

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



PRÉSENTATION

En 2011, le Kangourou des mathématiques fête ses vingt ans.

Après avoir, le siècle dernier, dépassé le demi-million de participants, il fait, depuis 10 ans en France, jouer avec les mathématiques et réfléchir entre 300 000 et 400 000 jeunes tous les ans.

Avec *Kangourou Sans Frontières*, association créée par André Deledicq, prix d'Alembert 1994 et prix Erdős 2004, ce sont 6 millions d'élèves du monde entier qui, chaque année, concourent le même jour quasiment à la même heure.

FICHE TECHNIQUE

Epreuves :

Les questions Kangourou sont choisies tous les ans, lors de journées internationales, par les représentant(e)s d'une cinquantaine de pays, connu(e)s pour leur implication dans la formation scientifique, esthétique et ludique, des jeunes ; elles sont à la fois proches des programmes de mathématiques et porteuses de sens.

Le Kangourou est un jeu-concours pour tous les élèves :

. Depuis plusieurs années, tous ceux qui répondent juste aux 8 premières questions (les plus faciles ; voyez, en exemple ci-après, les questions 1 à 3) reçoivent un livre (en 2010, *45 bluffs logiques et amusants* de Pierre Berloquin ou *Les récréations mathématiques* de Jacques Ozanam, deuxième classique Kangourou après *La géométrie* de Descartes).

. Les meilleurs élèves sont départagés par les 16 questions suivantes (voyez, en exemple ci-après, les questions 4 à 8) ou par les 2 questions subsidiaires (voyez, en exemple ci-après, les questions 9 et 10). Tous les ans début juin, lors d'un week-end de compétition conviviale, les dix meilleurs élèves de chaque classe participent aux *Trophées Kangourou*.

En fait, les élèves croient participer à un jeu-concours ... Certains (une centaine) gagnent effectivement un voyage, beaucoup (un sur 5) gagnent des jeux, des livres ou des cd-roms, mais tous reçoivent un magazine qui les initie à une culture mathématique plaisante et intelligente.

Compétitions :

Le kangourou a toujours lieu, partout, le troisième jeudi du mois de mars.

Cinq réponses sont proposées au choix, une seule d'entre elles étant juste.

A partir de 2011, tous les niveaux de classe peuvent jouer du CP à bac + 1.

Il y a 7 sujets différents, en particulier un sujet adapté pour les lycées pro, mais il y a un classement par niveau.

Contacts :

12 rue de l'épée de bois

www.mathkang.org

Voici 10 questions sorties du Kangourou 2010

Trois questions faciles ...

1.

Quand j'étais petit, je n'étais pas bien grand. Je mesurais alors 99 centimètres. Et les gens disaient : "Il est haut comme 3 pommes " Aujourd'hui je mesure 1,65 m.

De combien de pommes suis-je haut ?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2.

L'ascenseur met 6 secondes pour aller du 1^{er} au 3^e étage.

Combien de secondes met-il pour aller du 1^{er} au 6^e étage ?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 18

3.

Combien de droites faut-il tracer au minimum pour partager le plan en exactement 3 régions ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) il n'est pas possible de partager le plan en exactement 3 régions avec des droites.

Cinq questions raisonnables ...

4.

Trois mardis d'un même mois sont tombés sur des jours pairs.

Quel jour de la semaine est le 21 de ce mois ?

- A) mercredi B) jeudi C) vendredi D) samedi E) dimanche

5.

Un professeur dit que le produit de son âge par celui de son père vaut 2010.

Quel est l'âge du professeur ?

- A) 20 ans B) 21 ans C) 30 ans D) 57 ans E) 67 ans

6.

Sur un parking de supermarché, se trouvent deux lignes de chariots bien rangés. La première ligne, de 10 chariots, mesure 2,9 mètres de long. La seconde, de 20 chariots, mesure 4,9 mètres de long.

Quelle est la longueur d'un chariot ?



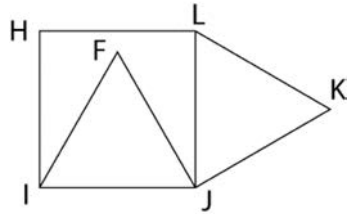
- A) 0,8 m B) 1 m C) 1,1 m D) 1,2 m E) 1,4 m

7.

$HILJ$ est un carré.

Les triangles IJF et JKL sont équilatéraux.

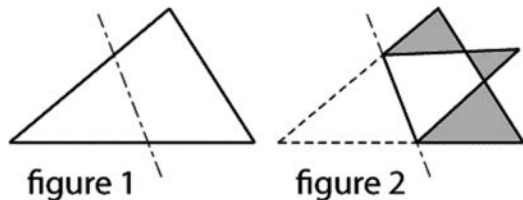
Si $IJ = 1$, combien vaut FK ?



- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}/2$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5} - 1$ E) $\sqrt{6} - 1$

8.

Un triangle est plié le long de la ligne pointillée, comme le montre la figure 1. L'aire du triangle est 1,5 fois plus grande que l'aire de la figure obtenue après pliage.



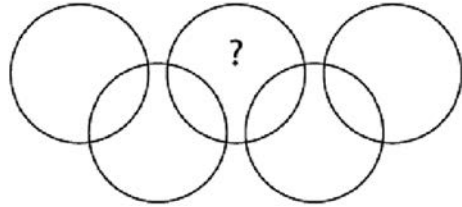
Sachant que l'aire grisée (figure 2) vaut 1, quelle est l'aire du triangle de départ ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) impossible à déterminer

Deux questions difficiles ...

9.

L'intérieur de cette figure comporte neuf zones. On écrit les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (un par zone) de telle sorte que, dans chaque cercle, la somme des nombres soit 11.

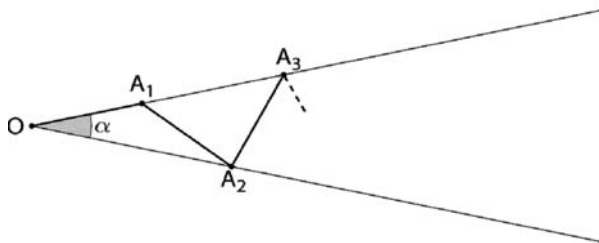


Quel est le nombre inscrit dans la zone marquée d'un point d'interrogation ?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10.

On zigzague entre deux demi-droites en traçant des segments égaux comme indiqué par la figure (d'abord $[OA_1]$ sur un côté d'un angle, puis $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, alternativement sur chacun des côtés).



Si l'angle α mesure 13° , quel est le nombre maximum de segments qu'on peut construire sans qu'aucun ne recoupe un précédent ?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) pas de maximum

Solutions et commentaires

1.

Réponse B

On sait que 3 pommes mesurent 99 cm.

Une pomme mesure donc 33 cm et 165 cm est la hauteur de 5 pommes ($5 \times 33 = 165$).

2.

Réponse D

L'ascenseur met 3 secondes par étage donc 15 secondes pour les 5 étages séparant le 1^{er} du 6^e.

Si la question 1 est un exercice sur la proportionnalité, à condition de le lire avec l'humour qui s'impose, la question 2 en est un piège classique tout à fait joli...

3.

Réponse B

On ne pense pas tout de suite à des droites qui ne se coupent pas forcément ; ouvrir son imagination, c'est aussi cela les mathématiques.

Deux droites parallèles suffisent pour partager le plan en exactement 3 régions.

4.

Réponse E

La logique et le calcul modulo 7 sont au rendez-vous de ce classique des réunions de famille.

On remarque tout d'abord que, si un mardi est un jour pair, le mardi suivant est un jour impair. Pour avoir 3 mardis pairs un même mois, il faut que le mois contienne 5 mardis ; le premier et le dernier sont séparés de 28 jours ; ils ne peuvent être que le 2 et le 30.

Le 23 est alors aussi un mardi et le 21 est un dimanche.

5.

Réponse C

Si l'arithmétique simple est à la base de l'exhibition de solutions candidates, c'est le bon sens qui décide de l'adéquation de la solution au réel problème posé.

Voici toutes les décompositions de 2010 en produit de 2 facteurs entiers :
 $2010 = 2010 \times 1 = 1005 \times 2 = 670 \times 3 = 402 \times 5 = 335 \times 6 = 201 \times 10 = 134 \times 15 = 67 \times 30$
Le seul de ces produits compatible avec des âges est 67×30 .
Le professeur a donc 30 ans (et son père 67).

6.

Réponse C.

Comme beaucoup de problèmes pratiques posés par la vie de tous les jours, en voici un qui réclame une bonne intelligence de sa mise en équation : il y a plusieurs choix possibles pour les deux variables à manipuler. Il est très intéressant de comparer les choix des divers élèves.

Appelons x la longueur, en mètres, de l'arrière d'un chariot (partie qui dépasse d'un chariot rangé dans un autre) et y celle de l'avant (partie encastrée dans le chariot précédent).

On a : $10x + y = 2,9$

et $20x + y = 4,9$.

Donc : $x = 0,2$ et $y = 0,9$.

La longueur d'un chariot est $x + y$, soit 1,1 m.

7.

Réponse A

La question peut paraître difficile et on peut y sécher quelque temps. Cependant, comme souvent, l'intervention de la bonne transformation géométrique rend les choses d'une simplicité d'aurore du monde : que la rotation de centre J d'angle 90° soit ! Il s'agit d'un très bon exercice pour faire échanger et discuter les diverses rédactions de solutions.

Le triangle FJK est isocèle ($FJ = JK = 1$) et rectangle car l'angle en J est un assemblage d'un angle de 30° et d'un angle de 60° .

On a donc $FK = \sqrt{2}$.

8.

Réponse B

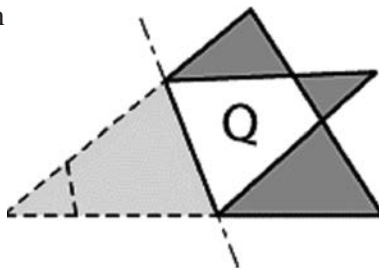
Encore un joli problème que l'on doit prendre du bon côté. Le tout est de bien choisir son inconnue et de s'en contenter. Comme plus haut, la comparaison discutée des solutions d'élèves ou de groupes d'élèves est particulièrement féconde.

Si Q est l'aire du quadrilatère blanc, l'aire du polygone à 7 côtés obtenu après pliage est $Q + 1$ (donnée de l'énoncé). L'aire du triangle de départ est $Q + 1 + Q$ soit $2Q + 1$. La relation sur les aires donne :

$$2Q + 1 = 1,5 \times (Q + 1).$$

D'où $0,5 \times Q = 0,5$ et $Q = 1$.

L'aire du triangle de départ vaut 3.



9.

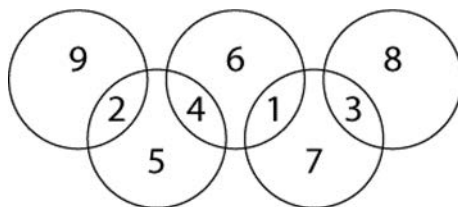
Réponse : 6

L'analyse du problème devient ici difficile et réclame une bonne habitude de promenade dans (et hors) les sentiers mathématiques, afin d'extraire rapidement les éléments significatifs du paysage.

Ici il y a deux disques contenant 2 chiffres et trois disques en contenant 3 ; l'examen de toutes les décompositions en 2 ou 3 nombres du nombre commun 11 est déterminante pour placer déjà 9 et 2.

Ensuite, on est aidé par le fait que la somme de 6 nombres doit valoir 22, alors que la somme $1+2+3+4+5+6$ vaut déjà 21. La solution n'est alors pas loin !

Seule configuration possible (à une symétrie près) :



Le nombre 11 peut être soit la somme de 2 nombres de 1 chiffre ($9 + 2$, $8 + 3$, $7 + 4$, $6 + 5$), soit la somme de 3 nombres de 1 chiffre ($1 + 2 + 8$, $1 + 3 + 7$, $1 + 4 + 6$, $2 + 3 + 6$, $2 + 4 + 5$).

Le nombre 9 n'intervient que dans une somme qui a 2 nombres ; les nombres du premier disque sont donc 9 et 2.

Les six nombres dans les deux cercles du bas ont pour somme 22. Or la somme des cinq premiers nombres, $1 + 2 + 3 + 4 + 5$, vaut déjà 15.

La seule manière d'obtenir 22 avec six nombres différents est :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7.$$

9 et 2 étant déjà placés, alors 8 est nécessairement avec 3 dans l'autre cercle ne comprenant que deux nombres.

Seul reste 6 pour être à la place du point d'interrogation.

10.

Réponse : 7

Comme souvent en mathématiques (mais le sait-on assez ?), la compréhension du processus de tracé passe par l'expérience : faites une figure ! Et la lumière viendra... Ou, en tout cas, une partie de la lumière.

Les triangles successifs OA_1A_2 , $A_1A_2A_3$, $A_2A_3A_4$... sont isocèles et leurs angles à la base sont successivement α , 2α , 3α , etc. (Propriété du triangle utilisée : le supplémentaire de l'angle d'un triangle vaut la somme des deux autres.)

La construction cesse d'être possible (sans recouper le segment précédent) à la première valeur de n telle que $n\alpha$ dépasse 90° . (Le point qui suivrait, A_8 dans la figure ci-dessous, serait en effet entre A_6 et A_4 , et le processus de tracé ferait revenir vers O.)

Le premier n tel que $13n > 90$ est 7.

On pourra dessiner 6 triangles, le dernier étant $A_5A_6A_7$, ce qui donne 7 segments tracés dans le processus du zigzag.

