CHAMPIONNAT DE JEUX MATHÉMATIQUES DU NIGER

PRÉSENTATION

L'Association Nigérienne des Jeux Mathématiques organise le *Championnat annuel de Jeux Mathématiques du Niger*, qui attire plusieurs milliers de participants dont les meilleurs représentent le Niger à la finale internationale des Jeux Mathématiques en France.

Les énoncés parus dans le *Sahel Dimanche* proviennent de sources diverses. Quelques-uns ont été adaptés à partir de problèmes du championnat FFJM, d'autres nous ont été communiqués par des fidèles. Tous ces problèmes ont été sélectionnés par le bureau national de l'ANJM composé de Boubé Mamane, Garba Insa, Djibrilla Harouna, Dakaou Ibrahim, Morou Amidou, René Noudgabé, Amadou Soumaila, Mme Ibrahim Marie, Kimba Abdou Oumarou, Abdoul Aziz Moussa et des présidents des antennes ANJM.

Le bureau national remercie tous les amis de l'ANJM qui ont quitté le Niger dont Pierre Chevrault, Bernard Cuvilier, Pierre Guinamant, tout en saluant la mémoire de Marc Moreau.

L'ANJM est membre du CIJM et a une reconnaissance hors du Niger puisque les revues comme le *Jeune Archimède* et *Tangente* ont consacré des articles à son sujet.

L'ANJM œuvre également dans d'autres directions pour promouvoir les mathématiques ludiques : par exemple, un championnat "des chiffres et let-tres" est organisé chaque année dans les collèges et lycées avec des finales au Centre Culturel Franco-Nigérien sous le haut patronage du Ministre en charge des enseignements secondaire et supérieur.

FICHE TECHNIQUE

Historique :

1989 : Création du championnat du Niger.
1990 : Rubrique régulière de jeux mathématiques dans *Sahel Dimanche*.
1991: Premières éliminatoires grand public par le biais de *Sahel Dimanche*.
A partir de 1992 : organisation annuelle du championnat aux niveaux des collèges, des lycées et du grand public.
Depuis 2005 : organisation annuelle du championnat au niveau du primaire.

Epreuves :

Catégories : 5
Primaire (CM) - Collège (2) - Lycées - Grand Public

Compétitions :

Eliminatoires : dans les établissements primaires, secondaires ou par réponse au *Sahel Dimanche*.
Finales régionales : dans les chefs lieux des régions.
Finale nationale : Qualificative pour la finale internationale.

Partenaires :

Ministère de l'Education Nationale,
Ministère des Enseignements Secondaire et Supérieur, de la Recherche Scientifique,
Institut National de la Statistique,
Centre Culurel Américain,
Coopération Française,
Air Transport, Cominak,Somair, Aréva/Niger, CNSS, ASECNA/Niger, CCFN, SONDEP, Gamma Informatique, Leyma, NIA Assurances.

Contacts :

BOUBE Mamane
Association Nigérienne des Jeux Mathématiques
BP 13 180 Niamey
(Niger)

Enigme n° 1 : Quelle descendance ?

Pour son centième anniversaire, lbrahim a réuni autour de lui ses 100 fils, petits-fils et arrière-petits-fils. Il décide de leur donner toute sa fortune constituée de 300 pièces d'or, de la manière suivante : chaque fils recevra 15 pièces, chaque petit-fils 9 pièces et chaque arrière- petit- fils une pièce.

Sachant que dans sa descendance, il n'y a que des garçons, et que chaque fils, comme chaque petit-fils a eu, soit 4, soit 5 enfants, quel est le nombre d'arrière-petits-fils d'Ibrahim ?

Niveau scolaire :
Pour des élèves du lycée.

Domaine mathématique :
Système d'équations à trois inconnues avec des contraintes.

Solution :
Soit x, y et z, désignant respectivement le nombre de fils, de petits-fils et d'arrière-petits-fils d'Ibrahim. Les données indiquées dans l'énoncé permettent de poser le système de deux équations à trois inconnues suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 100 & (1) \\ 15x + 9y + z = 300 & (2) \end{cases}$$

En soustrayant (1) de (2), on obtient $14x + 8y = 200$, équation qui possède les solutions entières positives suivantes :

$x = 0$; $y = 25$ d'où $z = 75$ (a)

$x = 4$; $y = 18$ d'où $z = 78$ (b)

$x = 8$; $y = 11$ d'où $z = 81$ (c)

$x = 12$; $y = 4$ d'où $z = 84$ (d)

L'indication donnée sur la descendance d'Ibrahim se vérifie par

$$\begin{cases} 4x \leq y \leq 5x \\ \text{et} \\ 4y \leq z \leq 5y \end{cases}$$

Seule la solution (b) vérifie donc cette double inégalité.

Le nombre des arrière-petits-fils d'Ibrahim est donc 78.

Commentaires
On pourrait résoudre le système précédent en fonction de l'inconnue z.

On trouve ainsi que $$\begin{cases} x = \frac{4}{3}z - 100 \\ y = 200 - \frac{7}{3}z \end{cases} \quad \text{(S)}$$

L'indication donnée sur la descendance d'Ibrahim par rapport au fils et au petit-fils se traduit par $$4x \leq y \leq 5x \;\cdot$$

On obtient ainsi un encadrement de z en utilisant les résultats du système (S). D'où $$\frac{2100}{27} \leq z \leq \frac{1800}{23}$$

et par suite : $z = 78$.

Le nombre des arrière-petits-fils d'Ibrahim est donc 78.

Enigme n° 2 : le numéro de la voiture

En se promenant en ville, trois étudiants ont remarqué que le conducteur d'une voiture avait enfreint le code de la route. Aucun n'a retenu le numéro à quatre chiffres de la plaque minéralogique de la voiture. Chacun d'eux se souvient par contre d'une particularité de ce nombre. L'un d'eux se rappelle que ses deux premiers chiffres étaient identiques, un autre que les deux derniers chiffres étaient également identiques ; enfin, le troisième affirme que ce nombre était un carré parfait.

Pouvez-vous retrouver le numéro de la voiture ?

Niveau scolaire :
Pour des élèves du lycée.

Domaine mathématique :
Arithmétique.

Solution :

Le numéro de la voiture s'écrit donc ***aabb***, où *a* et *b* représentent les chiffres. De surcroît, ce nombre ***aabb*** est un carré parfait.

Successivement, on a :

$$aabb = a \times 11 \times 100 + b \times 11$$

$$aabb = 11 \times (100a + b)$$

$$aabb = 11 \times [(99 + 1)a + b)]$$

$$aabb = 11 \times (99a + a + b)$$

Nécessairement, comme ***aabb*** est un carré parfait et qu'il contient le facteur premier 11, sa décomposition en un produit de facteurs premiers contient un nombre pair de facteurs 11, autrement dit : ($99a + a + b$) est divisible par 11, par suite $a + b$ est lui-même divisible par 11.

Comme *a* et *b* sont des chiffres, on a alors $0 \leq a + b \leq 18$.

Et par suite, soit $a + b = 0$, soit $a + b = 11$ (car 0 et 11 sont les seuls multiples de 11 compris entre 0 et 18).

$a + b = 0$ conduit à : $a = b = 0$ (ce qui est peu absurde car les trois étudiants auraient pu facilement retenir un tel numéro de véhicule !).

Donc $a + b = 11$ et par suite, nécessairement, (a, b) est à prendre parmi les couples suivants : (2 ; 9), (3 ; 8), (4 ; 7), (5 ; 6), (6 ; 5), (7 ; 4), (8 ; 3), (9 ; 2) car ***a*** et ***b*** sont des chiffres.

Finalement, comme $99\,a + 11 = 11 \times (9a + 1)$, on a alors:

$$\boldsymbol{aabb} = 11^2 \times (9a + 1).$$

Mais encore, faut-il que $(9a + 1)$ soit un carré parfait, d'où $\boldsymbol{a = 7}$ et, par suite $\boldsymbol{b = 4}$.
Ainsi donc, $\boldsymbol{aabb} = 11^2 \times 8^2$, c'est-à-dire encore : $\boldsymbol{aabb = 7744}$
Seuls les chiffres $\boldsymbol{a = 7}$ et $\boldsymbol{b = 4}$ conviennent.

Le numéro de la voiture était 7744.

Autre solution
Supposons que le chiffre des dizaines soit impair. D'où celui des unités est aussi impair. Impossible car les chiffres des unités et des dizaines pour un carré ne sont pas simultanément impairs.

De plus, un carré parfait étant toujours terminé par 0 ; 1; 4 ; 5 ; 6 et 9, on déduit que les valeurs possibles de b sont 0 ; 4 et 6.

- Si $\boldsymbol{b = 6}$, alors le chiffre des unités et des dizaines sont égaux à 6. Impossible car un carré parfait terminé par 6 a pour chiffre des dizaines, un chiffre impair.

- Si $\boldsymbol{b = 0}$, alors le nombre serait $aa00$ qui est égal à $11(99a + a)$. Comme, pour avoir un carré parfait, le nombre $99a + a$ doit être divisible par 11, on déduit que le chiffre a divisible par 11, et par suite $a = 0$. Ce qui est absurde car les trois étudiants auraient pu facilement retenir un tel numéro de véhicule.

- Si $\boldsymbol{b = 4}$, le nombre serait $aa44$ qui est égal à $11(99a + a + 4)$. Comme, pour avoir un carré parfait, le nombre $99a$ + a + 4 doit être divisible par 11, c'est-à-dire $a + 4$ divisible par 11. On déduit alors que $\boldsymbol{a = 7}$.

Le numéro de la voiture était 7744.