

## RALLYE MATHÉMATIQUE DE POITOU - CHARENTE

**L**e rallye est une compétition de classes complètes. Les élèves s'organisent en groupes de travail et choisissent des questions (10 en troisième et 12 en seconde). La classe doit fournir un dossier avec une feuille par question. On demande des explications et on apprécie l'esprit des copies : propreté, dessin, humour. Les exercices sont variés pour que chacun puisse participer avec son niveau de compétence. Les résultats et les corrigés sont envoyés après les épreuves ainsi qu'un commentaire.



# FICHE TECHNIQUE

## HISTORIQUE

1991 : Création du rallye de Charente-Maritime et des Deux-Sèvres.  
1992 : 2<sup>e</sup> rallye étendu aux quatre départements de l'académie.  
1993 : rallye annulé en raison de l'organisation des Journées Nationales de l'APMEP à Poitiers.  
1994 à 2001 : fonctionnement ininterrompu.

## COMPÉTITION

- Épreuves d'entraînement avec participation du professeur.
- Épreuves finales où tous les documents sont permis.

## ÉPREUVES

Collectives (2 catégories) :  
– Classe de 3<sup>e</sup> : 10 exercices  
– Classe de 2<sup>nd</sup>e : 2 exercices de plus.

## PARTENAIRES

- APMEP régionale de Poitiers.
- IREM de Poitiers.
- Appuis pédagogiques des IPR.

## CONTACTS

IREM de POITIERS  
Faculté des Sciences  
40, avenue du Recteur Pineau  
86022 POITIERS

Yvonne NOËL  
19, avenue de La Burgonce  
79000 NIORT

**1 - PARFAIT !**

2002

Aujourd'hui, c'est la Saint Parfait. C'est la fête, mais aussi l'anniversaire de M. Teument qui, ce matin, a laissé sans voix sa femme Béa lorsqu'il lui a déclaré : " la somme des âges de nos quatre enfants est égal à mon âge et le produit de leur âge est égal à 2002. C'est parfait non ? "

**Mais quel âge M. Teument peut-il avoir aujourd'hui ?**

**2 - PETITE MOYENNE**

2002

Au tableau de bord de ma voiture, je peux lire, à chaque instant, ma vitesse moyenne depuis mon départ.

Je roule sur autoroute et, depuis mon départ, j'ai parcouru 455 km. Il y a une heure, grâce à une circulation fluide, mon tableau de bord m'affichait une vitesse moyenne de 105 km/h. Mais depuis une heure, un fort ralentissement a réduit ma vitesse. Je lis actuellement une vitesse moyenne de 91 km/h.

**Quelle distance ai-je parcourue durant cette dernière heure ?**

### 3 - LE 10-01 DE 2002

2<sup>nde</sup>, 2002

Le 10 janvier 2002 j'ai acheté une voiture immatriculée 97 TT 79. Que cela est curieux ! La date 10-01, l'année et le numéro d'immatriculation de ma voiture sont des palindromes ; ces nombres ou numéros se lisent de la même manière de gauche à droite ou de droite à gauche.

En France métropolitaine, les numéros d'immatriculation des voitures sont composés d'un nombre allant de 11 à 9999 sauf le numéro du département dans lequel la voiture est immatriculée, suivi de deux ou trois lettres sauf les lettres I, O et U, suivi enfin du numéro du département, de 01 à 95.

**Combien de numéros d'immatriculation palindromes peut-on établir en France métropolitaine ?**

### 4 - LE BICHOCO DE DOMINIQUE

Délicieuse friandise en forme de prisme de 1 cm de haut, et de base un quadrilatère ABCD, elle est composée de chocolats noir et blanc, et incite à la gourmandise. On note IJK trois milieux des quatre côtés de ABCD : le prisme de base IJK est entièrement en chocolat blanc, soit 15 grammes, tandis que tout le reste est en chocolat noir de même densité.

**Pensez-vous qu'il est possible de déterminer la masse totale de cette friandise ? Si oui déterminez cette masse ; sinon dites pourquoi cela est impossible.**

## 5 - L'ANNÉE DU DISQUE

2003

La maison de disques " Alpha Diez " propose à des disquaires des disques en promotion : un disque de Pit Agor et un disque d'Archy Med. Un disquaire prend 32 disques de Pit Agor et 27 disques d'Archy Med pour 2001 Euros.

Un second disquaire prend 30 disques de Pit Agor et 29 disques d'Archy Med pour 2005 Euros.

Un troisième achète aussi un certain nombre de ces disques pour 2003 Euros en disant " On n'est pas en 2001 ni en 2005 mais en 2003 ! "

**Pouvez-vous déterminer à coup sûr le nombre de disques de chaque sorte qu'il a achetés ? Argumentez votre réponse.**

## 6 - LA SOIRÉE D'ANNIVERSAIRE

Trois couples dînent ensemble à une soirée d'anniversaire. Les hommes s'appellent Alain, Serge et Henri, et leurs épouses Béa, Elsa et Julia. Ils décident de danser, mais pas avec leurs époux ou épouses respectifs. Serge se met donc au piano, la femme d'Alain danse avec le mari d'Elsa tandis que Béa danse avec le mari de Julia. La femme restée seule prépare les boissons. Qui est-elle ?

**PARFAIT !**

La décomposition de  $2002 = 2 \times 7 \times 11 \times 13$  donne tout de suite une solution  $2 + 7 + 11 + 13 = 33$  ans.

Mais en faisant intervenir le facteur 1, on a  $2002 = 1 \times 2 \times 7 \times 11 \times 13$ , et on obtient encore :

$2002 = 1 \times 11 \times 13 \times 14 = 1 \times 7 \times 13 \times 22 = 1 \times 7 \times 11 \times 26$ , les autres décompositions ne donnant pas des résultats plausibles pour la situation donnée, tant au niveau de l'âge des enfants que de celui du père.

Seule Béa Teument connaît, parmi les quatre âges possibles : 33, 39, 43 et 45, celui de Parfait Teument.

1

**PETITE MOYENNE**

Chantal a fait 455 km à une vitesse moyenne de 91 km/h. Elle a donc roulé pendant 5 heures. Les quatre premières heures, elle a fait une vitesse moyenne de 105 km/h. Elle a donc parcouru une distance de 420 km. La dernière heure, Chantal a donc parcouru seulement 35 km.

2

**LE 10-01 DE 2002**

Le premier numéro étant plus grand ou égal à 11, les départements 01, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90 dont les numéros symétriques sont 10, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08 et 09 ne peuvent pas avoir de palindrome (10 départements).

Le premier numéro ne peut pas être égal au numéro du département. Les départements 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77 et 88 ne peuvent donc pas avoir de palindrome (8 départements) :  $95 - 18 = 77$ . Ainsi, seuls 77 départements peuvent avoir un numéro d'immatriculation palindrome.

Les lettres I, O et U n'étant pas utilisées, seules 23 lettres sont disponibles. Il y a donc 23 combinaisons possibles à deux lettres (AA, BB, CC...) et  $23 \times 23$  combinaisons possibles à trois lettres (AAA, BAB, CAC...); donc  $24 \times 23$  combinaisons à deux ou trois lettres.

Il y a donc  $23 \times 24 \times 77 = 42\,504$  numéros d'immatriculation palindromes.

3

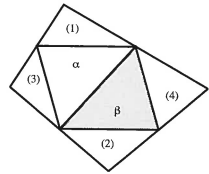
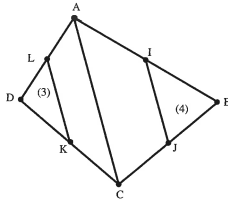
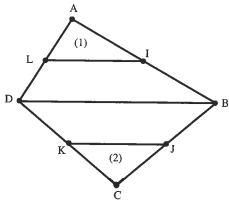
**LE BICHOCO DE DOMINIQUE**

Soit  $\mathbf{A}$  l'aire du quadrilatère ABCD. I, J, K et L étant les milieux des côtés de ABCD,

(1) =  $\mathbf{A}$  (ALI) =  $\frac{1}{4} \mathbf{A}$  (ABD) et

(2) =  $\mathbf{A}$  (CKJ) =  $\frac{1}{4} \mathbf{A}$  (CBD).

(1) + (2) =  $\frac{1}{4} \mathbf{A}$



De même (3) + (4) =  $\frac{1}{4} \mathbf{A}$ .

4

Donc (1) + (2) + (3) + (4) =  $\frac{1}{4} \mathbf{A} + \frac{1}{4} \mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{A}$ .

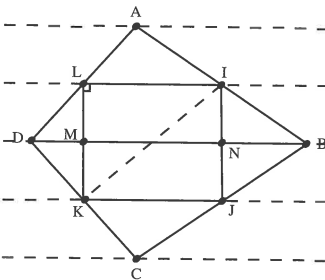
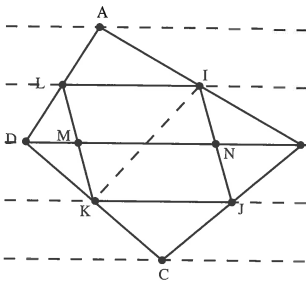
$a + b = \frac{1}{2} \mathbf{A}$ , et  $a = b$ . Donc  $b = \frac{1}{4} \mathbf{A}$ .

La masse est proportionnelle au volume (les deux chocolats sont de même densité) qui lui-même est proportionnel à l'aire de la base (la friandise a la forme d'un prisme).

La masse totale de cette friandise est donc de 60 g.

Par glissement (affinité), les aires sont toutes conservées (conservation des longueurs ou hauteurs).

Donc  $\mathbf{A}$  (IJK) =  $\mathbf{A}$  (I'JK) =  $\frac{1}{4} \mathbf{A}$  (A'BCD) =  $\frac{1}{4} \mathbf{A}$  (ABCD).



**L'ANNÉE DU DISQUE**

Soit  $x$  le prix du disque Pit Agor et  $y$  le prix du disque Archy Med.

Chez le premier disquaire on a :  $32x + 27y = 2001$ .

Chez le second disquaire on a :  $30x + 29y = 2005$ .

On en déduit que :  $62x + 56y = 4006$ . D'où  $31x + 28y = 2003$ .

Si le troisième disquaire achète 31 disques de Pit Agor et 28 disques d'Archy Med, il paiera 2003 Euros. Mais cette solution est-elle unique ?

Des équations précédentes on déduit que  $y - x = 2$ . On trouve ainsi  $x = 33$  et  $y = 35$ .

5 Peut-on avoir  $x \times 33 + y \times 35 = 2003$  avec  $x = 31$  et  $y = 28$  ? Supposons que ce soit le cas.

On aurait :  $33(x - 31) + 35(y - 28) = 0$ . Mais 33 et 35 sont premiers entre eux. Il existe donc un entier  $k$  tel que  $x - 31 = 35k$  et  $y - 28 = -33k$ .

D'où  $x = 31 + 35k$  et  $y = 28 - 33k$ . Il faut que  $x = 0$  et  $y = 0$  ;

soit  $35k = -31$  et  $33k = 28$ . On en conclut que  $\frac{-31}{35} = k = \frac{28}{35}$ .

La seule valeur entière qui convient est  $k = 0$ .

La solution précédente est bien la seule solution.

Remarque : on n'attendait pas des élèves qu'ils démontrent l'unicité.

**LA SOIRÉE D'ANNIVERSAIRE**

6

Serge est au piano. Ce sont donc Alain et Henri qui dansent. Les couples sont "séparés". La femme d'Alain danse donc avec Henri (mari d'Elsa) et Béa danse avec Alain (mari de Julia). Serge est donc le mari de Béa et c'est Elsa qui prépare les boissons.