CASIO

Calculatrices et enseignement des maths quel problème pour l'avenir?

Depuis sa création en 1889 par Don E. Felt, la calculatrice, appelée à cette époque le "comptomètre" est devenu un objet qui a pris une place importante dans l'usage des mathématiques et sciences appliquées.

Comptomètre modèle J

Que ce soient en lycée, au collège ou en primaire, le choix d'une calculatrice est souvent difficile voire épineux. La plupart des enseignants sont confrontés à trois types de problèmes : La formation aux calculatrices est-elle suffisante pour les enseignants ? Le nombre et la diversité des calculatrices ne posent-t-ils pas un frein au développement de celles-ci en classe ? Les élèves savent-ils tous utiliser leur matériel ?

Tous ces aspects nous permettent d'envisager une autre issue : l'utilisation de l'ordinateur en tant que calculatrice. On a tous déjà essayé d'utiliser la calculatrice de Windows et on a pu constater combien cet outil n'était pas en adéquation avec la pédagogie de l'enseignement. Il nous faut donc trouver un autre moyen à l'utilisation d'une calculatrice. C'est à ce moment qu'intervient la calculatrice "virtuelle". Qu'appelle-t-on calculatrice virtuelle ? Ce sont ces calculatrices qui se branchent sur un vidéo projecteur ou via une interface sur ordinateur. Voilà un merveilleux outil permettant d'être utilisé en classe et répondant aux trois questions posées ci-dessus. C'est aussi un moyen de palier à l'isolement de l'élève face à sa machine. Cette approche permettrait aussi de comparer les modèles et de voir l'étendue de chacune d'entres elles et leurs limites respectives.

Avant toute chose la calculatrice doit être et rester un outil pour construire intuitivement les notions formelles des mathématiques.

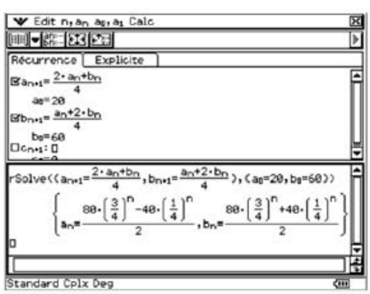
Les calculatrices dotées du calcul formel peuvent produire des expressions mathématiques symboliques alors que d'autres ne peuvent que saisir des expressions numériques ou des graphiques.

L'avantage du calcul formel est de mettre l'accent sur les concepts, les chapitres posant des difficultés. Il permet d'insister et de répondre aux questions posées traditionnellement par le professeur : "Pourquoi ?" et "Comment ?".
Par exemple, grâce au calcul formel, une expression mathématique peut être manipulée plus aisément par un élève et donc être résolue plus facilement. Si l'enseignant souhaite résoudre l'équation suivante $3x + 5 = 10x - 6$ alors la calculatrice utilisant le langage formel donnera la réponse $x = 11/7$ à l'aide d'étapes telles que $7x - 6 = 5$. Ce qui s'averra bénéfique pour l'apprentissage de la méthode puisque l'élève comprendra visuellement le raisonnement qui mène au résultat.

De même une représentation graphique des fonctions $f(x) = x^2$, $g(x) = x^2 - 2$ et $h(x) = (x - 2)^2$, permettront de visualiser la fonction de référence x^2 mais aussi ses translations par rapport aux axes pour $g(x)$ et $h(x)$. Ce qui fournira une approche complémentaire sur les axes de symétrie et donc une introduction à une notion supplémentaire.

Le calcul formel permet de se concentrer sur le raisonnement conceptuel, l'exploration et la résolution de problèmes avec précision et rapidité. L'élève peut en outre accomplir une tâche bien plus complexe en établissant une relation entre une expression algébrique et son graphique correspondant. Tout cela suggérant un avantage considérable pour l'élève sur l'interprétation et la résolution d'un problème. Un enseignant peut les aider à donner donc un sens aux mathématiques et à conceptualiser un exercice en se focalisant davantage sur la réflexion et l'interprétation que sur la simple application d'un théorème ou d'une propriété.

Cependant grâce au calcul formel, un professeur peut et dispose de plus de facilité et donc de flexibilité sur la planification de son enseignement. Il peut introduire une propriété ou des concepts qui ne semblaient pas possible d'introduire auparavant. C'est une démarche empirique, elle permet à l'élève d'élargir son sens critique. Le but premier de l'enseignement est que les élèves acquièrent un esprit critique et soient en mesure d'analyser un exercice ou un problème et de ne pas devenir uniquement un manipulateur de l'outil mathématique. Néanmoins on ne doit pas uniquement miser l'apprentissage sur le calcul formel.



Exemple de calcul formel sur une calculatrice moderne

En effet, la rapidité d'exécution ainsi que l'efficacité de la résolution par la méthode formelle peut avoir l'inconvénient de négliger l'apprentissage "traditionnel" des définitions et des théorèmes. Il ne faut donc pas oublier que le calcul formel doit rester un outil d'apprentissage et qu'il ne peut se substituer à un cours magistral.

Il est clair qu'à l'ère de l'informatique et de l'Internet, le calcul formel utilisé par les calculatrices permet de tirer un avantage indéniable sur l'apprentissage des mathématiques et a fortiori des sciences en générale. L'élève aura plus tendance a être motivé en utilisant un outil moderne issu de sa génération. Cet apprentissage visuel peut être traité en petit groupe d'élèves afin d'échanger des idées, tels que le font les TICE. En conséquence l'utilisation de calculatrices à ce niveau est un atout majeur.

Exemples de jeux proposés à la coupe Euramath avec utilisation des calculatrices CASIO

Cryptarithme

Comme dans tout cryptarithme, deux lettres différentes remplacent toujours deux chiffres différents, deux chiffres différents sont toujours remplacés par deux lettres différentes et l'écriture d'aucun nombre ne commence par un 0.

Quelle opération se cache derrière :

MATHS + MATHS = CASIO ?

Ici, MATHS est un nombre premier et CASIO ne comporte que des chiffres impairs sauf le chiffre remplacé par la lettre "O".

Solution :
Si **C** est impair, il existe une retenue provenant du rang précédent.
A ne peut donc valoir que **9**.
Comme I est impair, il existe une retenue provenant du rang des unités.
S est donc un chiffre impair strictement supérieur à 5 (avec **S** = 5, MATHS ne serait pas un nombre premier). On a donc **S** = 7 (9 étant déjà pris).
On en déduit **O** = 4 et **T** = 8.
Il reste à trouver **C** et **I** qui peuvent prendre chacun une valeur dans {1 ; 3 ; 5}.
En testant si C9714 / 2 est ou non un nombre premier, on trouve l'unique solution : 29 867 x 2 = 59 734.

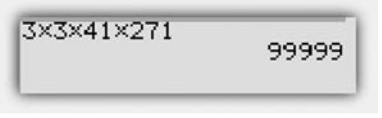
Une division qui dure...

Trouvez une fraction ayant le plus petit numérateur possible et telle qu'en divisant le numérateur par le dénominateur, on obtienne une écriture décimale illimitée périodique de la forme 0, CASIOCASIOCASIOCASIO... où les lettres C, A, S, I et O représentent cinq chiffres tous différents et tous non nuls.

Attention à ne pas confondre la lettre " O " avec un chiffre " 0 " !

Solution :
Posons **N** et **D** deux entiers premiers entre eux, tels que
N/D = x = 0, CASIOCASIOCASIOCASIOCASIO…
Ainsi 100000 N/D = CASIO, CASIOCASIOCASIOCASIO…
donc 99999 N/D = CASIO
D est donc un diviseur de 99999.

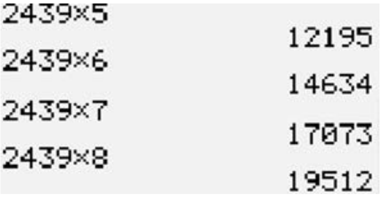
La décomposition est



99999 en produit de facteurs premiers donne
99999 = 3^2 x 41 x 271

Les diviseurs de 99999 sont : 1, 3, 9, 41, 123, 271, 369, 813, 2 439, 1 111, 33 333 et 99999. D est donc l'une de ces valeurs.

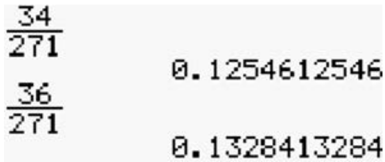
Si D = 41 alors l'égalité 99999 N/D = CASIO devient
2439 N = CASIO. Il s'agit de trouver un multiple de 2439 s'écrivant avec 5 chiffres tous différents et tous non nuls.



On constate qu'il n'existe aucune solution pour D = 41 et pour D = 123.

Si D = 271 alors l'égalité 99999 N/D = CASIO devient
369N = CASIO. Il s'agit de trouver un multiple de 369
s'écrivant avec 5 chiffres tous différents et tous non nuls.

D = 271 conduit à la solution : 34/271



Les solutions qui suivent sont entre autres :

36/271, 42/271, 43/271, 46/271, 49/369, 65/271, 69/271, 73/271, 73/369, 77/271, 89/271, 101/271, 103/369, 105/271, 108/271, 112/271, 113/271, 116/813, 118/369,

Un autre cryptarithme :

EURO + MATH = CAS1O

Trouvez la plus grande valeur de CAS1O.

Solution :
On a H = 0 et C = 1.

Si E et M valent 8 et 9, A vaut au plus 7. Mais 7 ne convient pas car on aurait alors A > S d'où une retenue.

Si E et M valent 7 et 9, A vaut au plus 6. Mais 6 ne convient pas car la seule possibilité serait U = 2 et S = 8, or il y a obligatoirement une retenue provenant des dizaines.

Il faut ensuite tester les cas où E et M valent 7 et 8 ou 6 et 9.

Un seul de ces cas conduit à la solution :

9 273 + 6 540 = 15 813,

les valeurs de E et M pouvant permuter, de même que celles de R et T.