variés et originaux.

Il y a trop de travail pour un élève, la classe doit donc s'organiser pour se partager la recherche des exercices. Les échanges entre les élèves sont recommandés et nécessaires. A la fin, si plusieurs solutions pour un même exercice sont trouvées, les élèves doivent en choisir une.

Échanges, partage, réflexion collective, le challenge se veut pour tous avec des exercices de difficultés très variées, recouvrant des aspects très différents du programme de façon très libre.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le challenge mathématique est une compétition destinée aux classes de CM2 et de sixième de l'académie de Poitiers, organisée avec le soutien de l'Inspection académique de la Vienne.
Il existe depuis 1989 et régulièrement plus de 10 000 écoliers ou collégiens y participent chaque année.

ÉPREUVES

Collectives :
Classes de CM2 et sixième.

COMPÉTITION

Deux épreuves de deux heures : une d'entraînement durant la semaine avant les vacances de printemps et l'épreuve officielle fin mai ou début juin.

PARTENAIRES

L'équipe organisatrice réunit des maîtres du département de la Vienne autour d'un IPR et d'un IEN avec des relais dans les autres départements de l'académie.
Les exercices sont publiés par le CRDP de Poitiers (Collection «Mathématiques pour le plaisir»).

CONTACTS

Monsieur BLANCHARD, IPR Rectorat de Poitiers
Madame MARZAC, conseillère pédagogique, Inspection académique de la Vienne.

1 - RENARD ET RAISINS CM2-6ème

Un renard a mangé 100 grains de raisin pendant une période de cinq jours. Chaque jour, il a mangé six grains de plus que le précédent.

Quel est le nombre de grains mangés le premier jour ?

2 - CUMULUS CM2-6ème

Le savant Cumulus a retrouvé dans ses archives un parchemin avec 19 cases qui contenaient chacune un nombre. Malheureusement deux nombres seulement restent lisibles :

			34													28		

Mais Cumulus se souvient que la somme de trois cases qui se suivent est toujours égale à 93.
Aidez-le à remplir à nouveau les cases.

3 - AU FEU LES POMPIERS CM2-6ème

Une maison brûle. Un pompier se tient sur l'échelon du milieu d'une échelle et arrose l'incendie. Les flammes diminuent, il monte de 5 échelons.
Le vent souffle, le pompier redescend de 7 échelons. Un peu plus tard, il remonte de 8 échelons et reste là jusqu'à ce que l'incendie soit éteint. Alors il grimpe les 7 derniers échelons et pénètre dans la maison.

Combien l'échelle a-t-elle d'échelons ?

4 - LE MOT LE PLUS CHER CM2-6ème

Si les lettres de l'alphabet valent :
A : 1 franc ; B : 2 francs ; C : 3 francs ; … ; X : 24 francs ;
Y : 25 francs ; Z : 26 francs… ,
et qu'on ajoute la valeur des lettres pour calculer celle d'un mot (par exemple :
CHALLENGE = 3+ 8 +1 + 12 + 12 + 5 + 14 + 7 + 5 = 67).

Trouvez un mot valant :

- **10 francs**
- **30 francs**
- **50 francs**

Trouvez un mot valant le plus cher possible et donner sa valeur.

Tout mot proposé doit figurer dans un dictionnaire. Les formes plurielles, ou conjuguées pour les verbes, sont acceptées.

5 - MANUEL CALCULE CM2-6ème

Pour connaître le résultat de la multiplication de 9 par 4, Manuel lève les dix doigts et plie le quatrième à partir de la gauche.
Il y a trois doigts avant celui qui est plié, donc trois dizaines au résultat, et six doigts après, donc six unités au résultat, qui est 36.

Est-ce valable pour toute la table de multiplication par 9 ?

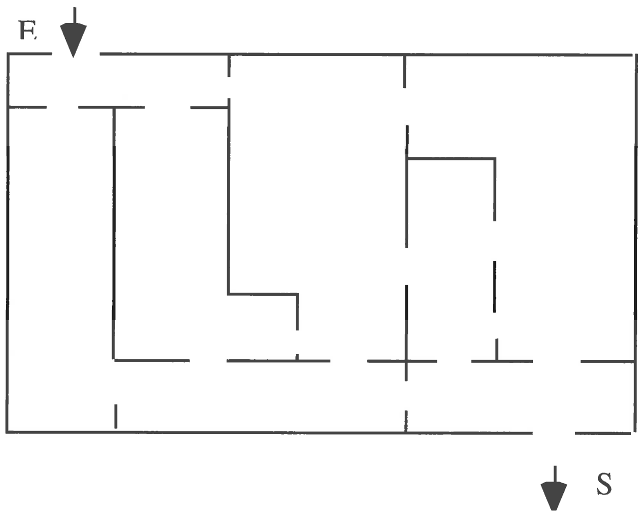
Pourquoi ?

6 - PATRON DE «BOÎTE» CM2-6ème

L'architecte O'Plasm présente la maquette d'une usine au futur propriétaire.
Elle a la forme d'un grand cube dont a été enlevé à un coin un petit cube d'arête égale à la moitié de celle du grand cube.

Réalisez un patron de la maquette.

7 - CHEMIN DE RONDE CM2-6ème



Voici le plan d'un musée. Pour faire ses rondes, le gardien de nuit entre par la porte indiquée par la flèche E et sort par la porte indiquée par la flèche S.

Peut-il suivre un parcours en passant une fois et une seule par chaque porte entre deux salles ?

8 - DATES DE NAISSANCE CM2-6ème

André, Bernard, Claude et David, quatre jeunes retraités, jouent aux cartes.

En discutant, ils constatent que, pour chacun d'entre eux, le produit du jour, du mois et du nombre formé par les deux derniers chiffres de leur année de naissance est toujours 1998.
C'est également vrai pour trois de leurs enfants. Ainsi, André est né le 27 février 1937 : $27 \times 2 \times 37 = 1998$.

Retrouvez les dates de naissance des six autres personnes.

9 - TAUPE MODÈLE CM2-6ème

La réserve de lombrics de la taupe est dans une salle de 4 dm de long ; 3 dm de large et 1 dm de haut.

De combien la taupe multipliera-t-elle sa capacité de stockage si elle agrandit sa salle pour parvenir à 8 dm de long ; 6 dm de large et 2 dm de haut ?

1

RENARD ET RAISINS

Le renard a mangé huit grains le premier jour.

2

CUMULUS

34	28	31	34	28	31	34	28	31	34	28	31	34	28	31	34	28	31	34

3

AU FEU LES POMPIERS

L'échelle a 27 échelons.

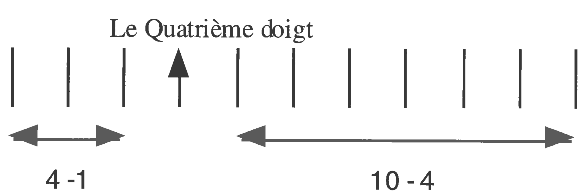
4

LE MOT LE PLUS CHER

- BEC vaut 10 francs.
- ÉTÉ vaut 30 francs.
- OUÏE vaut 50 francs.
- ANTICONSTITUTIONNELLEMENT vaut 304 francs.

5

MANUEL CALCULE



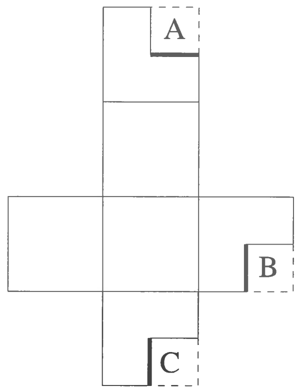
$$(4 - 1) \times 10 + (10 - 4) = 30 + 6 = 4 \times 9 = 36$$

En changeant la position du doigt, on valide la méthode pour toute la table de multiplication par 9.

Solutions

6

PATRON DE «BOÎTE»



Sur le patron du cube, on découpe (pointillés) puis on plie selon les traits plus épais les carrés A, B, etc.

7

CHEMIN DE RONDE

C'est impossible.
Une salle n'a que trois portes. On peut rentrer (1ère porte), sortir (2ème porte), rentrer (3ème porte). Mais on ne peut pas sortir en passant une seule fois par chaque porte.

8

DATES DE NAISSANCE

Bernard, Claude, David sont nés le 18/3/37 ou le 9/6/37 ou le 6/9/37.
Leurs enfants sont nés le 27/1/74 ou le 9/3/74 ou le 3/9/74.

9

TAUPE MODÈLE

La taupe multiplie par huit sa capacité de stockage.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE POITOU - CHARENTE

Le rallye est une compétition de classes complètes. Les élèves s'organisent en groupes de travail et choisissent des questions (10 en troisième et 12 en seconde). La classe doit fournir un dossier avec une feuille par question. On demande des explications et on apprécie l'esprit des copies : propreté, dessin, humour. Les exercices sont variés pour que chacun puisse participer avec son niveau de compétence. Les résultats et les corrigés sont envoyés après les épreuves ainsi qu'un commentaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création du rallye de Charente-Maritime et des Deux-Sèvres.
1992 : 2ème rallye étendu aux quatre départements de l'académie.
1993 : rallye annulé pour raison technique.
1994 : 3ème rallye.
1995 : 4ème rallye.
1996 : 5ème rallye.
1997 : 6ème rallye.
1998 : 7ème rallye.

ÉPREUVES

Collectives.

2 catégories :
Classe de 3ème : 10 exercices
Classe de 2nde : 2 exercices de plus.

COMPÉTITION

- Épreuves d'entraînement avec participation du professeur.
- Épreuves finales où tous les documents sont permis.

PARRAINS

- APMEP régionale de Poitiers.
- IREM de Poitiers.
- Appuis pédagogiques des IPR.

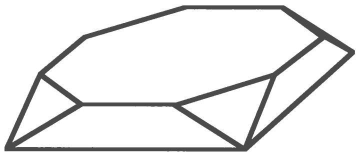
CONTACTS

IREM de POITIERS Faculté des Sciences
40, avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS
Yvonne NOËL
19, avenue de La Burgonce 79000 NIORT

1 - MISE EN BOITE

3ème-2nde

Le fond de cette boîte est un carré et son couvercle est un octogone régulier de côté 6 cm. Les quatre faces latérales perpendiculaires au fond et au couvercle sont des trapèzes isocèles, et les quatres autres sont des triangles équilatéraux.

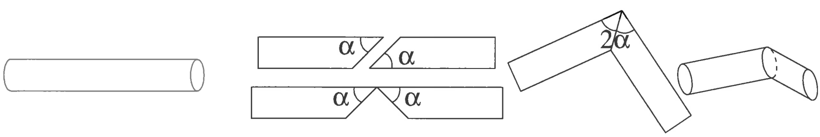


Quel est le volume de cette boîte ?

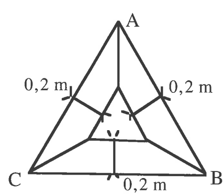
2 - PIERRE DE TAILLE

3ème-2nde

Un peu de technique : *On sait qu'un tuyau cylindrique peut être coupé en deux morceaux pour faire un tuyau coudé (voir figure) suivant un angle* 2α.



Le célèbre Pierre de Taille a fait une sculpture en marbre de Carrare composée de trois morceaux de cylindre de diamètre 20 cm et telle que AB = BC = CA = 1 m.

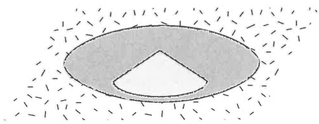


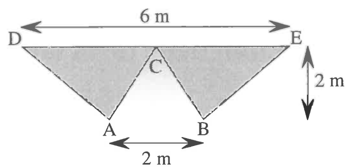
« Tiens, observe-t-il, j'ai le même poids que cette sculpture ! »

Sachant que le marbre de Carrare a une masse de 2 kg par dm^3, combien pèse Pierre de Taille au kg près ?

3 - DANS LE JARDIN DE BELINDA

L'excentrique danseuse Bélinda Fram-Héto a souhaité avoir dans son jardin un bassin fantaisiste. La partie extérieure du bassin est un tronc de cône (coupe ADEB) ; la partie intérieure est un cône (coupe ABC).

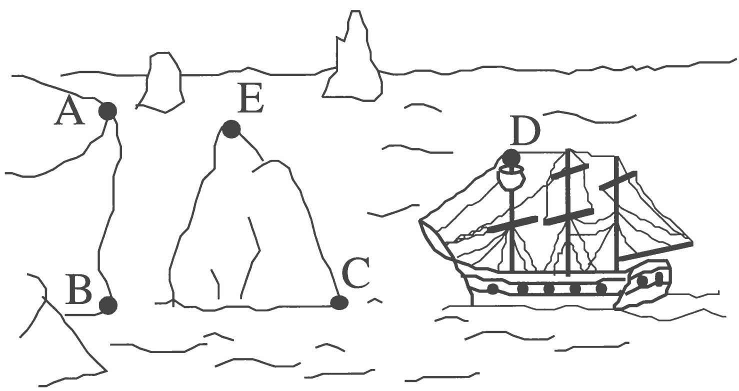




Quelle est la contenance du bassin sachant qu'il est rempli à ras bord ?

4 - JEAN DE LA HUNE

$3^{\text{ème}}$-2^{nde}



Sachant que AB = BC = CE = CD = 28 m, que $\widehat{EBC} = 60°$ et que la hune (ou nid de pie) est à 14 m au-dessus du niveau de la mer, Jean la vigie, debout dans la hune, (point D) **peut-il apercevoir, par mer calme, un promeneur placé en A sur la falaise ?**
(*A est à la verticale de B*).

5 - BALLON DE FOOTBALL $3^{ème}$-2^{nde}

Un ballon de football est formé de 12 pentagones réguliers et de 20 hexagones réguliers assemblés entre eux par une couture. Leurs côtés mesurent 4,5 cm.

Trouver la longueur de la couture.

6 - CUMPLEANOS $3^{ème}$-2^{nde}

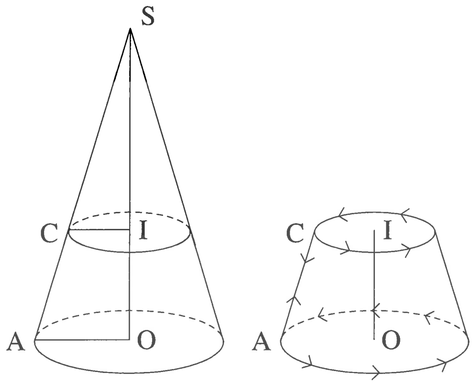
Hoy es el cumpleaños de mi abuelo. Como cada año desde que nació, él quiere soplar las velas sobre el pastel. La cifra de las decenas es indicada con velas verdes y la de unidades con velas blancas. Mi abuelo ha soplado 441 velas desde su nacimiento.
¿ Cuántos años tiene mi abuelo ?

Geburtstag
Heute hat mein Großvater Geburtstag. Wie jedes Jahr seit seiner Geburt möchte er die Kerzen auf seinem Geburtstagskuchen ausblasen. Die grünen Kerzen zeigen die Zahl der Zehner an und die weißen Kerzen die Zahl der Einerstellen. Seit seiner Geburt hat mein Großvater 441 Kerzen ausgeblasen.
Wie alt ist mein Großvater ?

Birthday
Today is my grandfather's birthday. As every year since he was born, he wants to blow out the candles on his birthday cake. There are white and green candles on his birthday cake. Green candles represent the tens, white candles represent the unisities. My grandfather has already blown out 441 candles since he was born.
How old is he ?

7 - LES DEUX MOUCHES $3^{\text{ème}}$-2^{nde}

À partir d'un cône dont la génératrice a une longueur triple du rayon de base (AS = 3AO), on fabrique un tronc de cône en coupant ce cône par un plan parallèle à la base à partir d'un point quelconque C de la génératrice [SA].



Deux mouches se déplacent à la même vitesse et partent ensemble de A : La première, après avoir décrit le cercle de base, revient en A. La seconde va de A à C en suivant la génératrice, puis décrit le cercle supérieur du tronc et revient en A.

Laquelle des deux mouches reviendra la première en A ?

8 - MON ONCLE $3^{\text{ème}}$-2^{nde}

« Quel âge as-tu ? » demande Éric à son oncle Jérémie professeur de mathématiques en retraite.

« Mon âge est égal au nombre de côtés d'un polygone régulier dont tous les angles sont égaux à 175 degrés. »

Quel est l'âge de Tonton Jérémie ?

9 - TRIANGLES EN BÂTONS

On dispose de 9 bâtons : 3 bâtons de longueur a, 3 de longueur b et 3 de longueur c.
On connaît la valeur exacte de a, mais seulement des valeurs approchées de b et de c : $a = 6$ cm, $b \approx 8{,}48$ cm et $c \approx 10{,}39$ cm.
André utilise ses bâtons comme côtés de triangles. Un bâton ne peut servir que pour un seul triangle. Une fois son travail terminé, Bernard et Charles examinent les constructions. Bernard déclare qu'il y a deux triangles isocèles et Charles déclare qu'il y a deux triangles rectangles.

Calculez l'aire totale exacte des triangles.

10 - HOMMAGE

3ème-2nde

Dans un cryptogramme, deux signes différents remplacent toujours deux chiffres différents et deux chiffres différents sont toujours remplacés par deux signes différents. Enfin, l'écriture d'un nombre ne commence jamais par zéro.
Reconstituez l'additon du cryptogramme ci-contre.

$$\begin{array}{rcccccc} & & M & A & R & I & E \\ + & & C & U & R & I & E \\ \hline & R & A & D & I & U & M \end{array}$$

Un petit clin d'œil à Marie Curie qui, en 1898, découvrait l'existence du radium.

11 - TU N'AS PAS CHANGÉ...

Comme la petite principauté de Souzeta est cogérée par les deux grands pays qui l'entourent, tous les prix de ses commerces sont affichés dans les deux monnaies : le sou et la zeta.

Ce matin, Jaime Lee Compt a changé à la banque 2 000 sous et obtenu 50 000 zetas. Il cherche toujours astucieusement à faire ses achats dans la monnaie la plus avantageuse pour lui par rapport au cours officiel.
Aussi, quand, sur le coup de midi, sa femme, sa fille, et lui-même commandent chacun le menu du restaurant affiché 32 sous ou 600 zetas, il annonce qu'il paiera en zetas. Mais, au moment de l'addition, le serveur la lui présente en sous et avec un grand sourire lui dit qu'il va lui faire un bon change à 22 zetas pour 1 sou (comme il est particulièrement sympathique). Jaime refuse, bien que sa femme Aurore D. Compt lui dise de ne pas faire d'histoire. Jaime lui déclare alors : « La différence entre l'addition faite directement en zetas et ce qu'il me propose te paiera une crêpe supplémentaire. »

Quel est le prix de la crêpe à Souzeta ?
(en sous, au cours du jour, arrondi au demi-sou supérieur).

1

MISE EN BOÎTE

On considére la boîte comme un parallélépipède rectangle à base carrée privé de quatre « coins », chacun étant un trièdre trirectangle de volume $9\sqrt{2}$ cm^3. Le volume de la boîte vaut $432 + 288\sqrt{2}$ cm^3.

2

PIERRE DE TAILLE

Le volume du morceau de base [BC] est le volume du cylindre de base [CH] et de hauteur [HK] (voir figure).

Le volume de la sculpture, triple du volume d'un morceau, est $3 \times \pi(10 - 2\sqrt{3})$ dm3. Sa masse est égale à $6\pi(10 - 2\sqrt{3})$ kg.

3

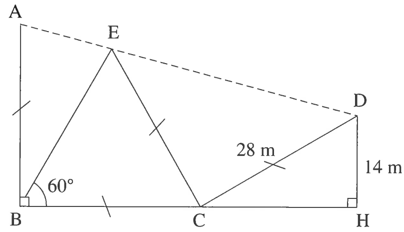
DANS LE JARDIN DE BELINDA

La contenance du bassin, volume du tronc de cône de section ADEB moins le volume du cône de section ACB, est 8π m^3.

4

JEAN DE LA HUNE

$\widehat{AEB} + \widehat{BEC} + \widehat{CED} = 75° + 60° + 45° = 180°$. Les points A, E et D sont alignés. Jean la vigie, dont les pieds sont en D, voit A malgré le rocher intermédiaire.



5

BALLON DE FOOTBALL

Chaque arête des pentagones et des hexagones est commune exactement à deux faces. Il y a donc (60 + 120)/2 = 90 arêtes dans le polyèdre. La couture a donc une longueur de 405 cm.

6

CUMPLEANOS

Mon grand-père a 62 ans.

Solutions

7

LES DEUX MOUCHES

On pose : OA = R et CA = x.
La première mouche parcourt $L_1 = 2\pi R$. La seconde mouche parcourt $L_2 = 2\pi R - 2x\,(\pi/3 - 1)$.
$L_1 > L_2$, la seconde mouche arrivera la première.

8

MON ONCLE

L'âge est 360 : (180 - 175).
L'oncle Jérémie a 72 ans.

9

TRIANGLES EN BÂTONS

Il ne peut y avoir que trois triangles :

- Un triangle rectangle isocèle de côtés 6, 6, $6\sqrt{2}$. Aire =18.
- Un triangle rectangle non isocèle de côtés 6, $6\sqrt{2}$, $6\sqrt{3}$. Aire = $18\sqrt{2}$.
- Un triangle isocèle non rectangle de côtés $6\sqrt{2}$, $6\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$. Aire = $18\sqrt{5}$.

L'aire totale des triangles est $18\,(1+\sqrt{2}+\sqrt{5})$.

10

HOMMAGE

$$\begin{array}{r} 43127 \\ +\ 95127 \\ \hline 138254 \end{array}$$

11

TU N'AS PAS CHANGÉ

Au cours du jour, la crêpe à « Souzeta » coûte 12,50 sous.

RALLYE MATHÉMATIQUE D'ALSACE

Le Rallye Mathématique d'Alsace est créé en 1973 par le Professeur GLAESER de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg. Il s'inspire des Olympiades et constitue la première épreuve de ce genre en France.

Il s'adresse à tous les élèves volontaires des Premières et Terminales scientifiques d'Alsace et de quelques lycées à l'étranger (Baden-Baden, Freiburg, Saarbrücken, Wien). Les deux compétitions ont lieu durant le printemps.

Les élèves concourent par binômes et sont confrontés pendant quatre heures à trois exercices faisant appel à l'intuition, l'imagination, l'originalité, la rigueur scientifique et la clarté de l'exposé.

Le rapport du Rallye Mathématique d'Alsace, publié chaque année, regroupe les sujets, les corrigés, le palmarès, les remarques et les idées originales rencontrées dans les copies. Distribué à tous les enseignants de mathématiques de notre académie, il peut, par ses remarques pédagogiques, servir de support à des mathématiques innovantes.

Le Comité Organisateur réunit au sein de l'IREM de Strasbourg cinq membres, enseignants du Supérieur et du Secondaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

• **Créé en 1973**, le Rallye Mathématique d'Alsace est le premier rallye régional ayant existé en France.
• **1997** : le 24ème Rallye réunit 1400 élèves de Première et de Terminale.
Environ 60 seront primés.
Le Rallye est organisé à l'initiative de l'IREM de Strasbourg avec le soutien du Rectorat, de l'Université Louis Pasteur (Strasbourg I) et du Département de Mathématiques.

COMPÉTITION

Deux épreuves (une par niveau) : les élèves concourent par binômes.

Palmarès : au courant du mois de Juin, cérémonie présidée par Monsieur le Recteur de l'Académie de Strasbourg.

ÉPREUVES

Deux catégories : élèves de Première et de Terminale.

Les élèves sont groupés par deux et ont à leur disposition une salle de classe pour une durée de quatre heures.

PARTENAIRES

Collectivités locales :
Conseil Régional d'Alsace,
Conseil Général du Haut-Rhin,
municipalités.
Quelques entreprises privées.
Régionale de l'APMEP
(Association des Professeurs de Mathématiques), ...

CONTACTS

Madame Claudine KAHN - IREM de Strasbourg
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG cedex
Tél. : 03 88 41 63 07
Fax : 03 88 41 64 49
E-mail : irem@math.u-strasbg.fr

1 - RALLYE DE PREMIÈRE

Si x est un nombre réel, le seul nombre réel dont le cube est égal à x s'appelle la racine cubique de x et se note $\sqrt[3]{x}$.

Par exemple : $\sqrt[3]{1000} = 10 = 2 \times 5 = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{125}$

On définit $\alpha = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$

Montrer que α est un nombre entier.

2 - RALLYE DE PREMIÈRE

Trois sirènes, Andromaque, Bérénice et Céphise, goûtent un repos bien mérité au bord d'un lac circulaire.
Émile, champion de natation à vitesse constante de son village de Climbach, sait que depuis son lieu de méditation, le Dorisfels (un charmant rocher au bord du lac), il lui faut une minute pour rejoindre Céphise, sept minutes pour retrouver Bérénice et cinq pour revoir Andromaque.
Céphise et Bérénice se reposent toutes deux à 500 mètres d'Andromaque.
Un journaliste venu admirer les exploits d'Émile, fait le tour du lac à pied en partant du Dorisfels ; il a rencontré Andromaque puis Bérénice et enfin Céphise.

Trouver la vitesse d'Émile le Champion et le rayon du lac.

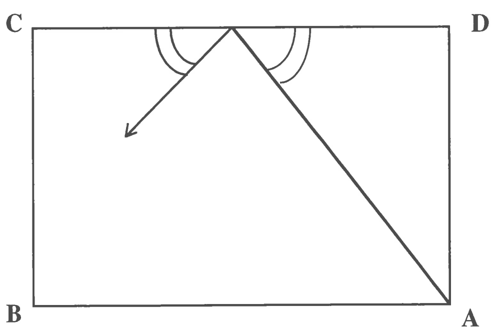
3 - RALLYE DE PREMIÈRE

Cette année-là, Claude dit à François : « Au casino d'Alexandrie, je connais une étrange machine. Elle engendre 3 nombres réels positifs a, b et c. On gagne si l'un des 3 nombres a (1-a), b (1-b), c (1 -c) est inférieur ou égal à 1/4. Comme d'habitude, j'y gagne à tous les coups ».
François lui répondit : « Je connais une machine similaire à Assouan. Mais on y gagne si l'un des 3 nombres a (1-b), b (1-c), c (1-a) est inférieur ou égal à 1/4. J'y gagne à coup sûr ».

Préférez-vous tenter votre chance à Alexandrie ou à Assouan ?

4 - RALLYE DE TERMINALE

On dispose d'un billard ABCD de longueur AB = 1997 mm
et de largeur AD = 1000 mm.



Il comprend un trou à chaque coin. On envoie une boule depuis le coin A suivant la bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$. Elle rebondit ensuite sur les bords, comme indiqué sur la figure. On néglige les frottements.

Montrer que la boule atteindra un trou et déterminer au bout de combien de rebonds.

5 - RALLYE DE TERMINALE

Si x est un entier naturel, on note p(x) le produit de ses chiffres. Démontrer que 12 est l'unique entier naturel x compris entre 0 et 100 tel que $x^2 - 10x - 22 = p(x)$.

6 - RALLYE DE TERMINALE

Saint-Exupéry a quitté le service de l'aéropostale et s'est reconverti dans l'importation de plantes tropicales.
Dans les soutes de son triplan bimoteur, il transporte des boutures de baobab (« baobab baobabensis ») et des rosiers des sables (« rosa arenarum »). Il dispose du même nombre de boutures de chaque espèce. Elles sont mélangées et réparties dans deux caisses.
À ce stade de leur croissance, les deux espèces sont encore indiscernables.
Le petit prince ouvre une des deux caisses au hasard et y dérobe une bouture au hasard pour la cultiver sur sa planète personnelle.
Le petit prince a l'impression que lorsque l'une des caisses ne contient aucun baobab, il a plus de chance d'avoir une bouture de rosier.

Pouvez-vous l'aider ?
Pouvez-vous lui dire quelle serait la meilleure situation pour lui ?

Solutions

1

Posons $a = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2}$ et $b = \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$, donc $\alpha = a-b$

La définition donnée dans l'énoncé suggère de s'intéresser à α^3.

Alors : $\alpha^3 = (a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a-b)$

$a^3 - b^3 = 4$ et $ab = 1$. Donc : $\alpha^3 + 3\alpha - 4 = 0$

Le nombre 1 est une racine évidente du polynôme

$P(x) = x^3 + 3x - 4$.

On peut le factoriser par $(x - 1)$ et on obtient :

$P(x) = (x - 1)\,(x^2 + x + 4)$

Ainsi, 1 est la seule racine réelle de P, d'où : $\alpha = 1$.

2

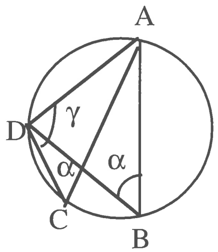
Par hypothèse : AC = AB = 500 m.

Posons $x = CD$. Alors AD = 5x,

BD = 7x et la vitesse d'Émile, en mètres par minute, vaut x. Les points A, B, C, D étant cocycliques, $\widehat{DBA} = \widehat{DCA}$.

Posons $\alpha = \widehat{DBA}$.

Dans les triangles ABD et ACD :



$$25x^2 = 49x^2 + 500^2 - 2 \,.\, 500 \,.\, 7x \,.\, \cos\alpha \qquad (1)$$

$$25x^2 = x^2 + 500^2 - 2 \,.\, 500x \,.\, \cos\alpha \qquad (2)$$

D'où : $x^2 = \dfrac{6 \,.\, 500^2}{192}$ soit, puisque x est positif

soit, puisque x est positif $x = \dfrac{125}{\sqrt{2}}$ m.min^{-1}

$x \approx 5{,}3$ km/h

Posons $\gamma = \widehat{CDA}$. Pour le triangle DCA :

$$500^2 = 25x^2 + x^2 - 2.5x^2 . \cos\gamma$$

D'où : $\cos\gamma = -\dfrac{3}{5}$.

Mais $\sin\gamma$ est positif, donc $\sin\gamma = \sqrt{1-\cos^2\gamma} = \dfrac{4}{5}$.

Notons R le rayon du cercle circonscrit au triangle ACD (R est par conséquent le rayon du lac).

$2R = \dfrac{AC}{\sin\gamma}$ d'où R = 312,5 m.

Solutions

3

Étude du Casino d'Alexandrie

Les trois réels a, b, c étant positifs, on s'intéresse à trois produits construits de la même manière.

Si $x = \frac{1}{2} + u$ alors $x(x - 1) = \frac{1}{4} - u^2 \leq \frac{1}{4}$

Les trois nombres a (1 - a), b (1 - b) et c (1 - c) sont inférieurs ou égaux à $1/4$. On gagne à tous les coups à Alexandrie.

Étude du Casino d'Assouan

Si l'un des trois réels a, b ou c est supérieur ou égal à 1, l'un des 3 produits est négatif, et par conséquent inférieur ou égal à $1/4$.

Il reste à étudier le cas où les trois réels sont compris entre 0 et 1.

L'étude précédente assure que :

$0 \leq a(a-1) \leq 1/4$; $0 \leq b(b-1) \leq 1/4$; $0 \leq c(c-1) \leq 1/4$

On a alors : $0 \leq a(1-b)\, b(1-c)\, c(1-a) \leq 1/4^3$.

Si α, β et γ sont trois réels positifs tels que $0 \leq \alpha\beta\gamma \leq 1/4^3$ alors l'un au moins est inférieur ou égal à $1/4$. En effet,

si ce n'était pas le cas $\alpha\beta\gamma > 1/4^3$.

Donc, l'un au moins des réels a (1 - b), b (1 - c), c (1 - a) est inférieur ou égal à $1/4$.

On gagne donc aussi à tous les coups à Assouan.

4

Un raisonnement par symétries successives relativement à chaque côté du rectangle permet de simplifier considérablement la représentation de la trajectoire.

Dans le repère orthonormé $R = (A, \frac{\overrightarrow{AB}}{AB}, \frac{\overrightarrow{AD}}{AD})$:

l'équation de la « trajectoire » est y = x

La boule atteindra un trou si et seulement si il existe deux entiers m et n avec (m,n) ≠ (0,0) tels que la trajectoire rencontre le point de coordonnées (1997 m , 1000 n).

On doit donc avoir 1997 m = 1000 n .

Cherchons la plus petite valeur possible pour m, 1997 étant un nombre premier, comme 1000 doit diviser 1997 m, nous avons nécessairement m multiple de 1000.

4

On en déduit que m = 1000 est la plus petite valeur possible. Par suite m = 1000 et n = 1997 donnent le résultat.
Trouvons à présent le nombre de rebonds.
Il y a rebond chaque fois que la boule passe d'un rectangle à un autre dans le schéma ci-dessus. Elle tombe dans le trou de coordonnées (1997 m, 1000 n) avec m = 1000 et n = 1997.
Le trou est dans la $1997^{ème}$ ligne « horizontale » de rectangles. Il y a donc eu 1996 rebonds contre les faces AB ou CD du billard. Le trou est dans la $1000^{ème}$ colonne « verticale » de rectangles.
Il y a donc eu 999 rebonds contre les faces AD ou BC du billard.
La boule fait donc 2995 rebonds avant de disparaître dans le trou D.

5

Soit $x = 10a + b$ et $p(x) = k = ab$.
On a : $x^2 - 10x - 22 - k = 0$.
Le discriminant réduit $\Delta' = 47 + k$ doit être un carré parfait. Comme $0 \leq k \leq 81$ alors $47 \leq \Delta' \leq 128$.
Les nombres k possibles sont :
$k = 2$ $k = 17$ $k = 34$ $k = 53$ $k = 74$
qui correspondent aux valeurs :
$x = 12$ $x = 13$ $x = 14$ $x = 15$ $x = 16$
parmi lesquelles seul le nombre 12 répond à la question.

6

Soit N le nombre de boutures de chaque espèce, b, r, s = b + r le nombre de baobabs, de rosiers, de boutures de la première caisse ; la deuxième en contient N-b, N-r, 2N-s.
Notons P(r,s) la probabilité d'obtenir une bouture de rosier ; par symétrie on peut se limiter à $s \leq N$.

Si s = 0, alors r = 0 et $P(0,0) = \frac{1}{2} \times \frac{N}{2N} = \frac{1}{4}$

Sinon $P(r,s) = \frac{1}{2}(\frac{r}{s} + \frac{N - r}{2N - s}) = \frac{Ns + 2r(N - s)}{2s(2N - s)} > \frac{1}{4}$

La fonction $r \rightarrow P(r,s)$ est maximum quand r est maximum donc pour r = s et $P(s,s) = \frac{3N - 2s}{2(2N - s)} = 1 - \frac{N}{2(2N - s)}$

La fonction $s \rightarrow P(s,s)$ est maximum pour s minimum, donc pour s = 1 et $P(1,1) = 1 - \frac{N}{2(2N - 1)} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4(2N - 1)}$

La probabilité d'avoir un rosier est la plus grande lorsque l'une des deux caisses contient un rosier et aucun baobab.

GRAND JEU DE L'INSTITUT MATHÉMATIQUE D'ANGERS

Le Grand Jeu I.M.A. est un jeu gratuit réservé aux élèves de première et terminale des lycées du Grand Ouest. Il est composé d'une phase éliminatoire et d'une finale.

Les trente premières et les trente Terminales sélectionnées pour la finale s'affrontent lors d'une épreuve surveillée dans les bâtiments de l'Institut Mathématique d'Angers. Lors de cette finale, aucune calculatrice n'est autorisée.

FICHE TECHNIQUE

PARTENAIRES

SMEBA : La Mutuelle étudiante
Crédit Agricole
NRJ
Pizza Hut
Quo : Les clés de la vie quotidienne

HISTORIQUE

L'IMA a été créé en 1972.

COMPÉTITION

Phase éliminatoire jusqu'au mercredi 3 décembre 1997.
Finale : le 13 décembre 1997.

ÉPREUVES

Individuelles
Catégories : Première et Terminale.
Problèmes : 12 pour la phase éliminatoire ;
9 pour la finale.

CONTACTS

Grand Jeu I.M.A.
3, place A. Leroy
BP 808
49008 ANGERS Cedex 01

Énoncés

1 - LA VÉRITÉ SI JE MENS 1ère-Term

À la suite d'une prise d'otages, six bandits ont été arrêtés. Afin de retrouver le leader des malfaisants, les enquêteurs ont procédé à un interrogatoire. L'inspecteur a posé les quatre questions suivantes à chacun d'entre eux (ils sont rangés face à lui dans l'ordre de la 1ère ligne du tableau ci-dessous) :
* Êtes-vous le leader ?
* Le leader est-il l'un de vos voisins de gauche ?
* Le leader est-il l'un de vos voisins de droite ?
* Le leader est-il l'un de vos voisins directs ?

Malheureusement, ces lascars n'ont pas aidé l'inspecteur dans sa tâche. À chaque série de questions, ils ont menti exactement deux fois chacun.

Nom du bandit	Jérôme	Julio	Julius	David	Pierre	Yoann
Question n°1	NON	NON	NON	NON	NON	OUI
Question n°2	NON	OUI	NON	NON	OUI	NON
Question n°3	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON
Question n°4	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON

Retrouvez, à l'aide de leurs réponses, qui est le leader de la bande.

2 - MULTIPLICADDITIONS 1ère-Term

Nico Chanceux est nul en maths. Au lieu de multiplier, il divise. Et au lieu de soustraire, il additionne. Son professeur lui demande d'ôter 60 du produit de deux nombres entiers naturels. Par chance, Nico trouve le bon résultat.

Quel était ce résultat ?

3 - LES IMAIENS

1ère-Term

Le questionnaire suivant est proposé aux étudiants de l'I.M.A. :

1) Parmi les spécialités suivantes, laquelle préférez-vous ?
   - Statistiques, recherche opérationnelle, informatique, aucune.
2) Parmi les sports suivants proposés par l'ASIMA, lequel préférez-vous ?
   - Football, volley, squash, basket, aucun.
3) Êtes-vous intéressé par les jeux logiques ?
   - Oui, non.

L'enquêteur a décidé de poser ce questionnaire jusqu'à ce que 7 personnes au moins aient donné des réponses identiques.

Combien devra-t-il interroger de personnes pour être sûr d'obtenir sept questionnaires identiques ?

4 - L'ANNÉE HANTIE

1ère-Term

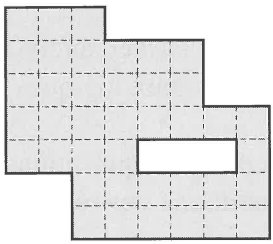
Lors de ses recherches à la bibliothèque de Réka, le professeur Jones découvrit dans un vieux manuscrit ces quelques vers terrifiants du prophète Hantie :

« Quand le produit des chiffres de l'année sera égal au nombre formé par les deux derniers chiffres de cette même année, alors que la somme sera égale au nombre formé par les deux premiers chiffres de cette même année, alors je vous le dis, cette année-là sera la dernière que la terre connaîtra... et ceci entre le 11ème et le 101ème siècle ! »

Pourriez-vous l'aider à déterminer l'année Hantie ?

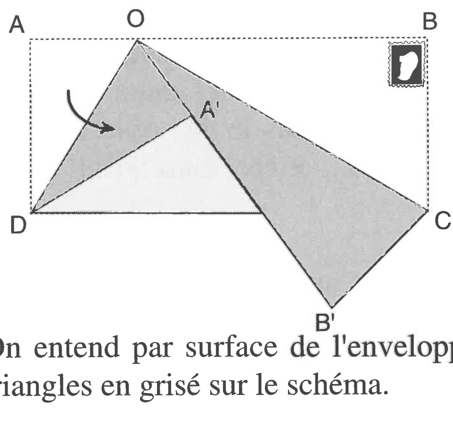
5 - À VOS CISEAUX $1^{ère}$-Term

En suivant les lignes du quadrillage, découpez la figure en deux morceaux de telle sorte que les deux morceaux ainsi obtenus soient parfaitement superposables, éventuellement à un retournement près.



6 - LES PLIS DE LA POSTE $1^{ère}$-Term

Une enveloppe rectangulaire de 20 cm de long et de largeur inconnue (mais c'est un nombre entier de cm), a été pliée durant son trajet selon deux axes (OC et OD sur le schéma) de telle sorte que les deux sommets et le point de pliage (A', B' et O) soient alignés.

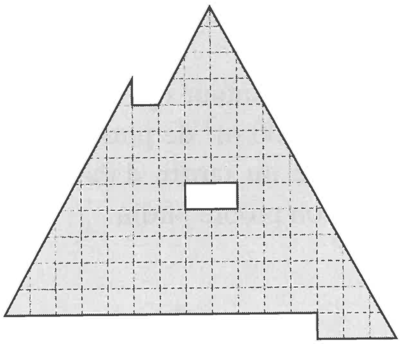


Sachant que c'est un nombre entier de cm^2, quelle est la surface de l'enveloppe pliée ?

On entend par surface de l'enveloppe pliée les surfaces des trois triangles en grisé sur le schéma.

7 - LE TRIANGLE 1ère-Term

Il s'agit de reconstituer un triangle équilatéral à partir de la figure ci-dessous.



Tracez une ligne brisée afin que les deux morceaux ainsi découpés puissent former un triangle équilatéral (aucun retournement n'est autorisé).

8 - ÉCUREUIL ET FOUINE 1ère-Term

Le mois de décembre venu, Grups l'écureuil et Slimf la fouine doivent s'approvisionner pour l'hiver. Grups et Slimf adorent les noisettes, et décident d'en faire un stock. Par un beau dimanche, ils découvrent un noisetier au bas duquel se trouve un énorme tas de noisettes qui n'attendent qu'à être ramassées.
Dès le lundi matin, Grups et Slimf se mettent au travail. Chaque matin, Slimf récupère le tiers de la quantité de noisettes au sol, et chaque après-midi, Grups ramasse la moitié des noisettes restant par terre... plus deux pour la route.
Le samedi soir de cette même semaine, aucune noisette ne subsistait au pied de l'arbre.

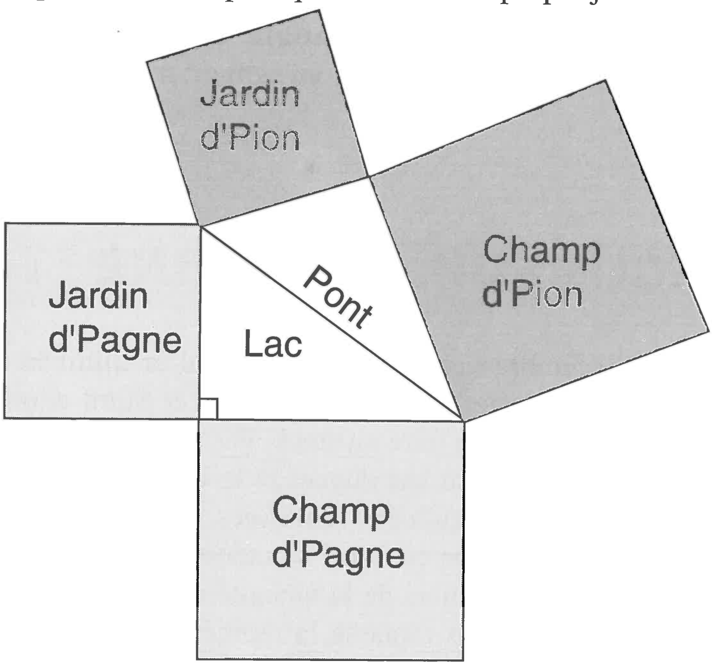
Sachant que chaque nuit, deux nouvelles noisettes tombent du noisetier pour rejoindre le tas, combien de noisettes étaient par terre, le premier dimanche ?

9 - LE PONT DU LAC

1ère-Term

Les deux frères Pagne et Pion ont hérité chacun d'un jardin et d'un champ carrés, tous différents, entourant un lac en forme de quadrilatère, dont l'angle formé par les deux surfaces de Pagne est droit.

Pion est furieux ! En pratiquant son footing autour des 600 m du lac, il s'est aperçu que son frère possédait 600 m^2 de plus que lui, ce qui n'est pas évident, puisque le côté du jardin d'Pagne ne mesure qu'un mètre de plus que celui de son propre jardin.



Sachant que c'est un nombre entier de mètres, non nul, tout comme les dimensions des champs et des jardins, quelle est la longueur du pont ?

Indice : on précise qu'il n'existe qu'une solution, et que la longueur du pont est un multiple de 5.

10 - LES COMPÈRES

1ère-Term

Quelque part en Californie, deux acolytes discutent...

Dylan : Dis donc Brandon, iras-tu au 25ème anniversaire de l'I.M.A. ?

Brandon : Oui, bien sûr, j'y emmènerai même trois amies, si tu vois c'que j'veux dire !

Dylan : Ah ! Et quel est leur âge ?

Brandon : Eh bien si tu veux tout savoir, je te dirai que le produit de leurs âges est égal à la somme de l'année de la création de l'I.M.A. et de l'année en cours (1997). Quant à la somme de leurs âges, elle est égale à l'âge de ton grand-père.

Dylan : D'accord... mais ça ne me suffit pas !

Brandon : Eh bien sache seulement qu'une seule de ces trois personnes a moins de 10 ans.

Dylan : Parfait Brandon, je connais leurs âges maintenant.

Quel est l'âge des trois amies de Brandon ?

Solutions

1

LA VÉRITÉ SI JE MENS

Yoann ne peut être le leader car il n'aurait jamais menti. Pierre ne peut non plus être le leader car il aurait menti 3 fois (aux questions 1, 2 et 3). Il en est de même pour Julius (questions 1, 3 et 4), pour Julio (questions 1, 2 et 3). Si Jérôme était le leader, Julio aurait menti une seule fois (à la question 2). Le leader ne peut donc être que David. On vérifie que chacun des personnages a alors menti exactement 2 fois.

2

MULTIPLICADDITIONS

Il y a cinq solutions : 61, 65, 68, 75 et 100.

3

LES ACTIVITÉS DES IMAIENS

Il faut interroger 241 persones pour être sûr d'obtenir sept questionnaires identiques.

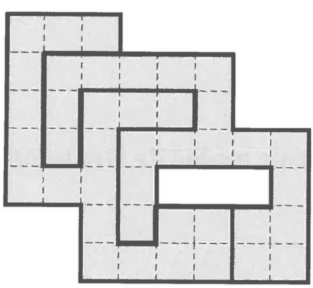
4

L'ANNÉE HANTIE

1236 est l'année Hantie.

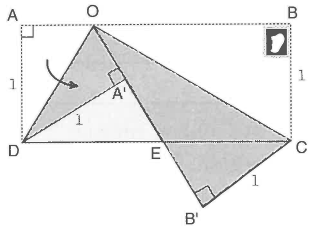
5

À VOS CISEAUX



6

LES PLIS DE LA POSTE



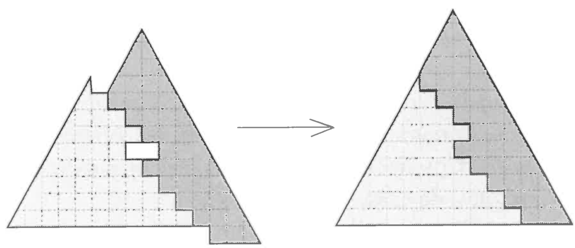
On démontre que les triangles ODA' et OB'C sont semblables, et que les triangles DA'E et EBC sont isométriques, d'où il résulte que E est le milieu de [DC] et que $\ell^2 = AO \cdot OB$.

Après calculs, on arrive à une aire égale à :

$$\frac{\ell}{2}\left(20 + \sqrt{100 - \ell^2}\right)$$

7

LE TRIANGLE



8

ÉCUREUIL ET FOUINE

Le premier dimanche, 1456 noisettes étaient par terre.

9

LE PONT DU LAC

La longueur du pont est 215 mètres.

10

LES COMPÈRES

Les trois amies de Brandon ont 3 ans, 27 ans et 49 ans.

RALLYE MATHÉMATIQUE DES ANTILLES ET DE LA GUYANE

Le rallye de L'IREM des Antilles et de la Guyane intitulé " Pour vivre les mathématiques autrement ! " est organisé avec le concours des Associations Pro Maths Guadeloupe, Promo Maths Guyane et Promo Maths Martinique regroupant personnes physiques et établissements scolaires de l'enseignement public ou privé. L'action de l'IREM, garant scientifique et pédagogique du rallye s'articule avec celle des associations de type loi 1901 chargées de l'organisation matérielle du rallye.

Cette compétition qui intéresse les élèves de CM1 et CM2 des écoles primaires, de 4e et 3e des collèges et de 2e et 1er des lycées, a pour but de :

- Susciter des vocations scientifiques.
- Faire des mathématiques pour le plaisir.
- Donner une image attrayante des mathématiques.
- Favoriser un travail d'équipe.

Les élèves regroupés par équipes de trois, résolvent des exercices variés qui font appel au raisonnement, à la logique, à des connaissances de mathématiques de base. Ces exercices qui demandent parfois de l'astuce, sont constitués d'énigmes, de casse-tête, de jeux…

Ce rallye qui connaît un succès grandissant auprès des élèves (environ 20 000 en 1998) sur une zone couvrant trois départements séparés par la mer, s'organise en trois phases :

- Pour les trois catégories :
  - une épreuve éliminatoire dans les établissements,
  - une finale académique (dans les trois Académies Guadeloupe, Guyane et Martinique),
- Et enfin, une finale inter-académique par catégorie dans un des trois départements.

Grâce à ses parraineurs, de nombreux finalistes des finales départementales sont récompensés et les neuf finalistes inter-académiques se voient offrir un séjour scientifique d'une semaine à Paris.

On peut signaler que La section de Guadeloupe a une émission grand public intitulée " Maths à la télé " et celle de Martinique organise avec la collaboration du journal quotidien un rallye " Gran'Moun ", réservé aux adultes de plus de trente ans.

L'IREM des Antilles et de la Guyane, par son action de vulgarisation a obtenu une mention spéciale du jury du prix d'Alembert.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création de l'IREM des Antilles et de la Guyane
1991-1992 : Premier rallye de mathématiques : environ 6000 participants.
Depuis le nombre de participants est en augmentation constante.
1997-1998 : 18 123 inscrits aux épreuves éliminatoires.
On remarque qu'environ un tiers des écoles primaires s'inscrivent et on note une participation massive des collèges et des lycées.

ÉPREUVES

Le concours est ouvert aux élèves de CM1, CM2, 4^{e}, 3^{e}, 2^{e} et 1ère de tous les établissements scolaires publics et privés des 3 Académies.
Les équipes sont réparties en 3 catégories :
- Catégorie 1 : CM1 - CM2
- Catégorie 2 : 4^{e} - 3^{e}
- Catégorie 3 : 2^{e} - 1ère- LYP et LP

La participation des élèves se fait par équipe de 3 sur la base du volontariat. Les frais d'inscription s'élèvent à 10F par élève. Les équipes des établissements membres des associations Pro Maths Guadeloupe, Promo Maths Guyane et Promo Maths Martinique sont dispensées des frais d'inscription.

COMPÉTITION

Inscription dans l'établissement en décembre.
Éliminatoire dans chaque catégorie dans les établissements en janvier.
Finales académiques dans chaque catégorie et dans chaque Académie un mercredi après-midi en février.
Finale Inter-Académique par catégorie et par Académie un samedi matin en mars.
Séjour scientifique d'une semaine à Paris pendant les vacances de Pâques.

PARTENAIRES

Le Rectorat des trois académies de la Guadeloupe, de la Guyane et de la Martinique
Les Inspections académiques de ces trois Rectorats
Les Conseils Généraux des trois départements
Les Conseils Régionaux des trois départements
Centre de Culture Scientifique Technique et Industrielle de la Martinique
Air France ; EDF ; SARA ; Filmdis (circuit Elysée)
Mairies de Fort-de-France, Schœlcher, Robert, Ducos, François, Vauclin, Marigot, Rivière-Salée, Rivière-Pilote, Mairie et caisse des écoles du Lamentin (Guadeloupe)
Crédit agricole
Lycée de Baimbridge
Bijouterie HORTH ; Centre Spatial Guyanais

CONTACTS

IREM des Antilles et de la Guyane
Université des Antilles et de la Guyane
Faculté des sciences de Fouillole
97159 Pointe à Pitre cedex
Tél-fax : 05 90 93 87 49

Harry CHRISTOPHE
Responsable de la Section IREM de Guadeloupe
Cité Scolaire de Baimbridge
97 151 Pointe à Pitre
Tél. : 05 90 83 46 84

Élisabeth CATAYÉE
Responsable de la Section IREM de Guyane
Tél. : 05 94 37 80 47

Benoît Loïc SINSEAU
Responsable de la Section IREM de Martinique
IUFM Bât 4
Pointe des Nègres
97200 Fort-de-France
Tél-fax : 05 96 61 50 20

1 - VOL DE NUIT école

Au fond de l'armoire de la grand-mère de Tony se trouvent des bonbons, tous de la même forme.
2 au citron,
3 au caramel,
6 à la menthe,
1 à l'anis.
Tony les a repérés et comptés en début d'après-midi.
La nuit venue, sans bruit et dans l'obscurité la plus totale pour ne pas réveiller sa grand-mère, Tony décide de chiper des bonbons.

Aimant particulièrement les bonbons à la menthe, combien de bonbons doit-il prendre au minimum, pour être sûr, de retour dans sa chambre, d'avoir au moins un bonbon à la menthe ?

2 - ARRÊT S'IL VOUS PLAIT ! école

Micheline, Loïc, Charly, Muriel et Suzie sont les seuls passagers d'un taxi collectif (mode de transport commun en Martinique) parti de Fort de France à destination de Saint-Pierre.
Avant d'atteindre Saint-Pierre, le taxi s'est arrêté successivement à Schoelcher, à Case-Pilote, à Bellefontaine et au Carbet.
À chaque arrêt, un seul passager est descendu. Sachant de plus que :
Muriel n'est pas descendue à Schoelcher,
Micheline a quitté le taxi après Loïc mais avant Charly,
Loïc est descendu deux arrêts avant Suzie
Muriel est descendue deux arrêts avant Micheline.
Compléter le tableau suivant :

Descendu à	Schoelder	Case-Pilote	Bellefontaine	Carbet	Saint-Pierre
Passager					

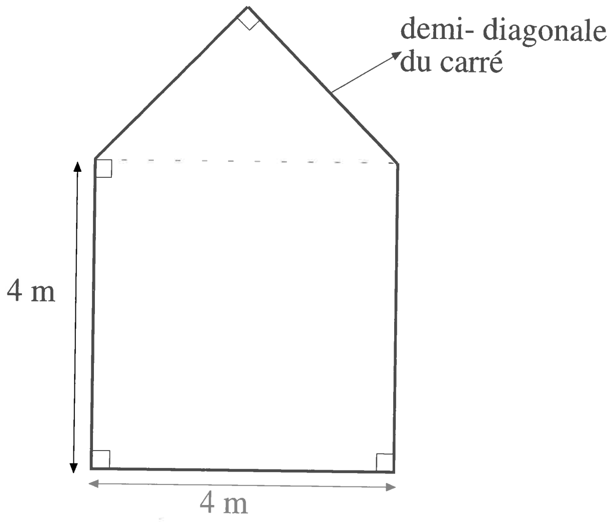
3 - « ÇA MARCHE » école

Loïc et Flappy sont au pied d'un escalier qui comporte plus de 25 marches et moins de 47 marches. Loïc grimpe les marches 4 à 4 pour atteindre exactement la dernière marche de l'escalier. Flappy, moins sportif, les grimpe 3 à 3 pour arriver aussi sur la dernière marche.

Quel est le nombre exact de marches de cet escalier ?

4 - PEINDRE SA MOITIÉ collège

Harry et Marie-Line doivent peindre chacun la moitié de la façade de leur maison (voir figure).
Ils partagent la façade par une ligne horizontale.



Indiquer sur la figure la ligne qui sépare les deux régions et donner la hauteur de cette ligne.

5 - LA RÈGLE collège

On dispose d'une pochette extra plate carrée de côté 40 cm.

Quelle est la longueur maximale d'une règle extra plate de largeur 3 cm que l'on peut ranger dans cette pochette, la règle étant rangée à plat (résultat en cm arrondi au mm) ?

6 - « DU JUS » collège

Tijo a payé 306 francs des bouteilles d'un litre de jus. Dédette qui aime marchander a obtenu une réduction de un franc par bouteille du même jus. Grâce à cette réduction, pour le même prix que Tijo, elle a obtenu une bouteille de plus que lui.

Quel est le nombre de bouteilles achetées par Tijo ?

7 - BOIRE UN COUP lycée

Un ouvrier doit carreler le fond d'une piscine carrée. Il place un carreau au centre et boit une gorgée de sa boisson favorite. Puis il entoure ce carreau de 8 carreaux afin d'obtenir un nouveau carré. Il s'arrête et boit à nouveau une gorgée de sa boisson. Ainsi de suite, à chaque fois qu'il a réalisé un carré en entourant le précédent, il boit une gorgée. Finalement il boit 13 fois.

Combien de carreaux a-t-il posés ?

8 - LE VIDÉ

lycée

Dans un vidé de mi-carême de 100 personnes, la moitié des hommes sont déguisés en femme, 10% des femmes sont déguisés en homme. On s'y tromperait. Ziggy qui voit passer le défilé compte 34 hommes.

Combien y a-t-il d'hommes en réalité dans ce vidé ?

9 - LE COU DU BAMBOU

lycée

On veut attacher, sans le percer, un tronc de bambou dont le rayon de la section est de 6 cm, le long d'un poteau à base carrée de côté 16 cm.

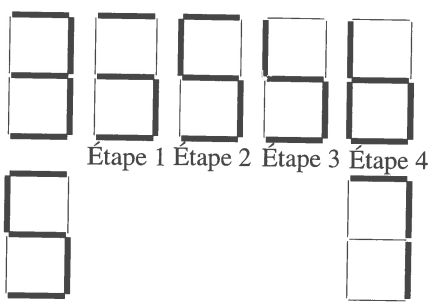
Calculer la longueur de la cordelette à utiliser en sachant que le bambou est centré sur le poteau et qu'il faut prévoir 26% de cordelette en plus pour le noeud de l'attache (donner le résultat en cm, arrondi au mm).

10 - LUMINEUX

lycée

Chaque chiffre est affiché sur un afficheur digital grâce à 7 traits lumineux. On suppose qu'à chaque étape de l'affichage d'un chiffre, un seul trait peut s'éteindre ou s'allumer.

Par exemple, on passe du chiffre 3 au chiffre 6 en 4 étapes de la façon ci-contre :



Combien y a-t-il de façons de passer du chiffre 5 au chiffre 7 en 4 étapes ?

Solutions

1

VOL DE NUIT

Tony doit prendre 7 bonbons au minimum.

2

ARRÊT S'IL VOUS PLAIT !

Descendu à	Schoelder	Case-Pilote	Bellefontaine	Carbet	Saint-Pierre
Passager	Loïc	Muriel	Suzie	Micheline	Charly

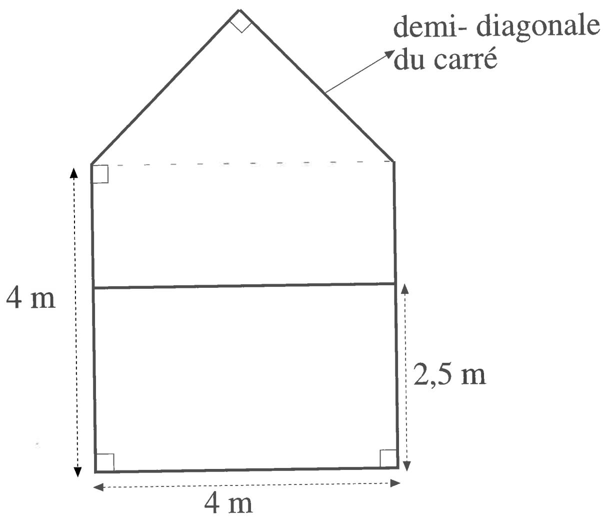
3

« ÇA MARCHE »

Il y a exactement 36 marches dans l'escalier.

4

PEINDRE SA MOITIÈ



La hauteur de la ligne est 2,5 mètres.

5

LA RÈGLE

La longueur maximale de la règle extra plate que l'on peut ranger dans cette pochette est de 53,6 cm environ.

6

« DU JUS »

Le nombre de bouteilles achetées par Tijo est de 17.

7

BOIRE UN COUP

Il a posé 625 carreaux.

8

LE VIDÉ

Il y a 60 hommes en réalité dans ce vidé.

9

LE COU DE BAMBOU

La longueur de la cordelette est de 100,1 cm.

10

LUMINEUX

Il y a 24 façons de passer du chiffre 5 au chiffre 7 en 4 étapes.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LA SARTHE

Ce rallye est ouvert à toutes les classes des collèges sarthois, de la sixième à la troisième.

Calendrier et contenu des épreuves

- Deux épreuves de qualification se déroulent dans les collèges. Elles comportent dix « petits problèmes » et deux travaux géométriques.
- Une finale qui se déroule début juin, sur un site de plein air, réunit les seize classes issues de ces qualifications. Dix ateliers posent des problèmes dont la résolution fait appel à la logique, au calcul et à l'organisation.

Les objectifs

- Faire faire des mathématiques.
- Aider à acquérir une méthode de travail en groupes.
- Entraîner au débat : argumenter, discuter de preuves, trouver des exemples et contre-exemples, vérifier...
- Proposer un projet stimulant où s'impliquent tous les élèves d'une classe et qui permet des rencontres entre enseignants.

Organisation

Une équipe de onze enseignants de mathématiques qui travaille au sein de l'IREM.

FICHE TECHNIQUE

ÉPREUVES

Collectives
Quatre niveaux : $6^{ème}$, $5^{ème}$, $4^{ème}$ et $3^{ème}$.

PARTENAIRES

Ministère de l'Éducation nationale et de la Recherche
Inspection Académique de la Sarthe
IREM des Pays de la Loire
Mairie du Mans
Communauté urbaine du Mans
Conseil Général de la Sarthe

HISTORIQUE

Première année 1990/91, 51 classes de sixièmes dans 19 collèges.
Cette année 1997/98, 217 classes de tous niveaux de 32 collèges.

COMPÉTITION

Deux épreuves de qualification.
La première en décembre 1997
La seconde en mars 1998
Finale : le jeudi 4 juin 1998

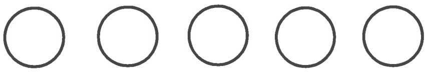
CONTACTS

Martine Janvier, Collège « Vieux Colombier »
Rue de la Briquetterie, 72000 Le Mans
Tel : 02 43 28 85 13 Fax : 02 43 24 20 45
E mail : colomb4@colleges.univ.lemans.fr
Sur internet : http: //www.univ.lemans.fr/colleges

1 - PROBLÈMES

I *Sixième - Cinquième*

Colorier les disques ci-dessous, sachant que :



- Chacun d'eux est de couleur différente.
- Le disque blanc n'est ni à côté du bleu, ni à côté du rouge, ni à côté du gris.
- Le disque jaune n'est ni à côté du bleu, ni à côté du gris.
- Le disque bleu n'est pas à côté du rouge.
- Le disque gris est à gauche du rouge.

II *Sixième - Cinquième*

Dans le film « Tandem » l'acteur Jean Rochefort remarque que le compteur kilométrique de sa voiture affiche 83638 et dit que c'est un nombre palindrome : on peut le lire aussi bien de droite à gauche que de gauche à droite. Puis il signale que le prochain sera 83738.

Quel sera le 98^e^ palindrome après 83638 ?

III *Quatrième - Troisième*

En mars 1998, mon professeur de mathématique m'indique que son âge est égal à trois fois la somme des chiffres de son année de naissance. **Quel est son âge ?**

IV *Quatrième - Troisième*

À 10 h 20 min, quel est la mesure de l'angle (saillant) que forment sur une montre, l'aiguille des heures et celles des minutes ?

Énoncés

1 - PROBLÈMES (suite)

V *Quatrième - Troisième*

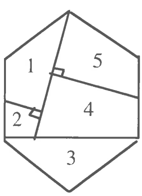
	e	f	g
a			
b			
c	■		

horizontalement
a - Un nombre au carré.
b - Un nombre palindrome.
c - Un nombre pair, dont la somme des chiffres est égale à 11.

verticalement
e - Un nombre au carré.
b - Nombre dont la somme des chiffres est égale à 16.
c - On descend d'une case en ajoutant 2 au chiffre précédent.

2 - CONSTRUCTIONS $6^{ème}$ - $5^{ème}$

I *De l'hexagone au carré*

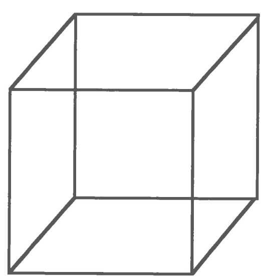


Reproduire à l'échelle 2 l'hexagone régulier dessiné ici (il faut doubler les longueurs) ; découpez-le selon les traits indiqués,
Juxtaposez les cinq morceaux ainsi obtenus pour réaliser un carré.

II *Dans l'espace*

On dispose d'un cube de 6 cm d'arête. On repère le centre de chaque face. En joignant chacun des centres aux centres des faces non opposées, on obtient un nouveau solide.

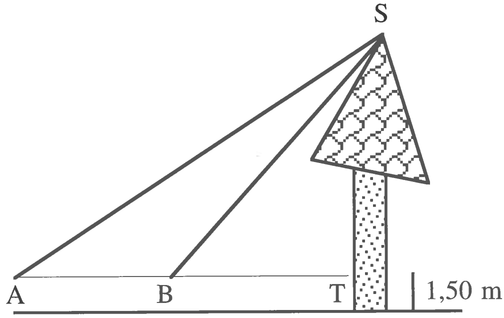
Combien a-t-il de sommets ?
Combien a-t-il d'arêtes ?
Combien a-t-il de faces et quelle est la forme de ces faces ?
Quel est son nom ?
Faire le dessin en perspective.
Faire son (patron en vraie grandeur).



3 - ATELIER

6ème - 5ème - 4ème - 3ème

« *L'arbre* »
Le but de cet atelier est de vous permettre de déterminer, depuis le sol, la hauteur d'un arbre.
Voilà la situation



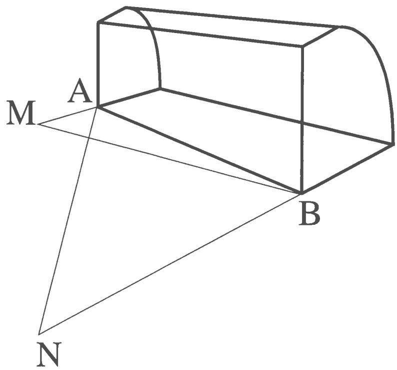
Mesures
Avec le système de visée qui est à votre disposition, mesurez les angles $\widehat{TBS}$ et $\widehat{TAS}$. Puis avec votre décamètre, mesurez la distance AB.

Détermination de la hauteur de l'arbre
En utilisant les mesures que vous venez de faire :
1) Représentez le triangle ABS à l'échelle 1/200 (un deux-centième) sur une feuille qui sera jointe à la feuille réponse.
2) Sur ce schéma, placez le point T.
3) Mesurez ST sur ce schéma.
4) En déduire la vraie distance ST et, enfin, la hauteur de l'arbre.

4 - ATELIER

6ème - 5ème - 4ème - 3ème

« <u>*Les tirs au but*</u> »



Lorsque les angles de tir au but $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont égaux, on estime que les joueurs ont la même chance de placer le ballon dans le but (tir tendu sans effet). Nous allons nous intéresser aux sommets M, N, P, etc... des angles égaux de tir au but.

Mesure sur le terrain

Devant le but, un angle de tir est représenté par des ficelles. Parmi les points M, N, P, Q, R , S et T (indiqués par des petits piquets), quatre sont à des sommets d'angles égaux à celui matérialisé par des ficelles. Lesquels ?

Schéma sur la feuille réponse

Sus ce schéma, **construire le point M tel que $\widehat{AMB}$ mesure 30°**. Ne pas utiliser de rapporteur et laisser les constructions apparentes. **Placer 5 autres points D, E, F, G et H sommets d'angles de tir au but égaux à l'angle $\widehat{AMB}$** (éviter de les placer tous dans une même partie du terrain).

Il y a « beaucoup » d'autres points sommets d'angles de tir égaux à $\widehat{AMB}$. Tous ces points sont placés sur une figure géométrique.

Quelle est cette figure ? Tracez-la en vert sur ce schéma.

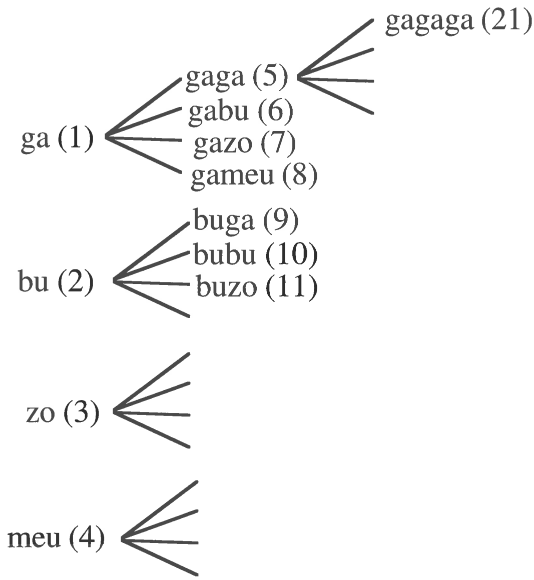
Calculer la longueur de la ligne sur laquelle on peut placer tous ces points sachant qu'un but mesure..........de large sur........de haut.

5 - ATELIER

6ème - 5ème - 4ème - 3ème

« *Et les Shadocks comptaient ? Comptaient* »

Le monde des Shadocks ne ressemble pas au nôtre. Ce sont des êtres simples, qui obéissent à une logique très particulière et qui ne s'embarrassent pas de dix chiffres pour compter : ils ont un système de numération utilisant seulement quatre chiffres : ga, bu, zo et meu. Mais est-ce vraiment plus simple ?...
Donc pour écrire les nombres, ils procèdent selon la règle suivante :



Ainsi, buga représente neuf, gagaga représente vingt et un, etc...

Dans le système des Shadocks

Quel nombre précède gabuzomeu ?
Quel nombre précède gabugaga ?
Quel nombre suit buzoga ?
Quel nombre suit meumeumeu ?

5 - ATELIER (suite)

6ème - 5ème - 4ème - 3ème

Comment les Shadocks écrivent-ils

Quinze ?
Vingt-huit ?
Cinquante-cinq ?
Deux cent douze ?

Quel est le nombre de notre numération que les Shadocks écrivent

bugabu ? zogameuzo ?

Ils ont une table d'addition. Complétez-la

+	ga	bu	zo	meu
ga				
bu				
zo				
meu				

utilisez-la pour effectuer les opérations :

gabumeu + zomeubu =
meubububuga - zogabu =

Construisez de même leur table de multiplication

×	ga	bu	zo	meu
ga				
bu				
zo				
meu				

et calculez : zobubu × meuzo =

Pour les 4ème - 3ème

Calculez (en Shadock) la mesure de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent bumeu et gaga.

1

PROBLÈMES

I

bleu — gris — rouge — jaune — blanc

II Le 98e palindrome après 83638 est 93493.

III Mon professeur a 54 ans.

IV À 10 h 20, sur une montre, les deux aiguilles forment un angle qui mesure 170°.

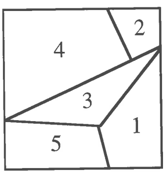
V

	e	f	g
a	1	4	4
b	6	9	6
c		3	8

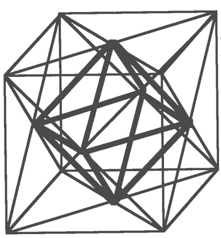
2

CONSTRUCTIONS

I *De l'hexagone au carré*



II *Dans l'espace*



Nombre de sommets : 6

Nombre d'arêtes : 12

Nombre et forme des faces: 8 triangles équilatéraux

Son nom : Octaèdre

3

ATELIER

La réponse dépend de la situation réelle sur le terrain.

4

ATELIER

La réponse dépend de la situation réelle sur le terrain.

5

ATELIER

« Et les Shadocks comptaient ? Comptaient »

Dans le système des Shadocks

Le nombre qui précède gabuzomeu est gabuzozo.
Le nombre qui précède gabugaga est gagameu.
Le nombre qui suit buzoga est buzobu.
Le nombre qui suit meumeumeu est gagagaga.

Les Shadocks écrivent

Quinze : zozo
Vingt-huit : gabumeu
Cinquante-cinq : zogazo
deux cent douze : bumeumeumeu

Les nombres de notre numération que les Shadocks écrivent bugabu et zogameuzo sont respectivement 38 et 227.

La table d'addition

+	ga	bu	zo	meu
ga	bu	zo	meu	gaga
bu	zo	meu	gaga	gabu
zo	meu	gaga	gabu	gazo
meu	gaga	gabu	gazo	gameu

gabumeu + zomeubu = gagazobu
meububuga - zogabu = zobumeuzo

La table de multiplication

×	ga	bu	zo	meu
ga	ga	bu	zo	meu
bu	bu	meu	gabu	gameu
zo	zo	gabu	buga	bumeu
meu	meu	gameu	bumeu	zomeu

zobubu × meuzo = zomeumeuzobu

La mesure de l'hypoténuse est zoga.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LOIRE - ATLANTIQUE

Le Rallye Mathématique de Loire-Atlantique est une occasion de motiver les élèves à l'apprentissage des mathématiques, basé sur la résolution de problèmes, le plaisir de la recherche, le jeu, les énigmes...

Il s'adresse à des classes.

Dix niveaux sont concernés :

- CM1 et CM2
- 6ème et 5ème
- 6ème, 5ème, 4ème et 3ème SEGPA
- 4ème et 3ème Techno.

La variété des problèmes proposés réclame des savoir-faire multiples (intuition, analyse, prise d'initiatives, schématisation, manipulations, tâtonnement, raisonnement, choix de la tâche à accomplir,...). Le nombre de problèmes et leur difficulté sont choisis de telle façon que chaque élève de la classe puisse participer et que l'ensemble de la tâche soit trop lourd pour des individus, fussent-ils de bons élèves.

La réponse est collective.

Avec ces problèmes « ludiques », le Rallye peut contribuer à développer chez les élèves certaines compétences : résoudre des problèmes, conjecturer, lire et comprendre un énoncé, débattre, argumenter et contre-argumenter, travailler en équipe, communiquer, écouter et comprendre les autres, vérifier une réponse, tester une solution, s'organiser collectivement pour chercher et proposer la réponse de la classe, tout cela sans l'aide de l'enseignant.

Le Rallye, c'est aussi l'occasion d'une réflexion commune sur l'enseignement des mathématiques à l'école, au collège, en SEGPA et en Lycée Professionnel, et d'échanges entre enseignants.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

- **en 90/91** : Création du Rallye Mathématique de Loire-Atlantique pour les classes de CM1, CM2, 6ème, 5ème, “petit frère” du Rallye Mathématique du Maine-et-Loire, à l’initiative de professeurs de l’IREM des Pays de la Loire, de professeurs de l’École Normale de Nantes et de l’Inspection Académique de Loire-Atlantique. 145 classes inscrites.
- **en 91/92** : Extension aux 6ème et 5ème de SEGPA. 310 classes.
- **en 92/93, 93/94, 94/95** : 340 classes.
- **en 95/96** : Extension aux 4ème et 3ème de SEGPA. 375 classes.
- **en 96/97** : Extension aux 4ème et 3ème Techno. 395 classes.
- **en 97/98** : 500 classes.

COMPÉTITION

Entraînement au premier trimestre.
Première épreuve en février.
Deuxième épreuve en avril.
Finale (sauf en 1996) en juin : 3 classes par catégorie.

ÉPREUVES

Par classe entière.
Dix catégories : CM1 et CM2 - 6ème et 5ème - 6ème, 5ème, 4ème et 3ème de SEGPA - 4ème et 3ème Techno.
Épreuves de 10 problèmes (6 pour les classes de SEGPA et technologiques) à résoudre en une heure.
Les réponses, sans explication en général, sont demandées sur le bulletin-réponses collectif, fourni à la classe.

PARTENAIRE

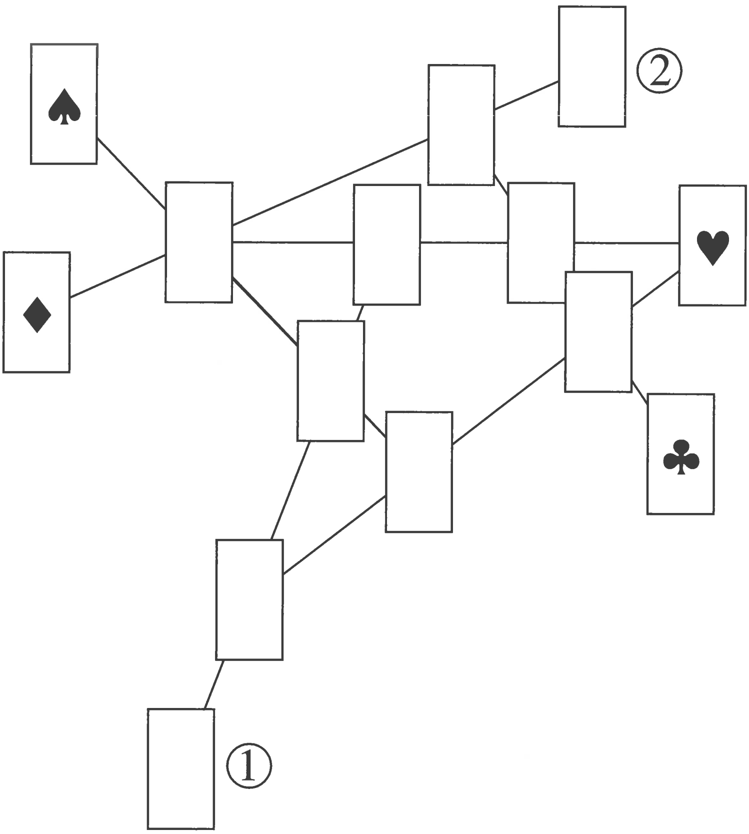
APMEP (Régionale de Nantes),
Biscuiterie Nantaise (BN),
BricFruit,
Cabinet d’assurances Guimard,
Crédit Agricole de Loire-Atlantique,
et la ville de Cordemais, qui nous accueille gracieusement depuis deux ans pour la Finale.

CONTACTS

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LOIRE-ATLANTIQUE
IREM des Pays de la Loire
2, rue de la Houssinière
BP 92208
44322 NANTES CEDEX 3
Tél : 02 51 12 59 40 Fax : 02 51 12 59 41

1 - LES CARTES D'EDDY Catégorie CM1

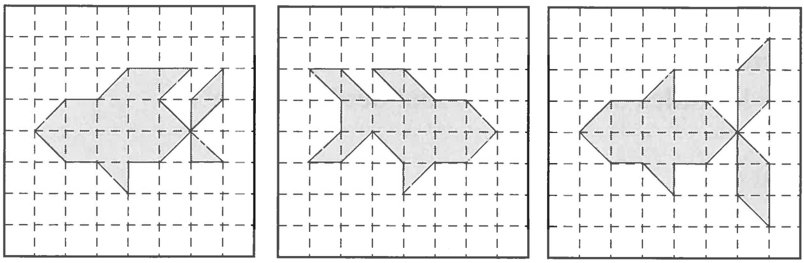
Eddy a tracé des lignes droites sur une grande feuille.
Sur chaque ligne droite, il veut placer quatre cartes : un pique, un coeur, un carreau, un trèfle.
Il a déjà commencé. Aidez-le à terminer.



Qu'a-t-il placé dans les cases 1 et 2 ?

2 - LES POISSONS — Catégorie CM2

Roseline a dessiné trois poissons :

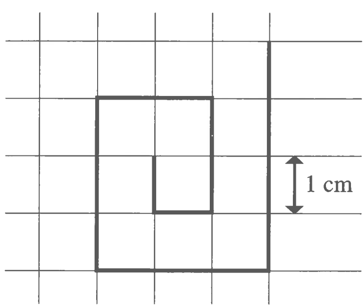


Poisson fade — Poisson flèche — Poisson palme

Ils n'ont pas tous la même surface grisée.
Quel poisson a la plus grande surface grisée ?
Quel poisson a la plus petite surface grisée ?

3 - CURIEUSE SPIRALE — Catégorie 6ème

Arthur veut dessiner une "spirale" de 4 mètres de long.
Il a déjà tracé 7 segments, comme ceci :



Combien de segments lui reste-t-il à tracer ?

4 - LES BILLES

Catégorie 5ème

Céline voudrait échanger ses billes avec Guillaume.
Céline possède 4 “chinoise”, 5 “porcelaine”,
3 “nacrée”, 3 “perroque” et 6 “pépite”.
Toutes les billes de Guillaume sont des “araignée”.

On sait que :

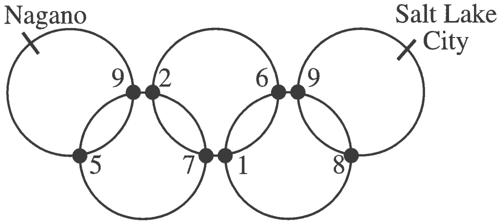
* Une “chinoise” vaut 3 “porcelaine”
* Une “nacrée” vaut 2 “perroque”
* Une “pépite” vaut 4 “araignée”
* Une “perroque” vaut 3 “araignée”
* Une “porcelaine” vaut 2 “perroque”.

Combien d’ “araignée” Céline recevra-t-elle de Guillaume en échange de toutes ses billes ?

5 - FLAMME OLYMPIQUE

6ème SEGPA

Le porteur de la flamme olympique part de Nagano pour aller à Salt Lake City.
Il se déplace sur les anneaux et marque des points dès qu’il passe par un chiffre.
Il ne peut pas passer deux fois au même endroit.
Il a marqué 29 points.



Retrouvez son chemin.

6 - UN TOUR À VÉLO

5ème SEGPA

Gaby fait à vélo le tour du plan d'eau d'Oudon, qui mesure 1050 mètres.
Le compteur de son vélo est sale !
Voici ce que Gaby peut lire sur son compteur :

Au départ :	2	3			0	m
À l'arrivée :	2	5			0	m

Trouvez les chiffres cachés.
Il y a plusieurs solutions. Donnez-en deux.

7 - L'ENDURANCE

4ème SEGPA

Aujourd'hui, Monsieur Nicotri propose un entraînement d'endurance.
Les élèves de sa classe de 4ème courent sur une piste d'une longueur de 300 mètres.

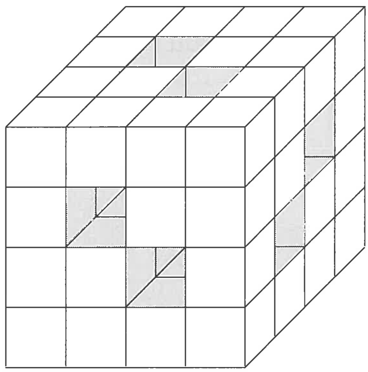
. Un élève a fait 9 tours de piste
. 2 élèves ont fait 3 tours chacun.
. 3 élèves n'ont fait chacun que la moitié d'un tour.
. Pour la moitié de la classe, chaque élève a fait 4 tours de piste.
. Tous les autres élèves ont fait 2 tours chacun.

Rentré au gymnase, Monsieur Nicotri ajoute les distances parcourues par tous les élèves ;
il trouve 15 750 mètres.
Combien y-a-t-il d'élèves dans la classe ?

8 - LES TUNNELS

3ème SEGPA

Ce solide est un grand cube traversé par six tunnels, comme vous le voyez sur le dessin (chaque tunnel va d'une face à l'autre face parallèle) :



Combien de petits cubes composent ce solide ?

9 - LA RÉCOLTE DE SEL

4ème Techno

Hansel exploite un marais salant.
Il a calculé qu'une tonne d'eau de mer donne 32 kilogrammes de sel.
Il a récolté 492 kilogrammes de sel pendant l'été 1997.

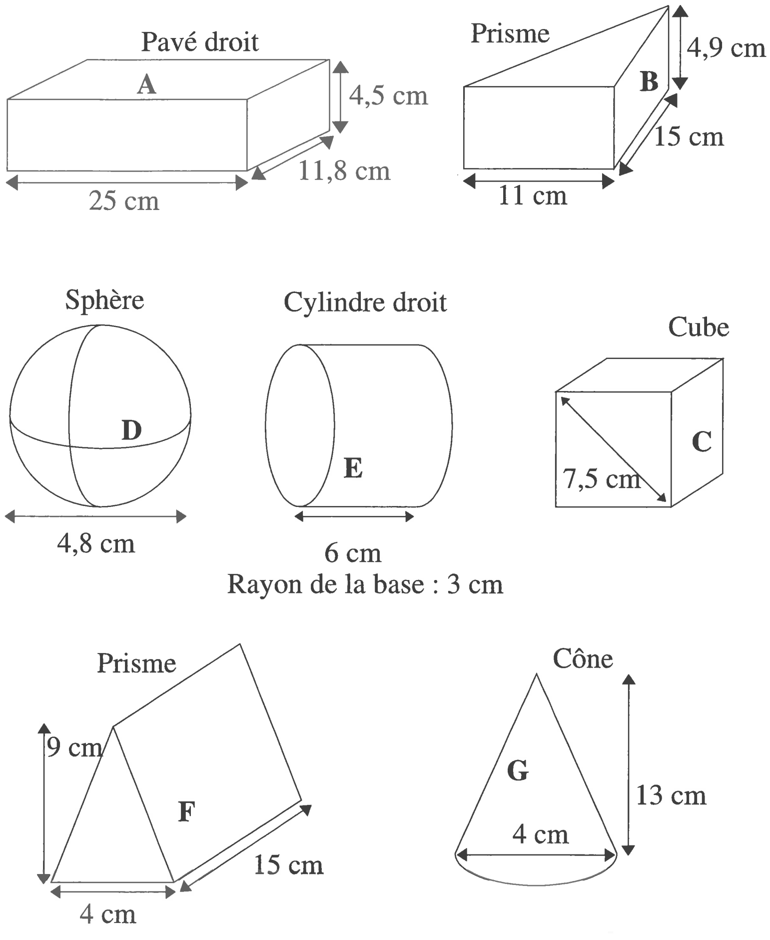
Quelle quantité d'eau de mer a été nécessaire pour cette récolte ? (Donnez le résultat en litres).

Un renseignement : un litre d'eau de mer pèse 1 025 grammes.

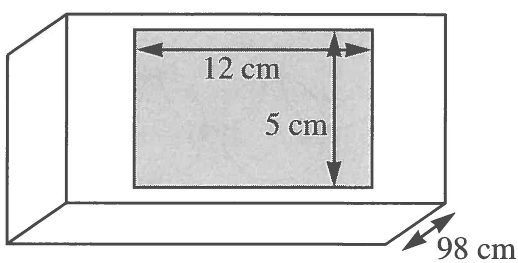
10 - LES SOLIDES

3ème Techno

Voici sept solides



Lesquels d'entre eux n'entreront pas dans cette boîte ?



Solutions

1

LES CARTES D'EDDY

Dans la case 1 , il y a : ♦ Dans la case 2 , il y a : ♠

2

LES POISSONS

Le poisson qui a la plus grande surface grisée est le poisson palme.
Le poisson qui a la plus petite surface grisée est le poisson flèche.

3

UNE CURIEUSE SPIRALE

Arthur a encore 32 segments à tracer.

4

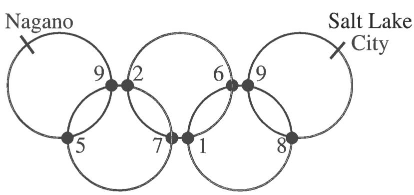
LES BILLES

Céline recevra 153 “araignée” en échange de toutes ses billes.

5

LA FLAMME OLYMPIQUE

Tracez le chemin avec un feutre épais : *Exemple de réponse*



6

UN TOUR À VÉLO

Voici ce qu'indique le compteur de Gaby :

	Départ	Arrivée
1ère solution	2 3 **9 5** 0	2 5 **0 0** 0
2ème solution	2 3 **9 6** 0	2 5 **0 1** 0
3ème solution	2 3 **9 7** 0	2 5 **0 2** 0
4ème solution	2 3 **9 8** 0	2 5 **0 3** 0
5ème solution	2 3 **9 9** 0	2 5 **0 4** 0

Deux solutions demandées. Il y a cinq solutions.

7

L'ENDURANCE

Il y a 16 élèves dans la classe.

8

LES TUNNELS

Le solide est composé de 44 petits cubes.

9

LA RÉCOLTE DE SEL

Il a fallu 15 000 litres d'eau de mer.

10

LES SOLIDES

Les solides qui n'entreront pas dans la boîte sont les solides C et E.

TOURNOI MATHÉMATIQUE DE SAINT-MICHEL EN L'HERM

Le Tournoi de Saint-Michel en l'HERM a lieu tous les ans fin mai ou début juin. Il comporte deux épreuves indépendantes : les « doublettes » le vendredi soir et l'épreuve individuelle le samedi matin. Elles sont ouvertes à tous, des élèves du cours moyen aux adultes en passant par les collégiens et les lycéens. Les doublettes comportent deux catégories : honneur et excellence. Les équipes peuvent être hétérogènes. Un barème précis permet d'attribuer à chaque équipe un coefficient tenant compte du niveau de chacun.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le premier tournoi a lieu en 1989 avec 97 collégiens. Le tournoi s'ouvre en 1990 aux CM_2 et aux adultes (classés en trois catégories). L'épreuve en doublettes est créée en 1992. En 1994, les textes sont proposés en français, en anglais, en allemand et en espagnol (17 candidats étrangers). En 1997, le nombre de participants atteint 218 et l'organisateur doit refuser l'inscription d'une quinzaine de doublettes, faute de place.

COMPÉTITION

Les dates de l'édition 1998 :
* Épreuves en doublettes le vendredi 5 juin à 20h30, durée de l'épreuve : deux heures.
* Épreuve individuelle le samedi 6 mai à 9 heures, durée de l'épreuve : 1h30 (CM) ou 2h.

PARTENAIRES

Conseil Général de la Vendée
Commune de Saint-Michel en l'Herm
Crédit agricole
Collège des Colliberts
et de nombreux donateurs de lots et de coupes

ÉPREUVES

Individuelle : 10 catégories
CM, 6e, 5e, 4e, 3e, lycéens (+ meilleur élève de seconde), adultes sans bac, adultes avec bac, as.
Doublettes : 2 catégories
Honneur (collégiens ou adultes sans bac) et Excellence (lycéens ou adultes avec bac).

CONTACTS

Inscription auprès de : Gérard Crézé - Jeux mathématiques
8, rue Fleming - 85580 Saint-Michel en l'Herm - France
tél / fax : 02 51 97 65 69
Renseignements : au Collège Les Colliberts
tél : 02 51 30 22 46 - fax : 02 51 30 28 30

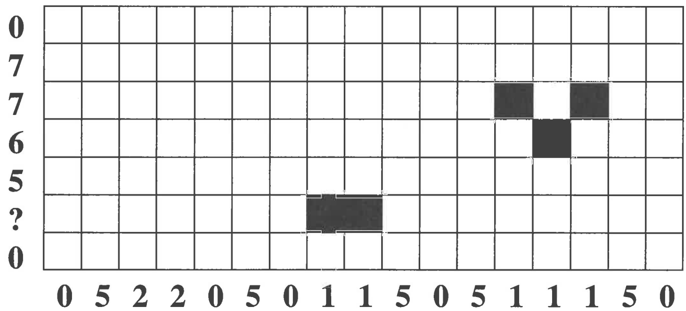
Énoncés

1 - GRILLE CODÉE

Individuelle

Cette grille contient 34 cases noires. On a indiqué le nombre de cases pour chaque ligne et pour chaque colonne.

Retrouvez le sigle formé par les cases noires.



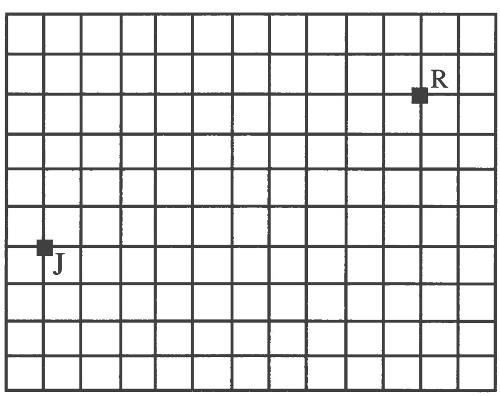
2 - RENDEZ-VOUS

Individuelle

Roméo et Juliette ont rendez-vous à 700 m de chez Juliette et à 900 m de chez Roméo.

Placer le(s) point(s) de rendez-vous sur ce plan.

On supposera que les rues forment un quadrillage régulier de 100m de côté.



3 - SAM HEPATTE **Individuelle**

M. Hépatte, prénommé Sam, aime taquiner son entourage par des devinettes mathématiques. À qui lui demande son âge, il répond cette année :
« L'an prochain, mon âge sera divisible par 2
Dans 2 ans, mon âge sera divisible par 3
Dans 3 ans, mon âge sera divisible par 4
Dans 4 ans, mon âge sera divisible par 5
et j'ai moins de 97 ans... »
Quel est l'âge de Sam ?

4 - SHUBERT **Individuelle**

Franz SCHUBERT, auteur de la « Symphonie inachevée » est né le 31/01/1797. Il a vécu moins d'un demi-siècle, mais plus d'un quart de siècle. Il est décédé un 19 novembre. Son âge à sa mort n'était divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7. L'année de sa mort fut une année bissextile non divisible par 5. Nous fêterons le bicentenaire de sa mort lors d'une année divisible par 3.
En quelle année Schubert est-il mort ?

5 - ÉCHECS ET MATHS **Individuelle**

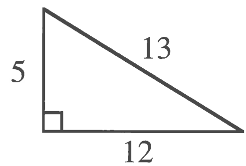
Pat et Mat (Patrick et Mathieu) viennent de s'affronter toute la journée aux échecs. À chaque partie, le vainqueur marque 1 point. En cas de match nul, chacun marque 0,5 point. Cet après-midi, chacun a marqué le tiers des points gagnés par l'autre le matin. Le score final est 9 à 7.
Quel était le score à la pause de midi ?

6 - PAGE MANQUANTE Individuelle

Une page de ma revue a été arrachée. La somme des numéros des pages restantes est 1997 (on supposera que toutes les pages sont numérotées, de la première qui porte le n°1 à la dernière).
Quels numéros portait cette page arrachée ?

7 - PROPRIÉTÉ PRIVÉE Individuelle

Ce triangle a une particularité : son aire et son périmètre sont mesurés par le même nombre. Il existe un autre triangle rectangle possédant cette propriété.
Quelles sont ses dimensions ?

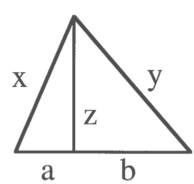


8 - LE PAVÉ Individuelle

Un pavé a des dimensions entières, toutes différentes. Son aire est le double de 97.
Quel est son volume ?

9 - DRÔLE D'AIRE Individuelle

Dans ce triangle, les mesures des côtés x et y et de la hauteur z sont trois nombres consécutifs. Les nombres mesurant a et b sont entiers.
Quelle est l'aire de ce triangle ?



10 - 1997 EN QUEUE — Individuelle

Le cube de 13 se termine par 97 (13^3= 2197).
Quel est le plus petit nombre dont le cube se termine par 1997 ?

11 - LES MATHES — Doublettes

La Charente-Maritime est un département dont la préfecture est La Rochelle, de code postal 17000. Dans ce département, se trouve une commune dont le nom est « Les Mathes ».
Quel est le numéro de code postal de cette commune ?
Sachez que ce code est formé de 5 chiffres, tous impairs sauf un zéro, qu'il contient un 5 placé entre deux chiffres identiques et que le nombre formé par ces cinq chiffres est un nombre PAIR.

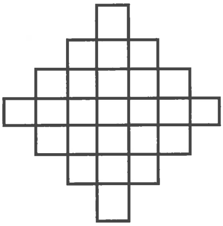
12 - ANNIVERSAIRES — Doublettes

Jeanne d'Arc est morte sur le bûcher un 30 mai. **En quelle année ?** C'est une année impaire représentée par un nombre de quatre chiffres divisible par 9, et même mieux : par 27. Le produit des chiffres est 12.

Voltaire est mort un 30 mai. **En quelle année ?** cette année s'écrit sous la forme d'un nombre pair dont le produit des chiffres est 392.

Prenez l'âge de Pierre, multipliez-le par l'âge qu'il aura l'an prochain et vous aurez l'année de mort de Rubens, mort lui aussi un 30 mai, il y a entre 300 et 400 ans.

13 - RANGER AU MIEUX Doublettes



On veut placer huit pièces identiques à celle ci-contre dans une boîte rectangulaire, les côtés des pièces étant parallèles aux bords de la boîte.

Quelle est l'aire minimum de la boîte si l'aire d'une pièce est de 25 cm^2 ?

14 - LA CLÉ Doublettes

À la suite d'un numéro de Sécurité Sociale se trouve une « clé ». Cette clé est un nombre calculé de la façon suivante :
on cherche le reste de la division du numéro de Sécurité Sociale par 97 et on prend le complément à 97 de ce nombre : si le reste est 31, la clé sera 66. En d'autres termes, si on ajoute le numéro de Sécurité Sociale et la clé, on obtient un nombre divisible par 97.
Par coquetterie, Gisèle a « maquillé » une partie de son numéro de Sécurité Sociale : elle a caché comme ci-dessous le nombre de deux chiffres indiquant son année de naissance.
2 * * 1 1 8 5 9 9 9 0 9 7 clé : 9 3
En quelle année est née Gisèle ?

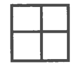
15 - LE MÊME AIRE Doublettes

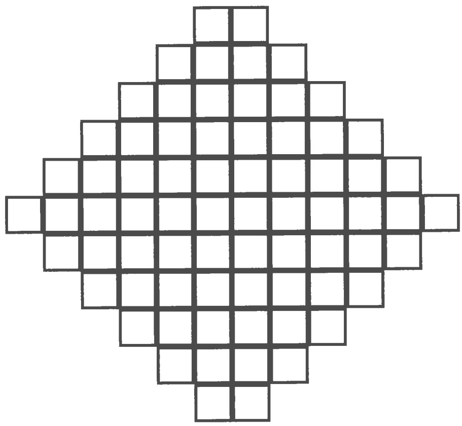
Les triangles dont les côtés mesurent 97, 97, 144 et 97, 97, x (avec x différent de 144, bien sûr) ont la même aire.
Combien mesure x ?

16 - BLANC INTERDIT

Doublettes

Placer un minimum de cases noires pour ne jamais avoir 4 cases blanches en carré, comme ci-contre :





17 - CRYPTARITHME

Doublettes

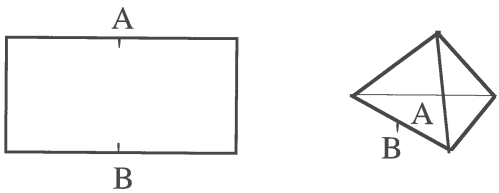
$$\begin{array}{cccccc} & & J & E & U & X \\ + & & M & A & T & H \\ \hline & E & X & T & R & A \end{array}$$

Chaque chiffre a été remplacé
par une lettre. Deux lettres différentes représentent deux chiffres différents.
On a : J = 9 et X = 7
Il y a 3 solutions…

18 - L'ENVELOPPE

Doublettes

Je prends une enveloppe (collée) de format 11cm x 22cm. Je la coupe en deux de façon à obtenir un carré en double épaisseur. En faisant coïncider les points A et B, j'obtiens un TÉTRAÈDRE (une pyramide à base triangulaire).



Quel est son volume ?

Utiliser au besoin les valeurs approchées suivantes :
1,414 pour $\sqrt{2}$; 1,732 pour $\sqrt{3}$; 2,236 pour $\sqrt{5}$; 3,316 pour $\sqrt{11}$; 9,85 pour $\sqrt{97}$.

Arrondir le résultat au cm^3 le plus proche.

19 - CIRCONFÉRENCE

Doublettes

Alexis Céron vient de calculer le périmètre d'un cercle.

Il a posé l'opération suivante que vous devez compléter :

			3,	1	4
×				.	.
			.	.	.
	.	.	.	.	
	.	9	7,	.	.

Réponses

1

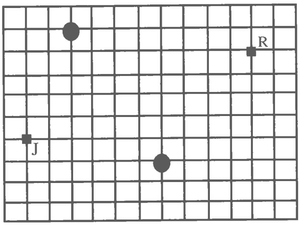
GRILLE CODÉE

Le sigle codé par les cases noires est C I J M

2

RENDEZ-VOUS

Les points de rendez-vous sont marqués sur le schéma ci-dessous :



3

SAM HEPATTE

Aujourd'hui Sam a 61 ans.

4

SHUBERT

Schubert est mort en 1828.

5

ÉCHECS ET MATHS ...

Le score à la pause de midi était 7,5 à 4,5.

6

PAGE MANQUANTE

La somme des numéros de pages est :
$1 + 2 + ... + n = n \times (n + 1) : 2$
Pour une revue de 64 pages, la somme des numéros est 2080.
$2080 - 1997 = 83$.
La page arrachée portait les numéros 41 et 42.

7

PROPRIÉTÉ PRIVÉE

Les dimensions sont 6, 8 et 10.

Réponses

8

LE PAVÉ

Soient a, b et c les dimensions du pavé (a est la plus petite).
L'aire totale est $2ab + 2bc + 2ac$.
Ici, nous avons : $ab + bc + ac = 97$ avec $a < 5$.
On n'a aucune solution possible pour $a = 4$, $a = 3$, $a = 2$.
Pour $a = 1$: $b + c + bc = (b + 1)(c + 1) - 1 = 97$.
D'où : $b = 6$ et $c = 13$. Le volume du pavé est 78.

9

DRÔLE D'AIRE

On pose : $y = x + 1$ et $z = x - 1$. On obtient : $b^2 = 2(a^2 + 1)$ et $b > 2$.
D'où : a est impair et $a \neq 1$, b est pair.
On trouve : $b = 10$, $a = 7$, $x = 25$. L'aire du triangle est 204.

10

1997 EN QUEUE

$1413^3 = 2821121997$
1413 est le plus petit nombre dont le cube se termine par 1997.

11

LES MATHES

Le code postal de « Les mathes » est 17570.

12

ANNIVERSAIRES

1431 est le seul multiple impair de 27 dont le produit est 12.
Jeanne d'Arc est morte le 30 mai 1431.
$392 = 1 \times 8 \times 7 \times 7$. Voltaire est mort le 30 mai 1778.
$1597 < 40 \times 41 < 1697$. Rubens est mort le 30 mai 1640.

13

RANGER AU MIEUX

Le côté de chaque petit carré vaut 1 cm. L'aire minimum de la boîte est 22×14, soit 308 cm^2.

Réponses

14

LA CLÉ

2 . . 1 1 8 5 9 9 0 9 7 + 9 3 = 2 . . 1 1 8 5 9 9 9 1 9 0
$1938 \times 97 = 2381185999190$.
L'année de naissance de Gisèle est 1938.

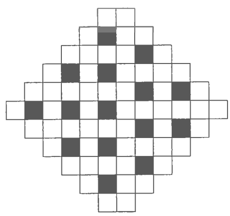
15

LE MÊME AIRE

La hauteur du triangle isocèle 97,97,144 est 65. Un triangle isocèle 97,97,130 et de hauteur 72 a la même aire.

16

BLANC INTERDIT



17

CRYPTARITHME

Il y a trois solutions : 9107 + 8235 = 17342 ; 9107 + 8346 = 17453 ; 9147 + 8356 = 17503

18

L'ENVELOPPE

Le volume vaut environ 192 cm^3.

19

CIRCONFÉRENCE

$$
\begin{array}{rccccc}
 & & & 3, & 1 & 4 \\
\times & & & & 6 & 3 \\
\hline
 & & & 9 & 4 & 2 \\
 & 1 & 8 & 8 & 4 & \\
\hline
 & 1 & 9 & 7, & 8 & 2
\end{array}
$$

INDEX

Légende : ★ = primaire ☆ = collège ✣ = lycée ✧ = supérieur

A = algorithme C = calcul
D = dénombrement E = géométrie dans l'espace
G = géométrie plane L = logique
M = autres N = nombres entiers
P = probabilité, combinatoire Pu = puzzle, découpage

Exemple : 1-11☆✣ ✖ ✖ = le problème 11 de la compétition 1 de niveau collège-lycée a pour thèmes : logique et puzzle.

Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu	Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
1-1	☆						✖					2-22	☆			✖			✖				
1-2	☆						✖					2-23	☆								✖		
1-3	☆✣	✖										2-24	☆						✖				✖
1-4	☆✣	✖										2-25	☆		✖								
1-5	☆						✖					2-26	☆					✖					
1-6	✣		✖									2-27	☆								✖		
1-7	☆✣					✖						2-28	☆		✖								
1-8	☆			✖		✖						2-29	☆				✖						
1-9	★										✖	2-30	☆		✖		✖						
1-10	✣✧									✖		2-31	☆✣				✖						
1-11	☆✣						✖				✖	2-32	☆						✖				
2-1	★		✖									2-33	☆						✖		✖		
2-2	★						✖					2-34	✣		✖								
2-3	★		✖									2-35	✣		✖								
2-4	★		✖									2-36	✣				✖						
2-5	★			✖								2-37	☆✣		✖								
2-6	★				✖							2-38	✣		✖						✖		
2-7	★		✖									2-39	✣						✖				
2-8	★										✖	2-40	✣								✖		
2-9	★								✖			2-41	✣		✖			✖					
2-10	★	✖										2-42	✣								✖		
2-11	★						✖					2-43	★☆✣				✖						
2-12	☆								✖			2-44	☆✣								✖		
2-13	☆						✖					2-45	✣✧						✖				
2-14	☆					✖						2-46	✧								✖		
2-15	☆						✖					2-47	✧		✖								
2-16	☆		✖									2-48	☆✧						✖				
2-17	☆		✖									2-49	☆								✖		
2-18	☆		✖									2-50	☆		✖								
2-19	☆			✖								2-51	☆		✖								
2-20	☆								✖			2-52	☆		✖				✖				
2-21	☆					✖						3-1	☆					✖					

Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
3-2	☆					✖					
3-3	☆					✖					
3-4	☆		✖		✖						
3-5	☆		✖				✖				
3-6	☆			✖		✖					
3-7	☆		✖								
3-8	☆	✖									
3-9	☆			✖							✖
4-1	☆✣					✖					✖
4-2	☆✣		✖						✖		
4-3	☆✣			✖							
4-4	☆✣		✖								
4-5	✣						✖				
4-6	✣		✖								
4-7	☆✣			✖						✖	
4-8	☆✣				✖		✖				
4-9	☆✣								✖		
4-10	☆✣										✖
4-11	☆✣							✖			
4-12	✣								✖		
5-1	★		✖					✖			
5-2	★						✖				
5-3	☆✣		✖			✖					
5-4	☆✣		✖						✖		
5-5	✣								✖		
5-6	☆✣							✖		✖	
5-7	☆✣					✖					
5-8	☆✣					✖					
5-9	☆✣								✖		
6-1	☆✣						✖				
6-2	☆✣					✖					✖
6-3	☆✣		✖		✖						
6-4	☆✣		✖								
6-5	☆✣		✖								
6-6	☆✣					✖					✖
6-7	☆✣		✖								
6-8	✣		✖					✖			
6-9	✣								✖	✖	
6-10	✣					✖					
7-1	★☆			✖			✖		✖		
7-2	★						✖		✖		
7-3	★			✖			✖				
7-4	★☆								✖	✖	
7-5	★		✖						✖		
7-6	★☆						✖				
7-7	★						✖	✖			✖
7-8	★☆		✖						✖		
7-9	★☆			✖	✖						
7-10	★☆	✖						✖		✖	
7-11	★☆		✖						✖		
8-1	☆✣				✖				✖		
8-2	☆✣						✖				
8-3	☆✣		✖			✖					
8-4	✣						✖		✖		
8-5	✣		✖			✖					
8-6	✣			✖			✖				
9-1	☆		✖								
9-2	☆		✖			✖					
9-3	☆		✖						✖	✖	
9-4	☆		✖								
9-5	☆	✖						✖			
9-6	☆		✖			✖					
9-7	☆				✖			✖			
9-8	☆					✖	✖		✖		
9-9	✣						✖		✖		
9-10	✣				✖						
9-11	✣		✖					✖			
9-12	✣						✖				
10-1	✣		✖					✖			
10-2	✣			✖					✖	✖	
10-3	✣					✖					
10-4	✣				✖						
11-1	☆✣✧		✖								
11-2	☆✣✧						✖		✖		
11-3	☆✣✧		✖				✖				
11-4	☆✣✧								✖		
11-5	☆✣✧			✖					✖		
11-6	☆✣✧		✖								
11-7	☆✣✧				✖						
11-8	☆✣✧				✖						
11-9	☆✣✧		✖			✖				✖	
12-1	☆✣					✖					✖
12-2	☆✣					✖					✖
12-3	☆✣			✖			✖				
12-4	☆✣						✖				
12-5	☆✣						✖				
12-6	☆✣						✖				
12-7	☆✣								✖		
12-8	☆✣		✖				✖		✖		
12-9	☆✣						✖		✖		

Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu	Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
12-10	☆✣								✖	✖		18-1	★		✖								
12-11	☆✣		✖						✖			18-2	★		✖			✖					
12-12	☆✣						✖					18-3	☆										✖
13-1	✣				✖							18-4	☆									✖	
13-2	✣		✖						✖			18-5	☆				✖						
13-3	✣		✖									18-6	☆						✖				
13-4	✣		✖							✖		18-7	☆			✖							
13-5	✣					✖						18-8	☆								✖		
13-6	✣				✖							18-9	☆						✖				
14-1	☆✣								✖			18-10	☆		✖								
14-2	☆✣								✖	✖		19-1	☆								✖		
14-3	☆✣				✖							19-2	☆		✖		✖						
14-4	☆✣			✖	✖							19-3	☆			✖							
14-5	☆✣					✖					✖	19-4	☆		✖					✖			
14-6	☆✣					✖						19-5	☆					✖					✖
15-1	✣								✖			19-6	✣						✖	✖			
15-2	✣			✖			✖					19-7	✣		✖					✖			
15-3	✣		✖									19-8	✣					✖		✖			
15-4	✣		✖									19-9	✣			✖							
15-5	✣					✖						19-10	✣		✖	✖				✖			
15-6	✣								✖			20-1	★☆		✖				✖		✖		
15-7	✣			✖								20-2	★☆						✖	✖			
15-8	✣		✖			✖						20-3	★☆		✖								
15-9	✣		✖				✖					20-4	★☆		✖		✖						
15-10	✣		✖									20-5	★☆						✖				
16-1	☆✣		✖									20-6	☆✣			✖							
16-2	☆✣					✖						20-7	☆✣						✖	✖			
16-3	☆✣		✖			✖						20-8	☆✣		✖	✖					✖		
16-4	☆✣		✖									20-9	☆✣		✖			✖					
16-5	✣				✖							20-10	☆✣		✖		✖						
16-6	☆✣					✖						21-1	★☆		✖						✖		
16-7	☆✣	✖							✖			21-2	★☆		✖						✖		
16-8	☆✣								✖			21-3	★☆		✖						✖		
16-9	☆✣					✖						21-4	★☆		✖						✖		
16-10	☆✣					✖						21-5	★☆		✖								
17-1	☆				✖							21-6	★☆				✖						
17-2	☆		✖			✖						21-7	★☆						✖				
17-3	☆			✖		✖					✖	21-8	★☆		✖						✖		
17-4	☆		✖			✖			✖			21-9	★☆		✖		✖						
17-5	☆		✖							✖		22-1	☆✣				✖				✖		
17-6	☆		✖									22-2	☆✣		✖		✖						
17-7	☆						✖					22-3	☆✣				✖				✖		
17-8	☆								✖	✖		22-4	☆✣				✖	✖			✖		
17-9	☆						✖			✖		22-5	☆✣		✖				✖		✖		
17-10	☆						✖			✖		22-6	☆✣		✖						✖		

Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
22-7	☆✥		✖		✖						✖
22-8	☆✥		✖			✖					
22-9	☆✥					✖					
22-10	☆✥		✖						✖		
22-11	☆✥		✖								
23-1	✥		✖								
23-2	✥		✖			✖					
23-3	✥		✖								
23-4	✥					✖					
23-5	✥		✖						✖		
23-6	✥									✖	
24-1	✥						✖				
24-2	✥		✖								
24-3	✥			✖						✖	
24-4	✥								✖		
24-5	✥										✖
24-6	✥						✖				
24-7	✥		✖								✖
24-8	✥								✖		
24-9	✥		✖			✖					
24-10	✥		✖					✖			
25-1	★						✖		✖		
25-2	★						✖				
25-3	★		✖						✖		
25-4	☆		✖				✖				
25-5	☆		✖				✖				
25-6	☆		✖						✖		
25-7	✥			✖			✖				
25-8	✥		✖						✖		
25-9	✥		✖			✖					
25-10	✥			✖				✖			
26-1	☆		✖				✖		✖		
26-2	☆				✖						✖
26-3	☆					✖		✖			
26-4	☆					✖		✖			
26-5	☆	✖						✖	✖		
27-1	★						✖	✖		✖	
27-2	★		✖			✖					
27-3	☆	✖		✖					✖		
27-4	☆		✖						✖		
27-5	☆								✖	✖	
27-6	☆		✖						✖		
27-7	☆		✖								
27-8	☆				✖		✖				
27-9	☆		✖								

Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
27-10	☆				✖						
28-1	★☆						✖	✖			
28-2	★☆	✖		✖							
28-3	☆								✖		
28-4	☆								✖		
28-5	★☆		✖								
28-6	★☆			✖					✖		
28-7	☆					✖			✖		
28-8	☆		✖		✖						
28-9	☆					✖					
28-10	☆								✖		
28-11	☆				✖					✖	
28-12	☆		✖						✖		
28-13	☆		✖								✖
28-14	☆								✖		
28-15	☆		✖			✖					
28-16	★☆										✖
28-17	★☆								✖		
28-18	☆		✖			✖					
28-19	☆								✖		

INDEX THÉMATIQUE

Légende : 3-6 = Compétition 3 - Problème 6

	12-11 ; 13-2 ; 3-3 ; 13-4 ; 15-3 ; 15-4 ; 15-8 ; 15-9 ; 15-10 ; 16-1 ; 16-3 ; 16-4 ; 19-7 ; 19-10 ; 20-8 ; 20-9 ; 20-10 ; 22-2 ; 22-5 ; 22-6 ; 22-7 ; 22-8 ; 22-10 ; 22-11 ; 23-1 ; 23-2 ; 23-3 ; 23-5 ; 24-2 ; 24-7 ; 24-9 ; 24-10 ; 25-8 ; 25 -9.
Supérieur :	11-1 ; 11-3 ; 11-6 ; 11-9.

DÉNOMBREMENT

Primaire :	2-5 ; 7-1 ; 7-3 ; 7-9 ; 28-6.
Collège :	1-8 ; 2-19 ; 2-22 ; 3-6 ; 3-9 ; 4-3 ; 4-7 ; 7-1 ; 7-9 ; 11-5 ; 12-3 ; 14-4 ; 17-3 ; 18-7 ; 19-3 ; 20-6 ; 20-8 ; 27-3 ; 28-2 ; 28-6.
Lycée :	4-3 ; 4-7 ; 10-2 ; 11-5 ; 12-3 ; 14-4 ; 15-2 ; 15-7 ; 19-9 ; 19-10 ; 20-6 ; 20-8 ; 24-3 ; 25-7 ; 25-10.
Supérieur :	11-5.

GÉOMETRIE ESPACE

Primaire :	2-6 ; 2-43 ; 7-9 ; 20-4 ; 21-6 ; 21-9.
Collège :	2-29 ; 2-30 ; 2-31 ; 2-43 ; 3-4 ; 4-8 ; 6-3 ; 7-9 ; 8-1 ; 9-7 ; 11-7 ; 11-8 ; 14-3 ; 14-4 ; 18 -5 ; 19-2 ; 20-4 ; 20-10 ; 21-6 ; 21-9 ; 22-1 ; 22-2 ; 22-3 ; 22-4 ; 22-7 ; 26-2 ; 27-8 ; 27-10 ; 28 -8 ; 28 -11.
Lycée :	2-31 ; 2-36 ; 2-43 ; 4-8 ; 6-3 ; 8-1 ; 9-10 ; 10-4 ; 11-7 ; 11-8 ; 13-1 ; 13-6 ; 14-3 ; 14-4 ; 16-5 ; 20-10 ; 22-1 ; 22-2 ; 22-3 ; 22-4 ; 22-7.
Supérieur :	11-7 ; 11-8.

GÉOMÉTRIE PLANE

Primaire : 18-2 ; 27-2.

Collège : 1-7 ; 1-8 ; 2-14 ; 2-21 ; 2-26 ; 3-1 ; 3-2 ; 3-3 ; 3-6 ; 4-1 ; 5-3 ; 5 -7 ; 5-8 ; 6-2 ; 6-6 ; 8 -3 ; 9-2 ; 9-6 ; 9-8 ; 11-9 ; 12-1 ; 12-2 ; 14-5 ; 14-6 ; 16-2 ; 16-3 ; 16-6 ; 16-9 ; 16-10 ; 17-2 ; 17-3 ; 17-4 ; 19-5 ; 20-9 ; 22-4 ; 22-8 ; 22-9 ; 26-3 ; 26-4 ; 28-7 ; 28-9 ; 28-15 ; 28-18.

Lycée : 2-41 ; 4-1 ; 5-3 ; 5-7 ; 5-8 ; 6-2 ; 6-6 ; 6-10 ; 8-3 ; 8-5 ; 10-3 ; 11-9 ; 12-1 ; 12-2 ; 13-5 ; 14-5 ; 14-6 ; 15-5 ; 15-8 ; 16 -2 ; 16-3 ; 16-6 ; 16-9 ; 16-10 ; 19-8 ; 20-9 ; 22-4 ; 22-8 ; 22-9 ; 23-2 ; 23-4 ; 24-9 ; 25-9.

Supérieur : 11-9.

LOGIQUE

Primaire : 2-2 ; 2-11 ; 5-2 ; 7-1 ; 7-2 ; 7-3 ; 7-6 . 7-7 ; 20-1 ; 20-2 , 20-5 ; 21-7 ; 25-1 ; 25-2 ; 27-1 ; 28-1.

Collège : 1-1 ; 1-2 ; 1-5 ; 1-11 ; 2-13 ; 2-15 ; 2-22 ; 2-24 ; 2-32 ; 2-33 ; 2-48 ; 2-52 ; 3-5 ; 4-8 ; 6-1 ; 7-1 ; 7-6 ; 8-2 ; 9-8 ;11-2 ; 11-3 ; 12-3 ; 12-4 ; 12-5 ; 12-6 ;12-8 ; 12-9 ; 12-12 ; 17-7 ; 17-9 ; 17-10 ; 18-6 ; 18-9 ; 20-1 ; 20-2 ; 20-5 ; 20-7 ; 21-7 ; 22-5 ; 25-4 ; 25-5 ; 26-1 ; 27-8 ; 28-1.

Lycée : 1-11 ; 2-39 ; 2-45 ; 4-5 ; 4-8 ; 6-1 ; 8-2 ; 8-4 ; 8-6 ; 9-9 ; 9-12 ; 11-2 ; 11-3 ; 12-3 ; 12-4 ; 12-5 ; 12-6 ; 12-8 ; 12-9 ; 12-12 ; 15-2 ; 15-9 ; 19-6 ; 20-7 ; 22-5 ; 24-1 ; 24-6 ; 25-7.

Supérieur : 2-48 ; 11-3 ; 11-4 .

NOMBRES ENTIERS

Primaire : 2-9 ; 7-1 ; 7-2 ; 7-4 ; 7-5 ; 7-8 ; 7-11 ; 21-1 ; 21-2 ; 21-3 ; 21-4 ; 21-8 ; 25-1 ; 25-3 ; 28-6 ; 28-17.

Collège : 2-12 ; 2-20 ; 2-23 ; 2-27 ; 2-33 ; 2-44 ; 2-49 ; 4-2 ; 4-9 ; 5-4 ; 5-9 ; 7-1 ; 7-4 ; 7-8 ; 7-11 ; 8-1 ; 9-3 ; 9-8 ; 9-9 ; 11-2 ; 11-4 ; 11-5 ; 12-7 ;12-8 ; 12-9 ; 12-10 ; 12-11 ; 14-1 ; 14-2 ; 16-7 ; 16-8 ; 17-4 ; 17-8 ; 18-8 ; 19-1 ; 20-1 ; 20-8 ; 21-1 ; 21-2 ; 21-3 ; 21-4 ; 21-8 ; 22-1 ; 22-3 ; 22-4 ; 22-6 ; 22-10 ; 25-6 ; 26-1 ; 26-5 ; 27 -3 ; 27-4 ; 27-5 ; 27-6 ; 28-3 ; 28-4 ; 28-6 ; 28-7 ; 28-10 ; 28-12 ; 28-14 ; 28-17 ; 28-19.

Lycée : 2-44 ; 4-2 ; 4-9 ; 4-12 ; 5-4 ; 5-5 ; 5-9 ; 6-9 ; 8-1 ; 9-9 ; 10-2 ; 11-2 ; 11-4 ; 11,5 ; 12-7 ; 12-8 ; 12-9 ; 12-10 ; 12-11 ; 13-2 ; 14-1 ; 14-2 ; 15-1 ; 15-6 ; 16-7 ; 16-8 ; 20-8 ; 22-1 ; 22-3 ; 22-4 ; 22-6 ; 22-10 ; 23-5 ; 24-4 ; 24-8 ; 25-8.

Supérieur : 2-46 ; 11-2 ; 11-4 ; 11-5.

PROBABILITÉ - COMBINATOIRE

Primaire : 7-4 ; 7-10 ; 27-1.

Collège : 1-10 ; 4-7 ; 5-6 ; 7-4 ; 7-10 ; 9-3 ; 11-9 ; 12-10 ; 14-2 ; 17-5 ; 17-8 ; 17-9 ; 17-10 ; 18-4 ; 27-5 ; 28-11.

Lycée : 1-10 ; 4-7 ; 5-6 ; 6-9 ; 10-2 ; 11-9 ; 12-10 ; 13-4 ; 14-2 ; 23-6 ; 24-3.

Supérieur : 1-10 ; 11-9.

PUZZLE - DÉCOUPAGE

Primaire : 1-9 ; 2-8 ; 7-7 ; 28-16.
Collège : 1-11 ; 2-24 ; 3-9 ; 4-1 ; 4-10 ; 6-2 ; 6-6 ; 12-1 ; 12-2 ; 14-5 ; 17-3 ; 18-3 ; 19-5 ; 22-7 ; 26-2 ; 28-13 ; 28-16.
Lycée : 1-11 ; 4-1 ; 4-10 ; 6-2 ; 6-6 ; 12-1 ; 12-2 ; 14-5 ; 22-7 ; 24-5 ; 24-7.

AUTRES

Primaire : 5-1 ; 7-7 ; 7-10 ; 20-2 ; 27-1 ; 28-1.
Collège : 4-11 ; 5 -6 ; 7-10 ; 9-5 ; 9-7 ; 19-4 ; 20-2 ; 20-7 ; 26-3 ; 26-4 ; 26-5 ; 28-1.
Lycée : 4-11 ; 5-6 ; 6-8 ; 9-11 ; 10-1 ; 19-6 ; 19-7 ; 19-8 ; 19-10 ; 20-7 ; 24-10.

Recueils déjà publiés en français d'annales de compétitions mathématiques

Niveau CM1 - CM2	
Mathématiques par le jeux (vol. 1 et 2)	*POLE*
Récré-Math	*POLE*
50 énigmes mathématiques pour l'école	*POLE*
Niveau collégiens	
Les Mètres du Mystère	*HATIER, diffusion FFJM*
Le Triangle Patriotique	*HATIER, diffusion FFJM*
Les Pentagones Patagons	*POLE*
Le Serpent Numérique	*POLE*
Le Trésor du vieux Pirate	*POLE*
Le Singe et la Calculatrice	*POLE*
50 énigmes mathématiques faciles	*POLE*
50 énigmes mathématiques pour tous	*POLE*
Fichier Evariste	*APMEP*
Mathématiques du Kangourou	*ACL Éditions*
À cheval lycées - collèges	
100 jeux mathématiques du «Monde»	*POLE*
Jeux mathématiques tome 3	*HATIER, diffusion FFJM*
Recueil analytique (rallye du Centre)	*IREM d'Orléans*
Recueil (tournoi du Limousin)	*APMEP régionale Limoges*
Olympiades mathématiques belges	*SBPM*
Jeux IV (l'intérêt des rallyes)	*APMEP*
Concours Australien	*POLE - APMEP*
Niveau lycéens et plus	
Les Problèmes du COK	*ACL Éditions*
Mathématiques de compétition	*BORDAS*
La Fraction du Bicentenaire	*HATIER, diffusion FFJM*
Les Rouges et les Noirs	*HATIER, diffusion FFJM*
50 énigmes mathématiques pour lycéens et +	*POLE*
La Biroulette Russe	*POLE*
Le Pin's Tourneur	*POLE*
Le Roi des Nuls	*POLE*
Le Sabre d'Aladin	*POLE*
Double Détente	*POLE*
Olympiades et Concours Général 83/87	*Éditions du Choix*
Concours Général 1988 à 1994	*Éditions du Choix*
Les Mathématiques par le problème	*Éditions du Choix*
Olympiades internationales 1988-1997	*Éditions du Choix*

Achevé d'imprimer en mai 1999 par Louis Jean, 05000 Gap.

Dépôt légal : 397 — Mai 1999

PanoraMath 2

Ce deuxième volume de Panoramath
• fait le point sur l'ensemble des compétitions mathématiques francophones à l'aube de l'an 2000
• vous livre une mine d'énoncés de tous niveaux posés lors de ces compétitions.

Rédigé à l'initiative du Comité International des Jeux Mathématiques (C.I.J.M.), édité avec l'aide de l'Association des Professeurs de Mathématiques (A.P.M.E.P.) et de A.C.L. Éditions du Kangourou, il consacre une dizaine de pages à chaque compétition. On y trouve les modalités de l'épreuve, les renseignements pratiques pour y participer, et un échantillonnage important des problèmes posés avec des solutions.

Panoramath'2 regroupe ainsi près de 300 problèmes qui en font un recueil passionnant et une référence incontournable.

2-909737-56-X