

RALLYE D'Auvergne

Le rallye est destiné aux élèves de troisième et de seconde. La compétition n'est pas individuelle, mais entre classes entières ou suffisamment représentées : plus des deux tiers.

Les classes ont à résoudre sept problèmes en deux heures. Les solutions doivent être rédigées. Une des solutions est présentée sous forme d' affiche.

Pour chaque exercice, le jury évalue :

- l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées ;
- l' argumentation ;
- la présentation.



FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le premier rallye a été organisé en 1998.

ÉPREUVES

Épreuves par classes.
Une catégorie Troisième -
Seconde.
Il y a sept problèmes pour deux
heures.

COMPÉTITION

Elle a lieu un mercredi après-midi.
Les centres d'épreuves sont les
lycées qui accueillent aussi les
collèges du secteur.

PARTENAIRES

- Inspection Pédagogique
Régionale
- IREM

CONTACTS

Anne CROUZIER
IREM
Complexe Scientifique Les Cézeaux
63177 AUBIÈRE

1 - CHOISIR LE POÈTE

(2002)

Un jury devant désigner le plus beau recueil de poèmes produit par des candidats auvergnats est composé d'électeurs en provenance des quatre départements de notre région. Ceux venant du Puy de Dôme sont deux fois plus nombreux que ceux qui habitent l'Allier, eux-mêmes deux fois plus nombreux que les Cantaliens, lesquels sont aussi nombreux que ceux en provenance de la Haute-Loire.

Dans la phase finale du concours, le jury doit départager deux candidats qui ont produit tout deux des poèmes remarquables et appréciés unanimement par tous les membres du jury. Le règlement du concours ne prévoyant pas qu'il puisse y avoir deux vainqueurs, un vote a donc lieu.

On sait que Marty remporte tous les suffrages des Cantaliens, que les électeurs de la Haute-Loire ont partagé leurs voix de façon égale entre les deux candidats. Duchet a reçu autant de votes favorables des gens de l'Allier qu'il a eu de voix défavorables en provenance des électeurs du Puy de Dôme.

Sachant que tout membre du jury doit nécessairement voter pour l'un des deux candidats, lequel des deux l'a emporté ?

2 - LES BACHELIERS

(2004)

Monsieur le Recteur d'Académie est content : à la dernière session du baccalauréat, en section S, 85 % des candidats ont été reçus.

En affinant ses statistiques, il s'aperçoit par ailleurs que parmi ces candidats, 82 % des garçons ont été reçus alors que 95 % des filles ont elles été reçues. De plus, il est ravi de n'avoir eu à arrondir aucun pourcentage.

Sachant que le nombre de garçons reçus est compris entre 1110 et 1180, pouvez-vous trouver le nombre global d'élèves reçus ?

3 - CONDUITE ACCOMPAGNÉE (2002)

Pour pouvoir faire la conduite accompagnée avec ses parents, un jeune doit avoir plus de 16 ans et avoir eu 20 heures de conduite dans une auto-école.

1. A l'auto-école Allonzy, les leçons durent trois quarts d'heure (leçons courtes) ou une heure et demie (leçons longues). Avec des leçons de ces durées, peut-on arriver exactement aux 20 heures exigées ?
2. L'auto-école Letusgo propose des durées de leçons (courtes et longues) très voisines de celles de l'auto-école Allonzy, telles que les leçons longues durent le double des courtes, et il y a quatre fois plus de leçons courtes que de leçons longues.

Quelles sont les durées des leçons proposées par l'auto-école Letusgo, et combien de leçons de chaque sorte propose-t-elle pour obtenir les 20 heures de conduite ?

4 - L'ARBRE GÉNÉALOGIQUE (2003)

- a) Je veux faire mon arbre généalogique ascendant, c'est à dire celui qui contient mes 2 parents (1^{re} génération), mes 4 grands-parents (2^e génération)... jusqu'à mes ancêtres de la cinquième génération.

Combien cet arbre comporte-t-il de personnes en me comptant ?

- b) On numérote ainsi les membres de l'arbre : je porte le numéro 1, mon père le numéro 2, ma mère le numéro 3 et les parents du numéro n sont numérotés $2n$ pour le père et $2n + 1$ pour la mère ; ainsi le numéro 4 est le père de mon père.

Sur le même modèle et en utilisant uniquement les mots père, mère, de, la, du, mon, préciser qui porte le numéro 37.

CHOISIR LE POÈTE

Soit a le nombre d'électeurs venant du Cantal et x le nombre de votants pour Duchet venant de l'Allier.

Le nombre de votant pour Marty est alors :

$$1 \quad M(a, x) = a + \frac{a}{2} + (2a - x) + x.$$

$$x = \frac{7a}{2}$$

Celui en faveur de Duchet :

$$D(a, x) = 0 + \frac{a}{2} + x + (4a - x) = \frac{9a}{2}$$

Le gagnant est **Duchet**.

LES BACHELIERS

Soit x le nombre de candidats garçons et y le nombre de candidates filles.

Le texte se traduit par :

$$\frac{82}{100}x + \frac{95}{100}y = \frac{85}{100}(x + y).$$

Cette équation donne facilement $10y = 3x$.

D'autre part le nombre de garçons reçus étant compris entre 1 110 et 1 180, un calcul simple permet de montrer que le nombre de candidats garçons est compris entre 1 353 et 1 439.

6 Utilisons maintenant le fait que tous les pourcentages « tombaient justes ».

Ceci signifie que $\frac{82}{100}x = \frac{41}{50}x$ est un nombre entier, donc que x est un

multiple de 50 car 41 est un nombre premier. Le seul multiple de 50 compris entre 1 353 et 1 439 est 1 400. Il y avait donc 1 400 candidats garçons.

Comme $10y = 3x$, le nombre de candidates filles est donc 420.

Il y a donc eu $0,82 \times 1\,400 + 0,95 \times 420 = 1\,547$ élèves reçus.

Vérification :

$$\frac{1\,547}{0,85} = 1\,820 \text{ qui est bien le nombre de candidats.}$$

CONDUITE ACCOMPAGNÉE

3

1°) Soit x le nombre de leçons courtes. x et y sont des nombres entiers.
 On peut arriver à exactement 20 h de cours, ou 1 200 minutes, si on peut trouver deux nombres entiers x et y tels que :
 $45x + 90y = 1200$ ceci équivaut à :
 $45(x + 2y) = 1200$ et en simplifiant par 15 :
 $3(x + 2y) = 80$.
 80 serait le produit de 3 par $x + 2y$ qui est un nombre entier puisque x et y sont entiers. Or, 80 n'est pas divisible par 3. Donc on ne peut trouver x et y tels qu'on arrive exactement à 20 heures de conduite.

2°) Soit x le nombre de leçons longues et y la durée des leçons courtes.
 Il y a donc $4x$ leçons courtes, et les leçons longues durent $2y$.
 On doit donc avoir : $4xy + 2yx = 1\ 200$ ou $6xy = 1\ 200$, et en simplifiant : $xy = 200$ et x et y sont des nombres entiers.
 Décomposition en nombres premiers de 200 :
 $200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$
 On cherche des durées voisines de celles de l'auto-école Allonzy donc y doit être voisin de 45.
 Avec les nombres de la décomposition de 200, on peut obtenir :
 $2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$ ou $2 \times 5 \times 5 = 50$
 Soit les leçons courtes durent 40 min, les longues 80 min, et il y a alors 5 leçons longues et 20 leçons courtes.
 Soit les leçons courtes durent 50 min et les longues 100 min, et il y a alors 4 leçons longues et 16 leçons courtes.

L'ARBRE GÉNÉALOGIQUE

4

a) $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$. L'arbre contient donc 63 personnes.
 b) $37 = 2 \times 18 + 1$; il s'agit donc de la mère de 18.
 $18 = 2 \times 9$; 18 est donc le père de 9 ;
 $9 = 2 \times 4 + 1$; 9 est donc la mère de 4.
 Le numéro 37 est donc : la mère du père de la mère du père de mon père.