CHAMPIONNAT FFJM

PRÉSENTATION :

La Fédération Française des Jeux Mathématiques (F.F.J.M.) offre chaque année aux élèves, collégiens, lycéens, étudiants ou adultes de France ou de nombreux autres pays une compétition exaltante s'étalant sur plusieurs mois : le Championnat des Jeux Mathématiques et Logiques.

Huit catégories, quatre phases successives, des centaines de milliers de concurrents, des centaines de prix de valeur et un maximum d'humour caractérisent ce que les journalistes n'ont pas hésiter à appeler "l'événement le plus astucieux de l'année", et qui a le mérite d'associer scolaires et adultes.

Dans les énigmes du championnat, les situations sont concrètes et l'humour de rigueur. Sont exigés de la logique, de l'astuce, de l'intuition, de l'imagination, de la persévérance, le goût de la recherche, mais pas réellement de connaissances. Au risque de déplaire à quelques puristes, seul le résultat compte. Encore qu'en cas de solution multiple, il faille donner le nombre exact de solutions.

Le championnat hors de France :

Le championnat voit chaque année la participation de concurrents, issus de nombreux pays. Des structures relais organisent demi-finales, finales régionales ou nationales en Belgique, Centrafrique, Italie, Luxembourg, Niger, Pologne, Québec, Russie, Slovaquie, Suisse, Tchad, République Tchèque, Tunisie, Ukraine.

FICHE TECHNIQUE

Historique :

Depuis le premier Championnat, en 1987, patronné par les revues Jeux & Stratégie et Science & Vie, que de chemin parcouru ! La FFJM a été l'un des artisans du renouveau de l'image des mathématiques auprès des élèves et du grand public. Les finales successives ont égrené des noms insolites et prestigieux : Cité des Sciences, École Polytechnique, Sénat, Parc Astérix et aujourd'hui Cité Internationnale Universitaire de Paris.

Le championnat est encore, à sa vingt-cinquième édition, la compétition de référence avec ses trois étapes qui sont autant de fêtes pour les participants et les animateurs de 9 à 99 ans.

Epreuves :

8 catégories :

CE = 3^{e} année de l'école primaire

CM = 2 dernières années du primaire.

Cl = *France* : 6^{e} - 5^{e}, *Belgique* : 6^{e} - primaire - 1re -secondaire ;
Suisse : 6^{e} - 7^{e} ; *Tunisie* : 1re - 2nd secondaire.

C2 = *France* : 4^{e} - 3^{e} ; *Belgique* : 2nd - 3^{e} secondaire ; *Suisse* : 8^{e} - 9^{e} ;
Tunisie : 3^{e} - 4^{e} secondaire.

L1 = *France* : 2nd à terminales ; *Belgique* : 4^{e} à 6^{e} secondaire ;
Suisse : gymnase ; *Tunisie* : 5^{e} à 7^{e} secondaire.
L2 = Deux premières années du supérieur scientifique.
GP = Grand Public (adultes).
HC = Haute Compétition.

Deux modes de participation possibles aux quart de finales :
- Par correspondance.
- Dans les établissements scolaires.

Compétition :
Quarts de finale (décembre). Demi-finales régionales (mars).
Finale internationale et Concours parallèle open (fin Août).

Partenaires :
Casio, Tangente, Éditions Vuibert, Jeunesses Scientifiques (Belgique), Encyclopédia Universalis.

Contacts :

FRANCE : F.F.J.M.
8 rue Bouilloux-Lafont
75015 PARIS
Tél : 01 44 26 08 37
Fax : 09 72 11 05 52

BELGIQUE : F.F.J.M. Belgique
Clos de la Quièvre 22
B-7700 MOUSCRON
Tél-Fax : 32 (0) 56 33 14 53

SUISSE : F.S.J.M.
Philippe Dony et Christian Pralong
Établissement Secondaire de Prilly
CH 1008 PRILLY

ITALIE :
Angelo Guerraggio
Centro PRISTEM
Università Bocconi,
Viale Isonzo, 7
20100 Milano ITALIE

NIGER : A.N.J.M,
Mamane Voube
BP 13180, NIAMEY
Tél : (227) 74 10 64

QUÉBEC
Frédéric Gourdeau, Département de Mathématiques et de Statistique,
Université Laval,
QUEBEC G1K7P4

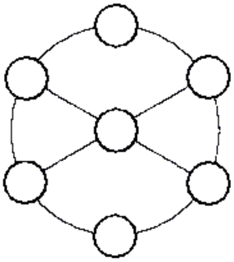
POLOGNE : F.P.J.M,
R. Rabczuk
H. Steinhaus Center
Politec. Wroclawska
50-370 WROCLAW
Tél : (48) 71320 25 23

TUNISIE : A.T.S.M.,
Bechir Kachoukh
43, rue de la Liberté
219 Le Bardo
Tél : (216) 1261455

UKRAINE
Union des Jeunes Mathématiciens

La roue magique

Enoncé :



Les cases de la roue ci-dessus contenaient les nombres de 1 à 7. Cette roue était « magique », c'est-à-dire que la somme des nombres inscrits dans chaque groupe de trois cases alignées était toujours la même.

Quel nombre était inscrit dans la case centrale ?

Domaine de compétence (selon le niveau scolaire) :
arithmétique, divisibilité, congruences

Analyse de la tâche :

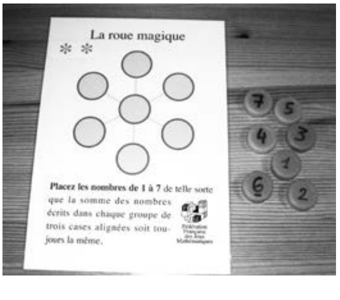
• Constater que la somme de deux nombres placés aux extrémités d'un même diamètre doit être constante et que cette somme est égale au tiers de la somme des nombres de 1 à 7 diminuée de la valeur du nombre central.

• Le nombre central c doit donc être tel que (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) – c soit divisible par 3. On en déduit que c doit être congru à 1 modulo 3, d'où trois candidats pour le nombre central : 1, 4 et 7.

• Il faut bien sûr ensuite vérifier que ces valeurs conduisent effectivement à des solutions existantes.

Prolongements et commentaires :

Cet énoncé a fait l'objet d'une réalisation sous la forme d'un jeu plastifié utilisé dans des animations (voir photo). L'objectif est ici de poser les sept pions en respectant la condition d'égalité des sommes sur les trois alignements, deux solutions qui ont le même nombre central sont considérées comme identiques.



Nous avons pu ainsi observer les stratégies de résolution du jeu par divers publics, depuis les élèves de l'école élémentaire jusqu'aux adultes de tous âges, y compris des membres d'un club de personnes âgées dont la moyenne d'âge était supérieure à 75 ans.

Une première remarque est que généralement, très peu de gens ressentent la nécessité, une fois une solution découverte, de se demander si la solution trouvée est unique, et dans la négative de déterminer l'ensemble des solutions.

Les stratégies observées :

• Une première stratégie observée aussi bien chez des petits que chez des « grands » (sauf peut-être chez les lycéens qui essaient d'analyser le jeu avant de poser des pions) consiste à poser des pions « un peu au hasard ».
Certains mettent n'importe quel pion au centre, mais beaucoup mettent le « 1 » (premier nombre de la suite). Beaucoup continuent en plaçant le « 2 » et le « 3 » sur un même diamètre, puis réalisent que les nombres restants sont trop grands pour permettre de réaliser la somme « 6 » sur les autres diamètres, d'où la nécessité « d'équilibrer » ...

• Une deuxième stratégie consiste à poser un pion quelconque au centre (par chance, c'est souvent le « 1 », qui conduit à une solution ; parfois le choix est moins heureux lorsque le joueur pose le « 2 », le « 3 », le « 5 » ou le « 6 » au centre). Le joueur cherche ensuite à « équilibrer » les pions restants en les répartissant en trois ensembles des deux pions de sommes égales. Il découvre parfois que c'est impossible s'il avait posé au centre un nombre autre que 1, 4 ou 7, et doit alors changer ce nombre central.

• Une troisième stratégie, observée plus rarement, consiste à additionner les nombres de 1 à 7 (le total est 28) puis à se demander quel nombre peut être placé au centre de façon que la somme des six nombres restants soit divisible par 3. Cette stratégie conduit à explorer l'ensemble des solutions et à les trouver toutes.

Une propriété est intéressante à observer : la dualité.
A partir d'une solution donnée, en remplaçant chaque nombre par son complément à 8, on obtient une solution duale, la solution avec « 4 » au centre étant « autoduale ».

Magie des différences

	3		
	1		
16		15	

Complétez ce carré de telle sorte qu'il contienne les nombres de 1 à 16, et que la somme des différences successives, prises en valeurs absolues, des nombres écrits sur une même ligne, une même colonne, ainsi que sur la diagonale fléchée, soit toujours égale à 12.

Domaines de compétence :
• notion de valeur absolue (naguère étudiée en collège dès la classe de quatrième, aujourd'hui vue seulement en seconde et étudiée en tant que fonction en première).
• raisonnements basés sur la parité

Analyse de la tâche :
• Constater que dans une même rangée (ligne ou colonne), il y a obligatoirement un nombre pair de changements de parité (une somme ne peut être paire que si elle contient un nombre pair de termes impairs). Les deux nombres situés aux extrémités d'un même rangée sont donc de même parité **(règle 1)**.

• Constater que la différence entre deux nombres d'une même rangée est au plus égale à 12 s'il sont situés aux extrémités, à 11 si un seul est à une extrémité, et à 10 si aucun n'est à une extrémité **(règle 2)**.

Résolution :
• La case du bas de la 2^{e} colonne contient un nombre impair (règle 1). Elle ne peut recevoir qu'un nombre strictement inférieur à 12, sinon la somme des différences de la deuxième colonne serait supérieure à 12. Elle ne peut recevoir un nombre inférieur ou égal à 9, sinon la somme des différences de la ligne du bas serait supérieure à 13. Elle ne peut donc recevoir que le nombre 11. Il en résulte que la dernière case de la ligne du bas contient le nombre 12.

	3		4
	1		2
16	11	15	12

• En vertu de la règle 2, le nombre 2 ne peut être placé ni dans la première colonne, ni dans la diagonale fléchée, ni dans la troisème colonne. Il est donc dans la quatrième colonne (sauf dans la case du haut qui appartient à la diagonale fléchée). Mais 2 ne peut être dans la case juste au-dessus de 12, sinon il faudrait placer 4 dans la case du haut et on ne pourrait compléter la case entre le 2 et le 4 (le 3 étant déjà utilisé). On place ainsi le 2, puis le 4.

• Sur la première ligne, la case entre le 3 et le 4 contient un nombre impair (règle 1 appliquée à la troisième colonne). Parmi les valeurs impaires disponibles, on vérifie que 5 ne convient pas (il faudrait placer en haut à gauche le nombre 12, déjà utilisé), que 9 ne convient pas (il faudrait placer en haut à gauche 2 ou 4, déjà utilisés) et que 13 ne convient pas (la somme des valeurs absolues de la première ligne dépassant 12). La seule valeur possible pour cette case est donc 7 et le nombre 8 vient en haut et à gauche.

8	3	7	4
	1		2
16	11	15	12

• Sur la deuxième ligne, la case entre 1 et 2 ne peut recevoir un nombre supérieur ou égal à 8, sinon la somme des différences sur cette ligne dépasserait 12. Parmi les nombres encore disponibles, seuls 5 et 6 sont à tester. On vérifie que 6 ne convient pas (il faudrait mettre 4, déjà utilisé, sur la première case de cette ligne). C'est donc 5 qui vient dans cette case et 6 dans la première.

8	3	7	4
6	1	5	2
16	11	15	12

• Les nombres disponibles pour remplir la troisième ligne sont 9, 10, 13 et 14. 13 et 14 ne peuvent être placés dans les deuxième et quatrième colonne, sinon les sommes des valeurs absolues dans ces colonnes dépasseraient alors 12. Ils vont donc dans la première et la troisième colonne et ces deux possibilités fournissent deux solutions.

8	3	7	4
6	1	5	2
13	10	14	9
16	11	15	12

8	3	7	4
6	1	5	2
14	9	13	10
16	11	15	12