ASSOCIATION SCIENCE OUVERTE

L'association Science ouverte est née d'un travail réalisé au lycée Louise Michel de Bobigny (Seine-Saint-Denis) et dans une Maison des jeunes et de la Culture voisine, à Drancy.

Comme notre nom l'indique nous visons une ouverture, double en fait : celle des jeunes de quartiers défavorisés de la région parisienne aux sciences vivantes par des activités et une mise au contact de chercheurs et celle des sciences non seulement en direction de ces jeunes mais aussi plus généralement des citoyens.

Nos activités comportent des ateliers réguliers (notamment au sein d'un lieu qui leur est dédié, l'Espace @venir, à Drancy), des stages et universités d'été, des tutorats et du soutien scolaire, un club CNRS Sciences et Citoyens très dynamique, l'organisation de conférences... Les mathématiques y jouent un rôle central (mais non exclusif) pour au moins deux raisons : leur intérêt propre et leur attrait, trop sous-estimés, et leur fonction de porte d'entrée vers les études scientifiques.

Ainsi nous participons depuis 1993 à MATh.en.JEANs et animons plusieurs ateliers " Exploration mathématique " au sein desquels on construit, on explore, on cherche et on approfondit.

On a acquis une petite réputation avec nos polyèdres géants démontables (dont le ballon de foot - icosaèdre tronqué de 5 m de diamètre -) qu'on fait construire collectivement par le public.

Nous développons actuellement le projet "Science ouverte en Seine-Saint-Denis" en partenariat avec l'Université Paris 13 et Animath. Ce projet vise à développer pour les jeunes de ce département qui, trop souvent, se sentent prisonniers du territoire, un pôle visible qui développe leur motivation pour les sciences, leur culture, et les épaule dans leurs études secondaires puis supérieures. Il a déjà commencé grâce à deux Universités d'été centrées sur les mathématiques pour des élèves de fin de seconde. Elles ont réuni en tout 51 élèves pour lesquels nous assurons ensuite un suivi.

Nous apprécions de travailler avec de nombreux partenaires dont le CIJM. Nous échangeons savoirs faire, compétences et ouvertures.

Le jeu des chapeaux de couleur :

Ce jeu se joue avec deux équipes de trois personnes. Chaque personne porte un chapeau muni d'une pointe sur laquelle on peut planter une boule de sarbacane soit rouge, soit blanche. Chaque boule est tirée avec une chance sur deux d'être rouge et une chance sur deux d'être blanche. Chaque joueur peut voir la couleur portée par les chapeaux de ses coéquipiers mais pas celle du sien. Toute communication est interdite une fois un tirage effectué. La concertation est libre en dehors de cela.

Au signal, les trois joueurs de chaque équipe présentent simultanément une carte qui peut être soit *rouge*, soit *blanche*, soit *passe*.
L'équipe marque un point si au moins un des joueurs ne passe pas, et celui ou ceux qui ne passe(nt) pas ne se trompe(nt) pas sur la couleur qu'il porte. Sinon, elle marque zéro. Une partie peut se jouer en cinq manches.
Les équipes sont invitées à trouver la meilleure stratégie, puis à l'expliquer.

Niveau scolaire :
Il suffit de savoir compter. Le jeu peut être exploité à partir de là pour tous les publics selon les développements qu'on apporte.

Domaine mathématique :
Probabilités ; éventuellement, prolongement vers les codes correcteurs d'erreur.

Analyse de la tâche :
La plupart des équipes ne mettent pas au point de stratégie claire (ils sont engagés dans une compétition et ont peu de temps pour réfléchir). La probabilité de marquer un point lors d'une manche s'ils répondent systématiquement par une couleur est de 1/8.
Les meilleurs pensent à faire parler un seul joueur, et passer les autres. Ce n'est pas la meilleure stratégie mais cela met parfois en péril cette dernière. Ils ont une chance sur deux de marquer un point lors d'une manche
Si l'on met en réserve une équipe "championne", elle va en jouant révéler rapidement la meilleure stratégie à ses adversaires, ce qui facilitera les explications. Cette stratégie toute simple consiste pour chaque joueur à passer s'il voit deux chapeaux de couleurs opposées, et à jouer la couleur opposée s'il voit deux chapeaux d'une couleur. Ainsi, les joueurs ne passent jamais ensemble et perdent seulement si les trois chapeaux sont de même couleur, avec une probabilité de 1/4. Ils marquent donc un point avec une probabilité de 3/4. On ne peut espérer faire mieux.

Commentaires et développements :
Comme il n'y a que huit distributions possibles de couleurs, il est possible de les faire expliciter aux participants, même jeunes, puis de comparer sur le tableau ainsi réalisé les "nombres de chances" liés à différentes stratégies. Pour des plus grands, on peut travailler avec la loi binomiale et comprendre pourquoi la meilleure stratégie l'emporte presque à coup sûr sur la pire (ne pas oublier que deux équipes s'opposent) même sur des parties en cinq manches : dans ce cas de figure elle gagnera dans 97,7% des cas, et ne sera battue que dans quatre cas sur mille, donnant un résultat nul dans moins de 1,96% des cas.

Prolongement :
On oublie les équipes, et on distribue des cartes identiques bicolores (une couleur sur chaque face) à un joueur. Il doit choisir une couleur et transmettre le message constitué par cette couleur à un partenaire-destinataire à l'aide des ces cartes et d'un protocole sur lequel ils se seront mis d'accord. Le diable (un joueur), a le droit de changer ou non la couleur d'une carte parmi celles qui seront transmises.

Combien faut-il au minimum transmettre de cartes pour que le message arrive à coup sûr ?

Après quelques tâtonnements, on voit que trois cartes suffisent si on convient de les envoyer toutes dans la couleur du message. Toute manipulation d'une seule carte sera visible, et la couleur initiale sera celle qui est restée majoritaire.

Quel est le lien avec le problème des chapeaux ? Dans un cas comme dans

Quel est le lien avec le problème des chapeaux ? Dans un cas comme dans l'autre, nous n'acceptons de reconnaître une couleur que si nous en voyons deux identiques. Mais il y a plus : il y a deux informations possibles à transmettre : rouge ou blanc. Chacun de ces messages peut être reçu à partir de quatre codages : trois erronés et un correct, chaque codage erroné ne diffère que par une erreur du message correct. Si tous les codages reçus sont équiprobables, il y a donc trois chances sur quatre d'être sur un codage erroné. Le joueur qui voit un ensemble de couleurs ne comportant pas d'erreur (c'est-à-dire deux couleurs identiques) a donc tout avantage à penser que sa propre couleur correspond à un codage erroné.

Evidemment, avec trois chapeaux ce parallèle peut sembler un peu tiré par les cheveux !… il prend tout son sens avec sept chapeaux :
Avec sept cartes bicolores, on peut envoyer 128 messages différents. Si l'on autorise le diable à modifier (ou non) la couleur d'une carte, on peut en choisissant bien le message initial envoyer quand même 16 messages différents et les retrouver à coup sûr : les 128 messages possibles se classent en effet en 16 groupes de 8, constitués d'un message central et de 7 messages ne différant que sur une couleur de ce dernier (c'est ce qu'on appelle les codes de Hamming).
Si alors nous jouons au jeu des sept chapeaux, il y a une chance sur 8 de tomber sur la suite de couleurs correspondant au message central qu'on vient d'évoquer, et donc de perdre. Dans le cas contraire, seul le joueur dont la couleur diffère de celle de ce message peut le reconnaître. Les autres passent ; lui indique cette couleur différente. Son équipe marque donc un point, et ceci dans sept cas sur huit en moyenne …

Tout cela reste quand même plus utile pour le codage que pour les chapeaux !

Nous avons réalisé cette animation (présentée par des lycéens) lors du festival Paris Montagne sur l'erreur, en nous inspirant d'un article de Jean-Paul Delahaye (Pour la Science, mai 2004). Le public semble avoir bien apprécié.

Comment fabriquer 128 codes de Hamming de longueur 7 ?

On veut envoyer seize messages différents, qui sont 0000, 0001, ... 1110, 1111, en ajoutant à ces quatre chiffres trois autres choisi eux aussi parmi 0 et 1, et de telle façon qu'une erreur, à condition qu'elle soit commise sur un seul des sept chiffres transmis au total, soit immédiatement repérée et puisse être corrigée.

Une fois choisie la première partie du message, notée abcd, la seconde partie, notée ABC, sera calculée ainsi :
A est la parité de b+c+d,
B celle de a+c+d,
C celle de a+b+d
(0 si pair, 1 si impair).
Exemple : 1011 donnera le message complet 1011010
Celui qui reçoit le message vérifie les valeurs de A, B et C.

· Si a est corrompu lors du transfert, B et C sont faux
· Si b a été corrompu lors du transfert, A et C sont faux
· Si c a été corrompu lors du transfert, B et C sont faux
· Si d a été corrompu lors du transfert, A, B et C sont faux
· Si A a été corrompu lors du transfert, lui seul est faux
· Si B a été corrompu lors du transfert, lui seul est faux
· Si C a été corrompu lors du transfert, lui seul est faux
· Et si tout s'est bien passé, A, B et C sont exacts.

Prenons un message reçu au hasard : 1110111

Nous voyons que A=1 alors qu'il devrait valoir 0 ; B=1 alors qu'il devrait valoir 0 également ; C=1 alors qu'il devrait également valoir 0. Conclusion : d a été corrompu, et le message initial était 11111111.

Bien sûr, ce procédé alourdit la transmission des messages, mais il diminue considérablement le risque d'erreur (et par conséquent de panne dans bien des cas) puisque la probabilité d'une erreur, en principe faible, est élevée au carré ! Par exemple, ce n'est pas pareil pour une personne qui est d'astreinte d'être réveillée une fois par semaine, ou une fois tous les quarante-neuf jours. Si on pouvait inventer un tel système pour les bébés qui pleurent, cela rendrait la vie plus facile à bien des jeunes parents !...

Constructions avec des tiges

Construire des formes mathématiques monumentales collectivement avec un matériel réutilisable : voilà le défi.

Nous donnons l'exemple du ballon de football (icosaèdre tronqué) géant.

Niveau scolaire :
Tous niveaux scolaires à partir du collège.

Domaine mathématique :
Géométrie

Analyse de la tâche :
On peut faire toutes sortes de constructions avec des tiges constituées de tourillon de 8 à 11mm de diamètre. On en trouve en 1m ou 2m de long dans les grands magasins de bricolage. Pour des quantités importantes, il faut commander. Aux extrêmités de chaque tige, on visse un piton circulaire qui peut s'acheter, de préférence en vrac, dans le même type de magasin. Pour relier les tiges, on utilisera du collier de serrage électrique que l'on coupe avec une pince pour le démontage.
On peut, avec ce type de matériel, construire des objets très variés, des polyèdres aux surfaces réglées, et même des fractales comme le tétraèdre de Sierpinski. Il suffit d'un peu d'imagination.
Avant la construction, il est bien de faire découvrir, grâce à la formule d'Euler, qu'un ballon de foot standard est composé de 12 pentagones noirs et 20 hexagones blancs, à 3 par sommet (ce qui est le minimum et le maximum si on veut un ballon convexe).

Ce qu'on peut faire :
1) Faire compter le nombre de faces, d'arêtes et de sommets d'un certain nombre de polyèdres connus simplement connexes (sans trous) : tétraèdre, cube, octaèdre, prisme, tout autre exemple à disposition, et faire constater que s-a+f=2
2) Faire admettre que cette formule se généralise. On peut approcher la solution en regardant ce qui se passe si on enlève ou ajoute un sommet ou une arête en divers endroits.
3) Interroger les élèves sur la forme d'un ballon de football classique, les différents types de faces. Combien y en a-t-il de chaque type ? Les faire compter sur un vrai ballon. A cette occasion on peut montrer qu'il ne faut pas tourner le polyèdre dans tous les sens pendant qu'on compte, mais plutôt s'appuyer sur les symétries. On trouve 12 pentagones noirs et 20 hexagones blancs.

Et maintenant un peu de calcul…

Un ballon de foot a pour faces x pentagones et y hexagones, soit $x+y$ faces. Chaque pentagone a 5 côtés ; soit $5x$ côtés de pentagones. Chaque hexagone a 6 côtés, soit $6y$ côtés d'hexagone. Les faces mettent en commun deux côtés pour faire une arête. Il y a donc $(5x+6y)/2$ arêtes.

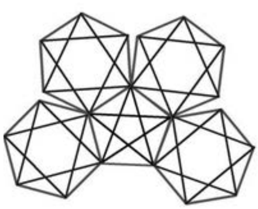
De même, il y a $5x+6y$ sommets de pentagones et d'hexagones. Ils sont regroupés par trois pour former un sommet du polyèdre "ballon de foot". Il y a donc $(5x+6y)/3$ sommets.

$s - a + f = 2$ s'écrit alors : $(5x+6y)/3 - (5x+6y)/2 + x + y = 2$, ce qui en réduisant au même dénominateur et multipliant tout par 6 donne $x=12$ (y disparaît).

Passons maintenant à la construction proprement dite :

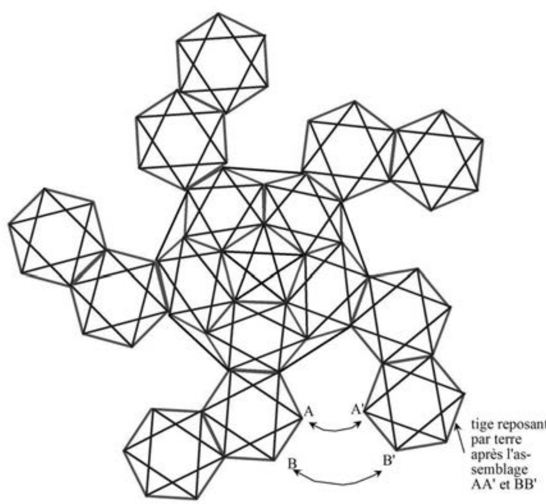
Matériel : 120 tiges de 1m, 120 de 1,73m, 20 de 1, 62m (respectivement pour racine de 3 et le nombre d'or). Prévoir des tiges de réserve, il y en a qui peuvent casser. Il faut au minimum 10 à 12 jeunes.

On construit d'abord les 20 hexagones avec 120 tiges de 1m et autant de tiges de 1,73 pour former deux triangles équilatéraux qui s'entrecroisent à l'intérieur de chacun d'eux. Pour que l’ensemble tienne bien, il faut que chaque côté de triangle passe alternativement sur et sous un autre, et les intersections peuvent être consolidées avec un collier de serrage, ou un petit morceau de ficelle.



Etape 1

Etape 2



Etape 3

La construction commence par le sommet ; on réalise un pentagone étoilé avec des tiges de 1,62 au centre de cinq hexagones. On monte alors l'ensemble et on assemble les côtés des hexagones adjacents : ils ont déjà un sommet commun, on lie le deuxième sommet et on ajoute deux gros colliers aux tiers des côtés pour consolider. On fera ensuite de même chaque fois qu'on assemblera deux hexagones (*Etape2*).

On ajuste alors ce "toit" à l'aide de 5 tiges de 1,62 (ou éventuellement un morceau de fil de même longueur).

Sur chaque côté d'hexagone reposant sur le sol, on met un premier hexagone vers l'extérieur, puis un second au-delà selon le schéma de l'*Etape 3*.

C'est le moment le plus délicat : on monte tout d'un coup de deux étages (bien saisir l'objet à des endroits solides : les sommets, mais pas l'intérieur des tiges). Assembler les côtés adjacents (cinq arêtes en tout. Pendant cette opération, l'objet peut n'être tenu (solidement) qu'au niveau des arêtes qu'on assemble, et reposé sur le sol par cinq côtés d'hexagones.
On pose encore cinq tiges de 1,62m qui complètent le " cercle " qui repose par terre.
On glisse les cinq derniers hexagones par-dessous à l'intérieur, et à leur place, et on assemble les cinq arêtes. L'objet est déjà assez solide. Une dernière montée et il n'y a plus qu'à assembler un pentagone étoilé sur la face du bas et assembler les cinq dernières arêtes.

C'est une belle expérience !

On peut trouver des compléments sur ces montages et leur intérêt sur :

http://www.scienceouverte.fr/IMG/pdf/objetsmathematiques.pdf