CHASSE AU TRESOR

PRESENTATION :

La Chasse au Trésor des Jeux Mathématiques est une compétition se déroulant tous les ans pendant la semaine de la fête de la science. Elle se déroule en deux étapes et porte chaque année sur un thème particulier tel que l'Europe, l'astronomie, la biodiversité ou encore la chimie. La première étape a lieu sur internet et est composée d'une trentaine d'énigmes de niveau progressif dont les premières sont abordables à partir de 11 ans. La seconde étape quant à elle prend place à Paris le dimanche qui achève la semaine de la première étape, les candidats suivent alors un parcours qu'ils doivent déterminer au fil des énigmes qu'ils rencontrent. Les deux étapes donnent lieu à des classements séparés.

FICHE TECHNIQUE :

Année de création :
2008

Organisateur :
Les amis des jeux mathématiques.

Fréquence :
Tous les ans, une semaine en octobre.

Public :
À partir de 11 ans.

Prix :
Gratuit.

Participation :
En 2010, 1200 candidats sur internet et 60 sur Paris.

2010 en Mésopotamie

Marco, qui vient d'apprendre la numération babylonienne, a écrit le nombre 2010 et l'a envoyé à son frère Polo. Ce dernier, ne comprenant pas, crut à un appel à l'aide et renvoya un message à son frère qui fut très surpris de recevoir comme réponse les nombres 5500, 5650, 13 et 8700876670.

Qu'a voulu dire Polo ?

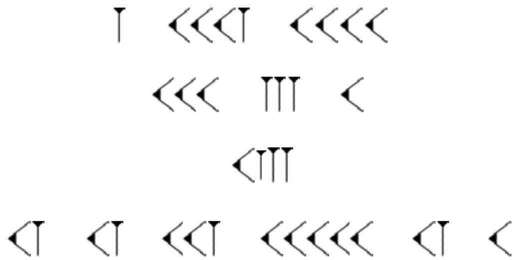
Solution :
Cette énigme nécessite à la fois de la réflexion et des recherches. Bien sûr, pour pouvoir espérer la résoudre, il est nécessaire dans un premier temps d'en savoir un peu plus sur la numérotation babylonienne.

Les babylonien utilisaient deux symboles pour noter leurs nombre. Le premier,  , avait une valeur d'une unité et le second,  , valait dix. De 1 à 59, les babyloniens écrivaient les nombres en juxtaposant simplement ces deux symboles, par exemple, 23 s'écrivait 
Puis à partir de 60, ils utilisaient une numération positionnelle en base 60. Ainsi, le nombre $4352=1 \times 60^2 + 12 \times 60 + 32$ s'écrivait :

Revenons à l'énigme pour savoir ce qu'à écrit Marco, décomposons 2010 en base 60 : $2010 = 33 \times 60 + 30$. En babylonien ce nombre s'écrit donc :

Pourquoi Polo a-t-il alors cru à un appel au secours ? Simplement car il ne connaît pas le babylonien, mais en revanche il connait le morse, langage dans lequel S.0.S. s'écrit • • • – – – • • • , c'est-à-dire de la même façon que 2010 en babylonien pour peu que l'on remplace les points par des  et les traits par des  . Pour comprendre sa réponse, il faut donc faire la conversion de sa réponse dans l'autre sens.

Marco a cru recevoir les nombres 5500, 5650, 13 et 8700876670 en babylonien. Il a donc reçu les écritures suivantes :



En transposant cela en traits et points, on obtient :

− •• • −• •••

−••• −−− −•

•−−−

•− •−• •−• •• •••− •

Il reste alors à traduire ce message à l'aide d'un alphabet morse pour trouver le message de Polo : "Tiens bon, j'arrive".

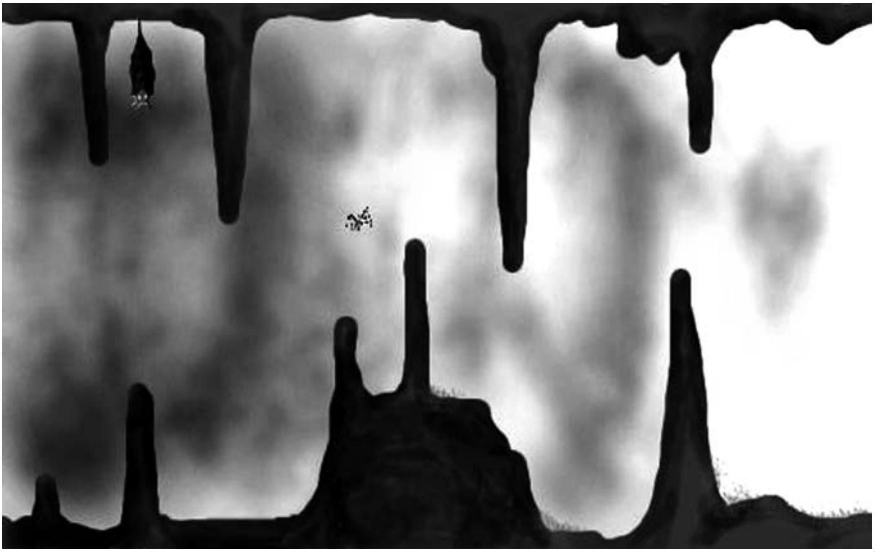
Indications pédagogiques :

Voilà une énigme qu'il peut être intéressant de poser à des élèves. Elle leur demande tour à tour d'effectuer des recherches sur internet, de comprendre le fonctionnement d'un système de numération différent de celui auquel ils sont habitués, de réfléchir au sens de la question posée, de partager des idées en groupe (car si tout le monde dans une classe ne connaît pas le morse, il y en aura à coup sûr un ou deux qui reconnaîtront le codage d'un S.O.S.), de transcrire un code en un autre, puis de le décoder par tâtonnement car le déchiffrage du morse n'est pas systématique et demande des essais.

L'énigme pourra par exemple être donnée aux élèves pour commencer à y réfléchir à la maison avec l'aide d'internet, avant de mettre en commun les informations obtenues par chacun au cours suivant.

Cela peut également être l'occasion pour le professeur d'effectuer quelques digressions sur les mathématiques babyloniennes et l'histoire des maths, domaine hélas trop peu considéré par les programmes scolaires.

La chauve-souris



Aidez la chauve-souris à trouver son chemin à travers sa grotte.

Dans cette énigme posée sur internet, les candidats devaient proposer une fonction dont la chauve-souris suivait le graphe. Il fallait que la chauve-souris se rendent du côté gauche au côté droit de la grotte sans se cogner dans les stalactites et les stalagmites. Par ailleurs, la fonction ne devait être exprimée qu'en fonction de la variable x, de nombres et des quatre opérations.

Solution et indications pédagogiques :
En classe, ce type de problème peut être utilisé pour faire travailler les élèves avec les fonctions de façon plus informelle. Sur le même modèle, on peut imaginer différents problèmes de niveau progressif pour lesquels une droite suffira, puis une parabole et ainsi de suite en augmentant la difficulté en ajoutant des stalagmites et des stalactites. Le professeur pourra tracer les différents profils de grotte au tableau avec l'indication de la position des obstacles et leur taille. Les élèves pourront alors chercher, avec ou sans leur calculatrice, à construire une fonction adéquate.

La première chose que les élèves devront remarquer, c'est que la présence d'une stalagmite ou d'une stalactite équivalent respectivement à une condition du type $f(a) > b$ ou $f(a) < b$.

Niveau 1, une fonction affine. En plaçant les stalagmites et stalactites de telle façon qu'une droite puisse résoudre le problème, les élèves peuvent réfléchir à la signification du coefficient directeur (est-il positif ou négatif si la chauve-souris monte ou descend ? sa valeur absolue est-elle grande ou petite selon la raideur de la pente ?) et de l'ordonnée à l'origine qui correspond à la hauteur à laquelle la chauve-souris commence son vol.

Niveau 2, une parabole. Si on place maintenant, les stalagmites et stalactites de façon à ce qu'une droite ne puisse pas passer mais qu'une parabole suffise. Les élèves vont commencer par tâtonner sur le dessin, puis, une fois qu'ils auront trouvé graphiquement quelle doit être la trajectoire approximative de la chauve-souris, ils vont devoir mettre ça en équation. En partant de la parabole standard d'équation $y = x^2$, comment la déplacer horizontalement et verticalement ? Et comment l'aplatir ou l'étirer pour la faire passer entre les obstacles ? Les élèves pourront alors découvrir que la forme la plus adaptée d'une équation du second degré pour répondre à ces questions est la forme canonique $y = a\,(x - b)^2 + c$. En effet, partant de $y = x^2$, on déplace la courbe d'une distance b en remplaçant x par $x - b$, on trouve donc la courbe $y = (x - b)^2$. Puis en multipliant par une constante a, on aplatit ou étire la courbe pour lui donner la forme souhaitée, et si a est négatif, on réoriente la concavité de la courbe vers le bas. Enfin, en ajoutant la constante c, on place la courbe à la hauteur souhaitée.

Niveau 3, le cas général. La question est maintenant "***peut-on trouver une méthode générale qui permette de faire passer la chauve souris quel que soit la position des stalagmites et stalactites ?*** " On peut alors demander aux élèves de regarder à qui ressemblent les courbes d'équations $y = a /(x - b)^2 + c$ en fonction des valeurs de a, b et c. Si c est positif, il s'agit alors simplement d'une "bosse" dont la position, la hauteur et l'étroitesse peuvent être réglées en jouant sur les trois constantes comme dans le cas de la parabole. Ainsi, pour faire passer la chauve-souris à travers un décors quelconque, il suffit de lui faire suivre une courbe d'équation $y = x_0+f_1 (x) + f_2 (x) + \ldots$ où les fonctions $f_1, f_2,\ldots$ sont simplement des bosses qui lui permettent de sauter les obstacles qu'elle rencontrerait sur son parcours si elle se contentait de rester à la hauteur constante x_0.