RALLYE MATHÉMATIQUE DE BRUXELLES

PRÉSENTATION

Le rallye est destiné aux élèves de 1re et 2nd secondaire de l'enseignement belge (ce qui équivaut aux classes de 5e et 4e de collège en France).
Chaque classe a une heure pour résoudre collectivement cinq énigmes, présentées autour d'un sujet donné.
Les meilleures classes sont sélectionnées pour la finale, où elles doivent cette fois résoudre successivement quatre énigmes.

FICHE TECHNIQUE

Historique :
Ce Rallye Mathématique a été organisé pour la première fois en 2003, avec la collaboration du Rallye mathématique de Toulouse. Il a pris par la suite son indépendance. Sa particularité est d'être proposé à la fois à des écoles néerlandophones et francophones. Depuis 2007, l'une des cinq énigmes du rallye est proposée dans l'autre langue à chacun des groupes. Il rassemble actuellement plus de 2 000 élèves.

Partenaires :
- Haute Ecole Francisco Ferrer,
- Unité d'Enseignement et de Recherche "Mathématiques appliquées
- Ville de Bruxelles
- IREM de Bruxelles
- Texas Instruments

Epreuves :
Par classe (5e et 4e).
Enigmes proposées sous forme ludique sur un thème donné (Fibonacci, Labyrinthes, BD…) pour susciter l'intérêt et l'envie de chercher.

Compétition :
Eliminatoires : en février - mars (une heure durant le temps scolaire)
Finale : en avril - mai à la Haute Ecole Francisco Ferrer.

Contacts :
Daniel Justens : *daniel.justens@he-ferrer.eu*
Joëlle Lamon : *joellelamon@yahoo.fr*
Guy Ernst : *guy.ernst@scarlet.be*

AUTOUR DU LABYRINTHE

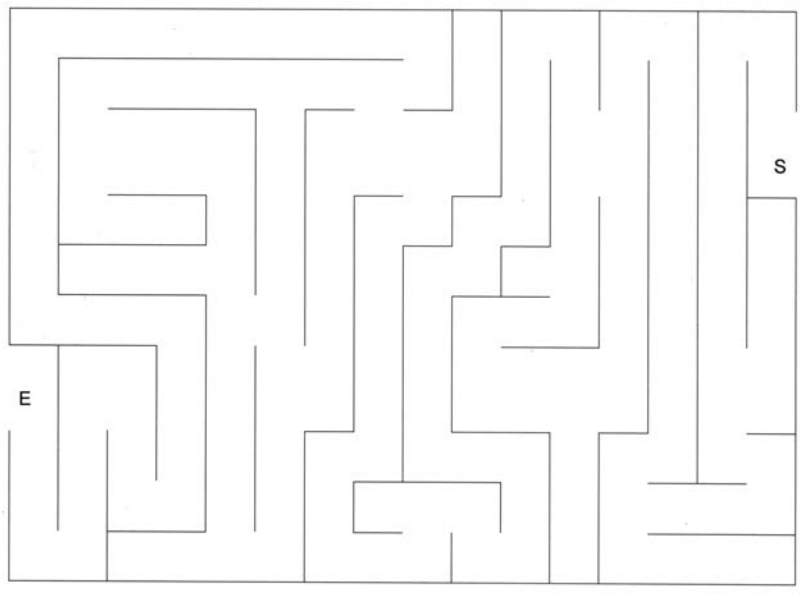
Question 1 : comprendre la labyméthode

Une méthode pour trouver à coup sûr la sortie d'un labyrinthe comportant une seule entrée et une seule sortie a été proposée vers 1890 par le français Trémaux.

La voici exposée de manière algorithmique :

1. Pour démarrer on prend le chemin qui se trouve le plus à sa droite. Si c'est un cul-de-sac, on revient sur ses pas ; si on arrive à un carrefour, on prend un chemin quelconque non exploré.
2. Si on arrive à un carrefour déjà exploré, on revient sur ses pas.
3. Si on arrive à un carrefour déjà exploré par un chemin parcouru dans l'autre sens, on choisit si possible un chemin non exploré, sinon on choisit un chemin parcouru dans un seul sens.

Pourriez-vous l'illustrer sur le labyrinthe ci-dessous en indiquant clairement à l'aide d'un trait continu comment ce labyrinthe peut être parcouru ?



Et quel est d'après vous le chemin le plus court ?

Choisissez une autre couleur pour le montrer sur le dessin. Expliquez.

Analyse de la question

Domaine : Géométrie : respect de consignes spatiales.

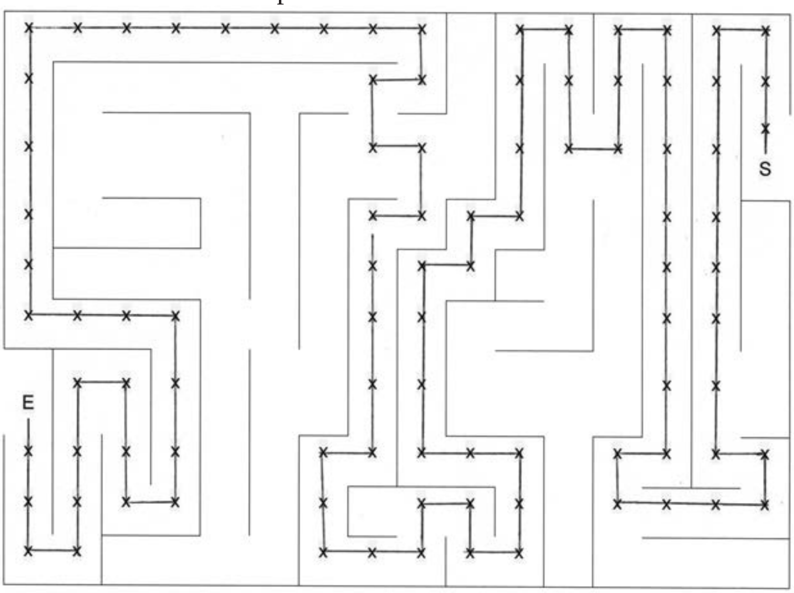
Cette question demande aux élèves d'appliquer graphiquement un procédé expliqué en français. Elle permet de travailler la lecture d'énoncés.
Il est possible de l'exploiter ultérieurement de plusieurs façons : soit par d'autres constructions géométriques expliquées, soit par la rédaction de consignes permettant de refaire une construction, soit encore en restant dans le thème des labyrinthes en cherchant d'autres méthodes, en remarquant qu'elles sont utilisées pour programmer des robots

(voir site ***http://math.umons.ac.be/an/robot08***)

Elle peut aussi être le point de départ à une recherche sur les labyrinthes (ou dédales) construits pour empêcher l'utilisation de certaines méthodes comme celle qui consiste à longer constamment une paroi, qui n'est plus valide si l'arrivée est située à l'intérieur du labyrinthe par exemple.
Pour information, un site permet de créer des labyrinthes simples de forme variée : ***http://www.echodelta.net/mafalda/mafalda.htm***

Correction et commentaires

Plusieurs solutions satisfaisant la méthode sont possibles avec l'énoncé donné. Voici le chemin le plus court :



Exemples de justifications données par les élèves pour le chemin le plus court :
- il n'y a pas de détour, il n'y a pas de culs-de-sacs (justification exacte)
- c'est le plus court (justification très partielle)
- il faut aller à vol d'oiseau de l'entrée à la sortie (refusé).

Question 2 : sortir du labynombre

Voici un tableau de nombres à parcourir en suivant certaines règles :

→	12	36	18	9	33	11	1	
	6	9	72	36	3	22	33	
	18	24	3	45	15	60	66	
	9	72	2	90	10	120	15	
	36	2	70	5	50	25	75	
	4	32	7	35	450	75	150	
	96	9	63	189	9	144	6	
	32	81	54	27	81	9	108	
	2	27	3	54	18	3	12	→

a) Indiquer un chemin permettant de sortir du labyrinthe sachant que l'on ne peut pas se déplacer en diagonale et qu'on ne peut passer d'un nombre à un autre que si le deuxième est un multiple du premier ou un diviseur impair du premier.
Par exemple, de la case 20, on peut passer à la case 40 (multiple de 20) ou à la case 5 (diviseur impair de 20), mais pas à la case 4 (diviseur pair de 20).

4	20	5
9	40	12

b)Trouver le chemin le plus court possible (et le dessiner dans une autre couleur s'il est différent du chemin précédent) et expliquer pourquoi il est le plus court.

Analyse de la question

Domaine : Arithmétique : multiples et diviseurs.

Cette question est une façon originale d'utiliser les multiples et diviseurs d'un nombre.
La justification du chemin le plus court peut être adaptée aussi pour recomposer des figures complexes en figures plus simples. Elle est un bel exemple d'argument mathématique servant à certifier la réponse trouvée.

Correction et commentaires

En italique, les cases accessibles, en gras le chemin le plus court, qui ne comporte aucun retour en arrière, et est donc constitué de 8 déplacements horizontaux et de 8 déplacements verticaux.

→	***12***	***36***	18	9	33	11	1	
	6	***9***	***72***	*36*	*3*	22	33	
	18	24	***3***	***45***	15	60	66	
	9	72	2	***90***	10	*120*	*15*	
	36	2	*70*	***5***	***50***	*25*	*75*	
	4	32	*7*	*35*	***450***	*75*	*150*	
	96	9	*63*	*189*	***9***	144	6	
	32	81	54	*27*	***81***	***9***	108	
	2	27	3	54	18	***3***	***12***	→

La plupart des erreurs sont dues à l'utilisation de diviseurs pairs.

Exemples de justifications données par les élèves pour le chemin le plus court : il n'y a pas moyen de passer par moins de 15 cases, il n'y a pas de détour, on ne se déplace que vers la droite et vers le bas, c'est le chemin qui se rapproche le plus de la diagonale.

Question 3 : construire un labycercle

Arthur veut construire un labyrinthe circulaire dans son jardin.

Il sera constitué de 5 parois, cercles concentriques de rayons respectifs 1, 2, 3, 4 et 5 m.
Chaque paroi circulaire sera ouverte à n' importe quel endroit sur 1,2 m (à mesurer sur l'arc de cercle) pour permettre un passage.

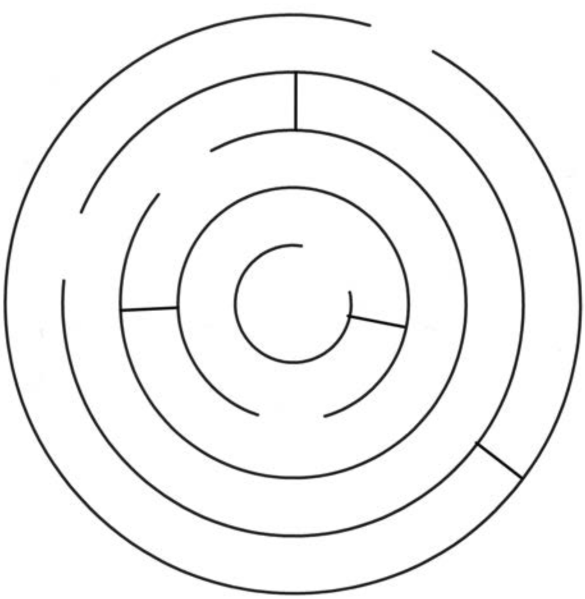
Entre les différents cercles successifs, il décide d'ajouter une paroi la plus courte possible, mais placée n'importe où.

On vous demande :
a) de dessiner sur une feuille séparée, agrafée au questionnaire, un plan possible pour ce labyrinthe à l'échelle 1/50.
b) de calculer la longueur totale des parois à prévoir en précisant votre raisonnement.

Analyse de la question

Domaine : Géométrie : cercles et périmètre, échelles.
Cette question aborde plusieurs sujets et possède donc des prolongements mathématiques multiples : travail sur l'échelle, sur la compréhension d'énoncés, sur la traduction sous forme de schéma, sur la structuration des étapes de la résolution.
Elle peut aussi permettre des développements sur l'histoire des labyrinthes, leurs rôles, leurs traces actuelles, leur présence dans des domaines artistiques variés : arts, littérature, cinéma.
Enfin, elle permet des exploitations plus ludiques : recherche de la sortie pour des labyrinthes originaux (citons par exemple ceux de France de Ranchin ou de Philippe Mignon), jeux actuels,...

Correction et commentaires :
a) Le dessin à tracer est du type suivant (l'emplacement des murs et des passages peut varier).
Les erreurs les plus fréquentes concernent les parois à placer et l'échelle.



b) Recherche de la longueur totale des parois :
Périmètre total des cercles : $2\pi(1+2+3+4+5)\,\mathbf{m} = 30\pi\,\mathbf{m}$
Longueur totale des ouvertures (à retrancher) : 1,2 x 5 m = 6 m
Parois (à ajouter) entre les cercles : 1 x 4 m = 4 m
Longueur totale des parois : $30\pi - 6 + 4 = 30\pi - 2$,
soit environ 92,248 m

Parmi les erreurs, il y a confusion entre périmètre et aire, mélange entre le dessin réel et le dessin à l'échelle, utilisation de 5 parois.

Question 4 : construire un labylibre

On vous demande de construire le labyrinthe le plus original possible avec les contraintes :
1) Le labyrinthe est un hexagone régulier dont chaque côté mesure 8 cm.
2) L'entrée et la sortie sont situées sur des côtés non opposés de cet hexagone.
3) Chaque couloir a 2 cm de large.

Analyse de la question :

Domaine : Géométrie : constructions géométriques, polygones.

Cette question permet aux élèves de laisser libre cours à leur imagination, tout en fournissant un cadre assez strict mais accessible à tous.

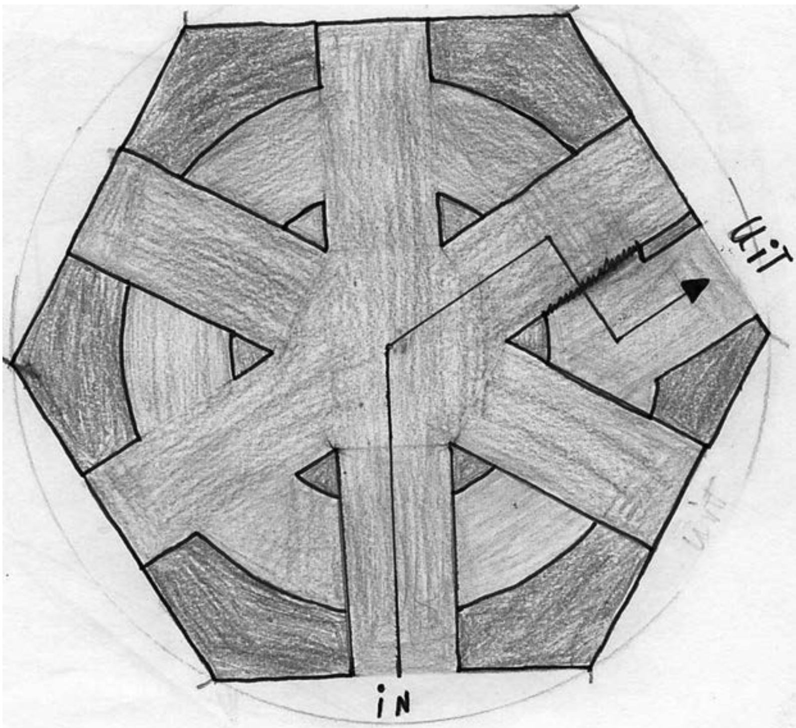
Correction et commentaires :

Les solutions proposées devaient satisfaire les 3 critères (hexagone régulier de 8 cm de côté, *Entrée et Sortie* non opposées, écart de 2 cm entre les côtés d'un couloir).

Les erreurs les plus courantes sont la difficulté de prévoir des couloirs de 2 cm et l'oubli du critère *Entrée et Sortie* non opposées.

Certains élèves ont fait preuve d'une très grande créativité, et cette question semble avoir inspiré un travail allant vraisemblablement au-delà de l'heure limite.

Voici l'une des nombreuses propositions reçues :



Question 5 : sortir du labycube

Sara a construit un immeuble en cubes. Elle l'a ensuite percé de 2 tunnels. Elle a également placé un robot dans le cube noir d'entrée.

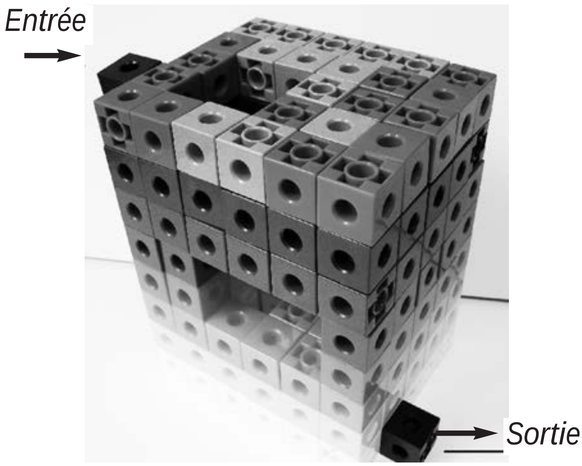
Indiquez au robot le chemin le plus court pour arriver au cube noir de sortie sachant que le robot peut traverser les faces des cubes, mais doit rester à l'intérieur de l'immeuble.

Liste des commandes possibles :

avant/arrière,

haut/bas et

gauche/droite



Analyse et la question :

Domaine : Géométrie : orientation spatiale, algorithme.

Outre la compréhension de la photo, cette question fait également appel à l'orientation spatiale, ce qui rappellera à certains la tortue LOGO, et à d'autres les jeux vidéos où il faut se déplacer dans un espace à 3 dimensions. La confrontation des avis des élèves devrait aider à développer la vue dans l'espace.

Correction et commentaires :

1 x avant + 7 x bas + 1 x droite + 1 x gauche + 4 x avant + 1 x gauche + 1 x droite.

(16 mouvements)

Ici, beaucoup se sont laissés prendre au piège du "trou". Souvent, la dernière commande a été oubliée.

Les élèves ont eu beaucoup de mal à se mettre "à la place du robot".