Panora math 4

Panorama 2006 des compétitions mathématiques

Comité International des Jeux Mathématiques

POLE

Panora Math 4

Panorama 2006
des compétitions
mathématiques

Réalisé sous la direction de Martine Clément et Michel Criton
Mise en pages : Natacha Laugier
Dessin de couverture : Julia Rabczuk

Coéditeurs : POLE - CIJM - ADIREM - APMEP

I.S.B.N. : 2-84-884-059-5

Le CIJM
Comité International des Jeux Mathématiques

Le CIJM est une association créée en 1993 par des professeurs de mathématiques désireux de proposer au plus grand nombre une approche nouvelle de leur discipline. Le CIJM fédère plus d'une trentaine de compétitions en France et à l'étranger. Nous sommes heureux que plusieurs pays d'Afrique nous aient rejoints ces dernières années. Toutes nos compétitions membres réunissent leur énergie pour proposer des activités mathématiques vivantes et créatrices. Ainsi le CIJM bénéficie de l'expérience de chacun de ses membres.
Le CIJM est fier de ses nombreuses réalisations :
-Ses annales de compétition Panoramath pour favoriser le développement des compétitions régionales.
-Ses expositions interactives, proposées à la location pour mettre la culture mathématique à la portée de tous : la cryptographie, les fractales, le nombre d'or, les graphes.
-Son site internet dynamique, convivial pour tisser des liens étroits entre les compétitions adhérentes et nos partenaires.
-Une grande fête annuelle, le salon de la culture et des jeux mathématiques, gratuite, ouverte à tous autour des Jeux Mathématiques.

Depuis six ans, cette manifestation est largement ouvert sur tous les aspects des mathématiques et propose une approche nouvelle de la culture scientifique. La présence sur le salon des grands pôles universitaires comme l'Université Pierre et Marie Curie, scientifiques comme le CEA, l'INRIA, de recherche comme le CNRS, et muséographiques comme le Palais de la découverte, la Cité des Sciences ou le CNAM, permet de montrer à nos milliers de visiteurs quelques unes des multiples facettes de la culture mathématique. Le salon est une occasion unique pour chacun de ses membres de présenter et de mettre en valeur ses réalisations.
Un des évènements du salon est la compétition internationale : la Coupe des régions EUROMATH-CASIO Toute compétition régionale peut être le point d'ancrage pour la création d'une équipe Euromath et ainsi porter haut les couleurs de sa région.
Cette nouvelle édition de Panoramath est l'occasion présenter quelques uns des sujets de cette compétition unique en son genre ainsi que des sujets d'un autre événement du salon : le Rallye mathématique dans les rues de Paris.

Le CIJM est présent à chaque occasion de diffuser un peu de culture mathématique se présente. Il a besoin de la contribution de tous car
« Ensemble nous serons plus forts pour faire aimer les mathématiques »

Marie José Pestel, Présidente du CIJM

CIJM, 8 rue Bouilloux Lafont, 75015 PARIS, Tél : 01 40 37 08 95
Fax : 01 40 37 03 45 Site web : www.cijm.org - email : courrier@cijm.org

PRÉFACE

Les mathématiques gardent, pour beaucoup de personnes, l'image d'une discipline austère et exigeante et ceux qui les aiment et les pratiquent apparaissent souvent comme de doux rêveurs déconnectés de la réalité et évoluant dans un monde à part.
Changer cette image et montrer au plus grand nombre que les mathématiques peuvent être source de plaisir et de jeu, donner à l'acquisition de la logique une dimension ludique, permettre aux jeunes de jouer et de se mesurer en pratiquant une activité mathématique est le but que se sont fixées un certain nombre d'associations, comme le CIJM, ANIMATH ou Kangourou sans frontières.

Dans toute la France sont organisées des compétitions locales ou régionales – individuelles ou par équipes – permettant aux jeunes de pratiquer des mathématiques vivantes et ludiques. L'inspection de mathématiques soutient ces compétitions et est souvent à l'origine de leur mise en place ; elle est directement impliquée dans les olympiades académiques de première. Il en est de même des associations qui, comme l'APMEP et l'ADIREM militent pour un enseignement des mathématiques à base de problèmes et sont présentes sur le terrain pour promouvoir une image attirante des mathématiques.

Cette quatrième édition du panorama des compétitions mathématiques, qui se présente comme un recueil des annales de compétitions régionales ou nationales, françaises, étrangères ou internationales, offre aux organisateurs de ces compétitions un outil de travail de tout premier plan. Au-delà de ce cercle, il doit permettre par sa diffusion de donner à l'ensemble des enseignants de mathématiques l'image d'une approche des mathématiques moins austère et plus vivante. Je nourris l'espoir qu'il pourra ainsi contribuer à une évolution de l'enseignement des mathématiques, évolution indispensable pour développer les vocations scientifiques.

Jacques Moisan
Doyen du Groupe des mathématiques
de l'Inspection Générale de l'Éducation Nationale

TABLE DES MATIÈRES

Légende : P = primaire, C = collège, L = lycée, S = supérieur, A = adultes, ■ = individuelle, ❐ = par classes, ● = par binômes, ❍ = par trinômes. ▼ = par équipes, * = adhérents du CIJM.

OLYMPIADE MATHÉMATIQUE BELGE

En 1976, à l'initiative de Francis Buekenhout, professeur à l'Université Libre de Bruxelles, la **Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française** créait l'**Olympiade Mathématique Belge** (O.M.B.). Le but poursuivi était triple :

- intéresser les élèves à l'activité mathématique par le biais d'une compétition, d'un grand jeu attrayant ;
- proposer des problèmes qui font appel à la créativité, à l'imagination, au raisonnement ;
- fournir aux enseignants un choix d'exercices non triviaux, d'un type peu fréquent dans les classes.

Dès 1977, l'épreuve se subdivise en deux catégories « Mini » et « Maxi », et en 1996, une catégorie intermédiaire, « Midi », est créée. Par son organisation, la compétition présente un caractère local, puis régional et enfin national. Mais tous les élèves sont confrontés aux mêmes difficultés puisque les questions sont préparées par un jury national.

Le jury s'efforce néanmoins de donner aux questions un caractère peu scolaire de façon à obliger les élèves à faire preuve de leur capacité à appliquer leurs connaissances et à les transposer dans des situations nouvelles.

Grâce à l'aide de « sponsors », les finalistes reçoivent de nombreux prix. Des prix spéciaux distinguent notamment les élèves les plus jeunes ayant fait preuve d'un talent mathématique précoce.

En 1996, la création de la catégorie « Midi » provoque à la fois une nouvelle augmentation du nombre des inscrits et une nouvelle répartition de ceux-ci.

Le nombre d'inscriptions a progressé de manière spectaculaire entre 1980 et 2004.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1976 : Création de l'Olympiade Mathématique Belge.
1977 : Division en catégories « mini » et « maxi ».
1980 : environ 2000 inscrits.
1985 : près de 5000 inscrits.
1996 : Création de la catégorie « midi ».
Depuis 2000 : Plus de 25 000 inscrits.

ÉPREUVES

Individuelles
Catégories : 3
Mini : 1^{re} et 2^{e} années ;
Midi : 3^{e} et 4^{e} années ;
Maxi : 5^{e} et 6^{e} années secondaires
En éliminatoire et en demi-finale : 30 questions à choix multiples.
Une réponse erronée est pénalisée par rapport à une abstention.
En finale : 4 problèmes.

COMPÉTITION

Trois stades :
Epreuves locales avec qualification pour les demi-finales régionales, puis une finale nationale.

PARTENAIRES

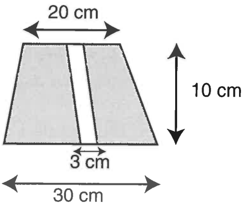
Organismes officiels
Editeurs
Calculatrices Casio

CONTACTS

SOCIÉTÉ BELGE DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUE D'EXPRESSION FRANÇAISE
Rue de la Halle 15
B 7000 Mons / Belgique
http://www.sbpm.be

1 - TRAPÈZE (mini)

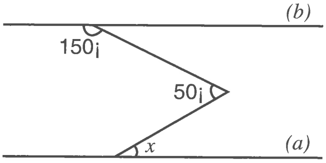
Dans la figure (imprécise) ci-contre, la bande blanche est délimitée par deux droites parallèles ; quelle est, en centimètres carrés, l'aire de la partie ombrée du trapèze ?



(A) 200 **(B)** 210
(C) 220 **(D)** 230 **(E)** 240

2 - MESURE D'UN ANGLE (mini)

Dans la figure (imprécise) ci-contre, les droites *(a)* et *(b)* sont parallèles. Quelle est une mesure de l'angle x ?



(A) 15° **(B)** 20°
(C) 25° **(D)** 30°
(E) 75°

3 - UNE FRACTION (midi)

Pour combien d'entiers x l'expression $\dfrac{10x+1}{2x-1}$ est-elle entière ?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

4 - NOMBRE DE CHIFFRES (midi)

Quel est, dans le système décimal, le nombre de chiffres de $2^{12}.5^{8}$?

(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 11 **(D)** 12 **(E)** 13

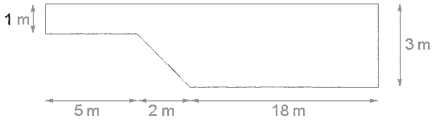
5 - PAIRE DE CHAUSSURES (mini)

Une paire de chaussures, qui coûtait initialement 100 euros, a subi une première augmentation de 60 %. Une seconde augmentation a ensuite amené le prix au double du prix initial.

Quel est le taux de cette seconde augmentation ?
(A) 20 % **(B)** 25 % **(C)** 40 % **(D)** 50 % **(E)** 80 %

6 - LA PISCINE (mini)

La figure ci-contre représente, sans respecter les proportions, le profil longitudinal d'une piscine de plan rectangulaire, dont la largeur est de 10 m.



Quelle est sa capacité ?
(A) 630 m^3 **(B)** 620 m^3
(C) 610 m^3 @**(D)** 600 m^3 **(E)** une autre réponse

7 - DEMI-TOUR (midi)

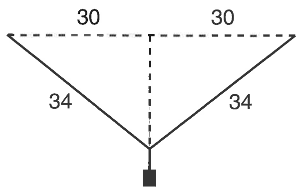
Le point A du plan a pour coordonnée (3, 8) ; quelles sont les coordonnées de son image par une rotation d'un demi-tour autour du point C (2, 5) ?
(A) (-3, -8) **(B)** (1, 3) **(C)** (-1, -3) **(D)** (2, 1) **(E)** (1, 2)

8 - DIVISIBILITÉ (midi)

Quel que soit le naturel n, le nombre $2^n3^n5^n + 2^n15^n14 + 3^n10^n2$ est divisible par :
(A) 7 **(B)** 11 **(C)** 13 **(D)** 17 **(E)** 19

9 - L'ÉLASTIQUE (midi)

Un élastique est tendu horizontalement entre deux points distants de 60 cm. Une masse accrochée en son milieu allonge cet élastique de 8 cm.



De quelle distance le milieu de l'élastique s'est-il écarté de sa position initiale ?

(A) 8 cm **(B)** 16 cm **(C)** 20 cm **(D)** 24 cm **(E)** 32 cm

10 - TROP TOT, TROP TARD (midi)

Pour aller de chez moi à mon travail, si je roule à la vitesse v, j'arrive t en retard, tandis que si, en partant au même moment, je roule à la vitesse w, j'arrive t trop tôt.

Quelle est la distance que j'ai à parcourir ?

(A) $\frac{vwt}{v+w}$ **(B)** $\frac{vwt}{v-w}$ **(C)** $\frac{vwt}{w-v}$ **(D)** $\frac{2vwt}{w-v}$ **(E)** $\sqrt{vwt}$

11 - L'AVION (midi)

L'altitude h d'un avion est donnée en fonction du temps t par $h(t) = (t - 1)(t - 2) + 4$. Les instants où cet avion descend sont exactement ceux où :

(A) $t < 1$ **(B)** $t > 2$ **(C)** $t < 1$ ou $t > 2$
(D) $t < 3/2$ **(E)** $t > 0$

12 - DANS UN TRIANGLE (midi)

La hauteur [AH] et la médiane [BM] d'un triangle AB ont même longueur et se coupent à l'intérieur du triangle.

Si l'angle $\widehat{ABC} = 56°$, que vaut l'angle $\widehat{MBC}$?

(A) 14° **(B)** 28° **(C)** 30° **(D)** 42° **(E)** 56°

Solutions

1 **TRAPÈZE**
L'aire de la partie ombrée est 220 cm^2.

2 **MESURE D'UN ANGLE**
L'amplitude de l'angle x est 20°.

3 **UNE FRACTION**
La fraction est entière pour 4 valeurs de x : – 1 ; 0 ; 1 ; 3.

4 **NOMBRE DE CHIFFRES**
Ce nombre comporte 10 chiffres.

5 **PAIRE DE CHAUSSURES**
Le taux de la seconde augmentation est 25%.

6 **LA PISCINE**
Le volume total de la piscine est 630 m^3.

7 **DEMI-TOUR**
Le point A est appliqué sur le point de coordonnées $(1, 2)$.

8 **DIVISIBILITÉ**
Ce nombre est toujours divisible par 17.

9 **L'ÉLASTIQUE**
L'écart entre la position initiale de l'élastique et sa position après allongement est 16 cm.

10 **TROP TÔT, TROP TARD**
La distance pour aller de chez moi à mon travail est $\dfrac{2vwt}{w-v}$.

11 **L'AVION**
L'avion descend pour $t < 3/2$.

12 **DANS UN TRIANGLE**
L'angle MBC vaut 30°.

CHAMPIONNAT DES JEUX MATHÉMATIQUES ET LOGIQUES

La **Fédération Française des Jeux Mathématiques** (F.F.J.M.) offre chaque année aux élèves, collégiens, lycéens, étudiants ou adultes de France ou de nombreux autres pays une compétition exaltante s'étalant sur plusieurs mois : le **Championnat des Jeux Mathématiques et Logiques**. Sept catégories, quatre phases successives, des centaines de milliers de concurrents, des centaines de prix de valeur et un maximum d'humour caractérisent ce que les journalistes n'ont pas hésiter à appeler « l'événement le plus astucieux de l'année », et qui a le mérite d'associer scolaires et adultes.

Dans les énigmes du championnat, les situations sont concrètes et l'humour de rigueur. Sont exigés de la logique, de l'astuce, de l'intuition, de l'imagination, de la persévérance, le goût de la recherche, mais pas réellement de connaissances. Au risque de déplaire à quelques puristes, seul le résultat compte. Encore qu'en cas de solution multiple, il faille donner le nombre exact de solutions.

Le championnat hors de France : le championnat voit chaque année la participation de concurrents, issus de nombreux pays. Des structures relais organisent demi-finales, finales régionales ou nationales en Belgique, Centrafrique, Italie, Luxembourg, Niger, Pologne, Québec, Slovaquie, Suisse, Tchad, République Tchèque Tunisie, Ukraine.

CONTACTS

FRANCE : FFJM 8 rue Bouilloux-Lafont, 75015 PARIS Tél 01 44 26 08 37 Fax 01 40 37 03 45	BELGIQUE FFJM Belgique Clos de la Quièvre 22, B-7700 MOUSCRON Tél 32(0)56331453	SUISSE : FFJM Suisse, Établissement Secondaire de Prilly CH 1008 PRILLY	ITALIE : Rosi Tettamanzi Guerraggio, Centro Pristem, Università Bocconi Viale Isonzo 7 0100 Milano

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Depuis le premier Championnat, en 1987, patronné par les revues Jeux & Stratégie et Science & Vie, que de chemin parcouru ! La FFJM a été l'un des artisans du renouveau de l'image des mathématiques auprès des élèves et du grand public. Les finales successives ont égrené des noms insolites et prestigieux : Cité des Sciences, École Polytechnique, Sénat ou ... Parc Astérix.
Le championnat est encore, à sa dix-neuvième édition, la compétition de référence avec ses trois étapes qui sont autant de fêtes pour les participants et les animateurs de 9 à 99 ans.

ÉPREUVES

Catégories : 8
- CE = 3e année de l'école élémentaire ;
- CM = 4e et 5e années de l'école élémentaire ;
- Cl = 1re et 2e années de l'enseignement secondaire.
- C2 = 3e et 4e années de l'enseignement secondaire.
- Ll = 5e, 6e et 7e années de l'enseignement secondaire.
- L2 = Deux premières années de l'enseignement supérieur.
- GP = Grand Public (adultes).
- HC = Haute Compétition.

Deux modes de participation aux 1/2 finales possibles :
- par correspondance (individuels)
- dans les établissements scolaires.

COMPÉTITION

*Quarts de finale (décembre).
*1/2 Finales régionales (mars).
*Finale internationale et Concours parallèle open (août).

PARTENAIRES

Éditions Belin, Editions Pole, Jeunesses Scientifiques (Belgique), Encyclopédia Universalis, Tangente.

CONTACTS

NIGER :	TCHAD :	QUÉBEC	POLOGNE :	TUNISIE
ANJM Boube Mamane BP 13180, NIAMEY	ATJM, s/cAmbassade de France SCAC, BP 898, N'DJAMENA	F. Gourdeau, Dt de Mathques et de Statque, Univté Laval, QUEBEC G1K7P4	FPJM R. Rabczuk Steinhaus Cer, Pol.Wroclawska50-370 Wroclaw Pol.	Bechir Kachoukh 43, rue de la Liberté 219 Le Bardo

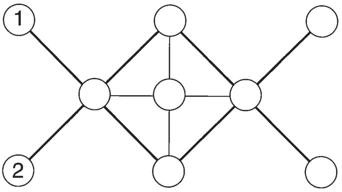
1 - VOISINS NON CONSÉCUTIFS

Quel est le plus petit nombre de cinq chiffres tous différents tels que des chiffres écrits côte à côte ne soient jamais des chiffres consécutifs (comme 1 et 2 ou comme 8 et 7 par exemple) ?

2 - LES NEUF NOMBRES

Sur la figure ci-contre, il est possible de compléter les disques vides avec les nombres de 3 à 9, pris chacun une seule fois, de façon que chaque alignement de trois disques, matérialisé par un segment, totalise 18.

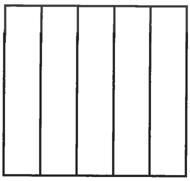
Terminez le remplissage.



3 - LE PRÉ AMBULE

Dédé Ambule a décidé de diviser son pré carré en cinq parcelles rectangulaires (voir figure). Chaque parcelle a un périmètre égal à 150 mètres.

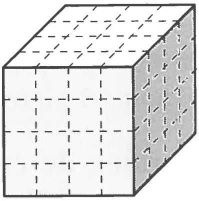
Combien mesure le périmètre du pré Ambule ?



4 - CUBE À DÉCOUPER

L'oncle de Mathias, qui est menuisier, doit découper le gros cube en bois représenté ci-contre en 64 petits cubes. Il dispose d'une scie très perfectionnée et peut déplacer les morceaux et les redisposer comme il le veut entre deux coupes.

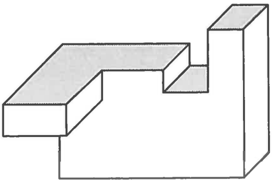
Mais combien de coupes lui seront nécessaires, au minimum, pour obtenir les 64 petits cubes?



5 - L'IMMEUBLE DU CIJM

Le dessin ci-contre représente une maquette du futur immeuble du Comité International des Jeux Mathématiques.

Combien cette maquette a-t-elle de faces, au minimum (y compris la face du dessous) ?



6 - ENTRE PARENTHÈSES

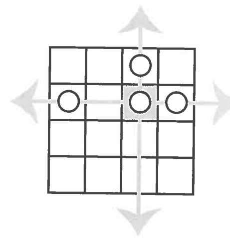
Paul doit effectuer le calcul $\frac{(a+b)}{c}$. Il sait que la réponse correcte est 15. Mais il oublie les parenthèses et trouve 21. Voyant qu'il s'est trompé, il intervertit a et b, calcule $\frac{(b+a)}{c}$, mais il oublie à nouveau les parenthèses et obtient 24.

Quels sont les trois nombres *a*, *b* et *c* ?

7 - AU MOINS 4 PARTOUT

Mathias dépose un certain nombre de pions sur les cases d'un damier 4 × 4. Ensuite, pour chaque case du damier, il compte le nombre total de pions posés sur la ligne (horizontale) et sur la colonne (verticale) de cette case. Pour la case grisée de l'exemple ci-contre, il compterait 4 pions. Après vérification, Mathias constate que pour chaque case, occupée ou non, il compte toujours au moins 4 pions.

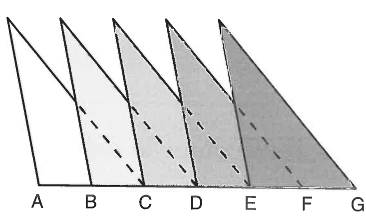
Combien de cases sont-elles vides, au maximum ? Dessinez une disposition des pions correspondant à ce maximum.



8 - LE COLLAGE DE MATHILDE

A l'aide de cinq triangles de forme et de dimensions identiques, Mathilde vient de réaliser un magnifique collage (non figuratif). Les points B, C, D, E, F sont les milieux respectifs des côtés [AC], [BD], [CE], [DF] et [EG]. Chaque grand triangle a une aire égale à 0,95 dm^2.

Quelle est l'aire du collage tout entier?



Solutions

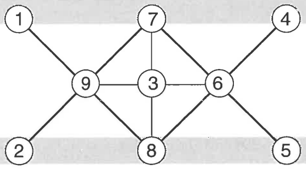
1

VOISINS NON CONSÉCUTIFS

13 524.

2

LES NEUF NOMBRES



3

LE PRÉ AMBULE

250 mètres.

4

CUBE A DÉCOUPER

Il faut 6 coupes au minimum pour séparer le cube $2 \times 2 \times 2$ central des cubes qui l'entourent, et 3 coupes pour séparer les 8 petits cubes de ce cube $2 \times 2 \times 2$ entre eux, ce qui donne 9 coupes au total.

5

L'IMMEUBLE DU CIJM

La maquette comporte au minimum 14 faces.

6

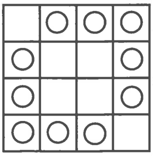
ENTRE PARENTHESES

D'après l'énoncé, $a + b = 15c$. Par ailleurs, $a + \frac{b}{c} = 21$ et $b + \frac{a}{c} = 24$, d'où l'on tire $(a + b)\left(1 + \frac{1}{c}\right) = 45$, qui donne $c = 2$, $a = 12$ et $b = 18$.

7

AU MOINS 4 PARTOUT !

En comptant les pions associés à chaque case et en additionnant les nombres obtenus, on obtient un résultat supérieur ou égal à 64. Or chaque pion est compté exactement 7 fois. Le plus petit multiple de 7 supérieur ou égal à 64 est 70, total correspondant à 10 cases occupées par des pions, les 5 autres cases étant libres. Une telle solution existe comme le montre la disposition représentée ci-dessous. Il y a donc au maximum 6 cases vides.



8

LE COLLAGE DE MATHILDE

3,80 dm^2.

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

Le jeu-concours « **Kangourou des mathématiques** » est la plus grande interrogation écrite du monde ! Il a lieu, en France, dans la moitié des établissements du second degré et quelques milliers d'écoles.
Il est organisé par *ACL - les Éditions du Kangourou*

Le Kangourou est associé à la distribution, auprès de chaque élève participant, de documents et brochures de jeux et de vulgarisation mathématique (en moyenne 40 pages de mathématiques en couleurs par élève) :

• pour chaque élève participant, une brochure de mathématiques en couleur, les « Malices du Kangourou » et une réglette en plastique,

• pour les professeurs et les CDI, des livres, des affiches, des cd-rom ...,

• pour les élèves, plus de quarante voyages, 300 lunettes astronomiques, mille cd-rom, dix-mille T-shirts et près d'une centaine de milliers de livres).

Le Kangourou des mathématiques soutient la Commission Inter-IREM « Rallyes » en finançant deux rencontres annuelles.

Le jeu-concours est organisé dans 28 pays sur le moidèle du Kangourou français. Les épreuves sont communes pour chacun des cinq sujets (écoliers, benjamins, cadets, juniors, étudiants). Traduites en 14 langues, elles ont lieu le même jour et ont intéressé en 2001 plus de 2,2 millions d'élèves. Les sujets sont choisis chaque année parmi des centaines de questions proposées par les pays membres de l'association « Kangourou Sans Frontières ».

Chaque année des publications communes sont éditées et des séjours-rencontres sont organisés entre les lauréats des différents pays. La « Charte du Kangourou » précise que la moitié du budget total doit être consacré aux prix et publications.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : premier jeu-concours Kangourou.
De 120 000 participants au début, le jeu-concours dépasse le demi-million de participants en 1995.
En 1994, le Kangourou des mathématiques a reçu le prix d'ALEMBERT décerné par la Société Mathématique de France.
Juin 1994, à l'initiative des organisateurs français du Kangourou des mathématiques, création au Conseil de l'Europe de l'association européenne « Kangourou Sans Frontières ».
En 2000 et 2001, près de 500 000 élèves français ont participé au Kangourou.

ÉPREUVES

Individuelles, sans calculatrice.
Catégories : 14
• sujet **Ecoliers**
CE2, CM1, CM2,
• sujet **Benjamins**
6ème, 5ème,
• sujet **Cadets**
4ème, 3ème, CAP/BEP,
• sujet **Juniors**
2nde, 1ère, Term, Bac Pro,
• Sujets **Etudiants**
Terminale S, Bac + 1.

PARTENAIRES

Association Altaïr
La Comédie Française
La Cité de l'Espace
Des Conseils Généraux

CONTACTS

Au-delà de la FRANCE, le jeu-concours a lieu en français dans une centaine de lycées français à l'étranger ainsi qu'en BELGIQUE, en SUISSE, au LUXEMBOURG et au CANADA (il totalise, dans ces quatre pays, une dizaine de participants).

Kangourou des mathématiques :
12, rue de l'Epée de Bois
75005 Paris
Tél : 01 43 31 40 30
Fax : 01 43 31 40 38
Minitel –> 3615 KANG
e-mail : info@mathkang.org
Site internet : www.mathkang.org

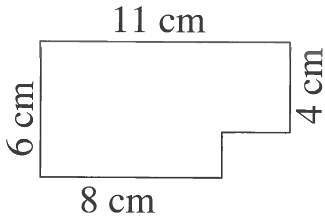
COMPÉTITION

Une seule épreuve de 50 minutes : 24 Questions à Choix Multiples de difficulté croissante (16 en CE2).
2001 : le jeudi 22 mars.
2002 : le jeudi 21 mars.
2003 : le jeudi 20 mars.
Il y a deux manières de gagner : « crack » (au total des points) et « prudent » (suite de questions sans erreur depuis la 1e question).
Remise des prix et distribution des « Malices du Kangourou »,
2001 : vendredi 1er juin
2002 : vendredi 31 mai.

1 - ÉCOLIERS

3 points

Elisabeth avait une tablette de chocolat de forme rectangulaire, formée de carrés de 1 cm sur 1 cm. Elle mange quelques carrés, et ce qui reste a la forme de la figure ci-contre.



Combien reste-t-il de carrés de chocolat ?

A) 66 B) 64 C) 62 D) 60 E) 58.

2 - ÉCOLIERS

3 points

Dans une maison, il y a deux chats, Tiny et Tany, et deux chiens, Dim et Dill. Tiny a peur des deux chiens alors que Tony a peur de Dim, mais pas de Dill.

Quelle affirmation (relative à ces chats et à ces chiens) est fausse ?

A) Chacun des chats a peur d'au moins un chien

B) Il y a un chat qui n'a pas peur d'au moins un chien

C) Il y a un chien qui fait peur aux deux chats

D) Chacun des chiens fait peur à au moins un chat

E) Il y a un chien qui ne fait peur à aucun des deux chats.

3 - ÉCOLIERS

4 points

Edouard, Suzanne et Thérèse jouent aux cartes. À l'issue de chaque partie, le vainqueur gagne 3 points, celui qui est classé deuxième gagne un point et le dernier ne marque aucun point. Après quatre parties, Suzanne a 4 points et Thérèse en a 3.

Combien de parties Edouard a-t-il gagné ?

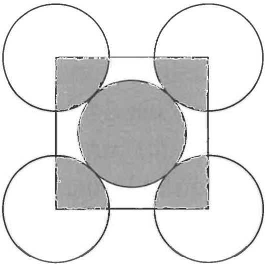
A) 1 B) 2 C) 3 D) les 4 parties.

4 - BENJAMINS 3 points

Un menuisier a fabriqué une bibliothèque de 2,50 m de haut, mais sur un des montants il a fixé des supports d'étagères espacés les uns des autres de 20 cm à partir du bas, tandis que sur l'autre montant, il a espacé les supports de 25 cm, toujours à partir du bas. Combien d'étagères parfaitement horizontales pourra-t-il installer, en comptant la base de la bibliothèque ?

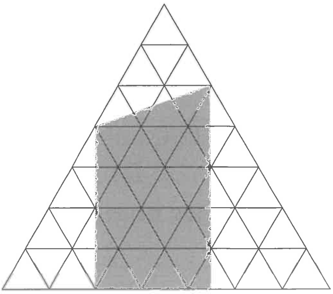
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5.

5 - BENJAMINS 4 points



Les cinq cercles représentés sur la figure ont tous le même rayon et les 4 cercles extérieurs sont tangents au cercle intérieur. Le carré a pour sommets les centres des quatre cercles extérieurs.
Le rapport de l'aire des parties grisées des cinq cercles à l'aire totale des parties blanches des quatre cercles extérieurs est égale à :
A) 1/3 B)1/4 C) 2/5 D) 2/3 E) 5/4.

6 - BENJAMINS 5 points

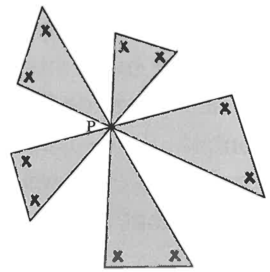


L'aire de chaque petit triangle équilatéral est égale à 1 cm^2.
Quelle est l'aire, exprimée en cm^2, de la partie grisée ?
A) 20 B) 22,5 C) 23,5
D) 25 E) 32.

7 - CADETS

5 points

Cinq segments passent par un même point P. On relie les extrémités de ces cinq segments comme l'indique la figure de façon à former cinq triangles ayant le point P comme sommet commun. Que vaut la somme des dix angles marqués d'une croix ?



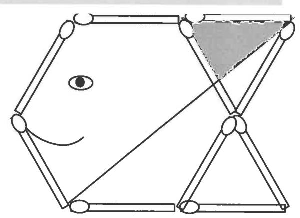
A) 300°　　B) 450*

C) 360°　　D) 600°　　E) 720°.

8 - JUNIORS

5 points

Dix allumettes sont disposées de façon à former un poisson comme sur la figure. L'aire de la zone occupée par l'ensemble du poisson est égale à 24 unités d'aire. Que vaut l'aire de la région grisée, délimitée par deux allumettes et une diagonale du poisson ?



A) 1　　B) $\sqrt{3}$　　C) 2　　D) $\sqrt{5}$　　E) $\sqrt{6}$.

9 - ÉTUDIANTS

5 points

On choisit un nombre, on le double puis on soustrait 1. On applique cette procédure à 98 reprises (en utilisant à chaque fois le nombre obtenu à l'étape précédente). On obtient finalement $2^{100} + 1$.

Quel était le nombre choisi au départ ?

A) 1　　B) 2　　C) 4　　D) 6

E) aucun des nombres précédents.

Solutions

1 D. Il reste 60 carrés de chocolat.

2 E. L'affirmation : « Il y a un chien qui ne fait peur à aucun des deux chats » est fausse.

3 C. Edouard a gagné 3 parties.

4 B. Deux étagères seront parfaitement horizontales.

5 C. Les 2 / 3.

6 B. 22,5 cm^2.

7 E. 720°.

8 C. 2 unités d'aire.

9 E. Aucun des nombres précédents (le nombre choisi est 5).

LOGIC' FLIP

Le **Logic'Flip** est une compétition hors du commun organisée dans les pays francophones par la **Fédération Française des Jeux Mathématiques** (FFJM). Il s'agit de tests de " neurobic " (gymnastique de l'esprit) destinés en priorité aux collégiens, mais qui ont été étendus au lycéens et au grand public dans le cadre d'un concours " open ".

Les épreuves, conçues par le ludologue Bernard Myers, sont de quatre types :

- épreuves d'observation,
- épreuves de logique,
- épreuves d'habileté numérique,
- épreuves de combinatoire des lettres.

Deux recueils de questions ont été publiés à ce jour :

- *Logic'Flip*, collection Jeux Tests Maths, Editions Pole,
- *140 tests du Logic'Flip*, collection Jeux en poche, Editions Pole.

Par ailleurs, une revue de tests de logique est dédiée à des questions de type Logic'Flip : *Spécial Logique*, Dédale Publications, 59 bis rue de Lancry, 75010 Paris

Le logic'Flip a connu douze éditions de 1992 à 2003. Cette compétion n'a pas été organisée en 2004 ni en 2005, mais une nouvelle compétition, organisée par le CIJM avec le concours de *Tangente-Jeux & Stratégie*, le Combilogique, associe des jeux de grilles du type de ceux proposés dans *Tangente-Jeux & Stratégie* à des questions de type Logic'Flip.

CONTACTS

Fédération Française des Jeux Mathématiques (FFJM)
8 rue Bouilloux-Lafont, 75015 PARIS
Tél 01 44 26 08 37
Fax 01 40 37 03 45

Revue *Spécial Logique*,
Dédale Publications,
59 bis rue de Lancry, 75010 Paris.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le logic'Flip a été créé en 1992 par la Fédération Française des Jeux Mathématiques. Il a ensuite été organisé chaque année jusqu'en 2003.
La compétition n'a pas été organisée en 2004 ni en 2005, mais une compétition du même type, le *Combilogique*, organisée par le CIJM avec le concours de *Tangente-Jeux & Stratégie*, associe des jeux de grilles du type de ceux proposés dans Tangente-Jeux & Stratégie à des questions de type Logic'Flip.

COMPÉTITION

Epreuves qualificatives : au second trimestre de l'année scolaire
Finale et open : en mai ou en juin.

ÉPREUVES

Les épreuves sont **individuelles.** Elles sont de type **questions à choix multiples**, mais il peut y avoir un nombre quelconque de réponses justes parmi les réponses proposées (entre 0 réponse et toutes les réponses).
Vingt questions sont réparties en quatre catégories : observation, logique, habilété numérique, compinatoire des lettres.
Les participants sont classés en **cinq catégories** : classe de 6^e, classe de 5^e, classe de 4^e, classe de 3^e, classes de 2^e1^eTerm^e, plus une catégorie adulte lors de l'open associé à la finale sur le *Salon de la culture et des jeux mathématiques*.

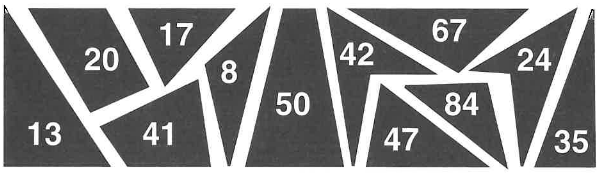
PARTENAIRES

Tangente (Editions Pole)
Spécial Logique (Dédale Publications)
Hypercube (Editions Pentaèdre)

1 - OBSERVATION

Qualification 2001

Combien y a-t-il de triangles contenant un nombre pair ?

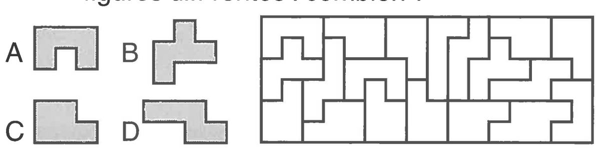


1	2
3	4
5	6

2 - OBSERVATION

Finale 2001

Cette grille est form e par l'assemblage de figures comme A, B, C, et D (qui peuvent tre tourn es et retourn es) et de quelques figures diff rentes : combien ?



1	2
3	4
5	6

3 - LOGIQUE

Finale 2001

Divisez la grille en quatre parties de forme identique, chacune comprenant un A, un B et un C. Les cases num rot es 1, 2, 3, 4, 5, 6 appartiennent toutes   la m me section sauf une :

B	B				
			1	2	3
	A	C	C		4
	A	C	C	B	B
	A			A	5
					6

5	6
7	8
9	10

4 - LOGIQUE

Finale 2001

En crivant un nombre en toutes lettres sur le pointill , laquelle ou lesquelles des lettres propos es peut-on placer dans le rectangle pour former une affirmation juste ?

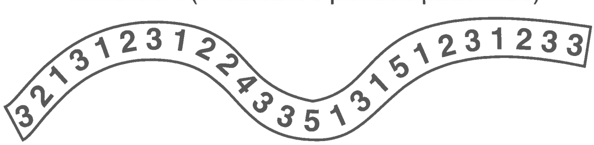
DANS CE
CADRE LA
LETTRE ☐
APPARAºT
.... FOIS

D	I
R	S
T	U

5 - NOMBRES

Qualification 2001

On peut diviser cette bande pour que la somme des nombres sur chaque section soit toujours la m me. Combien y a-t-il de sections ?(Plusieurs r ponses possibles)



2	4
5	6
10	12

6 - NOMBRES

Qualification 2001

De combien de fa ons peut-on corriger l' galit en rempla ant un jeton clair par un jeton sombre ?

6 + 5 - 9 = 7 + 2 - 4

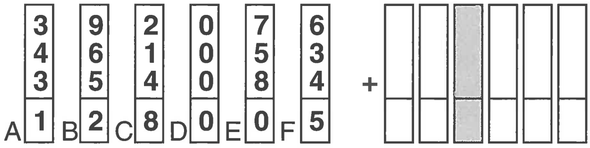
1 2 3 4 5 6 7

1	2
3	4
5	6

7 - NOMBRES

Finale 2001

Replacez ces bandelettes dans le bon ordre pour former une addition. Laquelle placerez-vous dans la position des milliers ?

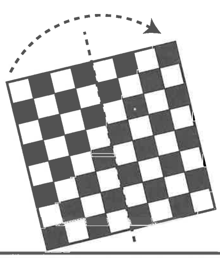


A	B
C	D
E	F

8 - NOMBRES

Fianle 2001

Un chiquier comme celui repr sent ci-contre est imprim sur du papier.
Combien de fois faut-il le plier en deux pour obtenir un carr de la taille d'une case ?



4	5
6	7
8	10

9 - LETTRES

Qualification 2001

Dans cette citation de Goethe, les premi res et les derni res lettres de chaque mot ont t permut es, puis les espaces entre les mots ont t retir s. Combien y a-t-il de lettres dans le sixi me ?

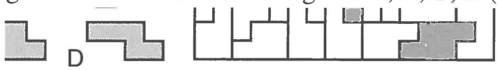
SELSATHEMATIQUEMENTEUVE
NPRFFACEENUCUAEREJUGP

2	3
4	5
6	7

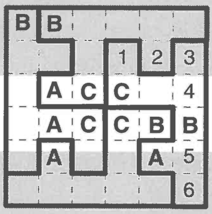
Solutions

1 Ily a deux triangles contenant un nombre pair : 8 et 84.

2 Deux figures sont différentes des figures A, B, C, D (voir la figure).



3 La case 2 (voir la figure).



4 Il y a deux solutions :la lettre D apparaît TROIS fois ou la lettre U apparaît DEUX fois.

5 Le problème a trois solutions : 2 sections de somme 30, 4 sections de somme 15, ou 5 sections de somme 12.

6 Il y a trois solutions :
6+5-6=7+2-4 ; 6+5-9=4+2-4 ; 6+5-9=7+2-7.

7 F (236 970 + 143 650 + 434 580 = 815 200).

8 Il faut le plier 6 fois.

9 Il y a 5 lettres (les mathématiques ne peuvent effacer AUCUN préjugé).

MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES ALSACE

Une compétition vraiment internationale.

C'est une compétition **entre classes de troisième et de seconde en France** et de niveau équivalent à **l'étranger**. Elle est organisée par l'**Inspection Pédagogique Régionale** et par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Académie de Strasbourg**.

Une **équipe internationale de professeurs de mathématiques** est chargée de la création des sujets : 10 exercices en troisième et 3 de plus en seconde, l'énoncé de l'un d'entre eux est donné en **allemand, anglais, italien et espagnol** ; la solution doit être rédigée dans l'une de ces langues.

La compétition s'adresse aux **classes entières** et c'est la participation de tous, l'esprit d'équipe, l'initiative des élèves et la pratique d'une langue étrangère qui sont valorisés. La difficulté graduée et les thèmes variés des exercices permettent à tous les élèves d'une même classe d'apporter leur contribution et chacun peut y trouver du plaisir selon ses goûts et ses compétences.

L'objectif est ainsi d'ouvrir des frontières entre la France et les pays voisins, entre les établissements scolaires, les entreprises et la cité, entre les mathématiques et les langues vivantes, entre les collèges et les lycées et entre les élèves d'une même classe.
De nombreux lots viennent récompenser les lauréats en présence de leurs professeurs, de personnalités locales et de la presse.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1989/90 : Première édition rassemblant 87 classes et 2400 élèves du nord de l'Alsace.
Depuis, le nombre des participants est en augmentation constante pour atteindre 5000 classes et 128 000élèves en 2002/2003.
Depuis 1992 : participation de l'académie d'Aix Marseille, avec plus de 11000 élèves.
30 secteurs d'organisation répartis dans 20 pays.
Toutes les équipes concourent à partir des mêmes sujets, élaborés par une équipe internationale.
Participation des principaux pays étrangers : l'Allemagne, l'Italie, la Suisse, le Royaume-Uni, la Pologne, le Liban et la Hongrie et de nombreux autres pays de l'Union européenne, au total plus de 100 000 élèves.

PARTENAIRES

Inspection pédagogique régionale
IREM de Strasbourg

ÉPREUVES

Par classes entières de troisième et de seconde ou de niveau équivalent.
Catégories : 3^{e} : 10 exercices
2nde : 13 exercices.
Les énoncés sont courts, attrayants, s'efforcent de ne mettre en œuvre que des outils élémentaires, les plus variés possibles. Ils sont conformes aux programmes de mathématiques en vigueur dans les pays participants.

COMPÉTITION

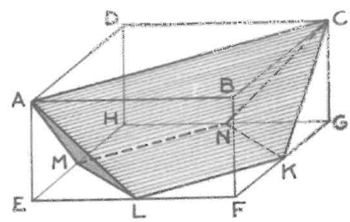
Octobre : inscription des classes
Décembre : épreuve d'entraînement (1h 30)
Mars : épreuve officielle (1h 30)
Mai : remise des prix.

CONTACTS

Lycée Louis Pasteur
24, rue Humann – 67 085 STRASBOURG - France
tél. : 03 88 15 70 60
Fax : 03 88 15 70 69
e-mail : msf@ac-strabourg.fr
site Internet : www.ac-strasbourg.fr/microsites/maths_msf

1. CKDO

Le solide ABCDEFGH est un pavé droit tel que AE = 3 cm. ABCD est un carré de 6 cm de côté.
M, K, L et N sont des milieux d'arêtes.

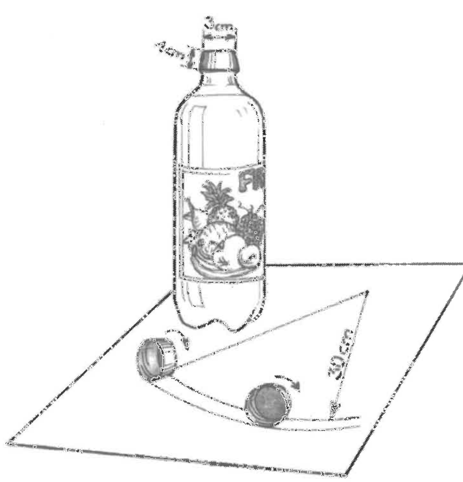


Construire deux exemplaires du solide ACKNML.
Assembler ces deux solides de manière à former une pyramide pour l'offrir à votre professeur.

2. TOUR BOUCHON

Une bouteille est fermée par un bouchon tronconique. Son petit diamètre mesure 3 cm et son côté 1 cm.
En roulant sur la table, ce bouchon décrit une couronne circulaire dont le rayon intérieur est égal à 30 cm.

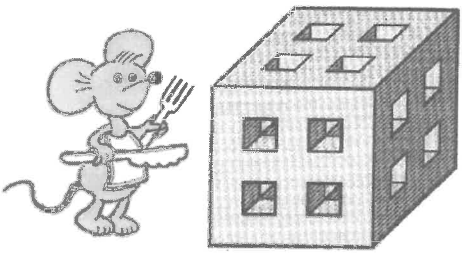
Calculer le grand diamètre du bouchon.



3. GRUYÈRE

Un cube a des arêtes de 5 cm.
On perfore ce cube de part en part : chaque trou a la forme d'un parallélépipède rectangle dont la section est un carré de 1 cm de côté. Les douze trous sont disposés « régulièrement » comme l'indique la figure ci-contre.

Calculer le volume total du cube ainsi perforé.



4. UN TEXTE SAVANT

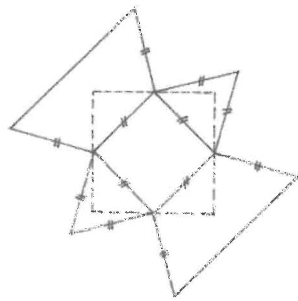
Un jour deux hommes avaient l'un trois pains, l'autre deux. Ils allèrent se promener près d'une source. Lorsqu'ils furent arrivés en ce lieu, ils s'assirent pour manger ; un soldat passa, ils l'invitèrent. Celui-ci prit place à côté d'eux et mangea avec eux, chaque convive ayant part égale.
Lorsque tous les pains furent mangés, le soldat partit en leur laissant cinq pièces pour prix de son repas. De cet argent le premier prit trois pièces puisqu'il avait apporté trois pains, l'autre de son côté prit les deux pièces qui restaient pour prix de ses deux pains.

Ce partage a-t-il été bien fait ? Sinon proposer le partage qui semble le plus équitable, en justifiant la réponse.
(D'après Léonard de Pise : De duobus hominibus panes habentibus.)

Solutions

1

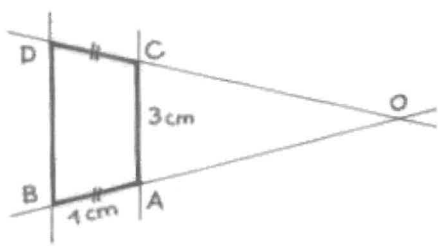
CKDO



2

TOUR BOUCHON

1re solution : (avec le théorème de Thalès)
Soit [AB] le segment suivant lequel le bouchon est en contact avec la table ; le plan perpendiculaire à la table et contenant (AB) coupe le bouchon suivant le trapèze ABDC. O désigne le centre de la couronne.
D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{OA}{OB} = \frac{AC}{BD}$ soit $\frac{30}{31} = \frac{3}{BD}$ et BD = 3,1 cm.

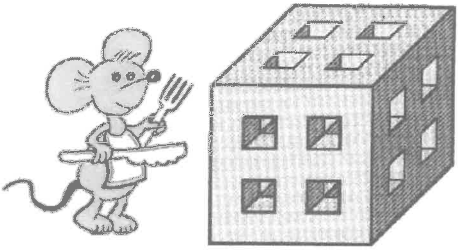


2e solution : (avec les périmètres)
La circonférence du « haut » du bouchon est : 3π cm. Ce « haut » du bouchon décrit une courbe circulaire de longueur 60π cm.
Le bouchon fait donc $\frac{60\pi}{3\pi} = 20$ tours complets.
Le « bas » du bouchon fait aussi 20 tours sur un cercle de 31 cm de rayon, donc de longueur 62π cm. Donc la circonférence du « bas » du bouchon est $\frac{62\pi}{20} = 3{,}1\pi$ cm. Le grand diamètre du bouchon est donc 3,1cm.

3

GRUYÈRE

Deux étages de 9 cm^3 s'intercalent entre trois étages de 21 cm^3.
On en déduit que le volume total est de 81 cm^3.



4

UN TEXTE SAVANT

Le partage 3 pièces / 2 pièces serait équitable si le soldat avait mangé les 5 pains tout seul.

Or chacun des trois convives a mangé $\frac{5}{3}$ de pain.

Le premier homme, ayant apporté 3 pains, en laisse $\frac{9}{3} - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$ au soldat.
Le second, ayant apporté 2 pains, en laisse $\frac{6}{5} - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$ au soldat.
Donc le premier donne 4 fois plus de pain au soldat que le deuxième.
Le partage 4 pièces / 1 pièce est donc plus équitable !

RALLYE MATHÉMATIQUE SANS FRONTIÈRES MIDI-PYRÉNÉES

L'**IREM de Toulouse** organise depuis 1992 un **Rallye mathématique** destiné aux élèves des classes de troisième et de seconde, depuis 1997 aux classes de cycle 3 de l'enseignement primaire et depuis 1999 aux classes de sixième.

Cette compétition est constituée d'une épreuve écrite par classe entière (trois pour les primaires) et d'une super-finale regroupant les classes gagnantes de chaque département de l'académie ainsi que celles d'Andorre, de Galice et de Huesca. Se joignent également aux épreuves écrites des classes de l'Académie de Rouen, de l'Ile de la Réunion, de Belgique, d'Espagne, (Saragosse, Cartagena) et du Maroc.

On peut estimer qu'en 2003 environ 50 000 candidats y ont participé.

CONTACTS

André ANTIBI à l'IREM de Toulouse
Université Paul Sabatier
118, Route de Narbonne
31062 Toulouse Cedex 4
Tel : 05 61 55 68 83 Fax : 05 61 55 82 58
Email : irem@cict.fr

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1992 : Début d'un Rallye expérimental dans trois départements de l'académie (Gers, Tarn, Tarn-et-Garonne) avec le soutien du Rallye mathématique d'Aquitaine.
1993 : Extension du Rallye à tous les départements de l'académie et à l'Andorre.
1994 : Participation de la Galice et de la Catalogne. Mise en place de la Super-finale.
1997 : Extension du Rallye au cycle 3 du primaire dans certains départements.
1998 : Mise en place à titre expérimental d'une compétition pour les classes de CM2 et de sixième de l'Ariège.
1999 : Extension du Rallye aux classes de sixième d'autres départements.

COMPÉTITION

Épreuve écrite en mars (sixième, troisième, seconde), en décembre, janvier et mars (primaire).
Cette épreuve permet l'attribution de prix départementaux pour chaque niveau et chaque catégorie.
Super-finale en mai : le premier prix de chaque département ou pays participant dans chaque catégorie se rend à l'Université Paul Sabatier à Toulouse et doit résoudre, par classe entière, quatre exercices.

ÉPREUVES

Par classe entière.
Epreuve écrite :
Pour les classes de troisième et seconde, elle est constituée de 10 problèmes dont 8 sont communs à toutes les catégories et 2 sont spécifiques à chacune d'elles (troisième, seconde générale et seconde professionnelle). La durée est de 1 heure 30.
Pour les classes de primaire elle est constituée de trois manches. Les élèves ont à choisir de résoudre 3 problèmes parmi 8 et à les renvoyer à une date fixée.
Pour les classes de sixième, elle se déroule en une manche de 1 heure 30. Elle est constituée de 8 problèmes.
Super-finale : elle est organisée pour toutes les catégories. Elle consiste en la résolution en classe entière de 4 exercices en dix minutes maximum. Le temps est pris en compte pour départager les aequo.

PARTENAIRES

Rectorat de l'Académie et Inspections académiques. Conseil Régional et conseils généraux. Mairies. Crédit Agricole. APMEP. France Telecom....

1 - HOLMES ENQUETE   3e, 2nde

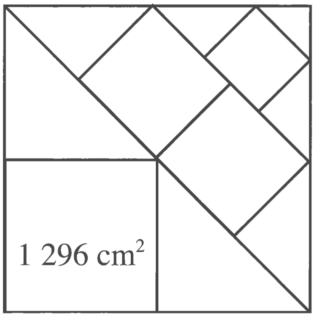
Le célèbre détective interroge 4 suspects, il sait que le coupable est parmi eux.
« C'est Alain » dit Michel.
« Non, c'est Franck » dit Alain.
« En tout cas, ce n'est pas moi » dit Fernand.
« Alain est un menteur, il ose dire que c'est moi » dit enfin Franck.
Sherlock Holmes sait qu'un seul dit la vérité et il trouve le coupable.

1. Qui est le coupable ?
2. Qui dit la vérité ?

2 - DU GRAND AU PETIT   3e, 2nde

L'aire de l'un des cinq carrés de la figure ci-dessous est indiquée.

Quelle est l'aire du petit carré hachuré ?



3 - ON NE S'ÉNERVE PAS

3e, 2nde

Un participant au Rallye s'énerve : il déchire en 8 morceaux sa feuille de papier (1re étape), puis il prend un des morceaux qu'il déchire de nouveau en 8 (2e étape), et ainsi de suite (à chaque étape, il prend un des morceaux et il le déchire en 8).

Au bout de combien d'étapes aura-t-il obtenu 2003 morceaux (en admettant qu'il puisse déchirer des morceaux, même très petits) ?

4 - LE PAVÉ - CUBE

3e, 2nde

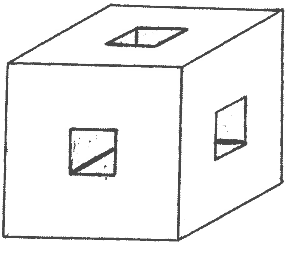
Je suis un pavé droit. En augmentant ma plus petite dimension de 3 cm et en diminuant ma plus grande dimension de 5 cm, je deviens alors un cube tout en conservant mon volume.

Quelle est la longueur des arêtes de ce cube ?

5 - COURANT D'AIR

2nde pro

Un cube a une arête de 16 cm. On trace sur chacune de ses six faces un petit carré de côté 4 cm, centré au centre de la face. On retire du cube les trois prismes droits dont deux faces opposées sont deux des six petits carrés précédents.



Quel est le volume restant ?

6 - ÉTIQUETEZ BIEN ! 6^e

Vous disposez d'une feuille rectangulaire de 19 cm sur 24 cm.

Combien d'étiquettes rectangulaires de 3 cm sur 7 cm au maximum, peut-on y découper ?

7 - DE PROCHE EN PROCHE 6^e

On sait que : 12 345 679 × 9 = 111 111 111.

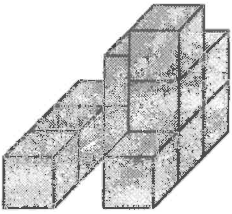
Quelle est la valeur de chacun des nombres suivants :

a) 12 345 679 × 18

b) 12 345 679 × 6 318

8 - FAITES LE PLEIN 6^e

Voici un assemblage de petits cubes collés les uns aux autres (aucun n'est totalement caché sur le dessin ci-contre).



Quel nombre minimum de petits cubes faut-il y ajouter pour former un cube plein ?

9 - LE BEL ÂGE Cycle 3

Dans une classe de cycle trois, tous les élèves ont le même âge sauf deux qui ont un an de plus et un qui a un an de moins. Si on ajoute tous leurs âges, on trouve 208.

Combien y-a-t-il d'élèves dans cette classe ?

Solutions

1

HOLMES ENQUETE

Le coupable est Fernand, celui qui dit la vérité est Franck.

2

DU GRAND AU PETIT CARRÉ

Aire du petit carré hachuré : 288 cm^2.

3

ON NE S'ÉNERVE PAS

Il aura obtenu 2003 morceaux au bout de 286 étapes.

4

LE PAVÉ QUI DEVIENT CUBE

Longueur des arêtes du cube : 7,5 cm.

5

COURANT D'AIR

Volume restant : 3 456 cm^3.

6

ÉTIQUETEZ BIEN !

Nombre maximum d'étiquettes : 21.

7

DE PROCHE EN PROCHE

a) 12 345 679 × 18 = 222 222 222

b) 12 345 679 × 6318 = 77 999 999 922

8

FAITES LE PLEIN

Nombre de cubes à rajouter : 16.

9

LE BEL ÂGE

Nombre d'élèves de la classe : 23.

RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN (RMT)

Le **Rallye mathématique transalpin** (RMT) est une compétition entre classes du primaire et du secondaire. Il se déroule actuellement en Suisse romande, au Tessin, dans une douzaine de provinces ou régions d'Italie, en France dans le département de l'Ain, au Luxembourg et en Israël.

Les objectifs sont :

- pour les élèves, la résolution de problèmes, le travail en équipes, le débat scientifique et la justification des solutions ;
- pour les maîtres, l'observation des élèves en activité de résolution de problème, l'exploitation des sujets dans leur enseignement, l'analyse des résultats, la constitution d'une collection de problèmes expérimentés dont les stratégies et procédures de résolution ont été explicitement relevées ;
- pour les chercheurs en didactique, pour les formateurs et pour les animateurs, l'enrichissement de leurs connaissances sur les phénomènes liés à la résolution de problèmes dans les apprentissages en mathématiques.

Les épreuves sont constituées de 5 à 7 problèmes, de difficultés variées, afin que chaque élève puisse être actif et que l'ensemble de la tâche soit trop lourd pour un seul individu, aussi doué soit-il. En l'absence de leur enseignant, les élèves disposent de 50 minutes pour s'organiser, résoudre les problèmes, adopter une seule réponse pour la classe et la rédiger de manière très explicite, avec les justifications nécessaires.

Des journées d'études internationales permettent aux animateurs des différents pays participants de travailler ensemble à l'élaboration des sujets, aux analyses des résultats et aux exploitations didactiques des problèmes du RMT.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1993 : création du Rallye mathématique romand ouvert aux classes de l'école primaire. Il devientRallye mathématique transalpin (RMT) en 1996 avec la participation de classes italiennes.
1997 : ouverture aux classes de degré 6 et extension à la région de Bourg-en-Bresse. Premières journées d'études internationales.
1998 : ouverture aux classes des degrés 7 et 8, extension à d'autres régions d'Italie, au Luxembourg et Israël.
2001 : fondation de l'Association Rallye Mathématique Transalpin.
2004 : plus de 2 000 classes participent au 12e RMT, 8e journées d'étude internationales.

COMPÉTITION

1. Épreuve d'entraînement en décembre.
2. Épreuves I et II, de janvier à avril.
3. Finales régionales, en mai ou juin.
4. Un titre de classe "championne" de chaque catégorie est attribué au plan international.

ÉPREUVES

Collectives, par classes.
6 catégories, des degrés 3 à 8 (8 à 14 ans).
Problèmes : 5 à 7 dont certains sont en communs à plusieurs catégories.La préparation des problèmes est faite en coopération par les différentes équipes régionales et nationales. Les traductions (en français, italien, allemand, hébreu) sont rigoureusement comparées.

PARTENAIRES

L'association ARMT.
Les revues Math-Ecole (Suisse romande) et L'educazione matematica (Italie, Cagliari).
L'unité locale de recherche en didactique du Département de Mathématiques de l'Université de Parme, Italie.Divers instituts de formation des maîtres et départements de mathématiques universitaires, selon les régions.

CONTACTS

Site Internet : www.irdp.ch/rmt
ARMT, coordinateurs internationaux :
François Jaquet, rédacteur de Math-Ecole, Neuchâtel (CH), e-mail: fr.jaquet@bluewin.ch

Lucia Grugnetti, Unité locale de recherche en didactique de l'Università di Parma, rédactrice de L'educazione matematica, e-mail : lucia.grugnetti@unipr.it

Énoncés

1 - LES POMPIERS

8 - 9 ans

Les pompiers de Transalpie ont trois échelles :

– une courte ;
– une moyenne, qui mesure deux fois la courte ;
– une longue, qui mesure quatre fois la courte.

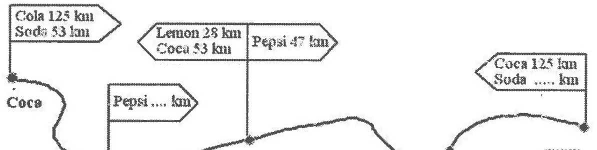
Les pompiers peuvent les accrocher les trois à la suite l'une de l'autre, pour former une très grande échelle de 42 mètres de longueur.

Combien mesure chacune des trois échelles ?
Expliquez votre raisonnement.

2 - LES CINQ VILLES

8 - 10 ans

Sur la carte du Pays de la Soif, voici la route qui relie les cinq villes du pays, Coca, Cola, Lemon, Pepsi et Soda :



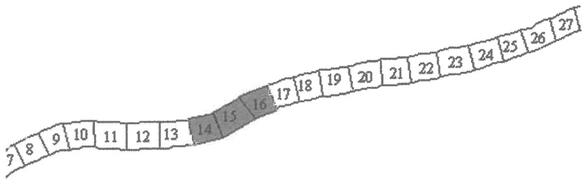
On a aussi copié quelques panneaux qui indiquent les distances entre certaines villes.
(Par exemple, le panneau de gauche, planté à Coca, indique qu'il y a 125 km de Coca à Cola et 53 km de Coca à Soda).
Le nom de Coca est déjà noté à sa place.

Écrivez à leur place les noms des quatre autres villes.
Écrivez les distances qui manquent sur deux des panneaux.

3 - LE RUBAN DE MARIE

8 10 ans

Marie a un ruban avec les nombres naturels de 1 à 40. Elle colorie la partie du ruban avec les trois nombres 14, 15 et 16 qui se suivent.



Elle additionne ces trois nombres et trouve la somme de 45, qui est justement l'âge de sa mère !

Pourrait-elle aussi obtenir 45 en additionnant d'autres nombres qui se suivent sur une partie du ruban ?
Écrivez toutes vos solutions et les calculs que vous avez faits.

4 - L'ÉQUIPE DE FOOT

9 - 12 ans

L'entraîneur regarde son équipe entrer sur le terrain. Il additionne les numéros des maillots de ses 11 joueurs et il obtient la somme de 66.
Il fait deux changements à la mi-temps : les joueurs qui ont les maillots N° 12 et 14 prennent la place de deux camarades. L'entraîneur additionne à nouveau les numéros de tous les maillots et obtient 86 (les joueurs ont tous des numéros différents, et il n'y a pas de maillot 0).

Quels peuvent être les numéros des deux joueurs qui se font remplacer ?

5 - MENTEUR ET MENTEUR 10 - 13 ans

Pinocchio ment le mardi, le mercredi et le jeudi, mais il dit la vérité les autres jours de la semaine.
Dorante ment le samedi, le dimanche et le lundi, mais il dit la vérité les autres jours de la semaine.
Un jour où Pinocchio et Dorante se rencontrent,
Pinocchio dit : « Hier je mentais »
et Dorante dit : « Moi aussi ».

Quel jour de la semaine se sont-ils rencontrés ?

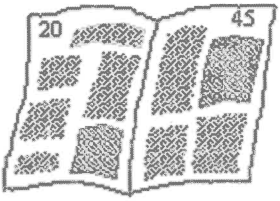
6 - LES RUBANS 12 - 14 ans

Pour décorer le dessus rectangulaire d'un paquet de fête, on colle un ruban transparent jaune de 6 cm de largeur, reliant un côté au côté opposé.
On colle ensuite un deuxième ruban transparent bleu, de 4 cm de largeur, reliant les deux autres côtés.
La figure formée à l'endroit où les deux rubans sont superposés est de couleur verte. Un de ses côtés mesure 4,5 cm.

Trouvez les mesures des autres côtés de cette figure.
Expliquez votre raisonnement.

7 - UN QUOTIDIEN 12 - 14 ans

Dans un quotidien formé d'un seul cahier, dans lequel 11 pages sont consacrées au sport, les pages 20 et 45 se trouvent sur la même face d'une feuille.



Combien ce quotidien a-t-il de pages ? Justifiez votre réponse.

8 - LA POURSUITE 12 - 14 ans

Durant sa ronde de nuit, Sem le policier voit un voleur quitter en courant une bijouterie. Il se lance aussitôt à sa poursuite.
Au début de la poursuite, la distance entre Sem et le voleur équivaut à 18 pas du voleur.
Pendant que le voleur fait 8 pas, Sem en fait 5. Mais, en longueur, 2 pas de Sem valent 5 pas du voleur.

Combien de pas Sem devra-t-il faire pour attraper le voleur ? Expliquez votre raisonnement.

Solutions

1

LES POMPIERS

On peut procéder par essais organisés (additifs ou multiplicatifs) en vérifiant la longueur totale : par exemple, comprendre que si l'échelle courte mesurait 10 m, la longue aurait 40 m et le total des trois serait supérieur à 42 m, qu'il en irait de même avec 9 m, ou 8 m ; montrer que, avec 7 m : 7 + 14 + 28 = 49 c'est encore trop long et constater qu'on atteint les 42 m avec une échelle courte de 6 m : 6+ 12 + 24= 42.
Les longueurs des trois échelles sont donc **6 m, 12 m et 24 m**.

2

LES CINQ VILLES

Il s'agit tout d'abord de retrouver la disposition des villes selon les indications des panneaux (l'invariance des distances permet selon le sens de parcours de trouver les emplacements de Cola, à droite, et de Soda, en troisième position depuis la gauche). Lemon, en deuxième position et Pepsi, en quatrième position, depuis la gauche, sont déterminées par l'orientation des panneaux. Cette disposition peut aussi se faire par essais successifs.
Il reste alors à déterminer la distance de Cola à Soda (panneau de droite) à partir des informations pertinentes : 125 de Coca à Cola et 53 de Coca à Soda , c'est-à-dire **72** (53 + … = 125 ou 125 – 53) et à déterminer la distance de Lemon à Pepsi (deuxième panneau) à partir des informations : Soda-Pepsi 47, Soda-Lemon 28 c'est-à-dire **75** (47 + 28).

3

LE RUBAN DE MARIE

Les cinq solutions sont : **22-23 ; 14-15-16 ; 7-8-9-10-11 ;**
5-6-7-8-9-10 ; 1-2-3-4-5-6-7-8-9.

4

L'ÉQUIPE DE FOOT

La somme 66 s'obtient avec les nombres 1, 2, 3, 4, 5, … 11 et la somme 86 s'obtient par l'addition de 11 nombres, dont 12 et 14. Il faut comprendre par conséquent que la somme, 26 (12 +14) des deux nouveaux nombres vaut 6 de plus que l'augmentation de 20 et que la somme des nombres à retirer doit être 6.
Il y a deux solutions : (1 ; 5) et (2 ; 4).

Solutions

5

MENTEUR ET MENTEUR

La phrase « hier je mentais » est vraie, pour Pinocchio, le vendredi (car ce jour-là il dit la vérité et la veille il mentait) mais aussi le mardi qui exige une double négation. Cette phrase est vraie pour Dorante le mardi, mais aussi le samedi (double négation).
Le seul jour qui convient est le mardi.

6

LES RUBANS

Dessiner l'intersection des deux rubans est un parallélogramme, non-rectangle, sinon les mesures de ses côtés seraient 4 et 6 cm.
Deux de ses côtés mesurent 4,5 cm, ils « traversent » le ruban bleu de 4 cm de largeur et sont situés sur les bords du ruban jaune de 6 cm de largeur. L'aire du parallélogramme est donc 27 (4,5 × 6) en cm^2.
Les deux autres côtés mesurent 6,75 cm, calculés à partir de l'aire et de la largeur du ruban bleu (27 : 4).

7

UN QUOTIDIEN

Sur un journal ouvert, les paginations vont par « sauts » de 2 en 2 d'une feuille à l'autre, ... Le recto de la feuille « 20 et 45 » est suivi du recto des feuilles « 18 et 47 » ; « 16 et 49 », « 14 et 51 », ... jusqu'à « 2 et 63 ».
Le quotidien a 64 pages.
On peut aussi remarquer qu'il y a 19 pages avant 20 et autant après 45, c'est-à-dire que le nombre total de pages est **45 + 19 = 64**.

8

LA POURSUITE

« étapes »	0	1	2	3	4
dépl. du voleur (en pas du voleur)	18	18 + 8 = 26	26 + 8 = 34	42	50
dépl. de Sem (en pas de Sem)	0	5	2 × 5 = 10	15	20
dépl. de Sem (en pas du voleur)	0	12,5	25	37,5	50

CHAMPIONNAT DU NIGER

Voici, proposés par l'**Association Nigérienne des Jeux Mathématiques**, des extraits du championnat annuel de jeux mathématiques du Niger, qui attire plusieurs centaines de participants, dont les meilleurs vont représenter le Niger en France.

Les énoncés, parus dans le *Sahel Dimanche*, proviennent de sources diverses. Quelques-uns ont été adaptés à partir de problèmes du championnat FFJM, d'autres nous ont été communiqués par des fidèles. Tous ces problèmes ont été sélectionnés, sinon créés, par Ali Dan Faraouta, Boubé Mamane, Rabiou Ousman, Djibrilla Harouna, Hassane Hamidou Amadou, Issa Moussa, Issoufou Seydou Sanda, Morou Amidou, Nouhou Adama Maïga, Rabiou M. Issa, René Noudagbé, Saley Nouhou, Zaneidou Habou et Zouleyhatou Ibrah, sans oublier ceux qui ont quitté le Niger : Serge Camgrand, Pierre Chevrault, Bernard Cuvillier, Yves Bensimon, Philippe Goaillard, Pierre Guinamant, Guy Larchevêque, Marc Moreau, mais sont encore parmi nous pour tout ce qu'ils ont laissé.

L'A.N.J.M. est membre du C.I.J.M. et commence à avoir une reconnaissance hors du Niger puisque les revues, comme *Tangente* et le *Jeune Archimède* ont consacré des articles à son sujet. De plus, certains de nos problèmes proposés régulièrement dans le *Sahel Dimanche* sont repris dans des manuels de mathématiques utilisés dans de nombreux collèges et lycées de France (ainsi qu'au lycée La Fontaine de Niamey). L'A.N.J.M. oeuvre également dans d'autres directions pour promouvoir les mathématiques ludiques : une équipe assure par exemple l'animation « Des Chiffres et Des Lettres » au C.C.F.N. chaque samedi à partir de 16 heures.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1989 : Création du championnat du Niger.
1990 : Rubrique régulière de jeux mathématiques dans Sahel Dimanche.
1991 : Premières éliminatoires grand public par le biais de Sahel Dimanche.
À partir de 1992 : Organisation annuelle du championnat.

ÉPREUVES

Catégories : 4
Collèges (2), lycées, grand public.
Primaire : toutes à l'exception des élèves de CM.

COMPÉTITION

Éliminatoires : Dans les établissements scolaires ou par réponses au Sahel Dimanche.
Finale Nationale : Qualificative pour les championnats internationaux.

PARTENAIRES

Coopération française, Les librairies BURAMAA, BUROPA DAOUDA et MERCURE, SADE, Niger car, l'aéro-club de Niamey, BIAO, UGAN, le Centre Culturel Américain, le C.C.F.N., la CECA, le garage TOYOTA, le lycée La Fontaine, NIGETIP, le couturier ALPHAD, Manutention Africaine, NIGÉRAL, PEYRISSAC, ADEN, Le Rugby Club de Niamey, le CIFN, AIR France, COMINAK, CAREN Assurance, GAMMA Informatique, SOMAIR, TAMOIL.

CONTACTS

Ali DAN FARAOUTA
Association Nigérienne des Jeux Mathématiques
B.P. 13180 - Niamey
NIGER

1 - LA PETITE ÎLE

Pour faire le tour de la petite île, Gambina met une demi-heure avec sa barque et Maïga cinq minutes avec son bateau à moteur. Il vient de la dépasser.

Dans combien de temps la dépassera-t-il de nouveau ?

2 - UN VIEUX CAHIER D'ÉCOLIER

J'ai découvert un vieux cahier d'écolier à moitié brûlé. Voilà ce que j'ai pu lire sur ce qui restait d'une page :

$$\begin{array}{r|l} \ldots 372 & 317 \\ \cline{2-2} & \ldots \end{array}$$

(il apparaît que le quotient est un quotient exact de 3 chiffres).

Mais quel est ce quotient ?

3 - DATE PALINDROME

Un palindrome est un mot, un vers, une phrase, ou un numéro, qui se lit dans les deux sens.
Par exemple : TRACE L'ECART.
1991 est un millésime palindrome.
Le 19 septembre 1991 sera une date palindrome : 19 9 1991

Quelle fut la précédente ? Quelles seront les deux suivantes ?

4 - FACILE ... À DIRE

				U	N	E
+			D	E	M	I
+	F	I	N	A	L	E
=	F	A	C	I	L	E

Dans l'addition ci-dessus, les chiffres ont été remplacés par des lettres. Comme dans tout cryptarithme, une même lettre remplace toujours un même chiffre, et un même chiffre est remplacé par une même lettre. De plus, aucun nombre ne commence par un zéro.

Trouver la valeur des lettres.

5 - TRAVERSÉE

3e, 2nde

Les professeurs et les élèves d'un lycée (1 991 personnes au total) doivent traverser une rivière. Ils disposent pour cela d'une barque qui ne peut contenir plus de 100 kg. Or, chaque élève pèse 50 kg et chaque professeur 100 kg. Il faut au minimum 4 235 traversées pour faire passer tout le monde.

Combien y a-t-il d'élèves dans ce lycée (attention : un aller-retour compte pour deux traversées) ?

6 - JUMEAUX ET TRIPLÉS

J'ai 5 enfants, des jumeaux et des triplés. La somme de tous leurs âges fait 45. Échangez les âges des jumeaux et des triplés, cette même somme devient 50.

Combien d'années se sont écoulées entre la naissance des jumeaux et celle des triplés ?

7 - VOISIN – VOISINE

Lors d'un banquet, toutes les places d'une table ronde circulaire sont occupées.
7 femmes ont une femme à leur droite.
12 femmes ont un homme à leur droite.
3 hommes sur 4 ont une femme à leur droite.

Combien sont-ils ?

8 - BIOLOGIE MARTIENNE

Savez-vous combien les martiens ont de bras, de jambes et d'yeux ? C'est très simple. Considérez pour les deux premiers nombres cherchés la somme puis le produit. Ajoutez-les. Vous obtiendrez 34. Faites-en autant pour les jambes et les yeux : vous obtiendrez 14.

Qu'en déduisez-vous ?

NB : $(a + 1)(b + 1) = ab + a + b + 1$.
et n'oubliez pas que les nombres de bras, de jambes et d'yeux sont des nombres entiers.

Solutions

1

LA PETITE ÎLE

En une minute, Gambina contourne $\frac{1}{30}$ de l'île et Maïga $\frac{1}{5}$.

En une minute, Maïga a donc fait : « $\frac{1}{5} - \frac{1}{30}$ » soit 1/6 de tour de plus que Gambina. Il la dépassera donc **toutes les 6 minutes**.

2

UN VIEUX CAHIER D'ÉCOLIER

On a : $abc \times 317 = \ldots 372$. Donc $c = 6$. Enlevons 6 au nombre abc et donc $6 \times 317 = 1\,902$ au produit.
On a : $ab0 \times 317 = \ldots 470$ d'où $b = 1$. En raisonnant de même on trouve $a = 9$ et le quotient vaut : 916.

3

DATE PALINDROME

Il s'agit des dates suivantes :2891982, 2991992, 2012102
soit : 28 septembre 1982, 29 septembre 1992 et 20 janvier 2102.

4

FACILE ... À DIRE

				6	5	2
+			7	2	4	8
+	1	8	5	9	0	2
=	1	9	3	8	0	2

5

TRAVERSÉE

Il y a 1 863 élèves dans ce lycée.

6

JUMEAUX ET TRIPLÉS

Si j est l'âge des jumeaux, et t celui des triplés, on trouve $j - t = 5$.

7

VOISIN - VOISINE

35 personnes.

8

BIOLOGIE MARTIENNE

En utilisant deux fois l'égalité $(a + 1)(b + 1) = ab + a + b + 1$ pour nombres entiers, on obtient 6 bras, 4 jambes et 2 yeux.

CONCOURS NATIONAL TUNISIEN DE MATHEMATIQUES A.T.S.M.

Instrument privilégié de motivation des lycéens pour les mathématiques, le **Concours national de mathématiques** organisé par l'**Association Tunisienne des Sciences Mathématiques** (A.T.S.M.) est ouvert aux meilleurs élèves de sixième année du secondaire. Il leur permet de mettre en valeur leur capacité à appréhender les situations nouvelles faisant intervenir les qualités de patience, d'intuition, de finesse et de rigueur.

Le Concours national représente pour l'A.T.S.M. et donc pour les enseignants de mathématiques en Tunisie, un des instruments privilégiés pour évaluer des aspects de l'enseignement des mathématiques, en particulier le degré d' assimilation de certains concepts importants. Il permet également de recenser quelques types d'erreurs de nature à mener les enseignants à changer d'attitude et de comportement pédagogiques dans l' introduction de certaines notions.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le concours se déroule chaque année au mois de mai, depuis 1976.
Une préparation des jeunes lauréats est prise en charge par l'ATSM en vue des Olympiades maghrébines et internationales.
L'ATSM organise aussi depuis quelques années les phases tunisiennes (demi-finales et finale nationale) du championnat international des jeux mathématiques FFJM.

ÉPREUVES

Individuelles.
Catégorie : 6^{e} année du secondaire.
Exercices : Aucun programme officiel, aucune érudition supposée. Les énoncés sont choisis de manière à ce que les candidats puissent utiliser leurs connaissances et les méthodes qu'ils ont acquises en secondaire.

COMPÉTITION

Les élèves sont sélectionnés par établissement.

PARRAINS

Ministère de l'Éducation Nationale de Tunisie.
Revue de l'ATSM : Omar Khayyam

CONTACTS

ASSOCIATION TUNISIENNE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
Bechir Kachoukh
43, rue de la Liberté
2019 Le Bardo
Tunis TUNISIE
Tél : (216) 1 261455
Fax : (216) 568 954

1 - PLUS GRANDE VALEUR

Déterminer la plus grande valeur pour chacun des réels x, y, z, satisfaisant aux conditions suivantes :

$x + y + z = 10$

$xy + yz + zx = 12.$

2 - ANGLES DU TRIANGLE

On désigne par a, b, c les longueurs respectives des côtés [BC], [CA], [AB] d'un triangle (ABC) et par α, β, γ, les mesures en radians des angles BAC, ABC, ACB de ce triangle.

Montrer que si $c^2 = b^2 + ab$ alors $\gamma = 2\beta$.

3 - SUITE D'ENTIERS

Soit f une application de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$:

$f(1) = 3$ et $f(n+m) + f(n-m) = n - m + 1 + \dfrac{f(2n) + f(2m)}{2}$ pour n et m entiers naturels tels que $n = m$.

Montrer que $f(2n) = 4\,f(n) - 2n - 3$.

Soit (V_n) la suite définie par $V_n = f(n) - f(n-1)$; montrer que (V_n) est une suite arithmétique.

Calculer $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} V_k$ en déduire $f(n)$ pour n dans $\mathbb{N}$.

4 - TRIANGLE ÉQUILATÉRAL

Soit (ABC) un triangle équilatéral, tel que $(AB, AC) = \dfrac{\pi}{3}\ [2\pi]$;

D un point de [AB] et E un point de [AC] tels que AD = AE.

On construit les triangles équilatéraux (AEF), (AGB) et (CDH) tels que :

$(AE, AF) = (AG, AB) = (CD, CH) = \dfrac{\pi}{3}\ [2\pi]$

1) Montrer que les droites (EF) et (BG) passent par H.

2) Montrer que les milieux respectifs I, J, K des segments [AF], [EH], [GD] sont les sommets d'un triangle équilatéral.

Solutions

1

PLUS GRANDE VALEUR

On a : $x + y = 10 - z$ et $xy = 12 - z\,(10 - z)$.
Si on pose X = x ou y on obtient : $X^2 - (10 - z)X + 12 - z\,(10 - z) = 0$.

$\gamma = -3\,(z + 2)\,(z - \frac{26}{3})$; $\gamma = 0$ pour $-2 = z = \frac{26}{3}$, d'où $z = \frac{26}{3}$ et $x = y = \frac{2}{3}$

donc l'un des réels peut prendre comme plus grande valeur $\frac{26}{3}$.

2

ANGLES DU TRIANGLE

On a $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab \cos \tilde{a} = b^2 + ab$ donc $\cos \tilde{a} = \frac{(a-b)}{2b}$.

$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,ac \cos\beta$ d'où $c^2 - ab = a^2 + c^2 - 2\,ac\cos\beta$ donc

$\cos\beta = \frac{(a+b)}{2c}$.

$$\cos 2\beta = 2\cos^2\beta - 1 = 2\left(\frac{a+b}{2c}\right)^2 - 1 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab - 2c^2}{2c^2} =$$

$$\frac{a^2 + ab - c^2}{2c^2} = \frac{a^2 - b^2 + b^2 + ab - c^2}{2c^2} = \frac{a^2 - b^2}{2c^2} = \frac{(a-b)\,(a+b)}{2(b^2 + ab)} =$$

$$\frac{(a-b)}{2b} = \cos\gamma \text{ d'où } \gamma = 2\beta.$$

Solutions

3

SUITE D'ENTIERS

On a f(0) = 1 d'où $2\,f(n) = n + 1 + \dfrac{f(2n) + 1}{2}$ donc $f(2n) = 4\,f(n) - 2n - 3$.

$V_{n+1} - V_n = f(n + 1) - f(n - 1) - 2\,f(n) = n + f(2n) + f(2) - 2\,f(n)$.

$V_{n+1} - V_n = \dfrac{f(2)}{2} - \dfrac{3}{2} = \dfrac{7}{2} - \dfrac{3}{2} = 2$ donc (V_n) est une suite arithmétique de raison 2.

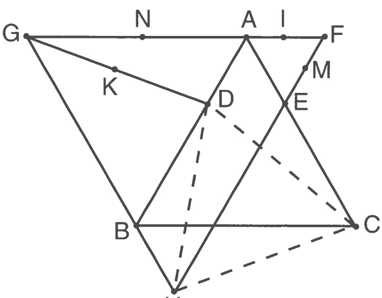
$$\sum_{k=1}^{n} V_k = \frac{n[2V_1 + (n-1)2]}{2} \text{ or } V_1 = f(1) - f(0) = 2$$

d'où $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} V_k = \frac{n[4 + (n-1)2]}{2}$.

$$\sum_{k=1}^{n} V_k = n\,(n + 1) = f(n) - f(0) \text{ donc } f(n) = n^2 + n + 1.$$

4

TRIANGLE ÉQUILATÉRAL



Soit $\mathcal{R}(C, \frac{\pi}{3})$: A → B et D → H d'où AD = BH = AF.

$\widehat{CBH} = \widehat{CAD} = \dfrac{\pi}{3}$ donc (BG) passe par H.

(AE) est parallèle à (BH) et AE = BH donc (HE) est parallèle à (AD) et HEC = AEF = $\dfrac{\pi}{3}$. Donc (EF) passe par H.

Soit M et N les milieux de [EF] et [AG], KN = $\dfrac{1}{2}$ DA = $\dfrac{1}{2}$ AE = IM.

NI = $\dfrac{1}{2}$ (AG + AF) = $\dfrac{1}{2}$ GF = $\dfrac{1}{2}$ HF = MJ.

INK = $\dfrac{2\pi}{3}$ = IMJ d'où IK = IJ et NIK = IJM.

KIJ = π – (NIK + FIJ) = π – [NIK + π – (IFJ – IJF)] = $\dfrac{\pi}{3}$.

Donc le triangle IJK est équilatéral.

TOURNOI DES VILLES

Le **Tournoi des Villes** est un tournoi mathématique pour les élèves de la quatrième à la terminale. Ce tournoi a démarré en Russie en 1980 et est devenu réellement international depuis. Aujourd'hui, plus de 100 villes dans 20 pays différents en Europe de l'Est et de l'Ouest, en Amérique du Nord et du Sud, en Asie et en Australie y participent. Ce tournoi se déroule en deux temps (une version d'automne et une version de printemps) et le meilleur des deux résultats est conservé pour établir le classement. Évidemment, rien n'empêche un candidat de ne venir qu'à une seule des deux épreuves.

Les sujets sont les mêmes dans tous les pays où le tournoi est organisé. Pour chacune des deux catégories d'âge (de la quatrième à la seconde et de la première à la terminale), deux versions de l'épreuve sont proposées (la version normale qui dure 4 heures et la version difficile qui dure 5 heures). La difficulté des problèmes est assez variée et on ne conserve, pour chaque candidat, que les points des trois problèmes les mieux réussis ce qui permet à chacun de concourir à son niveau. Le score final est affecté d'un coefficient suivant la classe effective du participant. Les démonstrations sont demandées.

Le tournoi est organisé à Paris, Lyon et Nancy pour l'instant. Un de nos objectifs est de l'organiser plus largement en France avec des collaborateurs locaux.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

- 1980 : Première organisation du tournoi à Moscou, Leningrad et Riga.
- 1984 : Le tournoi est soutenu par l'académie des sciences d'URSS et devient international.
- 1988 : Première participation « occidentale » : Toronto.
- 1998 : Première participation de Paris.
- 2003 : Création d'une association et première participation de Lyon et Nancy.

ÉPREUVES

Individuelles
Catégories : 2 (quatrième, troisième, seconde et première, terminale)
Niveaux : 2 (normal et difficile, au choix du candidat)
Problèmes : 5 à 7 en quatre ou cinq heures (seuls les trois les mieux réussis comptent) dont les solutions doivent être rédigées.

COMPÉTITION

Version d'automne : un dimanche matin en octobre ou en novembre.
Version de printemps : un dimanche matin en février ou en mars.

CONTACTS

Tournoi des Villes
36, rue de Picpus
75012 Paris

site web : http://www.tournoidesvilles.fr
e-mail : infos@tournoidesvilles.fr

1 - POLYGONE

4^e, 3^e, 2^{nde} ; épreuve normale ; automne 2002 ; 4 points

Dans un polygone convexe à 2 002 côtés, on trace certaines diagonales, qui ne se coupent pas à l'intérieur du polygone. Ce dessin décompose le polygone en 2 000 triangles.

Est-il possible qu'exactement la moitié de ces triangles aient leurs trois côtés qui soient des diagonales ?

2 - SUCCESSEUR

1^e, t^{ale} ; épreuve $norm^{le}$; aut^{ne} 2002 ; 5 points

On considère une suite infinie de nombres entiers positifs telle que le successeur x' de x est obtenu en ajoutant à x l'un de ses chiffres non nuls.

Montrer que dans cette suite apparaît nécessairement un nombre pair.

3 - BOTANIQUE

4^e, 3^e, 2^{nde} ; épreuve difficile ; aut^{ne} 2002 ; 5 points

Toutes les espèces de plantes en Russie ont été numérotées par les nombres de 2 à 20 000 (chaque nombre est utilisé une et une seule fois). Pour chaque paire d'espèces différentes le plus grand commun diviseur de leurs numéros a été retenu, tandis que les numéros eux-mêmes ont été perdus (suite à une défaillance dans l'ordinateur).

Peut-on rétablir les numéros de toutes les espèces ?

4 - PORTEFEUILLE

4e, 3e, 2nde ; épreuve norm^le ; printemps 2003 ; 4 points

On place 2 003 euros dans des portefeuilles et ces portefeuilles sont placés dans des poches. On sait que le nombre d'euros dans chaque poche est strictement inférieur au nombre total de portefeuilles.

Existe-t-il forcément un portefeuille qui contienne strictement moins d'euros qu'il n'y a de poches ?

5 - PARALLÉLÉPIPÈDE

2nde ; version norm^le ; aut^ne 2003 ; 3 points

Chacune des faces d'un parallélépipède rectangle dont les côtés sont de longueur 3, 4 et 5 est divisée en carrés unité.

Peut-on écrire un nombre dans chacun de ces carrés de telle sorte que la somme des nombres dans chaque anneau de carrés (d'un carré de large) encerclant le parallélépipède soit égale à 120 ?

6 - DÉCOMPOSITION

1e, tale ; version diff^le ; aut^ne 2003 ; 4 points

Démontrez que tout entier strictement positif peut s'écrire sous la forme :
$3^{u1} \times 2^{v1} + 3^{u2} \times 2^{v2} + \ldots + 3^{uk} \times 2^{vk}$
où $u_1, u_2, \ldots, u_k, v_1, \ldots, v_k$ sont des entiers vérifiant $u_1 > u_2 > \ldots > u_k \geq 0$ et $0 \leq v_1 < v_2 < \ldots < v_k$.

Solutions

1

POLYGONE

Tout triangle a au plus deux côtés qui sont des bords du polygone ; comme le polygone a 2 002 côtés, on en déduit qu'au moins 1 001 triangles ont au moins un côté qui est un bord du polygone, donc on en a au plus 999 dont tous les côtés sont des diagonales.

2

SUCCESSEUR

Tout d'abord, regardons la même suite où l'on a enlevé le dernier chiffre de chaque terme. Cette suite augmente au plus de 1 à chaque étape et tend vers l'infini (car la suite de départ tend vers l'infini) donc elle parcourt tous les nombres plus grands que le nombre de départ.
A un moment, elle passera donc par un nombre constitué uniquement de chiffres impairs. Revenons à la suite originale : à ce moment là, elle n'aura que des chiffres impairs, sauf peut-être le dernier ; soit ce dernier chiffre est pair et c'est gagné, soit il est impair et le prochain nombre de la suite sera forcément pair.

3

BOTANIQUE

On ne peut pas retrouver tous les numéros des plantes : par exemple, les deux nombres 8 192 = 213 et 16 384 = 214 ne sont pas différenciables à partir des plus grands communs diviseurs. En effet, tous les autres nombres ont comme plus grand commun diviseur avec ces deux là la plus grande puissance de 2 les divisant (car à part 16 384, il n'y a pas de multiple de 214 inférieur à 20 000). Par ailleurs, ce n'est pas leur plus grand commun diviseur qui va les départager.
Remarquons que c'est aussi vrai avec tous les nombres premiers entre 10 000 et 20 000, mais pour que la réponse soit exacte, encore faut-il démontrer qu'il existe deux nombres premiers entre 10 000 et 20 000.

4

PORTEFEUILLE

Soit m le nombre de portefeuilles et n le nombre de poches. Par hypothèse, il y a strictement moins d'euros dans chaque poche que de portefeuilles au total ; en faisant la somme sur toutes les poches, on trouve que $2\,003 < mn$. Si jamais tous les portefeuilles contenaient au moins autant d'euros qu'il y a de poches, on aurait, en calculant la somme sur tous les portefeuilles, $2\,003 = mn$. Cela contredit l'inégalité précédente, donc il existe au moins un portefeuille contenant strictement moins d'euros qu'il n'y a de poches.

5

PARALLÉLÉPIPÈDE

On va montrer que c'est possible même en imposant que sur chaque face le nombre écrit soit toujours le même. Pour faire cela, notons a le nombre sur la face 3×4, b celui sur la face 3×5 et c sur la face 4×5. Pour que tout fonctionne il faut que $4a + 5b = 3a + 5c = 3b + 4c = 120$. Or ceci est vrai si $a = 10$, $b = 16$ et $c = 18$.

6

DECOMPOSITION

On va montrer cela par récurrence (forte) sur le nombre n que l'on veut décomposer.

Le cas $n = 1$ est évident ($1 = 3^0 \times 2^0$).

Supposons que le résultat est vrai pour tout nombre strictement inférieur à n et montrons le pour n. Pour cela, distinguons deux cas :

- Si $n = 2m$ est pair, on applique l'hypothèse de récurrence à m puis on ajoute 1 à chacun des v_k.
- Si n est impair, on note u_1 le plus grand entier tel que $3^{u1} = n$; bien sûr, $n - 3^{u1}$ est pair donc on peut écrire $n = 3^{u1} \times 2^0 + 2 \times m$. On applique alors l'hypothèse de récurrence à m puis en ajoutant 1 à chaque v_k, on obtient une décomposition de n grâce à l'égalité précédente. Il suffit, pour montrer que cette décomposition est valide de montrer que $u_1 > u_2$. Mais, si cela n'était pas le cas, on aurait $n = 3^{u1} \times 2^0 + 2 \times m \geq 3^{u1} \times 2^0 + 2 \times 3^{u2} \geq 3^{u1} \times 2^0 + 2 \times 3^{u1} = 3^{u1}+1$ ce qui contredit le fait que l'on a choisit le plus grand u_1 possible.

OLYMPIADES MATHÉMATIQUES DE PREMIÈRE

Les **Olympiades académiques de mathématiques** ont été créées dans le but de stimuler chez les élèves le goût de l'initiative et de la recherche.

Ce concours est destiné à tous les lycéens de première de toutes séries.

L'inscription se fait auprès des professeurs, sur la base du volontariat.

Les connaissances nécessaires sont basées sur les programmes des classes de collège et de seconde , complétées par les parties communes des programmes des différentes classes de première.

Dans chaque académie, le dispositif est suivi par une cellule, présidée par un responsable désigné par le recteur.

La correction des copies, la mise au point du palmarès académique sont assurés par la cellule académique. La remise des prix fait l'objet d'une cérémonie académique, présidée par le recteur ou son représentant, en faisant appel à des partenaires locaux ou régionaux..

La cellule académique fait parvenir au groupe national les meilleures copies ; le groupe national établit le palmarès national.

La remise des prix nationaux fait l'objet d'une cérémonie organisée en collaboration avec le ministère chargé de l'éducation nationale et différents partenaires associatifs ou privés.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Créées en novembre 2000 pour les élèves des classes de premières scientifiques et technologiques.
A compter de la session 2005 s'adressent à tous les lycéens de première de toutes séries.

ÉPREUVES

Individuelles.
Durée quatre heures.
Quatre exercices dont deux sont communs à toutes les académies, deux autres sont choisis par la cellule académique.

COMPÉTITION

Une seule épreuve au cours du second trimestre de l'année scolaire

PARTENAIRES

Chaque académie a ses propres partenaires.
Au niveau national :
Editions Belin.

CONTACTS

BO n° 35 du 30/09/2004.
Annales publiées par l'APMEP

1 - LES FOURMIS 2002

Des fourmis se déplacent, en ligne droite, à la queue leu leu, à vitesse constante, en formant une colonne de 50 cm de long.
La dernière fourmi du groupe décide d'aller ravitailler la fourmi chef et pour cela rejoint la tête de la colonne puis, sa mission étant accomplie, retourne aussitôt à la queue de la colonne.

Sachant que, pendant cet aller-retour, la vitesse de cette fourmi est restée constante et que la colonne a parcouru 50 cm, quelle est la distance parcourue par la fourmi ravitailleuse ?

2 - LA TABLE RONDE 2002

10 personnes sont assises autour d'une table ronde.
10 jetons portant les numéros de 1 à 10 sont distribués au hasard à ces 10 personnes.
Chaque personne gagne une somme égale en euros au total du numéro de son propre jeton, de celui de son voisin de gauche et de celui de son voisin de droite.

1) **À l'aide d'un procédé aléatoire de votre choix, donner un exemple de répartition des jetons. Sur cet exemple, indiquer le gain de chaque personne et la moyenne de ces dix gains.**
2) **Prouver que, quelle que soit la répartition des jetons, au moins une des dix personnes aura un gain supérieur ou égal à 17 euros**
3) **Donner un exemple où tous les gains sont inférieurs ou égaux à 18 euros.**
4) **Dans la deuxième question, peut-on remplacer 17 par 18 ?**

3 - PAGES NUMEROTÉES 2003

Les pages d'un livre sont numérotées de 1 à n (on rappelle que la page numérotée 1 est toujours une page de droite). On additionne les numéros de toutes les pages et on trouve un total égal à 2003. Mais deux pages numérotées sont restées collées et leurs numéros n'ont pas été comptés. **Quel est le nombre de pages du livre et les numéros des pages collées ?**

4 - TABLE À 8 PIEDS 2003

René dispose dans son jardin d'une très grande terrasse carrelée avec de très belles dalles carrées de 0,5 m de côté. Il décide de construire sur cette terrasse une table ronde avec les pieds sur le bord et un parasol central.

René est un bricoleur prévoyant, aussi, pour gagner en stabilité, il décide que la table devra avoir le maximum de pieds, tous solidement fixés dans le sol, tout comme le parasol.

Mais René est aussi un bricoleur soigneux; alors, pour ne pas détériorer les dalles, il choisit de percer la terrasse uniquement aux intersections des joints de séparation.

Si n désigne le nombre de pieds de la table et d son diamère exprimé en mètres, on définit le cofficient de solidité s de la table par la formule $s = n/d$. Une table est donc d'autant plus solide que son coefficient de solidité est élevé.

- **Calculer le coefficient de solidité d'une table à huit pieds.**
- **Quelles sont les deux tables les plus petites ? Préciser leur coefficient de solidité**
- **Quel est le coefficient de solidité maximal d'une table à 12 pieds ?**
- **Quelle est la table la plus solide ?**
- **René peut-il fabriquer une table à 16 pieds dont le diamètre exprimé en mètres est un nombre entier ?**

1

LES FOURMIS

Soit v la vitesse de la colonie de fourmis en cm par seconde, V la vitesse de la fourmi, t_1 le temps aller de la fourmi en secondes et t_2 le temps retour.
La distance aller est : $d_1 = Vt_1 = vt_1 + 50$.
La distance retour est : $d_2 = Vt_2 = 50 - vt_2$
On en déduit $t_1 = \frac{50}{V} - v$ et $t_2 = \frac{50}{V} + v$
On a donc : $50 = \frac{50}{V-v} + \frac{50}{V+v}$ et, en posant $\frac{X = V}{v}$ on a :
$X^2 - 2X - 1 = 0$ d'où $V = (1 + \sqrt{2})v$
La distance parcourue est $50\ (1 + \sqrt{2})$ cm.

2

AUTOUR DE LA TABLE RONDE

1. La somme des gains est égale à 3 ∞ (1 + 2 + … + 10) = 165. La moyenne des dix gains est donc égale à 16,5.
2. Si tous les gains étaient inférieurs ou égaux à 16, leur somme serait inférieure ou égale à 160. Le gain est au moins supérieur ou égal à 17.
3. On peut construire une répartition pour laquelle tous les gains sont inférieurs ou égaux à 18 : on répartit les jetons de 2 à 10 par groupes de trois ; chaque groupe de trois doit avoir une somme égale à 18.
   On examine alors les partitions de 18 en trois entiers distincts inférieurs ou égaux à 10 :
   10 + 6 + 2 ; 10 + 5 + 3 ; 9 + 7 + 2 ; 9 + 6 + 3; 9 + 5 + 4 ; 8 + 7 + 3 ; 8 + 6 + 4 ; 7 + 6 + 5.
   Le choix de 10 + 6 + 2 impose pour les deux autres sommes 9 + 5 + 4 et 8 + 7 + 3
   Le choix de 10 + 5 + 3 impose pour les deux autres sommes 9 + 7 + 2 et 8 + 6 + 4.
   Dans chaque cas on peut fabriquer plusieurs solutions.
   Dans ce cas les gains sont :17, 18, 17, 16, 18, 17, 15, 18, 11, 18.
4. En isolant le 1 et en répartissant 3 par 3 les autres jetons, la somme de tous les jetons serait au maximum égale à 1 + 3 ∞ 17 = 52 ce qui est impossible car 1 + 2 + ... + 10 = 55. Il y a donc au moins un gain supérieur ou égal à 18.

3

PAGES NUMEROTÉES

Soit n le nombre de pages du livre. Les pages collées sont une page de gauche de numéro pair $2p$ et une page de droite de numéro $2p + 1$. Donc la somme de tous les nombres de 1 à n, hormis $2p$ et $2p + 1$, est égale à 2 003, soit : $\frac{n(n+1)}{2} - (4p + 1) = 2\,003$ **(1)**

Or, $2 = 2\,p < n$ d'où $5 = 4p + 1 < 2n + 1$, ce qui amène à :

$\frac{n(n+1)}{2} - (2n + 1) < 2\,003 < \frac{n(n+1)}{2} - 5$.

Cette double inégalité conduit aux deux inéquations :

$n^2 - 3n - 4\,008 < 0$ **(2)**

Et $n^2 + n - 4\,016 = 0$ **(3)**

(2) donne $n < 64{,}8$ et **(3)** donne $n > 62{,}9$.

n étant entier on a $n = 63$ ou $n = 64$.

Si $n = 63$, on trouve $p = 3$ et si $n = 64$, on trouve $p = 19$.

Ou bien le livre a 63 pages et les pages 6 et 7 sont collées, ou bien le livre a 64 pages et les pages 38 et 39 sont collées.

4

TABLE À 8 PIEDS

On choisit comme repère orthonormal le repère de centre O le centre de la table et d'unité la longueur du carreau du quadrillage (0,5 m).

1. On a $R = \sqrt{1{,}25}$ donc $s = \frac{8}{2\sqrt{1{,}25}} = 3{,}58$ environ.
2. Les deux plus petites tables ont pour diamètres respectifs en mètres 1 et $\sqrt{2}$. Si $d = 1$, la table a quatre pieds d'où $s = 4$. Si $d = \sqrt{2}$ la table a encore quatre pieds d'où $s = 2\sqrt{2}$.
3. La table à 12 pieds la plus solide est la plus petite car, si N est constant, $s = s'$ équivaut à $d = d'$. La plus solide est celle de diamètre 5 mètres et son coefficient de solidité maximum est 12 pieds est 2,4.
4. On peut montrer que pour toutes les tables, sauf la plus petite, $s < 4$. La table la plus solide est donc la plus petite...
5. Quand le rayon est un nombre entier, il y a 4 pieds sur les axes. Donc, si une table à 16 pieds a un diamètre en nombre entier, on doit avoir 3 pieds par quart de table sur des intersections de joints. Pour des raisons de symétrie il doit y avoir un pied sur la première bissectrice. Dans ce cas, on a $R^2 = 2a^2$, où a est un nombre entier ou décimal, et donc $d = 2 \times \sqrt{2} \times a$, avec $2a$ entier. Ceci contredit le fait que le diamètre est un entier. René ne pourra pas construire une table à 16 pieds dont le diamètre est un entier.

COUPE EUROMATH

La **Coupe Euromath des régions** est une compétition mathématique unique au monde, dont la finale est une épreuve par équipes se déroulant sur une scène, dans une salle de spectacle et devant un public.
Une première phase qualificative a pour but de sélectionner les meilleures équipes. Cette phase comporte des épreuves sur table, épreuves individuelles (de type Championnat des Jeux Mathématiques et Logiques) et épreuves collectives plus variées (comprenant notamment des énigmes de type Championnat des Jeux Mathématiques et des jeux de grille de type Tangente Jeux & Stratégie).
À l'issue de la phase qualificative, les équipes sélectionnées participent à la poule finale sur scène.
À l'issue de cette première finale, une superfinale oppose les deux équipes championnes qui essaient de conquérir la coupe.
Les énigmes de la finale et de la superfinale sont à résoudre sur des grilles géantes et sont retransmises en video sur écran. Les spectateurs, qui suivent la résolution en direct, disposent d'un livret leur donnant des exemples simples des énigmes à résoudre.
Élaborées par le jury de la **Fédération Française des Jeux Mathématiques**, les épreuves sur scène s'adressent à un ou plusieurs équipiers (voire des équipes complètes) et comprennent

- des jeux de grilles
- des jeux de culture scientifique
- des puzzles
- des épreuves d'estimation
- des épreuves de tri.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

juin 2000 : création de la Coupe Euromath dans le cadre du 1er Salon de la Culture et des Jeux Mathématiques organisé début juin Place Saint-Sulpice à Paris à l'occasion de l'année mondiale des mathématiques.

juin 2006 : sixième édition d'Euromath.

En 6 ans, la Coupe Euromath a vu la participation d'équipes d'Allemagne, d'Alsace, de Belgique, d'Ile-de-France, d'Italie, du Limousin, du Luxembourg, de Midi-Pyrénées, de Normandie, de Rhône-Alpes, de Suisse, de Tunisie et d'Ukraine.

ÉPREUVES

La compétition est une compétition par équipes qui comporte des épreuves individuelles et des épreuves collectives.

Chaque équipe comprend un élève de l'école élémentaire, un collégien de 1e ou 2e année de collège, un collégien de 3e ou 4e année de collège, un lycéen, un étudiant et un adulte, plus un capitaine (non joueur).

Epreuves Qualificatives :

Il s'agit d'épreuves sur papier, de type Championnat FFJM ou de type Tangente Jeux & Statégie.

Epreuves finales : Elles se déroulent sur scène, devant un public. Des images retransmises sur écran ppermettent au public de suivre en direct la résolutions des énigmes.

COMPÉTITION

début juin, dans le cadre du Salon de la Culture et des Jeux Mathématiques.

Les équipes sont sélectionnées par des compétitions mathématiques.

PARTENAIRES

Calculatrices Casio

Les régions des équipes participantes

CONTACTS

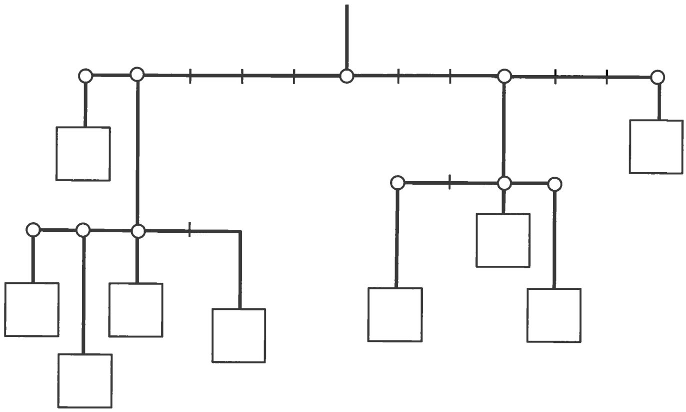
CIJM, 8 rue Bouilloux-Lafont, 75015 Paris
tel : 01 40 37 08 95
fax : 01 40 37 03 45

FFJM 8 rue Bouilloux-Lafont, 75015 Paris
tel : 01 44 26 08 37
fax : 01 40 37 03 45

Énoncés

1 - MOBILE À ÉQUILIBRER QUALIFI -CATION

Vous devez équilibrer le mobile suivant à l'aide de mases de 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg, 6 kg, 7 kg, 8 kg et 9 kg. Les masses doivent être disposées à l'intérieur de boîtes carrées.
Note : On négligera la masse des boîtes et des tiges.



2 - ARRANGEZ-LES FINALE SUR SCENE

Les membres de deux équipes sont placés dans deux dispositions différentes, face au public, leurs numéros étant visibles (l'ordre initial étant 5601342 pour une équipe et 6541023 pour l'autre). Le but de l'épreuve est que les membres d'une équipe se placent en un nombre minimum de mouvements dans l'ordre croissant de leurs numéros.
Le joueur numéro 1 avance de quelques pas, se tourne vers ses coéquipiers, puis demande à deux d'entre eux d'échanger leurs places. C'est ensuite au tour du joueur numéro 2 de faire de même, puis au joueur numéro 3, etc ... jusqu'à ce que le bon rangement soit obtenu.

Énoncés

3 - SYMBOLES À EFFACER QUALIFICATION

Dans chacune des égalités suivantes, vous devez noircir deux cases de votre choix (à l'exception de celles conteannt le signe « = ») de façon à obtenir une égalité juste.

Exemple :

2	9	3	+	5	x	4	=	7	7

2	■	3	+	5	■	4	=	7	7

A)

2	x	7	+	8	=	7	1	x	5

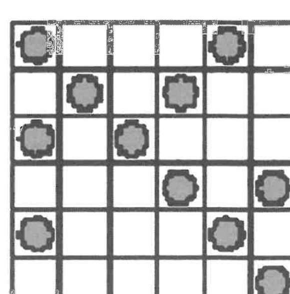
B)

5	8	7	—	4	x	5	+	1	=	1	7	x	8

4 - VIRAGES PHASE QUALFICATIVE COLLECTIVE

Tracez un circuit formant une boucle fermée qui passe par toutes les cases de la grille et qui ne se croise jamais sachant que :

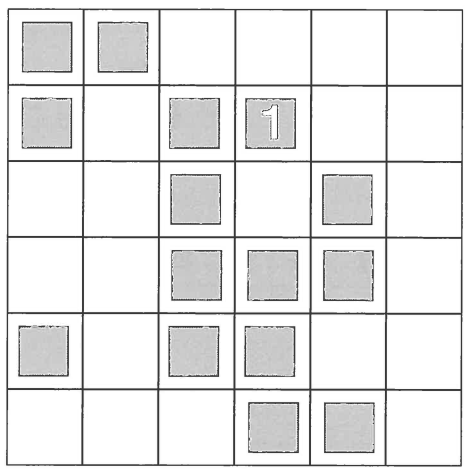
- chaque fois que le circuit rencontre une case marquée d'un sens giratoire, on change de direction (à 90°) ;
- on change alternativement de direction sur une case vide et sur un sens giratoire.



5 - HIROIMINO

FINALE SUR SCENE

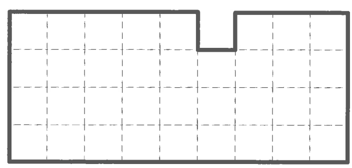
Numérotez les pierres de couleur placées sur la grille de sorte que deux pierres portants des numéros consécutifs soient toujours sur une même rangée et que l'on ne fasse jamais d'aller-retour sur une même ligne horizontale ou verticale.



6 - PARTAGE DU GATEAU

QUALIFI-CATION

Jean-Christophe est gourmand et impatient. Il a mordu un gâteau rectangulaire 4 x 9, puis il a rectifié le contour au couteau. Voici l'état du gâteau.
Désormais, il faut le partager en sept parts identiques à un retournement près. Aidez Jean-Christophe !

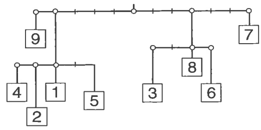


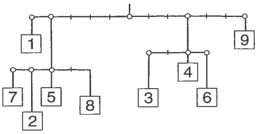
Solutions

1

MOBILE À ÉQUILIBRER

2 solutions :





2

ARRANGEZ-LES

On peut remettrre les membres de chaque équuipe dans le bon ordre en six mouvements. Par exemple :

5 6 0 1 3 4 2	0 1 2 4 3 5 6	3 1 4 2 0 5 6
5 2 0 1 3 4 6	0 1 2 3 4 5 6	0 1 4 2 3 5 6
4 2 0 1 3 5 6	6 5 4 1 0 2 3	0 1 2 4 3 5 6
0 2 4 1 3 5 6	3 5 4 1 0 2 6	0 1 2 3 4 5 6
0 1 4 2 3 5 6	3 2 4 1 0 5 6	

3

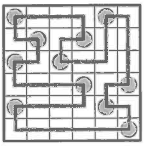
SYMBOLES À EFFACER

A) 2 ■ 7 + 8 = 7 ■ x 5

B) 5 8 7 — 4 ■ 5 ■ 1 = 1 7 x 8

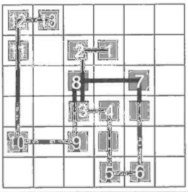
4

VIRAGES



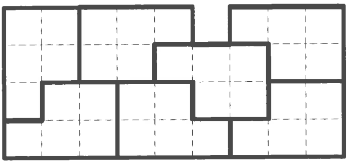
5

HIROIMINO



6

PARTAGE DU GATEAU



RALLYE MATHÉMATIQUE D'ALSACE

Le Rallye Mathématique d'Alsace est créé en 1973 par le Professeur GLAESER de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg. Il s'inspire des Olympiades Internationales et constitue la première épreuve de ce genre en France.

Il s' adresse à tous les élèves volontaires des Premières et Terminales scientifiques d'Alsace et de quelques lycées à l'étranger (Baden-Baden, Freiburg, Saarbrücken, Wien, ...). Les deux compétitions ont lieu durant le printemps.

Les élèves concourent par binômes et sont confrontés pendant quatre heures à trois exercices faisant appel à l'intuition, l'imagination, l'originalité, la rigueur scientifique et la clarté de l'exposé.

Le rapport du Rallye Mathématique d'Alsace, publié chaque année, regroupe les sujets, les corrigés, le palmarès, les remarques et les idées originales rencontrées dans les copies. Distribué à tous les enseignants de mathématiques de l'académie, il peut, par ses remarques pédagogiques, servir de support à des mathématiques innovantes.

Le Comité Organisateur réunit au sein de l'IREM de Strasbourg cinq membres, enseignants du Supérieur et du Secondaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

- Créé en 1973, le Rallye Mathématique d'Alsace est le premier rallye régional ayant existé en France.
- 2004 : le 31e Rallye réunit 1 100 élèves de Première et de Terminale.

Environ 60 ont été primés.
Le Rallye est organisé à l'initiative de l'IREM de Strasbourg avec le soutien du Rectorat, de l'Université Louis Pasteur (Strasbourg I) et du Département de Mathématiques.

ÉPREUVES

Deux catégories : élèves de Première et de Terminale. Les élèves sont groupés par deux et ont à leur disposition une salle de classe pour une durée de quatre heures.

COMPÉTITION

Deux épreuves (une par niveau) : les élèves concourent par binômes. Palmarès : au courant du mois de Juin, cérémonie présidée par Monsieur le Recteur de l'Académie de Strasbourg.

PARTENAIRES

Collectivités locales :
Conseil Régional d'Alsace,
Conseil Général du Bas-Rhin,
Municipalités.
Quelques entreprises privées.
Régionale de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques), ...

CONTACTS

Madame Claudine KAHN - IREM de Strasbourg
7, rue René Descartes 67084 STRASBOURG cedex
Tél. : 03 90 24 01 30
Fax : 03 90 24 01 65
E-mail : irem@math.u-strasbe.fr
http ://irem.u-strasbg.fr

1 - MÊME AIRE

1re 2002

Soit ABC un triangle et I le milieu de [AC]. Soit M un point quelconque de [IC].
Où placer le point P sur [AB] pour que (MP) partage le triangle ABC en deux parties de même aire ?

2 - CASSETTE PIRATÉE

1re 2002

Trois pirates ont dérobé une cassette remplie de louis d'or. Ils attendent le lendemain matin pour se partager le butin.
Durant la nuit, l'un des pirates se lève sans bruit, ouvre la cassette, jette à la mer un louis d'or pour honorer Lucile, Sainte Patronne des Pirates, et peut partager le reste en trois parties égales. Il empoche la sienne et remet les deux autres dans la cassette. Les deux autres pirates reproduisent tour à tour le même scénario.
Au lever du jour, nos trois compères ouvrent ensemble la fabuleuse cassette, offrent un louis d'or à Lucile et se partagent le butin restant en trois parts égales.
Quel est le nombre minimum de louis d'or contenus initialement dans la cassette ?

3 - GRAINS DE RIZ

1re 2003

Tout le monde connaît l'anecdote de ce roi qui s'engagea à récompenser l'inventeur du jeu d'échec selon ses souhaits, alors que celui-ci demandait à ce qu'on lui donne un grain de riz pour la première case de l'échiquier, deux grains de riz pour la seconde, quatre pour la troisième, et ainsi de suite en doublant le nombre de grains de riz à chaque case, jusqu'à la 64^e.
On connaît moins la façon dont le roi se tira de cette situation : il exigea de ses sept seigneurs qu'ils fournissent chacun une part égale de la récompense arrondie au grain de riz inférieure. Lui-même se contenterait de fournir les grains de riz nécessaires pour faire le compte exact.
Combien le roi dut-il fournir de grains de riz ?

4 - SUPPRESSION

Tale 2003

On considère la somme : $S = 1 + 2 + \ldots + 30$.
Dans cette somme on supprime un certain nombre de signes « + ». Par exemple 2 + 3 est remplacé par 23 ou 2 + 3 + 4 par 234, pour obtenir une nouvelle somme S'.
Quel est le nombre minimal de signes « + » à supprimer pour obtenir une somme S' valant 3030 ?

1

MÊME AIRE

Menons par I la parallèle à la droite (MB). Elle rencontre le côté AB en un point P. Le triangle APM est réunion des triangles API et IPM (en particulier, l'aire de APM est la somme des aires de API et IPM). Et l'aire du triangle IPM est elle-même égale à l'aire du triangle IPB (les deux triangles ont la même base (IP) et leurs sommets M et B sont situés sur une parallèle à (IP)). Or la réunion des triangles API et PIB constitue le triangle ABI. Et puisque I est le milieu de [AC], l'aire du triangle ABI est la moitié de celle du triangle ABC. Finalement, l'aire du triangle APM est la moitié de celle du triangle ABC.

2

CASSETTE PIRATÉE

L'ultime somme contenue dans la cassette est de la forme $1 + 3x$, où x est un nombre entier supérieur ou égal à 1. Remontons les étapes successives de l'évolution subie par le contenu de la cassette.

- Le contenu que le pirate 3 avait trouvé était $1 + (1 + 3x) \times \frac{3}{2}$, c'est à dire en réduisant : $\frac{5 + 9x}{2}$.
- Le contenu que le pirate 2 avait trouvé était $1 + (\frac{5 + 9x}{2}) \times \frac{3}{2}$, c'est à dire en réduisant : $\frac{9 + 27x}{4}$.
- Le contenu initial, trouvé par le pirate 1, était $y = 1 + (\frac{19 + 27x}{4}) \times \frac{3}{2}$, c'est à dire en réduisant : $\frac{y = 65 + 81x}{8}$.

Ce contenu initial y doit être entier. On obtient l'équation en nombres entiers : $8y - 81x = 65$. Remarquant que $8 \times 10 - 81 = -1$, nous obtenons (en multipliant par -65) la solution particulière suivante de l'équation :
$y = -650$ et $x = -65$, à partir de laquelle la solution générale s'écrit :
$y = -650 + 81k$ et $x = -65 + 8k$.
Cette résolution a été envisagée jusqu'à présent pour les entiers relatifs sans considération de signes. Il convient à présent de prendre en compte le fait que l'on cherche des entiers positifs. La plus petite valeur de k qui convienne pour cela est $k = 9$, qui conduit à $x = 7$ et $y = 79$, qui est la réponse cherchée.

Solutions

3

GRAINS DE RIZ

La somme de trois puissances consécutives de 2 est un multiple de 7. En effet, une telle somme s'écrit : $2^a(1 + 2 + 4) = 7 \times 2^a$.
Or $64 = 21 \times 3 + 1$. Ainsi, dans la somme des 64 puissances de 2 depuis $2^0 = 1$ jusqu'à 2^{63}, on peut former 21 groupes distincts de trois puissances de 2 consécutives, dont la somme est un multiple de 7, et il en reste alors une isolée. Le plus simple est de procéder à ces groupements en remontant de la fin (2^{63}) vers le début, ce qui amène à prendre en compte toutes les puissances de 2 en jeu sauf la première, à savoir $2^0 = 1$. Le reste dans la division par 7 de $1 + 2 + ... + 2^{63}$ est ainsi mis en évidence : il est égal à 1.
Le nombre de grains de riz fournis par les seigneurs étant le multiple de 7 immédiatement inférieur à la somme considérée, il ne manque donc qu'un unique grain de riz que le roi doit fournir.

4

SUPPRESSION

On a $1 + 2 + 3 + ... + 28 + 29 + 30 = 30 \leftrightarrow \frac{31}{2} = 465$.

Dans la somme $S = 1 + 2 + 3 + ... + 28 + 29 + 30$, faire disparaître un signe « + » situé devant un nombre à 1 chiffre revient à multiplier par 10 la valeur du nombre précédent, et faire disparaître un signe « + » situé devant un nombre à 2 chiffres revient à multiplier par 100 la valeur du nombre précédent. Notons a l'entier qui précède le signe « + » que l'on fait disparaître. On change S en $S + 9a$ ou en $S + 99a$ dans le second.
Avec $a < 9$, $S + 9a < 3\,030$, ne peut pas convenir. Si $S + 99a = 3\,030$, $99a = 2\,565$. Comme 2565 n'est divisible par 11, il n'y a pas de solution.
Faisons disparaître deux signes « + » dans S. On peut exclure la disparition de deux signes « + » voisins, car alors le résultat atteint serait ou bien trop petit, ou trop grand. Pour deux signes « + » non voisins, il suffit de considérer $S + 9a + 99b$, avec $a < 9$ et $b > 8$. En effet, pour $S + 9a + 9b$, avec a et b inférieurs à 9, la valeur atteinte serait trop petite et pour $S + 99a + 99b$, avec a et b au moins égaux à 9, on retomberait sur l'objection précédente de non-divisibilité par 11.
L'égalité $S + 9a + 99b = 3\,030$ revient à $9a + 99b = 2\,565$. Or la division euclidienne de 2 565 par 99 s'écrit : $2\,565 = 25 \leftrightarrow 99 + 90$.
Même si l'on prend la plus grande valeur possible pour b, soit $b = 25$, la valeur qu'il faudrait affecter à a serait égale à 10, qui dépasse la plus grande valeur autorisée, à savoir 8.
Pour la disparition de 3 signes « + », l'étude précédente fournit une réponse, en remplaçant a par $a_1 + a_2$, avec $a_1 < 9$, $a_2 < 9$ et $a_1 + a_2 = 10$.
Et cette fois-ci, on aboutit à des solutions acceptables. avec b = 25.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE L'IREM DES ANTILLES ET DE LA GUYANE

Créé fin 1991, le rallye mathématique de l'IREM des Antilles et de la Guyane est un jeu-concours placé sous l'autorité des Recteurs des Académies de Guadeloupe et de Martinique et du Président de l'Université des Antilles et de la Guyane.
Il est organisé par l'I.R.E.M, avec le concours des associations de type loi 1901, en Guadeloupe PROMATH (Association pour le soutien des activités de l'IREM), et Régionale Guadeloupe de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) et en Martinique de l'association PROMOMATH.
Ouvert à tous les élèves, quel que soit leur niveau en mathématique, il s'agit de faire « vivre autrement » les mathématiques, en faisant concourir entre elles des équipes de trois élèves des écoles (CM1 – CM2), collèges (4^e – 3^e) et lycées (2^e – 1^{re}) sur des exercices variés, faisant appel au raisonnement, au bon sens, à la logique. Il n'est pas demandé de démonstration. Seul le résultat compte.
Dans chaque catégorie, le premier prix de la finale inter-académique est un séjour scientifique d'une semaine à Paris pour l'équipe gagnante.
Les associations PROMATH et PROMOMATH, s'occupent du montage financier et de l'organisation pratique du Rallye.
Le rallye bénéficie d'une ample couverture médiatique et d'un véritable soutien dans la population. Il est de tous les rallyes, un de ceux qui déborde le plus sur la société.

En 1998, il a reçu une mention spéciale du jury du Prix d'Alembert.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création de l'IREM des Antilles et de la Guyane
1991-1992 : Premier rallye de mathématiques : plus de 6000 participants. Depuis le nombre de participants est en augmentation constante (2000-2001 : plus de 21000 en Martinique et Guadeloupe). Environ un tiers des écoles primaires s'inscrivent et on note une participation massive des collèges et des lycées.

ÉPREUVES

Le concours est ouvert aux élèves de CM1, CM2, 4ᵉ , 3ᵉ, 2' et 1ᵉ, de tous les établissements scolaires publics et privés des trois Académies. Les équipes sont réparties en 3 catégories
Catégorie 1 (CM 1–CM2) ;
Catégorie 2 (collège): 4 e–3'
Catégorie 3 (lycée): 2ᵉ–1ᵉ, LYP et LP. La participation des élèves se fait par équipe de 3 sur la base du volontariat.

COMPÉTITION

Inscription en décembre.
Eliminatoire dans les établissements en janvier.
Finales académiques un mercredi après-midi en février.
Finale Inter-Académique par catégorie et par Académie un samedi matin en mars.

PARTENAIRES

Rectorats de la Guadeloupe, de la Guyane et de la Martinique
Le Conseil Général de la Martinique
Les Conseils Régionaux de la Guadeloupe et de la Martinique
CCSTI de la Martinique
Air France Martinique
EDF Martinique, ...

CONTACTS

IREM des Antilles et de la Guyane, Université des Antilles et de la Guyane
Faculté des sciences de Fouillole, 97159 Pointe à Pitre cedex
tél 05 90 48 92 02
fax 05 90 48 92 76
irem.antilles
-guyane@univ-ag.fr

Jean BICHARA
Responsable de la Section IREM de Guadeloupe
Cité Scolaire de Baimbridge
97151 Pointe à Pitre
tél. : 05 90 83 46 84
jean.bichara
@wanadoo.fr

Benoît Loïc SINSEAU
Responsable de la Section IREM de Martinique
IUFM Bât 4
Pointe des Nègres
97200 Fort-de-France
Tél-fax : 05 96 61 50 20
Isinseau@wanadoo.fr

1 - LA NUIT DES TOULOULOUS

Lors d'une soirée de carnaval, les « Touloulous » sont des femmes travesties de la tête aux pieds, qui ont l'obligation d'inviter les hommes à danser. 60 personnes ont participé à ce grand bal. Ce soir là, toutes les femmes présentes étaient des Touloulous.
Au cours de la soirée :

- La première Touloulou a invité 9 hommes
- La deuxième Touloulou a invité 10 hommes,
- La troisième Touloulou a invité 11 hommes...
- Et ainsi de suite jusqu'à la dernière, infatigable qui a dansé avec tous les hommes.

Combien y avait-il de Touloulous à cette soirée ?

2 - PAVÉ MYSTÉRIEUX

Pour paver le chemin de l'enfer de bonnes intentions, on a utilisé des pavés dont les faces ont pour aires respectivement : 2 744 cm^2, 3 584 cm^2 et 3 136 cm^2.

Quel est le volume de chacun de ces pavés ?

3 - ÊTRE OU NON À LA PAGE

Le livre des maîtres du mystère, est ouvert sur une table et on peut y lire les 2 numéros de page, composés chacun de 3 chiffres différents.

À quelles pages est ouvert ce livre, sachant que le produit des 6 chiffres est égal à 2400 ?
Donner toutes les possibilités.

4 - TIMABOUL PERD LA BOULE

N'ayant pas su prédire la chute de sa boule de cristal, il ne reste plus au « gaded zafè » Timaboul qu'une calotte sphérique de hauteur 5 cm et dont le disque de base a pour rayon 10 cm.

Déterminer, au cm^3 près, le volume de la boule de Timaboul avant sa chute.

5 - LE COLIS DE TATI VIVI

Holly a reçu de Tati Vivi un colis, ayant la forme d'un pavé droit à base carrée, dont la hauteur est inférieure ou égale au côté. Ayant mesuré les arêtes, elle constate que ce sont des nombres entiers de centimètres et que le nombre qui mesure l'aire en cm^2 du paquet est égal au nombre qui mesure son volume en cm^3.

Quelles sont les dimensions du colis ? Donner toutes les solutions possibles.

6 - CHANGE

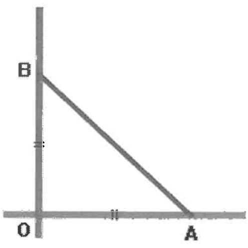
Lors d'une séance de bourse à Statistikville, des monnaies en vigueur dans certains pays sont échangées :

- pour 3 euros, on a 4 pasos
- pour 5 pasos, on a 6 escados
- pour 7 escados, on a 8 gombos.

Pour 64 gombos, combien a t-on d'euros ?

7 - ROMEO ET JULIETTE

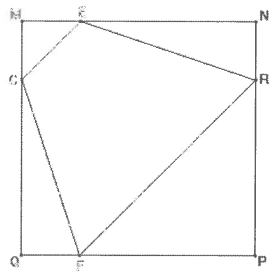
Pour rejoindre Juliette, Roméo utilise une échelle de 5 m de long, posée sur le mur vertical de la maison de sa bien-aimée (voir schéma ci-contre). On a : OA = OB. Malheureusement, sous son poids, l'échelle glisse jusqu'au sol, de telle sorte qu'une de ses extrémités se déplace le long du mur, et l'autre sur le sol.



Quelle distance, au cm près, parcourt alors le milieu de l'échelle ?

8 - LE CERF VOLANT

Roland découpe dans une feuille de papier de forme carrée, un cerf volant ayant la forme d'un trapèze isocèle (ER = CF) d'aire 1 058 cm^2, comme l'indique la figure.
On a : ME = MC = QF = NR.



Déterminer en cm, la longueur du côté du carré.

9 - REBOND 007

Une balle est lâchée dans le trou de la Sécu. À chaque rebond, elle remonte à la moitié de son altitude précédente.

À partir de combien de rebonds s'élèvera-t-elle à moins de 1 m du fond du trou de la Sécu dont la profondeur est de 100 m ?

10 - ÂGE CANONIQUE

Jovanni demande leur âge à Tati Annie et à Tonton Joseph.
Tati Annie répond la première : « La somme des chiffres de mon âge est égale à 10 et leur différence 2 ».
Tonton Joseph s'esclaffe : « Pour moi, c'est pareil, mais visiblement nous n'avons pas le même âge ! ».

Quelle est la différence de leurs âges ?

11 - HISTOIRE ZEROÏQUE

Pour les fêtes de fin d'année, Tibichon s'est rendu en ville avec un peu moins de 100 billets de 10 € en poche. Il a dépensé, en cadeau, un dixième de cette somme et il rentre chez lui avec 369 €.

Combien possédait-il ?

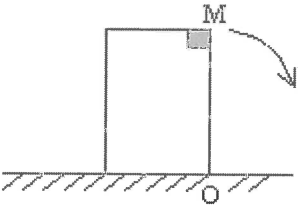
12 - ATTENTION À L'HEURE

M. et M^{me} Molokoy décident d'aller déjeuner au restaurant Saint Valentin, situé à 48 km de chez eux.
M. Molokoy part à vélo à 8 heures et roule à une vitesse moyenne de 18 km/h. Sa femme le rejoint en voiture à une vitesse moyenne de 72 km/h et arrive en même temps que lui.

À quelle heure est-elle partie ?

13 - CAISSE CENTRALE

On marque l'un des sommets d'une caisse (le point M), de hauteur 4 m et de largeur 3 m. On bascule la caisse en prenant soin que le point O ne dérape pas au cours du basculement. On continue de proche en proche jusqu'à ce que la caisse reprenne sa position initiale.



Quelle est la longueur exacte de la trajectoire du point M ?

14 - RIFIFI DANS LES MAMELLES

L'arrivée d'une étape du tour cycliste de la Guadeloupe se fait au col des Mamelles. A 10 km de l'arrivée Bibendum a 4 minutes d'avance sur Tailleguêpe.
30 minutes plus tard, Tailleguêpe franchit la ligne d'arrivée avec 6 minutes d'avance sur Bibendum. Entre ces deux instants Tailleguêpe et Bibendum ont gardé une vitesse constante.

À quelle distance de l'arrivée Tailleguêpe a-t-il dépassé Bibendum ?

15 - DÉFORESTATION

M. Dubois achète une forêt à 60 € le m^2. Mais à la suite d'un incendie, il perd 800 m^2. Il décide de revendre 72 € le m^2 le reste de forêt et fait un bénéfice de 12 %.

Quelle était la superficie initiale de la forêt ? (en m^2)

Solutions

1

LA NUIT DES TOULOULOUS

Réponse : 26

2

PAVÉ MYSTÉRIEUX

Réponse : 175616 cm^3.

3

ÊTRE OU NON À LA PAGE

Réponse : 452 et 453 ou 542 et 543.

4

TIMABOUL PERD LA BOULE

Réponse : 8181 cm3.

5

LE COLIS DE TATI VIVI

Réponse :

Côté	6	8	12
Hauteur	6	4	3

6

CHANGE

Réponse : 35 euros.

7

ROMÉO ET JULIETTE

Réponse : 196 cm.

8

LE CERF VOLANT

Réponse : 46 cm.

9

REBOND 007

Réponse : 7.

10

ÂGE CANONIQUE

Réponse : 18 ans.

11

HISTOIRE ZEROÏQUE

Réponse : 410.

12

ATTENTION À L'HEURE

Réponse : 10 heures.

13

CAISSE CENTRALE

Réponse : 6 p mètres.

14

RIFIFI DANS LES MAMELLES

Réponse : 6 km.

15

DÉFORESTATION

Réponse : 12 000 m^2.

RALLYE MATHÉMATIQUE D'AQUITAINE

Le Rallye Mathématique Sans Frontières vise à ouvrir les frontières entre les régions, entre les élèves d'une même classe, entre les collèges et les lycées. Son objectif est de faire vivre les mathématiques auprès des jeunes.

- C'est une compétition entre classes entières et volontaires dont l' inscription est gratuite. Son but est de favoriser le travail en équipe et de persuader les élèves que les Mathématiques c'est vivant, et que cela peut même être passionnant.
- Sa formule originale réside en la production d'un dossier-réponse commun pour chaque classe. Le jour de l'épreuve les élèves s'organisent collectivement pour venir à bout d'une douzaine de problèmes « casse-tête ».
- C'est aussi une épreuve ouverte à différents types de classes : élèves de seconde générale, de seconde professionnelle et de troisième réfléchissent à des sujets communs, au même moment, pendant 120 minutes.
- La surveillance s'effectue sur le principe des permutations de pro-fesseurs entre établissements.
- Environ 300 classes de l' Académie de Bordeaux participent chaque année à cette compétition. Les classes lauréates sont récompensées au niveau départemental ainsi qu'au niveau régional.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création du Rallye Mathématique d'Aquitaine.
1992 : Participation à titre expérimental du Gers, Tarn, Tarn et Garonne au Rallye Mathématique d'Aquitaine.
1993 : Le Rallye s'étend et regroupe les régions d'Aquitaine, Aragon, Galice, Midi-Pyrénées et Pays Basque.
1994: Mise en sommeil du Rallye.
1995 : Redémarrage sous l'appellation Rallye Mathématique Sans Frontières (252 classes participantes).
1996 : 283 classes participantes en Aquitaine et participa-tion de quelques classes du Congo, d'Allemagne et d'Australie.
1997 : Ouverture du Rallye aux classes de seconde de Lycées professionnels, 311 classes participantes.
1998-2002 : Environ 300 classes d'Aquitaine participent au Rallye ainsi que quelques classes de l'étranger. (Allemagne, Australie, Espagne...).

ÉPREUVES

Par classe entière. Catégories : troisième, seconde et lycée professionnel (niveau équivalent à l'étranger). Problèmes : consistent en une palette d'exercices (avec un exercice spécifique par catégorie). La classe s'organise pour résoudre les exercices propo-sés en deux heures et fournir un dossier réponse.

PARTENAIRES

- Rectorat, Inspections Académiques, IREM d'Aquitaine.
- Conseil Régional, Conseils Généraux.
- Caisses du Crédit Agricole.
- Cap Sciences Bordeaux, Aqualand (Gironde), Walliby (Lot et Garonne), Aventure Park (Landes).
- Casio, Tangente, La souris Verte (imprimerie).

CONTACTS

IREM d'Aquitaine
40, rue Lamartine
33340 Talence
Tél : 05 56 84 89 75 Fax : 05 56 84 89 72
irem@irem.u-bordeaux.fr

1 - QUE DE CARTES !

Les frères Logico sont passionnés par les cartes de jeux de rôles. Vincent collectionne les elfes, Bruno les sorciers et Jérôme les gnomes.
Chacun a moins de 2 000 cartes, mais à eux trois, ils en possèdent déjà entre 2 000 et 4 000 ! Avant de faire des échanges, ils décident de les ranger.
Vincent propose de faire des paquets de cinq. Il leur reste alors trois cartes à chacun. Bruno suggère de les ranger par sept. Il leur reste encore trois cartes à chacun. Et quand Jérôme décide de faire des tas de neuf cartes, il leur en reste toujours trois à chacun. Intrigués par cet étrange phénomène, ils se demandent combien ils ont de cartes à eux trois.

Indiquer toutes les valeurs possibles de ce nombre mystérieux.

2 - GARDER LA FACE

Pour occuper sa fille Isabelle, Xavier lui dit :
« Ces 20 pièces de 2 € seront àtoi, si tu peux les répartir en 4 piles de hauteurs toutes différentes mais contenant chacune un nombre pair de pièces. De plus, la quatrième pile doit comporter moins de 5 pièces et la première pile doit être deux fois plus haute que la deuxième. »
Aussitôt Isabelle réalise la répartition demandée.

Quelle est cette répartition ?

3 - UNE AFFAIRE VITE PLIÉE

En un seul coup de ciseau, mais après avoir fait fonctionner sa tête et ses mains, Lucas a découpé une grande feuille rectangulaire en trois morceaux non rectangulaires.
Il dispose deux des morceaux sur un des plateaux d'une balance, puis il rétablit l'équilibre avec le troisième morceau.
Indiquer le découpage réalisé par Lucas.

4 - POUR CENT CYCLES

Un marchand de cycles vient de vendre deux scooters d'occasion pour la somme totale de 2 100 €. Il a réalisé 10 % de bénéfice sur la vente du premier scooter, mais il a perdu 10 % sur l'autre. Globalement il a réalisé un bénéfice de 5 %.

Combien avait-il acheté chacun des scooters ?

5- COURSE AUTO

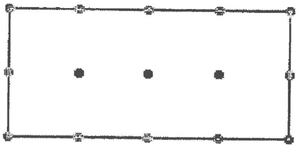
Règlement de l'épreuve : Le modèle réduit doit toujours être alimenté par 4 piles. Chaque concurrent dispose de 7 piles neuves pour toute la course et chacune de ces piles se décharge complètement en 4 tours de circuit. Le changement de piles doit obligatoirement se faire quand un nombre entier de tours a été parcouru. Sera déclaré vainqueur le pilote de la voiture qui effectuera un maximum de tours avec un nombre minimum d'arrêts pour changer les piles.

Sachant que la voiture s'immobilise dès qu'une des piles est complètement déchargée, et que les piles de la voiture se déchargent toutes les quatre à la même vitesse quand elles sont utilisées, quelle stratégie Jean doit-il appliquer pour gagner ?

6 - CAPRICES CAPRINS

Les chèvres de Daniel sont très indépendantes et exigeantes. Une chèvre ne produit de lait que si elle est seule dans un enclos triangulaire dont chaque sommet est l'un des quinze piquets représentés sur le dessin ci-dessous. De surcroît, deux enclos occupés ne peuvent avoir les même dimensions.

Pour qu'un maximum de chèvres donnent du lait, comment Daniel doit-il délimiter ses enclos ?



7 - LA ROUTE DU RHUM

Lors de la course de la « Route du Rhum », 6 spectateurs annoncent à tour de rôle leurs pronostics :

1- Le bateau « Battant le vent » sera 4^e et « Écume des océans » sera 3^e.
2- Le bateau « Albatros » sera 1^{er} et « Battant le vent » sera 2^e.
3- Le bateau « Battant le vent » sera 5^e et « Dents de la mer » sera 4^e.
4- Le bateau « Albatros » sera 1^{er} et « Corne de brume » sera 3^e.
5- Le bateau « Corne de brume » sera 3^e et « Foc la galère » sera 5^e.
6- Le bateau « Dents de la mer » sera 2^e et « Écume des océans » sera 3^e.

En définitive, chaque spectateur ne possède qu'un seul bon résultat.

Quel est donc l'ordre d'arrivée?

8 - IL Y A UN AN

« Séchant » sur un problème, un participant au Rallye 2002, note, pour s'occuper, les renseignements suivants concernant sa naissance :

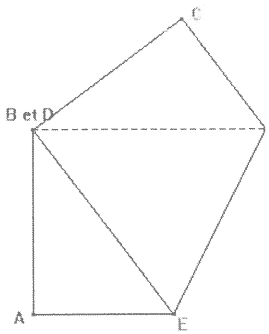
- l'heure (il est né dans la nuit et les cloches sonnaient) ;
- le jour du mois (quantième) ;
- le numéro du mois de l'année ;
- le chiffre des unités de l'année (millésime).

Il se rend compte que le produit de ces quatre nombres est égal à 2002 !

Quelles sont donc l'heure et la date de sa naissance ?

9 - GARDEZ LA FACE

Un billet de 5 € peut être assimilé à un rectangle ABCD deux fois plus long que large.On a plié un tel billet comme indiqué ci-contre.



Calculer la mesure de l'angle ABE (arrondi au dixième de degré).

10 - CALCULATEUR PRODIGE

Sarah prétend que :
20002001200220032 – 2000200120022004 × 2000200120022002
peut s'écrire sous forme décimale sans le chiffre 0.

Quel est donc ce résultat ?

Solutions

1

QUE DE CARTES !

Les solutions sont : **2 214, 2 529, 2 844, 3 159, 3 474, 3 789**.

2

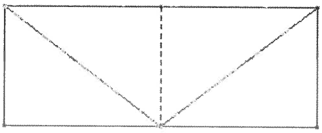
GARDER LA FACE

Le nombre total de pièces est 20 et chaque pile ne comporte qu'un nombre pair de pièces ; de plus, 20 = 2 + 4 + 6 + 8 est la seule possibilité d'obtenir 20 en ajoutant 4 nombres pairs différents non nuls.
Les autres conditions permettent de trouver la solution.
Les piles comportent respectivement 8 pièces, 4 pièces, 6 pièces, 2 pièces.

3

UNE AFFAIRE VITE PLIÉE

On plie la feuille en deux selon une médiane, on plie le rectangle obtenu selon une diagonale. Puis on découpe en suivant cette diagonale.
On obtient deux triangles rectangles isométriques et un troisième triangle dont l'aire est égale à la somme des aires des deux triangles précédents.



4

POUR CENT CYCLES

Le prix d'achat du premier scooter est de 1 500 € et celui du second est de 500 €.

5

COURSE AUTO

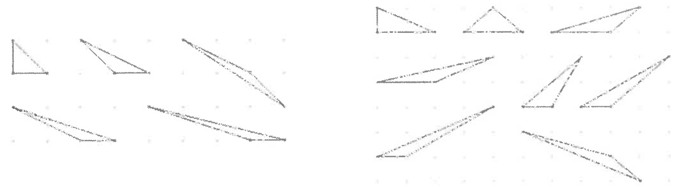
On dispose de 7 piles qui peuvent fournir de l'énergie pendant 4 tours, il faut toujours 4 piles non déchargées dans la voiture donc le nombre maximum de tours est 7.
Seulement 4 arrêts sont nécessaires pour le remplacement des piles, le tableau indique une solution possible :

Tour 1	Tour 2	Tour 3	Tour 4	Tours 5, 6,7
Piles 1-2-3-4	Piles 1-2-3-5	Piles 1-2-3-6	Piles 1-2-3-7	Piles 4-5-6-7

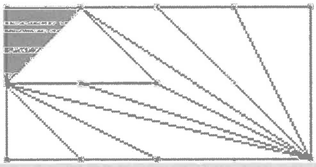
6

CAPRICES CAPRINS

On prend pour unité celle d'un « petit carré » de telle sort que la parcelle ait une aire totale de 8 dans cette unité.
Une étude minutieuse permet de dénombrer tous les triangles de dimensions différentes d'aire 1/2, ainsi que tous ceux d'aire égale à 1 : 5 triangles possibles d'aire 1/2, et 8 triangles possibles d'aire égale à 1.



En utilisant les 5 triangles d'aire égale à 1/2, il reste alors une aire libre égale à 5,5 à l'intérieure de laquelle on pourra placer au mieux 5 triangles d'aire 1. Ce qui donne un maximum théorique de 10 triangles en tout avec 1 triangle d'aire 1/2 dans lequel on ne pourra pas mettre de chèvre.
Voici une solution possible :



7

LA ROUTE DU RHUM

Le classement est le suivant : **Albatros, Corne de brume, Ecume des océans, Dents de la mer, Foc la galère et Battant le vent**.

8

IL Y A UN AN

Le participant au rallye est né **à 22 heures le 13/01/1987 ou à 2 heures le 13/11/1987 ou à 1 heure le 26/11/1987**.

9

GARDEZ LA FACE

L'angle ^ABE mesure environ 36,869°, soit en arrondissant au dixième de degré **36,9°.**

10

CALCULATEUR PRODIGE

Le résultat de Sarah est **1.**

RALLYE D'AUVERGNE

Le rallye est destiné aux élèves de troisième et de seconde. La compétition n'est pas individuelle, mais entre classes entières ou suffisamment représentées : plus des deux tiers.

Les classes ont à résoudre sept problèmes en deux heures. Les solutions doivent être rédigées. Une des solutions est présentée sous forme d' affiche.

Pour chaque exercice, le jury évalue :

- l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées ;
- l' argumentation ;
- la présentation.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le premier rallye a été organisé en 1998.

ÉPREUVES

Épreuves par classes.
Une catégorie Troisième - Seconde.
Il y a sept problèmes pour deux heures.

COMPÉTITION

Elle a lieu un mercredi après-midi. Les centres d'épreuves sont les lycées qui accueillent aussi les collèges du secteur.

PARTENAIRES

- Inspection Pédagogique Régionale
- IREM

CONTACTS

Anne CROUZIER
IREM
Complexe Scientifique Les Cézeaux
63177 AUBIÈRE

1 - CHOISIR LE POÈTE (2002)

Un jury devant désigner le plus beau recueil de poèmes produit par des candidats auvergnats est composé d'électeurs en provenance des quatre départements de notre région. Ceux venant du Puy de Dôme sont deux fois plus nombreux que ceux qui habitent l'Allier, eux-mêmes deux fois plus nombreux que les Cantaliens, lesquels sont aussi nombreux que ceux en provenance de la Haute-Loire.
Dans la phase finale du concours, le jury doit départager deux candidats qui ont produit tout deux des poèmes remarquables et appréciés unanimement par tous les membres du jury. Le règlement du concours ne prévoyant pas qu'il puisse y avoir deux vainqueurs, un vote a donc lieu.
On sait que Marty remporte tous les suffrages des Cantaliens, que les électeurs de la Haute-Loire ont partagé leurs voix de façon égale entre les deux candidats. Duchet a reçu autant de votes favorables des gens de l'Allier qu'il a eu de voix défavorables en provenance des électeurs du Puy de Dôme.

Sachant que tout membre du jury doit nécessairement voter pour l'un des deux candidats, lequel des deux l'a emporté ?

2 - LES BACHELIERS (2004)

Monsieur le Recteur d'Académie est content : à la dernière session du baccalauréat, en section S, 85 % des candidats ont été reçus.
En affinant ses statistiques, il s'aperçoit par ailleurs que parmi ces candidats, 82 % des garçons ont été reçus alors que 95 % des filles ont elles été reçues. De plus, il est ravi de n'avoir eu à arrondir aucun pourcentage.

Sachant que le nombre de garçons reçus est compris entre 1110 et 1180, pouvez-vous trouver le nombre global d'élèves reçus ?

3 - CONDUITE ACCOMPAGNÉE (2002)

Pour pouvoir faire la conduite accompagnée avec ses parents, un jeune doit avoir plus de 16 ans et avoir eu 20 heures de conduite dans une auto-école.

1. A l'auto-école Allonzy, les leçons durent trois quarts d'heure (leçons courtes) ou une heure et demie (leçons longues). Avec des leçons de ces durées, peut-on arriver exactement aux 20 heures exigées ?
2. L'auto-école Letusgo propose des durées de leçons (courtes et longues) très voisines de celles de l'auto-école Allonzy, telles que les leçons longues durent le double des courtes, et il y a quatre fois plus de leçons courtes que de leçons longues.

Quelles sont les durées des leçons proposées par l'auto-école Letusgo, et combien de leçons de chaque sorte propose-t-elle pour obtenir les 20 heures de conduite ?

4 - L'ARBRE GÉNÉALOGIQUE (2003)

a) Je veux faire mon arbre généalogique ascendant, c'est à dire celui qui contient mes 2 parents (1re génération), mes 4 grands-parents (2^{e} génération)... jusqu'à mes ancêtres de la cinquième génération.
Combien cet arbre comporte-t-il de personnes en me comptant ?

b) On numérote ainsi les membres de l'arbre : je porte le numéro 1, mon père le numéro 2, ma mère le numéro 3 et les parents du numéro n sont numérotés $2n$ pour le père et $2n + 1$ pour la mère ; ainsi le numéro 4 est le père de mon père.
Sur le même modèle et en utilisant uniquement les mots père, mère, de, la, du, mon, préciser qui porte le numéro 37.

Solutions

1

CHOISIR LE POÈTE

Soit a le nombre d'électeurs venant du Cantal et x le nombre de votants pour Duchet venant de l'Allier.

Le nombre de votant pour Marty est alors :

$M(a,x) = a + \frac{a}{2} + (2a - x) + x.$

$x = \frac{7a}{2}$

Celui en faveur de Duchet :

$D(a,x) = 0 + \frac{a}{2} + x + (4a - x) = \frac{9a}{2}$

Le gagnant est **Duchet**.

6

LES BACHELIERS

Soit x le nombre de candidats garçons et y le nombre de candidates filles.

Le texte se traduit par :

$$\frac{82}{100}x + \frac{95}{100}y = \frac{85}{100}(x + y).$$

Cette équation donne facilement $10y = 3x$.

D'autre part le nombre de garçons reçus étant compris entre 1 110 et 1 180, un calcul simple permet de montrer que le nombre de candidats garçons est compris entre 1 353 et 1 439.

Utilisons maintenant le fait que tous les pourcentages « tombaient justes ». Ceci signifie que $\frac{82}{100}x = \frac{41}{50}x$ est un nombre entier, donc que x est un multiple de 50 car 41 est un nombre premier. Le seul multiple de 50 compris entre 1 353 et 1 439 est 1 400. Il y avait donc 1 400 candidats garçons.

Comme $10y = 3x$, le nombre de candidates filles est donc 420.

Il y a donc eu $0{,}82 \times 1\,400 + 0{,}95 \times 420 = 1\,547$ élèves reçus.

Vérification :

$\frac{1\,547}{0{,}85} = 1\,820$ qui est bien le nombre de candidats.

3

CONDUITE ACCOMPAGNÉE

1°) Soit x le nombre de leçons courtes. x et y sont des nombres entiers.
On peut arriver à exactement 20 h de cours, ou 1 200 minutes, si on peut trouver deux nombres entiers x et y tels que :
$45x + 90y = 1200$ ceci équivaut à :
$45(x + 2y) = 1200$ et en simplifiant par 15 :
$3(x + 2y) = 80$.
80 serait le produit de 3 par $x + 2y$ qui est un nombre entier puisque x et y sont entiers. Or, 80 n'est pas divisible par 3. Donc on ne peut trouver x et y tels qu'on arrive exactement à 20 heures de conduite.

2°) Soit x le nombre de leçons longues et y la durée des leçons courtes.
Il y a donc $4x$ leçons courtes, et les leçons longues durent $2y$.
On doit donc avoir : $4xy + 2yx = 1\,200$ ou $6xy = 1\,200$, et en simplifiant : $xy = 200$ et x et y sont des nombres entiers.
Décomposition en nombres premiers de 200 :
$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$
On cherche des durées voisines de celles de l'auto-école Allonzy donc y doit être voisin de 45.
Avec les nombres de la décomposition de 200, on peut obtenir :
$2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$ ou $2 \times 5 \times 5 = 50$
Soit les leçons courtes durent 40 min, les longues 80 min, et il y a alors 5 leçons longues et 20 leçons courtes.
Soit les leçons courtes durent 50 min et les longues 100 min, et il y a alors 4 leçons longues et 16 leçons courtes.

4

L'ARBRE GÉNÉALOGIQUE

a) $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$. L'arbre contient donc 63 personnes.

b) $37 = 2 \times 18 + 1$; il s'agit donc de la mère de 18.
$18 = 2 \times 9$; 18 est donc le père de 9.;
$9 = 2 \times 4 + 1$; 9 est donc la mère de 4.
Le numéro 37 est donc : la mère du père de la mère du père de mon père.

RALLYE MATHÉMATIQUE CHAMPAGNE-ARDENNES

L' une des caractéristique de ce rallye réside dans le fait qu'il ne s'agit pas d'une compétition individuelle mais d'un concours engageant l'ensemble de la classe. Cette épreuve, à l'expérience, soude la classe autour d'un projet scientifique.

Les objectifs principaux :

- Créer, à l'intérieur des classes participantes, une dynamique pour acquérir le sens du travail de groupe.
- Initier à la démarche scientifique (expérimenter, argumenter, expliciter, vérifier).
- Démythifier les mathématiques en les abordant sous un angle moins scolaire.

Énoncés

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1989 : Création du rallye ouvert dans les Ardennes et dans la Marne aux classes de 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}.
1992 : Il est ouvert dans toute l'académie, soit : Ardennes, Aube, Marne et Haute-Marne à ces mêmes niveaux.
Depuis 2000, il est ouvert à toutes les classes de collège et de seconde des lycées de toute l'académie.

ÉPREUVES

Par classe entière, 4 catégories : 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}.
Nombres de problèmes : 12 en 1 h 30.
Trois degrés de difficultés.
Une feuille réponse par classe.

COMPÉTITION

Demi-finale : En avril (1 h 30) dans les établissements inscrits.
Finale : En mai ou juin.

PARTENAIRES

- APMEP régionale ;
- Conseils Généraux ;
- Conseil Régional ;
- IUFM de Reims ;
- Rectorat de Reims ;
- Université de Reims -Chapagne-Ardenne.

CONTACTS

IREM de Reims
IUFM de Reims
23 rue Clément Ader- BP175
51685 REIMS Cedex
Tél : 03 26 77 99 48
Fax : 03 26 85 35 04

Énoncés

1 - LE ROUGE ET LE NOIR

Julien et Mathilde s'amusent à empiler les uns sur les autres 5 jetons rouges et 5 jetons noirs et à comparer leur score à partir du barème suivant :

- un jeton situé entre deux jetons de même couleur rapporte 4 points ;
- un jeton situé entre deux jetons de couleurs différentes rapporte 2 points ;
- un jeton situé à côté d'un seul jeton et de même couleur que lui rapporte 1 point ;
- un jeton situé à côté d'un seul jeton de couleur différente ne rapporte pas de point.

Quel est le meilleur score possible ?

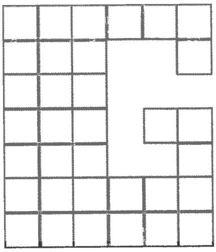
2 - Y'A PHOTO **

Pour la photo de classe, Chantal, Paul, Nadia, Thomas et Marjorie sont seuls au premier rang.
Une dispute éclate car :

- Chantal ne veut pas se trouver en fin de rangée ;
- Nadia veut être à côté de Thomas qui exige de ne pas figurer à côté de Chantal ;
- Marjorie veut avoir son amie Chantal sur sa gauche ;
- quant à Paul, il ne veut personne à sa droite.

Pouvez-vous aider ce pauvre photographe à placer ces cinq « têtes à claques » ?

3 - LA CASE DE L'ONCLE GÉO ***



Pour son nouveau magasin, Géo, passionné d'électronique et d'informatique, s'est fabriqué une enseigne originale composée de 34 lampes disposées selon le schéma suivant où chaque case représente une lampe.
Lorsqu'une lampe est allumée, toutes les lampes ayant au moins un sommet commun avec elle sont allumées une seconde plus tard.
L'éclairage de l'enseigne se déroule toujours de la même manière :
Une lampe choisie au hasard par l'ordinateur s'allume, puis les autres s'allument progressivement. Lorsque toutes les lampes sont allumées, il faut attendre 10 secondes avant l'extinction complète qui dure 2 secondes. Puis le cycle recommence.

Quelle est la durée minimale d'un cycle ?

4 - COMPLÉTEMENT FOOT ! ****

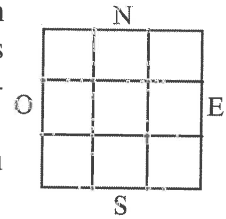
Sur un vieux papier journal, Marie-Claude a retrouvé l'extrait de tournoi suivant, dressant le bilan des trois matches qui avaient opposé, l'une contre l'autre, les équipes de Reims, Sedan et Troyes :

	Joués	Gagnés	Perdus	Nuls	Buts marqués	Buts encaissés
Troyes	2	2				1
Sedan	2			1	2	4
Reims	2				3	7

Quels furent les scores des différents matches ?

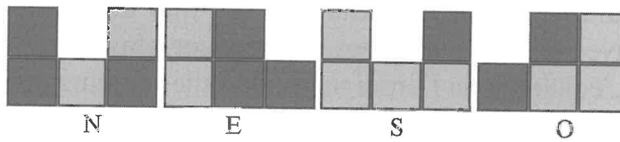
5 - KUBIC'S CUBE *****

L'architecte Kubic réalise une maquette pour son projet urbain. Pour cela, il empile des cubes clairs et des cubes foncés sur le plateau 3 × 3 ci-contre.



Une fois cette construction faite, il la regarde du Nord, de l'Est, du Sud et de l'Ouest.

Voici ce qu'il voit :



Quel est le nombre maximum de cubes foncés utilisés ?

6 - LA FÈVE DU SAMEDI SOIR ***

Samedi, sur son bureau, Épiphanie a placé 8 boîtes.
Des fèves ont été placées dans ces boîtes selon les règles suivantes :
– chaque boîte contient un nombre différent de fèves (entre 1 et 8) ;
– il y a toujours au moins deux fèves d'écart entre deux boîtes voisines ;
– les boîtes A, C, E, G contiennent un nombre impair de fèves ;
– il y a une fève dans la boîte A.

Combien y a-t-il de fèves dans les autres boîtes ?
Donner les deux solutions possibles.

1

LE ROUGE ET LE NOIR

Il suffit d'alterner les couleurs. Le premier et le dernier ne rapportent rien mais les autres le maximum.
R-N-R-N-R-N-R-N-R-N.
$8 \times 4 = 32$.

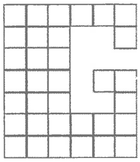
2

Y'A PHOTO

On a donc une seule solution :
Paul – Marjorie – Chantal – Nadia – Thomas.

3

LA CASE DE L'ONCLE GÉO



Toute l'enseigne peut être allumée en 5 secondes.
$5 + 10 + 2 = 17$ s.

4

COMPLÈTEMENT FOOT !

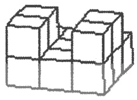
Troyes a gagné deux fois donc Sedan et Reims ont perdu leur match contre Troyes et on fait match nul entre eux.
But marqués = buts concédés donc Troyes a marqué 7 buts.
Reims a marqué un but de plus que Sedan donc il l'a marqué à Troyes (c'est le seul but concédé par troyes !).
Donc on a **Reims-Sedan 2-2, Reims-Troyes 1-5, Sedan-Troyes 0-2**.

5

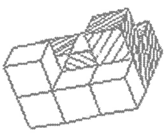
KUBIC'S CUBE

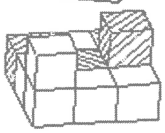
Partons d'une maquette composée de deux couches complètes…

1) Sans s'occuper des couleurs, une première lecture des dessins permet d'enlever un certain nombre de cubes pour arriver à la situation du dessin à droite.



2) En regardant les couleurs, on voit que deux des cubes doivent être retirés car ils ne peuvent pas être de deux couleurs.





En mettant un cube foncé au milieu, on a ainsi le nombre maximum de cubes foncés, c'est à dire 5.

6

LA FÈVE DU SAMEDI SOIR

Il y a deux solutions possibles : **1-6-3-8-5-2-7-4** et **1-4-7-2-5-8-3-6**.

BOMBYX

Rallye mathématique de Ganges et de l'académie de Montpellier

Le Collège Louise Michel de Ganges, commune de l'Hérault, organise un Rallye Mathématique depuis 1988. Il est ouvert aux élèves de CM2 et à tous les élèves des collèges, des lycées professionnels et lycées professionnels agricoles en seconde professionnelle de l'Académie de Montpellier et de l'Andorre. Il concerne plus de quatre mille élèves chaque année.

Le Rallye, appelé aussi Bombyx, se déroule en trois phases :

- les quarts de finale et les demi-finales dans chaque établissement ;
- la finale au collège de Ganges.

À chaque étape, les concurrents sont invités à résoudre quatre problèmes en 1h 30.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

La première édition du Rallye remonte à 1988/89 ; elle ne concernait que les élèves du collège de Ganges.
En 1992, le 5e Rallye s'ouvre aux élèves de CM2 du secteur et la compétition adhérait au C.LJ.M.
En 1997, le 10e Rallye s'ouvre à tous les collégiens de l'académie Montpellier et de l'Andorre.
En 1999, le 12e Rallye s'ouvre aux élèves de seconde professionnelle.

ÉPREUVES

Individuelles, six catégories : CM2, 6e, 5e, 4e, 3e, 2nde, Pro.
Problèmes : 4 en 1h30. Seules les réponses sont demandées.

COMPÉTITION

Quarts de finale dans chaque établissement en novembre ; demi-finales en février ; finale et cérémonie des Thalès au collège Louise -Michel à Ganges en mai.

PARTENAIRES

Conseils Généraux du Gard, de l'Hérault et de Lozère ;
19 communes.
Inspection Pédagogique Régionale.
Rectorat de l'académie de Montpellier.
A.P.M.E.P.
I.R.E.M de Montpellier.
F.C.P.E.
Rigaud-peintures.
Celda-Soral.
Éditions Archimède.
Éditions Pentaèdre.
Éditions Belin.

CONTACTS

Le responsable de l'équipe organisatrice : Jean Versac
Collège Louise Michel
Place Jules Ferry
34190 GANGES
Téléphone: 04 67 73 81 01
Télécopie : 04 67 73 88 01

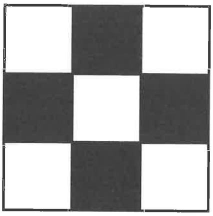
1 - RUE DE LA GARE — CM2

Dans la rue de la Gare, d'un côté les maisons sont numérotées par des nombres impairs consécutifs à partir de 1 (1, 3, 5, 7….) et de l'autre côté par des nombres pairs .
Une maison porte le numéro 137. Si la numérotation commençait à l'autre extrémité de la rue, cette maison aurait le numéro 85.

Combien y a-t-il de maisons du côté impair de la rue de la Gare ?

2 - LES PETITS CUBES — CM2

On dispose de petits cubes de 1 cm d'arête, des blancs et des noirs. On empile ces cubes de manière à former un cube de 3 cm d'arête en prenant bien soin d'alterner les cubes blancs et les noirs. Toutes les faces du grand cube sont donc ainsi :



Le petit cube central est noir.

Quel est le nombre de cubes noirs ?

3 - LE BASSIN — 2 PRO, 1^{re} année de CAP & 3^{e} technologique

Quatre fontaines alimentent un bassin. La première le remplit à elle seule en un jour, la deuxième en deux, la troisième en trois et la quatrième en quatre.

Combien de temps faut-il aux quatre fontaines pour remplir le bassin lorsqu'elles coulent simultanément ? (On donnera le résultat en h, min, s).

4 - PAPIER À LETTRE

6e, 4e «Découverte des métiers »

Yvonne aime écrire à ses amis. Elle utilise du papier à lettres rose dont elle est très fière.
« Il est trop beau ce papier ! » dit-elle, « Il fait 108 cm de périmètre. Je le plie en quatre dans le sens de la longueur et en deux dans le sens de la largeur et il rentre tout juste dans une enveloppe carrée sur laquelle j'aimerais coller une photo de mes copains. »

Pouvez-vous indiquer quelle devra être l'aire maximale(1) de cette photo ?

(1) On suppose que la photo occupe donc toute la place sur une face de l'enveloppe.

5 - LES TONNEAUX

6e, 4e «Découverte des métiers »

Claude a deux tonneaux qui contiennent respectivement 26 L et 7 L de vin.
Il rajoute le même quantité de vin dans chacun des tonneaux.
Il constate que le deuxième contient trois fois moins de vin que l'autre.

Quelle est, en litres, la quantité de vin que Claude a ajoutée dans chaque tonneau ?

6 - LES 2 HOMMES

5e, 4e Techno, 3e d'insertion

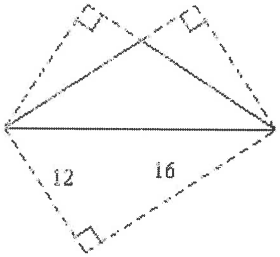
Un jour, Jean et Fabien avaient, le premier 3 pains et le second 2 pains. Ils allèrent se promener au bord d'une rivière. Lorsqu'ils furent arrivés en ce lieu, un promeneur passa et ils l'invitèrent. Celui-ci prit place à côté d'eux et mangea avec eux, chaque convive ayant part égale.
Lorsque tous les pains furent mangés, le promeneur partit en leur laissant 5 pièces pour payer son repas.

Combien de pièces, Jean et Fabien ont-ils récupérées chacun ?

7 - PLIAGE

3e Générale

On part d'une feuille de papier rectangulaire qui mesure 16 cm sur 12 cm.
Je plie cette feuille suivant une diagonale, puis je replie les deux petits triangles, j'obtiens ainsi le triangle en trait plein.



Quelle est son aire ?

8 - COURT-CIRCUIT

3e Générale

Un artisan doit livrer trois fabriques situées en A, B et C.
Son atelier, sis à M, est à une distance de 78 km de A, 96,5 km de B et 23 km de C.
A et B sont distants de 170 km, A et C de 90 km et enfin B et C de 100 km.

Donner le circuit le plus court pour lui : c'est-à-dire, dans l'ordre, les étapes de son périple du départ de son atelier jusqu'à son retour ainsi que la longueur du circuit.

9 - GRAND PRIX

3e générale

Un circuit de grand prix de formule 1 est partagé en trois parties : une partie rapide qui représente la moitié de la distance où la vitesse moyenne est de 280 km/h, une partie lente qui représente le tiers de la distance où la vitesse moyenne est de 140 km/h, et la dernière où la vitesse moyenne est de 210 km/h.

Quelle est alors la moyenne sur un tour complet ?
(on pourra supposer pour les calculs que la longueur totale du circuit est de 6 km (en fait le choix de cette longueur n'a aucune conséquence sur le résultat demandé)).

10 - ROLAND-GARROS

2 PRO, 1re année de CAP & 3e technologique

Pour les rencontres de Roland-Garros, la Fédération de tennis a retenu 128 joueurs de simple masculin, 128 joueurs de double masculin, 128 joueuses de simple féminin, 128 joueuses de double féminin et 128 joueurs de double mixte.

Combien faudra-t-il d'arbitres en tout si chacun d'eux ne peut arbitrer que cinq matches au maximum ?

11 - LES 3 MAISONS

2 PRO, 1re année de CAP & 3e technologique

L'Irlandais habitait la maison verte et l'Espagnol la maison du milieu.
Le Français était médecin.
La maison verte était à côté de la bleue.
Le tailleur habitait la première maison.

Quelle était la nationalité du barbier ?
Qui habitait la maison rouge ?

Solutions

1

RUE DE LA GARE

Si la maison porte le numéro 137, il y a, avant elle, 68 maisons car on ne compte que les nombres impairs et la moitié de 136 est 68.
Si on compte à partir de l'autre extrémité de la rue, il y a, avant la maison en question, 42 maisons car la moitié de 84 est 42.
68 + 42 +1 =111.
Il y a 111 maisons du côté impair de la rue de la Gare.

2

LES PETITS CUBES

Sur la première pile de cubes posés sur la table, le cube central est blanc car le cube du dessus est noir. Il y a 4 cubes noirs tout autour et ceux des coins sont blancs.
Sur la pile du milieu, il y a un noir au centre et les quatre coins sont noirs.
Le troisième étage est identique au premier.
En tout, on compte 13 cubes noirs.

3

LE BASSIN DES QUATRE FONTAINES

En un jour, en ouvrant les quatre fontaines, on remplit une proportion du bassin égale à :

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{12}{12}+\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=25\backslash 12\ ;$$

ou, si on préfère, 25 bassins seraient remplis par les quatre fontaines en 12 jours.
Le bassin sera donc rempli en $\frac{12}{25}$ jour soit **11 h 31 min 12 s**.

4

PAPIER À LETTRE

La longueur doit être deux fois plus grande que la largeur puisqu'en pliant, on obtient un carré.
Le périmètre mesure donc : 2 longueurs + 2 largeurs = 6 largeurs = 108 cm.
Donc la largeur vaut 108 : 6 = 18 cm.
En pliant en deux dans le sens de la largeur on a donc 9 cm.
L'aire maximale est donc 9 × 9 = **81 cm^2**.

5

LES TONNEAUX`

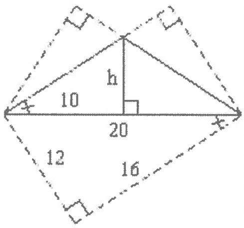
Claude a ajouté 2,5 litres de vin.
En effet, 26 + 2,5 = 28,5 et 3 × (7 + 2,5) = 3 × 9,5 = **28,5**.

6 LES DEUX HOMMES

Ils sont 3 pour manger 5 pains en parts égales, alors chacun doit manger 5/3 de pain (1 pain entier et 2 morceaux sur 3 d'un autre).
Quand Fabien a mangé sa part, il lui reste un seul morceau à donner au promeneur. Tandis que Jean mange 5 morceaux sur les 9 morceaux de ses 3 pains et il a 4 morceaux pour le promeneur.
Il est logique que **Jean prenne quatre pièces et Fabien une**.

7 PLIAGE

Avec le théorème de Pythagore, on trouve que la diagonale du rectangle mesure 20 cm. le triangle obtenu est isocèle par considération de symétrie et les deux angles indiqués sur la figure sont égaux ; leur cosinus donne : 16/20 = 4/5 = 0,8. Alors, l'hypoténuse du triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesure 10 cm et h cm, est obtenue par : 100,8 = 12,5.
Puis, on trouve h par le théorème de Pythagore : h = 7,5 cm. L'aire est : 20 × 7,52 = 75 soit **75 cm²**.

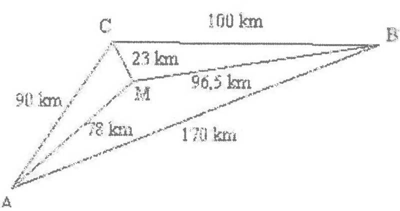


8 COURT-CIRCUIT

AM + MB - AB = 4,5
BM + MC - BC = 19,5
CM + MA – CA = 11

donc le plus court est MBCAM ou MACBM, soit 364,5 km.

(On ne va donc pas au plus près en premier !)



9 GRAND PRIX

La vitesse moyenne sur un tour complet est **201,6 km/h**.

10 ROLLAND-GARROS

il faudra **89 arbitres**.

11 LES 3 MAISONS

Le barbier est **Espagnol** et **le Français** habite la maison rouge.

TOURNOI MATHÉMATIQUE DU LIMOUSIN

Le Tournoi, qui s' adresse aux élèves de quatrième et aux lycéens, travaillant par équipe de deux, obtient la participation de tous les lycées et de plus de trois collèges. sur quatre dans les trois départements de la Région : Corrèze, Creuse et Haute-Vienne.
Développer le goût de la recherche scientifique, promouvoir l'image des mathématiques auprès des jeunes et du grand public, tels sont ses objectifs.

La remise des prix, grande fête des mathématiques et des jeunes a lieu au printemps. Un grand nombre de jeunes de toutes sections y sont récompensés.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le Tournoi Mathématique du Limousin, association « loi 1901 », a été créé en 1987 par la Régionale de Limoges de l'APMEP, le département de Mathématique de la Faculté des Sciences de Limoges, l'Inspection Pédagogique Régionale, l'IREM de Limoges. Cinq mille élèves de quatrième et deux mille lycéens environ participent au Tournoi Mathématique du Limousin en 2003.

ÉPREUVES

Par équipe de 2.
Catégories : 4^{e} et 2nde/ 1re / t^{ale}.
Les textes proposés, sous forme ludique, donnent envie de chercher, nécessitent une solution rédigée et sont susceptibles de prolongement.

COMPÉTITION

Épreuve 4^{e} en janvier (2 heures durant le temps scolaire).
Épreuve en lycée en janvier (3 heures durant le temps scolaire).
Remise des prix au printemps, dans le grand amphithéâtre de la Faculté de Droit à Limoges.

PARTENAIRES

Rectorat ;
Conseil Régional du Limousin ;
Conseils Généraux de Corrèze, Creuse et Haute-Vienne ;
CASDEN Banque populaire.
Editions BELIN
Calculatrices CASIO.

CONTACTS

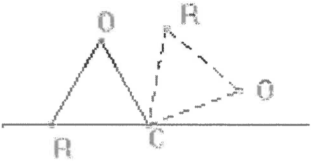
Tournoi Mathématique du Limousin:
IREM 123, av. Albert Thomas 87060 Limoges CEDEX
tel : 05 55 45 72 49
Anne Bellido

Énoncés

1 - ROC AND ROLL

Collège 2002

Un triangle équilatéral ROC, de côté 4 cm, « roule » sur une droite.
Dans sa position initiale, R et C sont sur la droite. On fait basculer le triangle autour de C pour amener le point O sur la droite ; puis on le fait basculer autour de O pour amener R sur la droite et on continue, toujours dans le même sens …



Dessiner le trajet parcouru par le point R pendant trois basculements.
Combien de basculements faut-il effectuer pour que la longueur du trajet parcouru par R dépasse 2002 cm ?

2 - CHAÎNE NUMÉRIQUE

Collège 2003

Classez les entiers de 1 à 15 de sorte que la somme de deux nombres placés côte à côte soit toujours le carré d'un entier.

3 - X FACE À 10

Lycée 2003

Des personnes numérotées de 1 à n sont placées dans cet ordre autour d'une table ronde et sont régulièrement espacées.
La personne portant le numéro x est en face de la personne portant le numéro 10.

Si x = 2, quel est le nombre de personnes ?
Si x = 25, quel est le nombre de personnes ?
Peut-on remplacer x par n'importe quel autre nombre ?

4 - MÉMOIRES VIVES Lycée 2002

Marcel aimerait prendre sa revanche dans le jeu qui l'a opposé à Rémi il y a quelque temps.
Dans chaque partie de ce jeu, le vainqueur gagne un certain nombre de points, ils ne savent plus combien, mais c'est toujours le même à chaque partie et son adversaire perd un certain nombre de points, ils ne savent plus non plus combien, mais c'est encore toujours le même à chaque partie.
Cependant ils n'ont pas tout oublié : ils se souviennent que les points gagnés ou perdus sont des nombres entiers, qu'il ne peut pas y avoir de partie nulle et qu'après plusieurs parties, Rémi avait battu Marcel par 10 points contre 3.

Aidez-les à retrouver le nombre de points qu'on peut gagner et le nombre de points qu'on peut perdre à chaque partie de ce jeu.

5 - PLUS OU MOINS CARRÉ Lycée 2003

On observe que :

$$2 = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 + 6^2 - 7^2$$

$$4 = 1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2$$

Écrivez une égalité analogue pour les entiers $n = 5$, $n = 6$, $n = 11$ (on part de 12 puis on ajoute ou on retranche les carrés d'entiers consécutifs de façon à obtenir n).
Écrivez ainsi 2003 avec le minimum de carrés.

Montrez que si l'on peut ainsi écrire n avec k carrés, on peut écrire $n + 4$ avec $k + 4$ carrés. Prouvez alors que tout entier n ($n > 7$) peut s'écrire avec au maximum n carrés.

1

ROC AND ROLL ...

Au bout de trois basculements, le point R se trouve en R_3 sur la droite. Il a parcouru successivement les arcs RR_1 et R_1R_2 qui sont chacun un tiers de cercle de rayon 4 cm.
La longueur du trajet parcouru en 3 basculements est : $\frac{2}{3} \times \pi \times 8$.
Pour arriver à un trajet de 2 002 cm il faut :
$2002 \div \left(\frac{2}{3} \times \pi \times 8\right)$ séries de 3 basculements, soit environ 119,48.

Après 119 séries de 3 basculements, soit 357 basculements la distance est inférieure à 2002 cm et le point R se trouve sur la droite. Avec un basculement supplémentaire la longueur du trajet du point R vaut 2002,24 cm. Il faut donc **358 basculements** pour que la longueur du trajet parcouru par le point R dépasse 2002 cm

2

CHAÎNE NUMÉRIQUE

Les nombres que l'on peut mettre à côté de 1 sont 3, 8 et 15 parce que :
$1 + 3 = 4 = 2^2$ $1 + 8 = 9 = 3^2$ $1 + 15 = 16 = 4^2$.
Voici les « voisins » possibles dans la chaîne de chacun des nombres de 1 à 15 :

nombres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
voisins possibles	3 8 15	7 14	1 6 13	5 12	4 11	3 10	2 9	1	7	6 15	5 14	4 13	3 12	2 11	1 10

On remarque que 8 et 9 ont un seul voisin donc ils doivent se trouver à chaque extrémité de la chaîne.Plaçons par exemple le 8 en début de chaîne et le 9 en fin.
Après le 8 on ne peut mettre que le 1, avant le 7 on ne peut mettre que le 2 ; on continue de droite à gauche à partir du 2 où il n'y a qu'un choix possible à chaque fois. A gauche du 3 on ne peut pas mettre le 1 qui est déjà placé donc on choisit 6 et on termine en ayant chaque fois un seul choix jusqu'au 1 :

8 ~1 ~15 ~ 10 ~ 6 ~ 3 ~ 13 ~ 12 ~ 4 ~ 5 ~ 11 ~ 14 ~ 2 ~ 7 ~ 9.

3

X FACE A 10

SI $x = 2$, il y a **16 personnes** en tout et si $\boldsymbol{x = 25}$, **30 personnes**. On peut remplacer x par tout entier non nul tel que $\mathbf{x \leq 5}$ **ou** $\mathbf{x \geq 20}$.

4

MÉMOIRES VIVES

Dans chaque partie du jeu, le vainqueur gagne a points (a entier positif) et son adversaire perd b points (b entier positif). Désignons par x le nombre de parties gagnées par Rémi et donc perdues par Marcel, et par y le nombre de parties perdues par Rémi et donc gagnées par Marcel.
Rémi obtient $(ax - by)$ points et Marcel obtient $(ay - bx)$ points. On sait que Rémi a battu Marcel par 10 points contre 3 donc : $ax - by = 10$ et $ay - bx = 3$.
En additionnant et en retranchant ces deux égalités, on obtient :
$(a - b)(x + y) = 13$ et $(a + b)(x - y) = 7$.
$(a + b)$ est un diviseur positif de 7 et $(a - b)$ est un diviseur positif de 13 car $x + y$ est positif ; $(a + b)$ est donc égal à 1 ou 7 et $(a - b)$ est égal à 1 ou 13.
Si b est nul, $a + b = a - b = a$, donc $a = 1$; $x = 10$ et $y = 3$, ce cas est acceptable.
Si b est non nul, $(a + b)$ est supérieur strictement à $(a - b)$; donc $(a + b) = 7$ et $(a - b) = 1$; $2a = 8$ et $2b = 6$; $a = 4$ et $b = 3$.
Pour $a = 4$ et $b = 3$, on obtient $(x + y) = 13$ et $(x - y) = 1$, $x = 7$ et $y = 6$.
Rémi a gagné 7 parties et perdu 6 parties.
À chaque partie, on peut gagner 4 points ou perdre 3 points.

5

PLUS OU MOINS CARRÉ

On vérifie que $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 + 6^2 - 7^2 = 2$ et $1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 = 4$.
On a aussi $1^2 + 2^2 = 5$ et $1^2 - 2^2 + 3^2 = 6$ et $1^2 - 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 - 6^2 = 11$.
On peut remarquer que si dans la somme $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2$, on remplace certains signes « + » par des signes « – », on obtient un nombre inférieur. De plus, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 17^2 = 1785$ donc 2003 s'écrit avec plus de 17 carrés ; on a aussi $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 18^2 = 2\,109$ donc 2 003 s'obtient en remplaçant dans cette dernière somme certains signe « + » par des signes « – ».
Si on replace 2^2 par -2^2 et 7^2 par -7^2 la somme diminue de $2 \times 4 + 2 \times 49 = 106$; or $2\,109 - 106 = 2\,003$.
Donc $\mathbf{2\,003 = 1^2 - 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2 + 17^2 + 18^2}$.
On montre en développant que : $(k + 1)^2 - (k + 2)^2 - (k + 3)^2 + (k + 4)^2 = 4$.
Donc si n peut s'écrire avec k carrés, $n + 4$ peut s'écrire avec $k + 4$ carrés.
Les décompositions de 4, 5 et 6 permettent d'affirmer que 8 peut s'écrire avec huit carrés , 9 avec six carrés, 10 avec sept carrés ; donc si n est l'un des nombres 8, 9, 10, 11 alors n peut s'écrire avec au maximum n carrés. En ajoutant 4 éventuellement plusieurs fois à ces entiers, on peut obtenir tout autre entier supérieur, et d'après ce qui précède, **tout entier n** ($n > 7$) peut s'écrire avec **au maximum n carrés**.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LOIRE-ATLANTIQUE

Comme d'autres compétitions, le **Rallye Mathématique de Loire-Atlantique** est une occasion de motiver les élèves à la résolution de problèmes, d'énigmes, à travers le plaisir de la recherche, le jeu, ...

Il s'adresse à des classes.

Jusqu'en 1999, dix niveaux étaient concernés :

- CM1 et CM2
- 6e et 5e
- 6e, 5e, 4e et 3E SEGPA
- 4e et 3e Techno.

En 2000, six niveaux : – 6e et 5e
– 6e, 5e, 4e et 3e SEGPA.

La variété des problèmes proposés réclame des savoir-faire multiples (intuition, analyse, prise d'initiatives, schématisation, manipulations, tâtonnement, raisonnement, choix de la tâche à accomplir,...). Le nombre de problèmes et leur difficulté sont choisis de telle façon que chaque élève de la classe puisse participer et que l'ensemble de la tâche soit trop lourd pour des individus, fussent-ils de bons élèves.

La réponse est collective.

Avec ces problèmes « ludiques », le Rallye peut contribuer à développer chez les élèves certaines compétences : résoudre des problèmes, conjecturer, lire et comprendre un énoncé, débattre, argumenter et contre-argumenter, travailler en équipe, communiquer, écouter et comprendre les autres, vérifier une réponse, tester une solution, s'organiser collectivement pour chercher et se mettre d'accord pour proposer la réponse de la classe, tout cela sans l'aide de l'enseignant.

Le Rallye, c'est aussi l'occasion d'une réflexion commune sur l'enseignement des mathématiques à l'école, au collège, en SEGPA et en Lycée Professionnel, et d'échanges entre enseignants.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

- en 90/91 : Création du Rallye pour les classes de CM1, CM2, 6^e, 5^e. Ce rallye est un "petit frère" du Rallye Mathématique du Maine-et-Loire, à l'initiative de professeurs de l'IREM des Pays de la Loire, de professeurs de l'École Normale de Nantes et de l'Inspection Académique de Loire-Atlantique. 145 classes inscrites.
- 91/92 : Extension aux 6^e et 5^e de SEGPA. 310 classes.
- 92/93 à 94/95 : 340 classes.
- 95/96 : Extension aux 4^e et 3^e de SEGPA. 375 classes.
- 96/97 : Extension aux 4^e et 3^e Techno. 395 classes
- 97/98, 98/99 : 500 et 520 classes
- 99/2000 : 6^e / 5^e et tous niveaux de SEGPA. 290 classes
- 2004/2005 : publication « 10 ans de Rallye ».

COMPÉTITION

Entraînement au 1er trimestre.
1re épreuve en Février, 2^e épreuve en Avril.
Finale (sauf en 1996) en Juin (3 classes par catégorie).

ÉPREUVES

Par classe entière.
Dix catégories : CM1, CM2, 6^e et 5^e, 6^e, 5^e, 4^e et 3^e de SEGPA, 4^e et 3^e Techno.
Épreuves de dix problèmes (six en SEGPA et classes Techno) à résoudre en une heure.
En 2000, lors de la 2^e épreuve, les élèves ont dû choisir six problèmes (quatre en SEGPA) dans une liste de douze.
Les réponses, la plupart sans explication, sont demandées sur le bulletin-réponse collectif, fourni à la classe.

PARTENAIRES

APMEP (Régionale de Nantes)
Biscuiterie Nantaise (BN),
BricFruit,
Cabinet d'assurances Guimard,
CASIO, Crédit Agricole de Loire-Atlantique, IGN, Jeux Guy Jeandel et la ville de Cordemais.

CONTACTS

IREM des Pays de la Loire
2, rue de la Houssinière, BP 92208
44322 NANTES CEDEX 3
Tél : 02 51 12 59 40 ; Fax : 02 51 12 59 41

1 - CÉLINE LIT AU LIT CM2

Chaque soir, avant de dormir, Céline lit. Le lendemain soir, pour bien se rappeler l'histoire, elle relit toujours les quatre dernières pages qu'elle avait lues la veille. Par exemple, un mardi soir, elle commence un nouveau livre et s'arrête en bas de la page 18 ; le mercredi, elle reprend sa lecture au début de la page 15.
Céline a lu un livre de 142 pages en sept soirées.
Avec sa méthode, elle a donc lu plus de 142 pages !

Combien a-t-elle lu de pages en tout ?

2 - LES ANNEAUX CM2

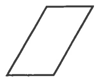
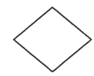
Voici un programme de construction.
Vous devez construire une figure (sur du papier blanc uni) en respectant les consignes suivantes :

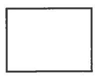
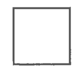
- Construisez un rectangle ABCD : AB = 10 cm et AD = 2 cm.
- Placez : le point O, milieu de [AB],
  le point Q, milieu de [DC],
  le point J, milieu de [DQ],
  le point K, milieu de [QC].
- Chacun des points A, O, B, J et K est le centre d'un cercle de rayon 2 cm.

Tracez les cinq cercles.

3 - LES QUADRILATÈRES 5e

Rémy, David, Barbara et Clémentine ont tracé chacun un quadrilatère différent :

un parallélogramme  , un losange  ,

un rectangle  , et un carré  .

Ces quadrilatères sont tous de couleurs différentes : bleu, jaune, rouge ou vert.
Avec les renseignements suivants, retrouvez le quadrilatère que chacun des enfants a tracé et dîtes de quelle couleur il est.

- Le parallélogramme n'est pas rouge.
- Le quadrilatère de Rémy n'a pas quatre côtés de la même longueur.
- Les diagonales du quadrilatère bleu de Barbara ont la même longueur.
- Le quadrilatère de David n'est pas rouge ; il a quatre angles droits et ses diagonales sont perpendiculaires.
- Clémentine aurait voulu prendre le crayon vert mais Rémy l'utilisait déjà.

4 - LA LOTERIE CM1

A la loterie de la fête de l'école, tous les numéros des billets gagnants sont composés uniquement de 2 et de 7.
Ces numéros ont tous quatre chiffres.

Donnez les numéros de 8 billets gagnants, ou plus si vous trouvez.

5 - LE TRAMWAY

5e SEGPA

Allison, Jessica, Betty, Solène et Carole sont nantaises. En sortant de leur collège, elles sont montées dans le tramway à l'arrêt « Du Chaffault », en direction de « Bouffay ».
Avant d'arriver à « Bouffay », le tramway s'arrête successivement à « Gare Maritime », « Chantiers Navals », « Médiathèque » et « Commerce ».
À chaque arrêt, une seule des cinq filles est descendue.
On sait que :

- – Solène n'est pas descendue à « Gare Maritime » ;
- – Allison a quitté le tramway après Jessica, mais avant Betty ;
- – Jessica est descendue deux arrêts avant Carole ;
- – Allison est descendue deux arrêts après Solène.

Trouvez à quel arrêt est descendue chaque fille.

Solutions

1

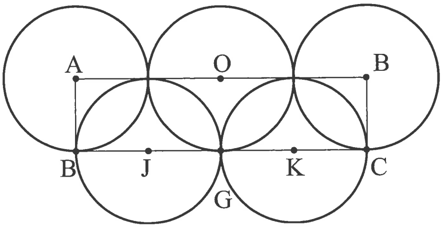
CÉLINE LIT AU LIT

Céline a lu 166 pages en tout.

2

LES ANNEAUX

Dessin réduit par rapport à l'original



3

LES QUADRILATÈRES

ENFANT	QUADRILATERE	COULEUR
David	Carré	Jaune
Barbara	Rectangle	Bleu
Rémy	Parallélogramme	Vert
Clémentine	Losange	Rouge

4

LA LOTERIE

Il y a 14 billets gagnants. Voici leurs numéros :
2227, 2272, 2277, 2722, 2727, 2772, 2777, 7222, 7227, 7272, 7277, 7722, 7727 et 7772.

5

LE TRAMWAY

ARRET	LA FILLE QUI DESCEND
Gare Maritime	Jessica
Chantiers Navals	Solène
Médiathèque	Carole
Commerce	Allison
Bouffay	Betty

RALLYE DE MADAGASCAR

Le Rallye Mathématique de Madagascar est une compétition entre équipes de quatre élèves ; il met l'accent sur des préoccupations actuelles de l'enseignement des mathématiques, notamment la résolution de problèmes, le travail en équipe, la rédaction de démarches et l'initiation au débat scientifique. La participation est libre et gratuite.

Ce rallye est ouvert aux :

– établissements français de l'île ;
– établissements publics malgaches ;
– établissements homologués ou en cours d'homologation.

Les objectifs sont :

– faire vivre les mathématiques et améliorer leur image ;
– inciter au travail en équipe, à l'effort et au débat mathématique ;
– ouvrir les frontières entre établissements scolaires ;
– favoriser les rencontres et échanges entre professeurs de mathématiques de Madagascar ;
– renforcer la relation institutionnelle entre établissements français et malgaches.

Les épreuves du rallye sont composées d'un ensemble de problèmes de difficulté graduée. Ces problèmes font appel au raisonnement, à la logique et à des connaissances de mathématiques de bases. Les équipes doivent résoudre un nombre imposé de problèmes parmi la série de problèmes proposés. Chaque problème, en fonction de sa difficulté, donne la possibilité de gagner un nombre de points différent (une réponse fausse est comptée négativement...).

FICHE TECHNIQUE

COMPÉTITION

Le rallye s'organise en 2 phases :
- une épreuve « éliminatoire » dans les établissements en mars ;
- une épreuve « finale » Inter-Établissements en mai.

Pour chaque catégorie, il y a deux classements :
- le classement des équipes par établissement participant ;
- le classement des équipes finalistes.

Le rallye offre deux types de prix :
- prix par établissement : chaque établissement reçoit des prix ne dépendant que du nombre d'équipes inscrites par niveau dans cet établissement ;
- prix pour les vainqueurs de la finale par catégorie.

ÉPREUVES

Il y a quatre sujets distincts : Catégorie A, B, C et D. Les sixièmes et cinquièmes concourent avec le sujet « Catégorie A » ; Les quatrièmes et troisièmes concourent avec le sujet « Catégorie B » ; Les secondes, premières et terminales non scientifiques concourent avec le sujet « Catégorie C » ; Les premières et terminales scientifiques concourent avec le sujet « Catégorie D ». Chaque équipe est constituée d'exactement quatre élèves d'un même établissement et d'une même catégorie.

HISTORIQUE

Création en 2001 par des professeurs de mathématiques t des chefs d'établissements d'Antananarivo e.

2001/2002 : 1200 participants, 10 établissements

2002/2003 : 2800 participants, 26 établissements

2003/2004 : 3200 participants, 34 établissements.

PARTENAIRES

L' Union Européenne, le Service de Coopération et d'Action Culturelle, le Lycée Français de Tananarive, la Banque Malgache de l'Océan Indien, la Société COLAS, JUMBO, l'Alliance française d'Antananarivo, le Centre Culturel Albert Camus.

CONTACTS

Marc BATTMANN, Lycée Français de Tananarive
BP 4019 ANTANANARIVO, MADAGASCAR
Mail : battmann@simicro.mg

Énoncés

1 - DOUBLEMENT VRAI

Catégorie A

Dans ce cryptarithme, comme dans tout cryptarithme, deux lettres différentes représentent toujours deux chiffres différents, et deux chiffres différents sont toujours représentés par deux lettres différentes. De plus aucun nombre ne commence par zéro.
Reconstituez l'addition du cryptarithme ci-contre.

	I	R	A	Y
+	I	R	A	Y
+	I	R	A	Y
	T	E	L	O

Signification : UN + UN + UN = TROIS

2 - L'ÂGE DE RAKOTO

Catégories B et C

Toto voudrait bien connaître la date de naissance de son grand-père Rakoto.
Samedi 29 mars 2003, nous avons surpris cette conversation :
Toto : « Quelle est ta date de naissance, papy ? »
Rakoto, pour le taquiner, lui répond : « Si je divise mon année de naissance par le jour de ma naissance, j'obtiens comme quotient mon âge et comme reste mon mois de naissance. Si j'additionne 2001 au dividende et 23 au diviseur, j'obtiens le même reste et le même quotient ».

Pouvez-vous aider Toto, en déterminant la date de naissance de Rakoto ?

3 - ON THE ROAD AGAIN

Catégories B et C

Le principe du compteur kilométrique est simple : un capteur compte le nombre de tours de roues et un calculateur en déduit la distance parcourue.
Damien possède un 4 × 4 qui était initialement équipé de jantes de 15 pouces avec des pneus de 310/70 R 15. Pour améliorer les performances du véhicule en tout-terrain, il l'a équipé de jantes de 16 pouces et de pneus de 235/85 R 16.
Les indications du compteur kilométrique sont donc fausses.
Damien est récemment allé à Tuléar. En arrivant à Tuléar, son compteur indique 846 km.

Combien de kilomètres a-t-il réellement parcouru ?

Les indications 310/70 R 15 signifient que le pneu fait 310 mm de large, 70 mm d'épaisseur et qu'il est prévu pour des jantes de 15 pouces de diamètre (1 pouce ≈ 2,54 cm).

4 - OPÉRATIONS D'ALFRED

Catégories B et C

Une opération est dite d'Alfred lorsqu'elle ne contient qu'une seule opération (parmi les 4 opérations usuelles) et qu'elle contient tous les chiffres de 0 à 9, chacun d'eux étant utilisé une fois et une seule.
Ainsi l'opération :

1	0	2	3	+	7	8	4	+	9	+	6	5

est une opération d'Alfred.

Trouvez une opération d'Alfred dont le résultat est 2004.

5 - MANGUES ET POMMES Catégories C et D

Rasoa possède des mangues et des pommes qu'elle veut vendre en lots ; si elle fait des lots de 5 mangues et de 6 pommes, alors il lui reste 2 mangues et 1 pomme si elle fait des lots de 3 mangues et de 4 pommes, alors il lui reste 5 mangues et 1 pomme.

Combien de mangues et de pommes possède Rasoa ?

6 - Á NOSY BORAHA Catégorie C

Supposons (ce n'est qu'une supposition) que chaque heure, à partir de 6 heures du matin, un bateau parte de Toamasina pour l'île Sainte Marie, et qu'en même temps un bateau de la même compagnie parte de l'île Sainte Marie pour Toamasina. La traversée se fait exactement en 4 heures, soit dans un sens, soit dans l'autre.

Combien le bateau qui part de Toamasina aujourd'hui à midi rencontrera-t-il en route de navires de sa compagnie faisant la route opposée ?

Solutions

1

DOUBLEMENT VRAI

Une solution :

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 9 & 3 & 4 \\ + & 1 & 9 & 3 & 4 \\ + & 1 & 9 & 3 & 4 \\ \hline = & 5 & 8 & 0 & 2 \end{array}$$

2

L'ÂGE DE RAKOTO

Le grand-père de Toto est né le **22 février 1916**.

3

ON THE ROAD AGAIN

La distance est d'**environ 936 km.**

4

OPÉRATIONS D'ALFRED

Par exemple : 2037 – 9 – 8 – 6 – 5 – 4 – 1 = 2004.

5

MANGUES ET POMMES

Soit M le nombre de mangues et P le nombre de pommes. Soit k et k' deux entiers naturels non nuls.

On a les égalités suivantes : $M = 5k + 2$; $P = 6k + 1$; $M = 3k' + 5$ et $P = 4k' + 1$.

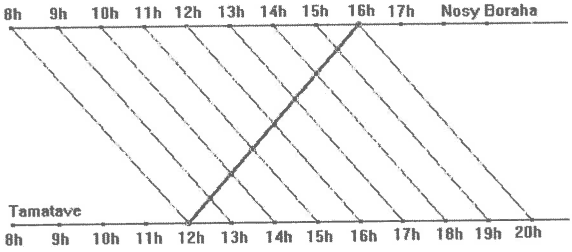
En résolvant un système, on trouve $M = 32$, $P = 37$, $k = 6$ et $k' = 9$.

Rasoa possède 32 mangues et 37 pommes.

6

Á NOSY BORAHA

D'après le graphique, ce bateau rencontrera en mer 7 navires, plus celui qui entre au port de Toamasina à l'instant du départ, plus celui qui part de Nosy Boraha à l'instant de l'arrivée, soit 9 en tout.



RALLYE DE NOUVELLE CALÉDONIE

Dans le pacifique sud les classes de 6^e sont les seules à ne pas pouvoir participer au concours Australien de mathématique et la création du rallye de Calédonie vient combler un manque en leur offrant une épreuve originale qui, dès la 1ère année, a connu un réel succès.

Le travail par classe permet un véritable échange inter ethnique entre kanak, walisien, tahitien, asiatique, et européen, tous au service des mathématiques.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Création en 2002 d'un rallye ouvert à toutes les classes de 6e des collèges du grand Nouméa.
Extension depuis 2004 aux collèges de la province nord.
En novembre 2004 la finale réunissait 13 classes de 6ème représentant 11 collèges.

ÉPREUVES

Par classes entières avec une feuille réponse pour la classe.
Dix problèmes à résoudre et deux constructions géométriques.

COMPÉTITION

Deux épreuves de sélection dans chaque établissement.

- 1re épreuve en juin, coefficient 1 ;
- 2e épreuve en septembre, coefficient 2.

Une finale en plein air en novembre.
Tous les collèges sont représentés à la finale.

PARTENAIRES

Le vice-rectorat de Nouvelle Calédonie
Les mairies de Nouméa et de Dumbéa.
Les conseils de parents d'élèves.
De nombreuses entreprises Calédoniennes.

CONTACTS

Dominique Bress ou Guy Brachet,
Collège de Koutio 98830 Dumbéa
tel. 41 56 02
e-mail : ritter.bress@mls.nc
e-mail : guybrachet@mls.nc

1 - GRANDE TERRE

On peut placer la Grande Terre de Nouvelle-Calédonie dans un rectangle de 400 km de longueur et 900 km de périmètre.

Quelle est sa largeur ?

Si on dessine ce rectangle en prenant 1 cm pour 20 km, quelle sera sa largeur ?

2 - LE CYCLONE

Le méchant cyclone Erica a surpris tout le monde.
Il est arrivé à midi à Nouméa. A quelle heure était-il à Bourail qui est à 160 km de Nouméa, sachant que sa vitesse était de 50 km par heure ?

3 - LES CAGOUS

Dans le parc de la rivière bleue, il y a des cagous, oiseaux qui ne volent pas !
Si le cagou fait 5 pas en 2 secondes et que son pas est de 22 cm, combien de temps lui faudra-t-il pour traverser les 330 m de son terrain ?

4 - DU BON BOUGNA

Pour faire un bon bougna, il faut du poulet, du taro, de l'igname et des bananes.
Malia dit : « Je sais que pour 4 personnes, il faut 1,5 kg de poulet et 300 g de bananes ».
Warren dit : « Moi, je sais que pour 6 personnes, il faut 900 g d'igname et 750 g de taro ».

Trouver les quantités de chaque ingrédient pour préparer un bougna pour 10 personnes.

5 - TRANSPORT AÉRIEN

Un avion part de Nouméa et doit relier Lifou, Ouvéa et Maré puis revenir sur Nouméa. L'ordre de passage dans les îles est au libre choix du pilote.

Combien de trajets différents peut il faire ?

6 - CODAGE

A chaque lettre d'un lieu on attribue un nombre qui est son rang dans l'alphabet (exemple : 1 pour A, 2 pour B, 3 pour C...) on fait la somme de ces nombres. Maeva fait le calcul pour son lieu d'habitation et dit : « C'est moi qui ai le plus petit nombre ».
Jonathan fait de même et dit : « Moi, mon total se divise par 2 et par 3 ».

Déterminer le lieu d 'habitation de Maeva et celui de Jonathan sachant qu'ils habitent dans 1'un des lieux suivants : Nouméa, Koumac, Poum, Touho, Bourail, Lifou, Ouvea, Pouebo.

Solutions

1

GRANDE TERRE

Soit x la largeur du rectangle, $2(400 + x) = 900$, donc $x = 50$ km.
Si on dessine ce rectangle en prenant 1 cm pour 20 km, la largeur sera 2,5 cm.

2

LE CYCLONE

Soit t le temps mis par le cyclone pour parcourir 160 km ;
$160 = 50 \times t$ donc $t = 3{,}2$ heures c'est-à-dire 3 heures et 12 minutes.
Le cyclone était à Bourail à 15 h 12.

2

DU BON BOUGNA

Nombre de personnes	Poulet en kg	Bananes en g	Igname en g	Taro en g
4	1,5	300		
6			900	750
1	$\frac{1{,}5}{4} = 0{,}375$	$\frac{300}{4} = 75$	$\frac{900}{6} = 150$	$\frac{750}{6} = 125$
10	3,75	750	1500	1250

3

TRANSPORT AERIEN

Il y a 6 ordres possibles pour passer dans les trois îles :

Lifou, Ouvéa, Maré ;
Lifou, Maré, Ouvéa ;
Ouvéa, Lifou, Maré ;
Ouvéa, Maré, Lifou ;
Maré, Lifou, Ouvéa ;
Maré, Ouvéa, Lifou.

4

CODAGE

Pour chaque lieu on fait la somme des nombres du codage.

Nouméa	69
Koumac	64
Poum	65
Touho	58
Bourail	78
Lifou	63
Ouvea	64
Pouebo	74

Maeva dit : « C'est moi qui ai le plus petit nombre », Maeva habite à Touho.
Jonathan dit : « Moi, mon total se divise par 2 et par 3 », seul 78 répond à ce critère, Jonathan habite à Bourail.

RALLYE DE PARIS

Le rallye mathématique de Paris est une compétition proposée au moment du salon de la culture et des jeux mathématiques.
Son but est de faire découvrir Paris sous un regard non seulement mathématique mais aussi ludique.
Il promène des équipes composées de 3 ou 4 personnes dans différents lieux de la capitale : rues ayant des noms de mathématiciens, musées à vocation plutôt historique ou scientifique (musée des Arts et Métiers, musée de la marine), monuments rappelant l'histoire des mathématiques ou d'autres sciences (Observatoire de Paris..) , lieux ou figurent des objets remarquables (cadrans solaires) .... Mais aussi parcs, jardins où il peut être agréable de se promener au printemps.
Bien évidemment, il faut découvrir les étapes du rallye en décryptant des énigmes, mais aussi à chaque point de rendez -vous sont prévues des épreuves demandant observation, astuce et réflexion.
Des exemples vous sont fournis dans les épreuves présentées proposées lors des rallyes précédents.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le premier Rallye Mathématique de Paris a eu lieu, en l'an 2000, Année Mondiale des Mathématiques. Il se déroule, depuis cette date, chaque année pendant le Salon des Jeux et de la Culture Mathématiques (en mai / juin).

ÉPREUVES

Le travail se fait par équipes de quatre personnes dont, au moins un adulte et au moins un jeune (niveau collège). Les questions sont en relation avec un lieu, historique ou non ; le niveau de connaissances mathématiques est celui d'un lycéen moyen.

COMPÉTITION

- Compétition. C'est un « jeu de piste » ; à chaque étape trouvée, de nouvelles questions sont posées. Il faut de la rapidité et de la persévérance ; et de l'humour aussi !

PARTENAIRES

Le magazine TANGENTE (Editions Pole).

CONTACTS

CIJM – 8, rue Bouilloux-Laffont – 75 015 – PARIS.

1 - PAVAGE AUX INVALIDES

Vous allez devoir paver le plus simplement possible la surface délimitée par la ficelle bleue à l'aide des feuilles qui composent ce journal. Sur un côté au moins, on met toutes les feuilles dans le même sens. Les dimensions, d'une feuille et de la surface à paver, sont des nombres entiers de centimètres.

En fait, vous ne pourrez pas réaliser ce pavage, votre journal n'a pas assez de feuilles ! Mais vous pourrez répondre aux questions suivantes :

1- Quel est le nombre minimum d'exemplaires de ce journal qui seraient nécessaires pour faire ce pavage le plus simplement possible? Décrivez ce pavage

2- On met bout à bout toutes les feuilles de tous les exemplaires du Monde tirés ce 28 mai 2002 (même tirage que celui de la veille et qui est indiqué dans votre journal) de façon à former un bande (rectangle) la plus longue possible (mais sans découpage), en suivant le méridien de Paris, à partir de l'Observatoire de Paris (latitude 49°)

Quelle serait la longueur de cette bande ?
Où se trouverait alors l'autre extrémité, si on va vers le nord, si on va vers le sud ?

Pour répondre à cette question vous pouvez, soit faire un dessin et placer deux points rouges là où vous estimez que se trouve l'extrémité de cette bande ; soit, et c'est mieux, donner la latitude de ces deux points, à 1° près.

Attention ! Vous devez rendre votre journal complet et les pages remises en ordre.

2- SQUARE DES BATIGNOLLES

Adrien-Marie Legendre fut un brillant mathématicien du XVIII^{e} (siècle) et sa rue est toute proche du square où vous vous trouvez. Il avait un homonyme, presque contemporain, un certain F. Le Gendre, de renommée plus modeste malgré le titre de son traité, « L'Arithmétique en sa perfection » ! Il est vrai que la suite du titre est « … mise en pratique selon l'usage des financiers, gens de pratique, banquiers et marchands… » . Dans votre enveloppe se trouve un extrait de cet ouvrage.
Répondez aux questions posées par Le Gendre lui-même.
Extraits de « L'arithmétique en sa perfection » de F. Le Gendre.
À Limoges, Chez Martial Barbou, imprimeur du roi.

– MDCCLXXXI

Exemple d'addition composée de livres, sols & deniers.
Un particulier fait revue de ses comptes & trouve qu'il lui est dû, d'une part,

Savoir,	2 3 3 4	liv.	1 7	s.	8	den.
Plus	5 6 7 8		1 5		7	
Plus	3 0 5		1 9		6	
Plus	4 8		2		4	
Plus	9		3		3	
somme totale	8 3 7 6	liv.	1 8	s.	4	den. qui lui sont dûs.

– Question douzième ou Remise au-dedans.
Le Roi faisant remise de 1 sol 3 den. pour livre sur la somme de 5 000 livres dont il faut faire le recouvrement, **on demande la remise & ce qu'on doit payer de net.**

3 - LES BUCHES

Vous passez au dessus d'une rue portant le nom d'un mathématicien venu du froid. En son honneur, voici deux petits problèmes pour nous réchauffer !
Si vous visitez ce pays, vous verrez à la porte des saunas, des tas de bois qui alimenteront le foyer des chambres de sudation. Les bûches y sont rangées avec méthode et on les suppose exactement cylindriques et toutes identiques dans un même tas. De plus ces tas ont tous 2 mètres de large à la base. Elles sont empilées comme indiqué sur les schémas (l'un des tas est incomplet).
Parfois ce sont de grosses bûches, parfois des plus fines mais elles font toujours1mètre de long ; bien sûr, il y a du volume perdu, des vides.

Y a-t-il plus de volume de bois quand les bûches sont larges ou quand elles sont fines ?

4 - LA CERISE

Vous pourrez admirer une végétation généreuse ; peut-être des cerisiers ? Et ce petit problème nous mettra l'eau à la bouche !
Une cerise et son noyau étant assimilés à deux petites sphères concentriques, on remarque que le diamètre du noyau est à peu près égal à l'épaisseur de la pulpe du fruit.

Quelle fraction de la cerise consomme-t-on ?

Solutions

1

PAVAGE AUX INVALIDES

Description du pavage : 20 bandes de 3008 sur 47 et 10 bandes de 3008 sur 64.
Longueur de la bande : 3576,39 km.
Latitude de l'extrémité vers le nord : 81°N.
Latitude de l'extrémité vers le sud : 17°N.

2

SQUARE DES BATIGNOLLES

Ce texte a été édité en 1781.
1sol = 12 deniers et 1 livre = 20 sols.
La remise est de 312 liv 10 s.
La somme due est 4687 liv. 10 s.

3

LES BUCHES

Pour le premier cas, le rayon d'une bûche est **(1 / 16)** m, et il y a **:**
(16 × 17) / 2 bûches ; le volume occupé est
$\boldsymbol{\pi \times (1 / 16)^2 \times (16 \times 17) / 2 = (\pi / 2) \times (17 / 16)}$
Pour le deuxième cas, le rayon d'une bûche est **(1 / 8)** m, et il y a
(8 × 9) / 2 bûches ; le volume occupé est
$\boldsymbol{\pi \times (1 / 8)^2 \times (8 \times 9) / 2 = (\pi / 2) \times (9 / 8) = (\pi / 2) \times (18 / 16)}$.

Le volume est le plus grand dans **le deuxième cas**.

4

LA CERISE

Si r est le rayon du noyau, $3r$ est le rayon de la cerise.
Volume de la pulpe :
$\boldsymbol{(4 / 3)\ \pi \times (3r)^3 - (4 / 3)\ \pi \times (r)^3 = (4 / 3)\ \pi \times 26\, r^3}$.

Le volume consommé représente 26/27^{e} du volume de la cerise.

RALLYE DE L'IREM PARIS-NORD

Comme beaucoup de compétitions, le Rallye de l'IREM Paris-Nord s'efforce de proposer des épreuves originales et "ludiques" qui invitent les enfants à s'organiser en groupes, sans l'aide de l'enseignant, pour lire et comprendre un énoncé, conjecturer, argumenter et contre-argumenter, écouter et s'efforcer de comprendre les autres pour arrêter les réponses de la classe.

Les épreuves s'adressent à la classe entière qui ne complète qu'un bulletin réponse. Ce sont les mêmes épreuves qui sont proposées aux classes de CM2 et 6e afin de favoriser les échanges entre les enseignants des deux niveaux. Certains collègues ont profité de l'occasion pour réunir une classe de CM2 et une classe de 6e afin de former des groupes mixtes.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Créé en 1998 sur deux circonscriptions du Val-de-Marne (15 classes de CM2 et 16 classes de 6^{e}).
En 2000, on compte 22 classes de CM2 et 43 classes de 6^{e}.
En 2002, extension à une partie de la Seine Saint-Denis avec publication d'une gazette (4 numéros par an) :
– N°1 : Présentation du rallye ;
– N°2 : Inscription (ces deux premiers numéros proposent des épreuves des rallyes antérieurs) ;
– N°3 : Les épreuves et la feuille réponse ;
– N°4 : Présentation des résultats et des corrections commentées .
En 2003, avec un début d'extension sur la Seine-et-Marne, ce 53 classes de CM2 et 117 classes de 6^{e} qui ont participé.

ÉPREUVES

– Par classe entière ;
– durée une heure ;
– une feuille réponse par classe ;
– les mêmes épreuves sont proposées aux classes de CM2 et de 6^{e}.

COMPÉTITION

Premier trimestre, présentation du rallye avec la gazette n°1 ;
Epreuves en mars ou avril ;
Retour des corrections en mai.

PARTENAIRES

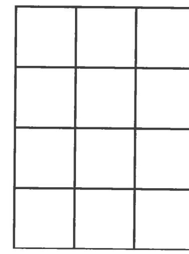
Rectorat de l'académie de Créteil ;
Université PARIS XIII ;
Conseils généraux de Seine Saint-Denis, du Val-de-Marne et de Seine-et-Marne ;
Diverses municipalités ;
Texas Instruments.

CONTACTS

Une adresse électronique : iremp13@upn.univ-paris13.fr
un site Internet : www-irem.univ-paris13.fr

1 - DÉCOUPAGE 2002

Ce rectangle est formé de 12 carrés.



Comment le découper, en suivant les lignes du quadrillage, pour obtenir deux figures identiques (les morceaux d'un découpage doivent être différents des morceaux d'un autre découpage) ?

2 - PINAILLAGE 2002

J'aurais pu régler le prix exact d'un plougnouf avec trois pièces différentes, mais j'ai préféré régler avec une pièce de 50 centimes. Le commerçant m'a rendu trois pièces différentes.

Quel est le prix du plougnouf ?

3 - PATINAGE 2002

Au Grand Prix Européen des Roller-Girls, la victoire s'est jouée entre Fatima, Glawdys, Meena et Paula, toutes les quatre de nationalités différentes.

- Il y a une allemande, une anglaise, Glawdys la française et Paula l'italienne.
- L'anglaise porte un maillot bleu et Paula un maillot blanc.
- L'allemande a terminé quatrième et Meena troisième.
- Celle qui s'est classée deuxième porte un maillot vert.

Qui porte un maillot rouge ? Qui a gagné ?

4 - DÉGUSTATION 2003

Hier j'ai acheté un Chococroc en payant avec une pièce de un Euro. L'épicière m'a rendu 3 pièces différentes.
Aujourd'hui j'ai acheté 3 Chococroc pour offrir à mes copines. J'ai encore payé avec un Euro et l'épicière m'a encore rendu 3 pièces différentes, mais différentes de celles d'hier !

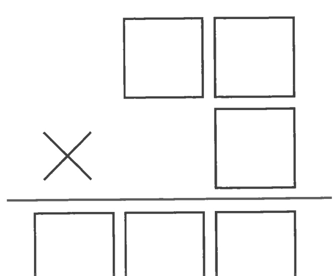
Quel est le prix d'un Chococroc ?

5 - JUXTAPOSITION 2003

On dispose de 9 carreaux carrés : trois de 1 cm de côté, trois de 1,5 cm de côté, trois de 2 cm de côté.
En collant bord à bord 5 carreaux exactement, trace tous les rectangles que l'on peut obtenir.

6 - MULTIPLICATION 2003

Dispose les chiffres de 1 à 6 dans les cases pour que la multiplication obtenue soit exacte.

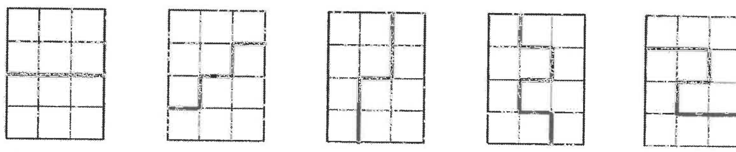


Solutions

1

DÉCOUPAGE

Il y a 5 découpages possibles :



À partir du premier découpage évident, on peut découper de part et d'autre de la ligne médiane : un coup de ciseau « en bas à gauche » correspond à un coup de ciseau « en haut à droite ».

2

PINAILLAGE

Le plougnouf vaut 23 centimes (20 + 2 + 1) et le commerçant me rend 27 centimes (20 + 5 + 2) ou inversement. Il y a donc deux réponses possibles : 23 centimes ou 27 centimes.
On doit s'apercevoir rapidement qu'une pièce de 20 centimes est nécessaire aussi bien pour le paiement que pour le rendu de monnaie.

3

PATINAGE

L'utilisation d'un tableau est sans doute la méthode la plus efficace pour collecter et confronter les informations.
Les cases remplies sont la traduction d'une première lecture de l'énoncé.

NOM	Fatima	Glawdys	Meena	Paula
NATIONALITÉ		Française		Italienne
MAILLOT				blanc
CLASSEMENT			3^{e}	

En seconde lecture, on note que l'Allemande, qui pourrait être Fatima ou Meena, a terminé 4ème ; ce n'est donc pas Meena. Le tableau se complète alors aisément et on obtient les réponses : Fatima porte un maillot rouge et Paula a gagné.

4

DÉGUSTATION

Il n'existe que 6 pièces différentes de centimes d'euros. Entre hier et aujourd'hui l'épicière les a donc toutes rendues pour l'achat de 4 Chococroc, soit :

50 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 88 centimes.

J'ai donc payé : 2 – 0,88 = 1,12 euros.

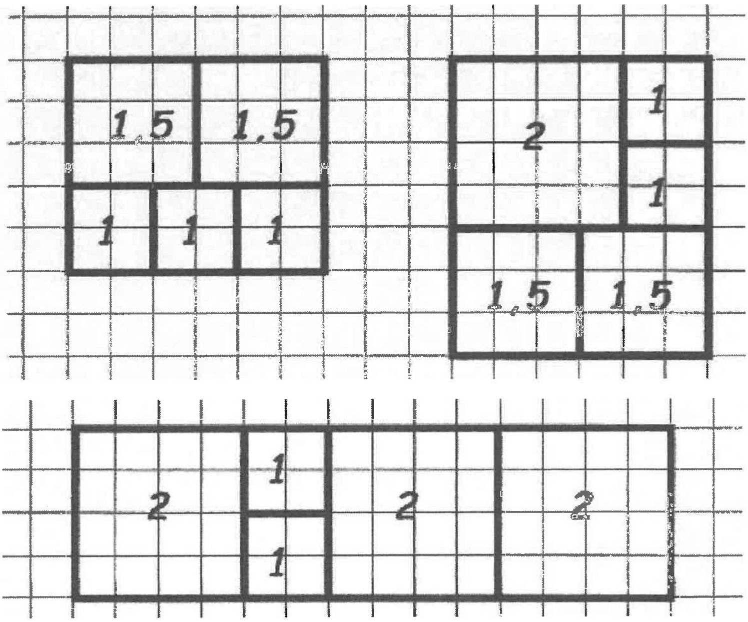
Le prix d'un Chococroc est donc $\dfrac{1,12}{4}$ = 0,28 euro.

Pour 1 Chococroc on m'a rendu : 1 – 0,28 = 0,72 (50c + 20c + 2c).

Pour 3 Chococroc on m'a rendu : 1 – 0,84 = 0,16 (10c + 5c + 1c).

5

JUXTAPOSITION



6

MULTIPLICATION

54 × 3 = 162.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE POITOU - CHARENTE

Le rallye est une compétition de classes complètes. Les élèves s' organisent en groupes de travail et choisissent des questions (10 en troisième et 12 en seconde). La classe doit fournir un dossier avec une feuille par question.
On demande des explications et on apprécie l' esprit des copies : propreté, dessin, humour. Les exercices sont variés pour que chacun puisse participer avec son niveau de compétence. Les résultats et les corrigés sont envoyés après les épreuves ainsi qu'un commentaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création du rallye de Charente-Maritime et des Deux-Sèvres.
1992 : 2e rallye étendu aux quatre départements de l'académie.
1993 : rallye annulé en raison de l'organisation des Journées Nationales de l'APMEP à Poitiers.
1994 à 2001 : fonctionnement ininterrompu.

ÉPREUVES

Collectives (2 catégories) :
- Classe de 3e : 10 exercices
- Classe de 2nde : 2 exercices de plus.

COMPÉTITION

- Épreuves d'entraînement avec participation du professeur.
- Épreuves finales où tous les documents sont permis.

PARTENAIRES

- APMEP régionale de Poitiers.
- IREM de Poitiers.
- Appuis pédagogiques des IPR.

CONTACTS

IREM de POITIERS
Faculté des Sciences
40, avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS

Yvonne NOËL
19, avenue de La Burgonce
79000 NIORT

1 - PARFAIT ! 2002

Aujourd'hui, c'est la Saint Parfait. C'est la fête, mais aussi l'anniversaire de M. Teument qui, ce matin, a laissé sans voix sa femme Béa lorsqu'il lui a déclaré : " la somme des âges de nos quatre enfants est égal à mon âge et le produit de leur âge est égal à 2002. C'est parfait non ? "

Mais quel âge M. Teument peut-il avoir aujourd'hui ?

2 - PETITE MOYENNE 2002

Au tableau de bord de ma voiture, je peux lire, à chaque instant, ma vitesse moyenne depuis mon départ.
Je roule sur autoroute et, depuis mon départ, j'ai parcouru 455 km. Il y a une heure, grâce à une circulation fluide, mon tableau de bord m'affichait une vitesse moyenne de 105 km/h. Mais depuis une heure, un fort ralentissement a réduit ma vitesse. Je lis actuellement une vitesse moyenne de 91 km/h.

Quelle distance ai-je parcourue durant cette dernière heure ?

3 - LE 10-01 DE 2002

2nde, 2002

Le 10 janvier 2002 j'ai acheté une voiture immatriculée 97 TT 79. Que cela est curieux ! La date 10-01, l'année et le numéro d'immatriculation de ma voiture sont des palindromes ; ces nombres ou numéros se lisent de la même manière de gauche à droite ou de droite à gauche.
En France métropolitaine, les numéros d'immatriculation des voitures sont composés d'un nombre allant de 11 à 9999 sauf le numéro du département dans lequel la voiture est immatriculée, suivi de deux ou trois lettres sauf les lettres I, O et U, suivi enfin du numéro du département, de 01 à 95.

Combien de numéros d'immatriculation palindromes peut-on établir en France métropolitaine ?

4 - LE BICHOCO DE DOMINIQUE

Délicieuse friandise en forme de prisme de 1 cm de haut, et de base un quadrilatère ABCD, elle est composée de chocolats noir et blanc, et incite à la gourmandise. On note IJK trois milieux des quatre côtés de ABCD : le prisme de base IJK est entièrement en chocolat blanc, soit 15 grammes, tandis que tout le reste est en chocolat noir de même densité.

Pensez-vous qu'il est possible de déterminer la masse totale de cette friandise ? Si oui déterminez cette masse ; sinon dites pourquoi cela est impossible.

5 - L'ANNÉE DU DISQUE 2003

La maison de disques " Alpha Diez " propose à des disquaires des disques en promotion : un disque de Pit Agor et un disque d'Archy Med. Un disquaire prend 32 disques de Pit Agor et 27 disques d'Archy Med pour 2001 Euros.
Un second disquaire prend 30 disques de Pit Agor et 29 disques d'Archy Med pour 2005 Euros.
Un troisième achète aussi un certain nombre de ces disques pour 2003 Euros en disant " On n'est pas en 2001 ni en 2005 mais en 2003 ! "

Pouvez-vous déterminer à coup sûr le nombre de disques de chaque sorte qu'il a achetés ? Argumentez votre réponse.

6 - LA SOIRÉE D'ANNIVERSAIRE

Trois couples dînent ensemble à une soirée d'anniversaire. Les hommes s'appellent Alain, Serge et Henri, et leurs épouses Béa, Elsa et Julia. Ils décident de danser, mais pas avec leurs époux ou épouses respectifs. Serge se met donc au piano, la femme d'Alain danse avec le mari d'Elsa tandis que Béa danse avec le mari de Julia. La femme restée seule prépare les boissons. Qui est-elle ?

1

PARFAIT !

La décomposition de $2002 = 2 \times 7 \times 11 \times 13$ donne tout de suite une solution $2 + 7 + 11 + 13 = 33$ ans.
Mais en faisant intervenir le facteur 1, on a $2002 = 1 \times 2 \times 7 \times 11 \times 13$, et on obtient encore :
$2002 = 1 \times 11 \times 13 \times 14 = 1 \times 7 \times 13 \times 22 = 1 \times 7 \times 11 \times 26$, les autres décompositions ne donnant pas des résultats plausibles pour la situation donnée, tant au niveau de l'âge des enfants que de celui du père.
Seule Béa Teument connaît, parmi les quatre âges possibles : 33, 39, 43 et 45, celui de Parfait Teument.

2

PETITE MOYENNE

Chantal a fait 455 km à une vitesse moyenne de 91 km/h. Elle a donc roulé pendant 5 heures. Les quatre premières heures, elle a fait une vitesse moyenne de 105 km/h. Elle a donc parcouru une distance de 420 km. La dernière heure, Chantal a donc parcouru seulement 35 km.

3

LE 10-01 DE 2002

Le premier numéro étant plus grand ou égal à 11, les départements 01, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90 dont les numéros symétriques sont 10, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08 et 09 ne peuvent pas avoir de palindrome (10 départements).
Le premier numéro ne peut pas être égal au numéro du département. Les départements 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77 et 88 ne peuvent donc pas avoir de palindrome (8 départements) : $95 - 18 = 77$. Ainsi, seuls 77 départements peuvent avoir un numéro d'immatriculation palindrome.
Les lettres I, O et U n'étant pas utilisées, seules 23 lettres sont disponibles. Il y a donc 23 combinaisons possibles à deux lettres (AA, BB, CC...) et 23×23 combinaisons possibles à trois lettres AAA, BAB, CAC...) ; donc 24×23 combinaisons à deux ou trois lettres.
Il y a donc $23 \times 24 \times 77 = 42\ 504$ numéros d'immatriculation palindromes.

Solutions

4

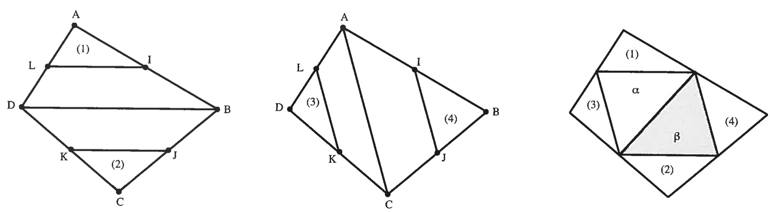
LE BICHOCO DE DOMINIQUE

Soit $\mathbf{A}$ l'aire du quadrilatère ABCD. I, J, K et L étant les milieux des côtés de ABCD,

$(1) = \mathbf{A}\,(ALI) = \frac{1}{4}\mathbf{A}\,(ABD)$ et

$(2) = \mathbf{A}\,(CKJ) = \frac{1}{4}\mathbf{A}\,(CBD)$.

$(1) + (2) = \frac{1}{4}\mathbf{A}$



De même $(3) + (4) = \frac{1}{4}\mathbf{A}$.

Donc $(1) + (2) + (3) + (4) = \frac{1}{4}\mathbf{A} + \frac{1}{4}\mathbf{A} = \frac{1}{2}\mathbf{A}$.

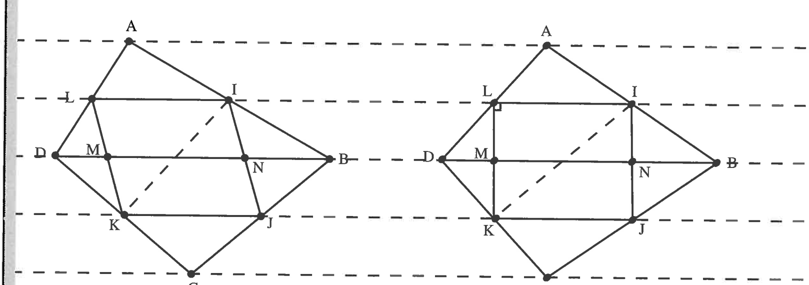
$a + b = \frac{1}{2}\mathbf{A}$, et $a = b$. Donc $b = \frac{1}{4}\mathbf{A}$.

La masse est proportionnelle au volume (les deux chocolats sont de même densité) qui lui-même est proportionnel à l'aire de la base (la friandise a la forme d'un prisme).

La masse totale de cette friandise est donc de 60 g.

Par glissement (affinité), les aires sont toutes conservées (conservation des longueurs ou hauteurs).

Donc $\mathbf{A}\,(IJK) = \mathbf{A}\,(I'JK) = \frac{1}{4}\mathbf{A}\,(A'BCD) = \frac{1}{4}\mathbf{A}\,(ABCD)$.



5

L'ANNÉE DU DISQUE

Soit x le prix du disque Pit Agor et y le prix du disque Archy Med.
Chez le premier disquaire on a : $32x + 27y = 2001$.
Chez le second disquaire on a : $30x + 29y = 2005$.
On en déduit que : $62x + 56y = 4006$. D'où $31x + 28y = 2003$.
Si le troisième disquaire achète 31 disques de Pit Agor et 28 disques d'Archy Med, il paiera 2003 Euros. Mais cette solution est-elle unique ?
Des équations précédentes on déduit que $y - x = 2$. On trouve ainsi $x = 33$ et $y = 35$.
Peut-on avoir $x \times 33 + y \times 35 = 2003$ avec $x = 31$ et $y = 28$? Supposons que ce soit le cas.
On aurait : $33(x - 31) + 35(y - 28) = 0$. Mais 33 et 35 sont premiers entre eux. Il existe donc un entier k tel que $x - 31 = 35k$ et $y - 28 = -33k$.
D'où $x = 31 + 35k$ et $y = 28 - 33k$. Il faut que $x = 0$ et $y = 0$;
soit $35k = -31$ et $33k = 28$. On en conclut que $\frac{-31}{35} = k = \frac{28}{35}$.
La seule valeur entière qui convient est $k = 0$.
La solution précédente est bien la seule solution.
Remarque : on n'attendait pas des élèves qu'ils démontrent l'unicité.

6

LA SOIRÉE D'ANNIVERSAIRE

Serge est au piano. Ce sont donc Alain et Henri qui dansent. Les couples sont "séparés". La femme d'Alain danse donc avec Henri (mari d'Elsa) et Béa danse avec Alain (mari de Julia). Serge est donc le mari de Béa et c'est Elsa qui prépare les boissons.

JEUX MATHÉMATIQUES DE SAINT MICHEL EN L'HERM

Le Tournoi de Saint-Michel en l'HERM a lieu tous les ans fin mai ou début juin.

Il comporte deux épreuves indépendantes :

- les « doublettes » le vendredi soir ;
- l'épreuve individuelle le samedi matin.

Les doublettes comportent deux catégories : honneur et excellence.

Les équipes peuvent être hétérogènes.
Un barème précis permet d'attribuer à chaque équipe un coefficient tenant compte du niveau de chacun.
L'épreuve individuelle est ouverte à tous, des élèves du cours moyen (voire CE) aux adultes en passant par les collégiens et les lycéens.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le premier tournoi a lieu en 1989 avec 97 collégiens. Le Tournoi s'est ouvert en 1990 aux CM2 et aux adultes (classés en trois catégories). L'épreuve en doublettes a été créée en 1992. En 1994, les textes sont proposés en français, en anglais, en allemand et en espagnol (17 candidats étrangers). En 1997, le nombre de participants atteint 218 et l'organisateur doit refuser l'inscription d'une quinzaine de doublettes faute de place.

ÉPREUVES

Deux Épreuves.
- Individuelle :
  10 catégories CE, CM, 6e, 5e, 4e, 3e, lycéens (+ meilleur élève de seconde), adultes sans bac, adultes avec bac, as.
- Doublettes : 2 catégories **Honneur** (collégiens ou adultes sans bac) et **Excellence** (lycéens ou adultes avec bac).

COMPÉTITION

Les dates de l'édition 2002 :
- Épreuve en doublettes le vendredi 7 juin (20h30), durée de l'épreuve : deux heures.
- Épreuve individuelle le samedi 8 juin à 9 heures, durée de l'épreuve : 1h30 à 2h suivant les catégories.

PARTENAIRES

- Le Conseil Général de la Vendée ;
- la Commune de Saint Michel en l'Herm ;
- le Crédit Agricole (pour l'impression des textes de la catégorie "individuels") ;
- le Collège des Colliberts ;
- le Camping des Mizottes qui accueille les participants venus de loin (aux frais des organisateurs) ;
- et de très nombreux donateurs de lots, de revues et de coupes.

CONTACTS

Gérard Crézé - Jeux math'HERMatiques
8, rue Fleming, 85580 Saint-Michel en l'Herm, France
tél. 02 5197 65 69 mail : gerardcreze@wanadoo.fr
Renseignements : au Collège Les Colliberts
tél :0251 302246 - fax :0251302830
site : http://perso.wanadoo.fr/gerard.creze/

1 - LES GATEAUX

Je viens de passer à la pâtisserie et j'ai acheté 5 gâteaux :
2 " colliberts " et 3 " herm ", les " herm " sont beaucoup moins chers que les " colliberts ". Chaque gâteau coûte un nombre entier d'euros et j'ai payé 15 € en tout.

Combien coûte un " collibert " ?

2 - LE RAPPORT

Je viens de taper un rapport sur ma vieille machine à écrire dont seuls les chiffres 2, 0 et 3 sont utilisables.
Les numéros des pages de mon rapport sont donc 2 – 3 – 20 – 22 – 23 – 30 … La dernière page porte le numéro 2003.

Quel serait ce numéro si j'avais pu utiliser tous les chiffres ?

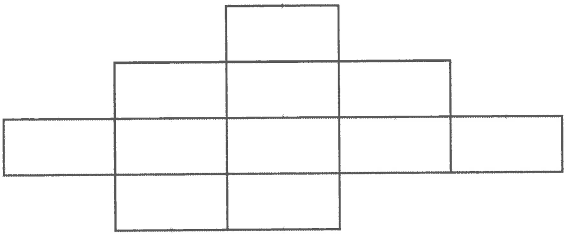
3 - EN TOUTE LOGIQUE

Quel nombre convient à la place du point d'interrogation ?

```
11    23    16    37
  ↘  ↙  ↘  ↙  ↘  ↙
   7     12    17
     ↘  ↙  ↘  ↙
      10     11
        ↘  ↙
          ?
```

4 - COMBIEN DE RECTANGLES

Combien de rectangles comptez-vous sur cette figure ?
Certains sont formés de plusieurs rectangles plus petits.



5 - LES NOMBRES

Combien de nombres peut-on écrire en utilisant une fois et une seule fois chacun des mots suivants :

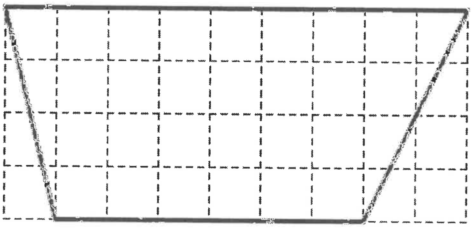
trois - millions - vingt - mille - deux ?

6 - CHIFFRES ET LETTRES

Compléter par un nombre écrit en lettres pour que la phrase soit vraie. Il faut tenir compte des mots et lettres rajoutés :
Si on ajoute au nombre de lettres de cette phrase le nombre de mots de cette phrase alors on obtient un total de ....

7 - PARTAGE

Partagez ce trapèze en trois parts superposables.



8 - DIVISIBLE PAR 15

Quel est le plus petit nombre de 15 chiffres (qui ne commence pas par zéro), divisible par 15 et dont la somme des chiffres est 15 ?

9 - C'EST C'QUI DÉSALTÈRE

Deux nombres sesquialtères sont tels que le plus grand vaut 1,5 fois le plus petit, comme 4 et 6 ou 2,2 et 3,3.
Les nombres 15 et A sont sesquialtères.

Que vaut A ? (deux réponses possibles.)

Solutions

1

LES GATEAUX

Un "Collibert" coûte 6 €.

2

LE RAPPORT

Le numéro de la dernière page serait 29.

3

EN TOUTE LOGIQUE

Le nombre qui convient à la place du ? est 3.

4

COMBIEN DE RECTANGLES

Nombre de rectangles : 40

5

LES NOMBRES

On peut en écrire 14.

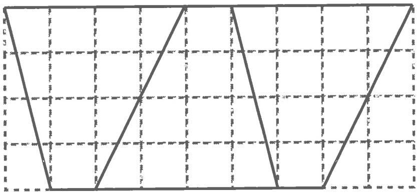
6

DES CHIFFRES ET DES LETTRES

Le nombre qui complète la phrase est : cent vingt neuf.

7

PARTAGE



8

DIVISIBLE PAR 15.

Le nombre cherché est : 100 000 000 000 095.

9

DES CHIFFRES ET DES LETTRES

Le nombre qui complète la phrase est : cent vingt neuf.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LA SARTHE

Ce rallye est ouvert à toutes les classes des collèges sarthois, de la sixième à la troisième.

Calendrier et contenu des épreuves :

– Deux épreuves de qualification se déroulent dans les collèges. Elles comportent dix « petits problèmes » et deux travaux géométriques.
– Une finale qui se déroule début juin, sur un site de plein air, réunit les dix huit classes issues de ces qualifications. Dix ateliers posent des problèmes dont la résolution fait appel à la logique, au calcul et à l'organisation.

Les objectifs :

– faire pratiquer des mathématiques ;
– aider à acquérir une méthode de travail en groupe ;
– entraîner au débat : argumenter, discuter de preuves, trouver des exemples et contre-exemples, vérifier...
– proposer un projet stimulant où s'impliquent tous les élèves d'une classe et qui permet des rencontres entre enseignants.

Organisation :

L'organisation est prise en charge par une équipe de huit professeurs de mathématiques.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Se déroule depuis 1990.
En 2004 – 2005, 311 classes issues de 40 collèges.

ÉPREUVES

Travail par classe entière : la réponse est collective. Tous les collèges de la Sarthe peuvent inscrire leurs classes de la 6e à la 3e.

COMPÉTITION

Calendrier pour 2005/2006 :
- 1re épreuve, novembre 2005 ;
- 2e épreuve: janvier 2006 ;
- Finale : mai 2006.

PARTENAIRES

- Ministère de l'Éducation Nationale et Inspection Académique de la Sarthe.
- Inspection Pédagogique Régionale Mathématiques
- IREM des Pays de Loire (antenne du Mans).
- Mairie du Mans
- Le Mans Métropole (Communaut urbaine)
- Conseil Général de la Sarthe.

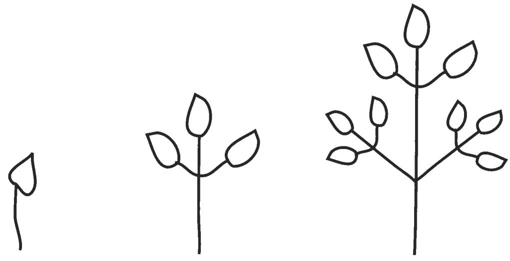
CONTACTS

Centre ressources : Collège « Vieux Colombier »
Rue de la Briquetterie, 72000 Le Mans
Tél : 02 43 28 85 13, Fax: 02 43 24 20 45
Co-responsables :
Martine Janvier : mjanvier@cijm.org
Gilles Ravigné : gilles.ravigne@ac-nantes.fr
Site consultable sur www.cijm.org

Énoncés

1 - LES FEUILLES

Combien y aura-t-il de feuilles le cinquième jour ?
Combien y aura-t-il de feuilles le dixième jour ?



1er jour 2e jour 3e jour

2 - 2001 EN PRODUIT

$2001 \times 1 = 2001$

2001 est le produit de 2 entiers ayant le même chiffre des unités.
Il existe une autre solution telle que 2001 s'écrive comme produit de 2 entiers ayant le même chiffre des unités.

Quels sont ces 2 entiers ?

3 - LES POTIRONS

Comment ranger 10 potirons en 5 rangées de 4 potirons ?

4 - ANNÉE PALINDROME

2002 est une année palindrome (on peut la lire de gauche à droite et de droite à gauche).

Vous en avez déjà rencontré une. Laquelle ?
Rencontrerez vous la suivante. Quelle est-elle ?

5 - NOMBRES CACHÉS

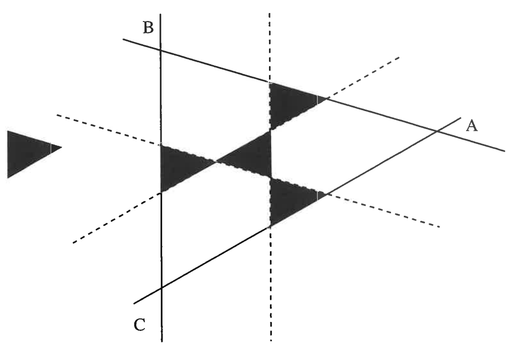
■ × ■ × ■ = 2002

Quels nombres entiers doit-on placer dans les carrés pour que l'égalité soit vérifiée sachant que deux de ces trois nombres sont des entiers consécutifs ?

6 - REMPLISSAGE

On veut remplir exactement, sans vide, ni recouvrement, la surface du triangle ABC avec des petits triangles identiques au petit triangle noir.

Combien doit-on en mettre en tout ?



7 - LE PLUS GRAND CUBE

On dispose de 2002 cubes de 1 cm d'arête. On construit avec ces cubes, en les empilant le plus grand cube possible.

Combien de cubes resteront inutilisés ?

8 - L'AFFICHE

En pliant une affiche rectangulaire en quatre dans le sens de la longueur et en trois dans le sens de la largeur, on obtient un carré. Le périmètre de l'affiche dépliée est égal à 294 cm.

Quelles sont les dimensions de cette affiche ?

Solutions

1

LES FEUILLES

Nombre de feuilles le cinquième jour : 81
Nombre de feuilles le dixième jour : 19 683.

2

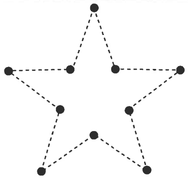
2001 EN PRODUIT

$2001 = 29 \times 69$.

3

LES POTIRONS

Il faut les placer sur les côtés d'une étoile à 5 branches.



4

ANNÉE PALINDROME

Avant 2002, l'année palindrome était 1992. La suivante sera 2112.

5

NOMBRES CACHÉS

Deux solutions : $11 \times 13 \times 14 = 2002$ et $1 \times 2 \times 1001 = 2002$.

6

REMPLISSAGE

Réponse : 25

7

LE PLUS GRAND CUBE

$12^3 = 1\,728 \qquad 13^3 = 2\,197$

Pour construire le plus grand cube on utilise 1 728 petits cubes, il reste 274 cubes non utilisés.

8

L'AFFICHE

Les dimensions de cette affiche sont 63 cm et 84 cm.

SFAX

L'organisation de ce concours a pour but la sélection des élèves doués en Mathématiques pour alimenter les clubs régionaux de Sfax.

Le bureau régional de Sfax encadre 4 clubs de Mathématiques

– club pour les élèves primaires (5^e et 6^e) ;

– club pour les élèves 7^e et 8^e école de base ;

– club pour les élèves 9^e école de base et 1e année secondaire ;

– club pour les élèves 2^e, 3^e et 4^e secondaires.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Depuis 1982 le concours se déroule chaque année au début du mois de novembre.

ÉPREUVES

Individuelle.
En novembre.
Les participants sont les élèves de : 5^e, 6^e 8^e, 9^e année de l'école de base et les élèves du 1^{re} année secondaire.

COMPÉTITION

Les élèves des 4 clubs participent au rallye organisé chaque année au début du moi de Mai et en 2004 le rallye sera organisé le 1 et le 2 Mai.

PARTENAIRES

Direction régionale de l'éducation et de la formation et le bureau regional de l' ATSM . Le bureau régional organise chaque année scolaire(à la fin du moi du Juin) une fête pour la distribution des prix aux lauréats aux concours , au rallye et aux championnats internationaux des jeux mathématiques organisés par la FFJM et aux olympiades nationales et internationales .

CONTACTS

ASSOCIATION TUNISIENNE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
Bechir Kachoukh
43, rue de la Liberté
2019 Le Bardo
Tunis TUNISIE
Tél : (216) 1 261455
Fax : (216) 568 954

1 - SUJET 1

Comment peut-on obtenir 2 004 en utilisant le minimum de fois le chiffre 2 (trouver au moins 2 solutions)?

2 - SUJET 2

Un cultivateur a ramassé sa récolte de blé en 90 sacs, pour les vendre au souk distant de son terrain de 30 km, il a loué une charrette qui ne peut prendre que 30 sacs par voyage avec un salaire d'un sac sur chaque km parcouru du terrain au souk.

Quel est le nombre maximum de sacs vendus au souk ?

3 - SUJET 3

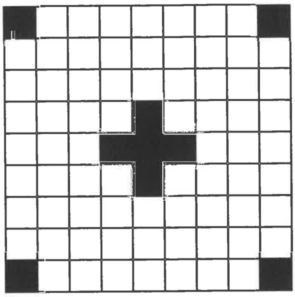
En utilisant les 4 opérations +, ×, – et : et les parenthèses placer les chiffres de 1 à 9 dans les 9 cases d'une grille 3 × 3 de façon que le résultat verticalement et horizontalement soit égal toujours à 16 ?

4 - SUJET 4

Partager cette nappe carrée (9 × 9) en :

– 8 parties superposables 4 par 4 ;

– 8 parties superposables.



5 - SUJET 5

Le jeu de Domino de 28 pièces totalise 168 points.

Partager ces pièces en 7 ensembles de 4 pièces chacun dont la somme des points est 24 et placer les en respectant le jeu de Domino.

6 - SUJET 6

Ramzi a écrit a son ami Claude. La phrase codée suivante :
« RDEW IRS YMI TOKKI BUSOIQISY SY MOROIMOROI
pour lui désigner la région de sa ville natale en lui écrivant que :
TUNISIE s'écrit SYMOROI par la même clé de codage.

Déchiffrer cette phrase.

Solutions

1

SUJET 1

2 222 – 222 + 22 = 2 004

$2^2 (2 \times 2^2 \times 2^2 - 2^2 + \frac{2}{2}) + 2^2 = 2\,004.$

2

SUJET 2

R = 25 sacs.

3

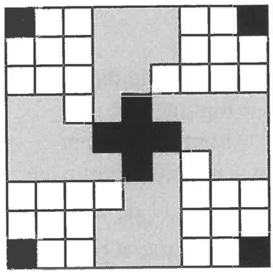
SUJET 3

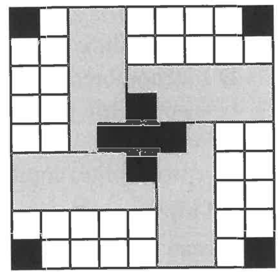
4	×	(6	−	2)		= 16
×		+		×		
(9	−	7)	×	8		= 16
−		+		×		
5	×	3	+	1		= 16
= 16		= 16		= 16		

6	+	(2	×	5)		= 16
÷		×		+		
3	+	9	+	4		= 16
×		−		+		
8	+	1	+	7		= 16
= 16		= 16		= 16		

4

SUJET 4





5

SUJET 5

4	1	1	3	3	3	3	6
4	5	5	5	5	0	0	0
6	6	6	1	1	1	1	2
3	5	5	2	2	2	2	3

2	6	6	4	4	0	0	
2	4	4	4	4	3	3	0
0	6	6	5	5	1	1	0

6

SUJET 6

TUNISIE ↔ SYMOROI
On remarque : une consonne est remplacée par la consonne d'avant (suivant l'ordre des alphabets), et une voyelle est remplacée par la voyelle d'après (suivant l'ordre des alphabets).
En utilisant cette clé de décodage la phrase demandée est :
« SFAX EST UNE VILLE COTIERE TUNISIENNE ».

INDEX

Légende : ★ = primaire ☆ = collège ✣ = lycée ✧ = supérieur

A = algorithme C = calcul

D = dénombrement E = géométrie dans l'espace

G = géométrie plane L = logique

M = autres N = nombres entiers

P = probabilité, combinatoire Pu = puzzle, découpage

Exemple : 1-11☆✣ ✖ ✖ = le problème 11 de la compétition 1 de niveau collège-lycée a pour thèmes : logique et puzzle.

Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
1-1	☆		✖			✖					
1-2	☆		✖			✖					
1-3	☆		✖						✖		
1-4	☆		✖						✖		
1-5	☆		✖								
1-6	☆		✖			✖					
1-7	☆					✖					
1-8	☆								✖		
1-9	☆		✖			✖					
1-10	☆✣		✖								
1-11	✣		✖								
1-12	☆					✖					
2-1	★						✖		✖		
2-2	★						✖		✖		
2-3	★☆		✖			✖					
2-4	☆			✖	✖						
2-5	☆✣				✖						
2-6	☆✣		✖								
2-7	☆✣			✖			✖				
2-8	☆✣		✖			✖					
3-1	★		✖			✖					
3-2	★						✖				
3-3	★☆		✖								
3-4	☆								✖		
3-5	☆		✖			✖					
3-6	☆		✖			✖					
3-7	☆✣		✖			✖					
3-8	✣		✖			✖					
3-9	✧	✖							✖		
4-1	☆✣							✖	✖		
4-2	☆✣							✖	✖		
4-3	☆✣						✖				
4-4	☆✣						✖				
4-5	☆✣								✖		
4-6	☆✣								✖		
4-7	☆✣								✖		
4-8	☆✣								✖		
4-9	☆✣							✖			
5-1	☆✣				✖						
5-2	☆✣		✖			✖					
5-3	☆✣				✖						
5-4	☆✣		✖								
6-1	☆✣						✖				
6-2	☆✣		✖			✖					
6-3	☆✣	✖		✖							
6-4	☆✣		✖		✖						
6-5	✣			✖							
6-6	☆		✖								
6-7	☆			✖	✖						
7-1	★		✖								
7-2	★		✖				✖				
7-3	☆		✖			✖					
7-4	★☆		✖					✖			
7-5	☆						✖				
7-6	☆		✖			✖					
7-7	☆		✖						✖		
7-8	☆		✖								
8-1	☆		✖				✖				
8-2	☆		✖						✖		
8-3	☆								✖		
8-4	☆						✖		✖		
8-5	☆✣	✖									
8-6	☆		✖						✖		
8-7	✣			✖			✖				

Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
8-8	☆✣		✖						✖		
9-1	✣		✖								
9-2	✣		✖			✖					
9-3	✣	✖							✖		
9-4	✣					✖					
10-1	☆✣			✖							
10-2	✣	✖							✖		
10-3	☆✣								✖		
10-4	☆✣			✖							
10-5	☆✣		✖		✖		✖				
10-6	✣								✖		
11-1	✣		✖								
11-2	✣						✖		✖		
11-3	✣		✖	✖							
11-4	✣		✖			✖					
12-1	✣						✖	✖			
12-2	☆✣						✖	✖			
12-3	☆✣		✖						✖		
12-4	☆✣						✖				
12-5	☆✣						✖				
12-6	☆✣					✖					✖
13-2	✣								✖		
13-1	★					✖					
13-2	✣	✖							✖		
13-3	✣		✖								
13-4	✣		✖						✖		
14-1	✣			✖							
14-2	✣		✖			✖					
14-3	✣		✖						✖		
14-4	✣		✖		✖						
14-5	✣		✖		✖						
14-6	☆		✖						✖		
14-7	☆		✖			✖					
14-8	☆		✖			✖					
14-9	★		✖								
14-10	★		✖								
14-11	★		✖								
14-12	✣		✖								
14-18	★		✖								
14-14	✣		✖				✖				
14-15	✣		✖								
15-1	☆✣								✖		
15-2	☆✣								✖		
15-3	☆✣					✖					
15-4	☆✣		✖								
15-5	☆✣						✖				
15-6	☆✣					✖					
15-7	☆✣						✖				
15-8	☆✣		✖								
15-9	☆✣					✖					
15-10	☆✣		✖								
16-1	☆✣		✖				✖				
16-2	☆✣		✖								
16-3	☆✣		✖						✖		
16-4	☆✣	✖	✖				✖				
17-1	☆		✖				✖		✖		
17-2	☆						✖				
17-3	☆						✖				
17-4	☆		✖				✖				
17-5	☆				✖						
17-6	☆		✖				✖				
18-1	★		✖						✖		
18-2	★			✖	✖						
18-3	✣		✖								
18-4	☆		✖			✖					
18-5	☆		✖								
18-6	☆		✖								
18-7	☆		✖			✖					
18-8	☆						✖				
18-9	✣		✖								
18-10	☆		✖								
18-11	✣						✖				
19-1	☆		✖			✖					
19-2	☆						✖		✖		
19-3	✣								✖		
19-4	✣		✖						✖		
19-5	✣								✖		
20-1	★		✖						✖		
20-2	★					✖					
20-3	☆					✖	✖				
20-4	★			✖							
20-5	☆						✖				
21-1	☆						✖		✖		
21-2	☆✣		✖						✖		
21-3	☆✣		✖								
21-4	☆✣		✖								
21-5	✣		✖						✖		
21-6	✣			✖							
22-1	☆		✖			✖					
22-2	☆		✖								

Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
22-3	☆		✖								
22-4	☆		✖								
22-5	☆			✖							
22-5	☆			✖							
22-6	☆						✖	✖			
23-1	★☆✣✧					✖					
23-2	★☆✣✧		✖								
23-3	✣		✖			✖					
23-4	✣		✖		✖						
24-1	☆										
✖											
24-2	☆								✖		
24-3	☆✣						✖				
24-4	☆✣		✖								
24-5	★☆			✖							✖
24-6	★		✖						✖		
25-1	☆								✖		
25-2	☆		✖								
25-3	☆			✖							
25-4	☆		✖			✖					
25-5	✣		✖								
25-6	☆					✖					
26-1	★☆✣		✖								
26-2	★☆✣						✖	✖			
26-3	★☆✣						✖				
26-4	★☆✣			✖							
26-5	★☆✣			✖							
26-6	★☆✣						✖	✖			
26-7	★☆✣										✖
26-8	★☆✣		✖						✖		
26-9	★☆✣		✖						✖		
27-1	☆	✖		✖							
27-2	☆								✖		
27-3	☆					✖		✖			
27-4	☆							✖			
27-5	☆							✖			
27-6	☆		✖			✖					
27-7	☆			✖	✖						
27-8	☆	✖				✖					
28-1	☆		✖								
28-2	☆		✖				✖				
28-3	☆		✖				✖				
28-4	☆										✖
28-5	☆						✖				
28-6	☆						✖	✖			

Pb	niv	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu

INDEX THÉMATIQUE

Légende : 3-6 = Compétition 3 - Problème 6

DÉNOMBREMENT

Primaire :	18-2 ; 20-4 ; 24-5 ; 26-4 ; 26-5.
Collège :	2-4 ; 2-7 ; 6-3 ; 6-5 ; 6-7 ; 10-1 ; 10-4 ; 22-5 ; 24-5 ; 25-3 ; 26-4 ; 26-5 ; 27-1 ; 27-7.
Lycée :	2-7 ; 6-3 ; 8-7 ; 10-1 ; 10-4 ; 11-3 ; 14-1 ; 21-6 ; 26-4 ; 26-5.

GÉOMETRIE ESPACE

Primaire :	2-3 ; 20-2 ; 23-1.
Collège :	1-1 ; 1-2 ; 1-6 ; 1-9 ; 1-12 ; 2-3 ; 2-8 ; 3-4 ; 3-5 ; 3-6 ; 3-7 ; 4-2 ; 4-3 ; 5-2 ; 6-2 ; 7-6 ; 14-7 ; 14-8 ; 15-3 ; 15-6 ; 15-9 ; 18-4 ; 18-7 ; 19-1 ; 20-3 ; 22-1 ; 23-1 ; 25-4 ; 27-3 ; 27-6 ; 27 -8.
Lycée :	2-8 ; 3-8 ; 4-2 ; 4-3 ; 5-2 ; 6-2 ; 9-2 ; 9-4 ; 11-4 ; 13-1 ; 14-2 ; 14-13 ; 15-3 ; 15-6 ; 15-9 ; 23-1.
Supérieur :	11-7 ; 11-8.

GÉOMÉTRIE PLANE

Primaire :	18-2.
Collège :	2-4 ; 2-5 ; 5-1 ; 5-3 ; 6-4 ; 6-7 ; 10-5 ; 17-5 ; 27-7.
Lycée :	2-5 ; 5-1 ; 5-3 ; 6-4 ; 10-5 ; 14-4 ; 14-5 ; 17-5 .

LOGIQUE

Primaire : 2-1 ; 2-1 ; 3-2 ; 3-3 ; 7-2 ; 12-2 ; 12-4 ; 12-5 ; 26-2 ; 26-3 , 26-6.

Collège : 2-7 ; 4-1 ; 4-5 ; 4-7 ; 4-8 ; 6-1 ; 7-5 ; 8-1 ; 8-4 ; 10-5 ; 12-2 ; 12-4 ; 12-5 ; 15-5 ; 15-7 ; 16-1 ; 16-4 ; 17-1 ; 17-2 ;17-3 ; 17-4 ; 17-6 ; 18-8 ; 19-2 ; 20-3 ; 20-5 ; 21-1 ; 22-6 ; 24-3 ; 25-6 ; 26-2 ; 26-3 ; 26-6 ; 29-2 ; 29-3 ; 29-6.

Lycée : 2-7 ; 4-1 ; 4-5 ; 4-7 ; 4-8 ; 6-1 ; 8-7 ; 10-5 ; 11-2 ; 12-2 ; 12-5 ; 15-5 ; 15-7 ; 16-1 ; 16-4 ; 17-1 ; 17-2 ; 17-3 ; 17-4 ; 17-6 ; 18-11 ; 24-3 ; 26-2 ; 26-3 ; 26-6.

Supérieur : 12-2 ; 12-4 ; 12-5 .

NOMBRES ENTIERS

Primaire : 2-1 ; 2-2 ; 7-3 ; 7-4 ; 18-1 ; 20-1 ; 24-6 ; 26-8 ; 26-9.

Collège : 1-3 ; 1-4 ; 1-8 ; 4-12 ; 4-4 ; 7-4 ; 7-7 ; 8-2 ; 8-3 ; 8-4 ; 8-6 ; 8-8 ; 10-3 ; 14-6 ; 15-1 ; 15-2 ; 16-3 ; 19-2 ; 21-1 ; 21-2 ; 24-2 ; 25-1 ; 26-8 ; 26-9 ; 27-2 ; 27-4 ; 27-5 ; 29-1.

Lycée : 4-1 ; 4-4 ; 8-8 ; 9-3 ; 10-2 ; 10-3 ; 10-6 ; 11-2 ; 13-2 ; 13-4 ; 14-3 ; 15-1 ; 15-2 ; 16-3 ; 19-3 ; 19-4 ; 19-5 ; 21-2 ; 21-5 ; 26-8 ; 26-9.

Supérieur : 3-9.

PUZZLE - DÉCOUPAGE

Primaire :	16-6 ; 24-1 ; 24-5 ; 26-7.
Collège :	4-2 ; 4-3 ; 6-5 ; 16-6 ; 24-1 ; 24-5 ; 26-7 ; 29-4.
Lycée :	4-2 ; 4-3 ; 12-6 ; 26-7.
Supérieur :	12-6.

AUTRES

Primaire :	12-2 ; 26-2 ; 26-6.
Collège :	12-2 ; 22 -6 ; 26-2 ; 26-6 ; 27-3 ; 29-5 ; 29-6.
Lycée :	12-2 ; 26-2 ; 26-6.
Supérieur :	12-2.

Éditions POLE

Achevé d'imprimer en février 2006
sur les presses de l'imprimerie Louis Jean, 05000 Gap
Dépôt légal : 113 – Février 2006

Panoramath 4

Panoramath 4 s'inscrit dans la collection initiée en 1996 d'annales corrigées des sujets des compétitions de jeux mathématiques, membres ou non du *Comité International des Jeux Mathématiques* (CIJM).

En 192 pages, près de 200 sujets et autant de corrigés, ce Panoramath 4 offre un panel de problèmes couvrant tous les niveaux, du primaire au lycée en passant par le grand public, de difficultés extrêmement variées et abordant bien des domaines de l'activité mathématique : logique, numérique et géométrique. Souvent ces textes peuvent être le support d'activités ludiques en animations mathématiques.

Les sujets ont été proposés dans 28 compétitions dont 21 françaises, en individuel, par équipes ou par classes entières, sous forme de QCM, d'épreuves rédigées ou à réponse unique. Partout la diversité règne ! Vous trouverez aussi dans cet ouvrage pour chaque compétition, son histoire, ses objectifs, ses méthodes de fonctionnement et ses coordonnées.

Panoramath 4 est l'œuvre du CIJM avec le soutien des éditions POLE, de l'*Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public* (APMEP) et de l'*Assemblée des Directeurs des Instituts de Recherche en Mathématiques* (ADIREM).

ISBN 284884059-5

9 792848 840597