ASSOCIATION TUNISIENNE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES -A.T.S.M.

PRÉSENTATION

Fondée le 31 Janvier 1968, l'ATSM est membre fondateur depuis 1976 de l'Union Mathématique Africaine et membre depuis 1993 du Comité International des Jeux Mathématiques (C.I.J.M).

FICHE TECHNIQUE

- **Structures :**

Assemblée Générale - Bureau National - Régionales - Bureau National élargi.
Les activités de l'A.T.S.M. s'adressent à toux ceux qui s'intéressent à l'enseignement et à la culture scientifique, un large public de la Maternelle à l'Université, enseignants ou non.

- **Activités :**

L'A.T.S.M. organise annuellement les Journées Nationales, le Concours National de Mathématiques à l'intention des meilleurs élèves de 3e année de la section mathématiques et les phases éliminatoires des Jeux Mathématiques et logiques.

Elle participe régulièrement à Paris à la Finale Internationale des Jeux Mathématiques et Logiques organisée par la F.F.J.M., au Salon Culture et Jeux Mathématiques et à la Coupe inter-régionale Euromath organisés par le C.I.J.M..

Elle participe, en France, chaque année, aux Journées Nationales de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public (A.P.M.E.P.).

Elle participe annuellement aux *Olympiades Internationales ou Africaines de Mathématiques* (I.M.O. , O.P.A.M.). Elle participe au *Kangourou Sans Frontières de Mathématiques* (K.S.F.).

L'A.T.S.M. organise aussi :

- des colloques et des rencontres à l'échelle nationale ou internationale, congrès, écoles d'été ou rencontres.
- des journées de formation sur la culture mathématique et les compétitions.

- **Publications :**
  - Revue *Miftah el Hissab* : bulletin de liaison et d'information à l'intention des adhérents.
  - Revue *Omar El Khayam* : revue spéciale à l'intention des élèves de l'Ecole de base et du Secondaire.
  - Livres d'analyse, d'algèbre, de géométrie et d'arithmétique à l'intention des enseignants et des étudiants.
  - Actes des colloques sur l'Histoire des Mathématiques Magrébines.

- **Contacts :**

Association Tunisienne des Sciences Mathématiques.
43, Rue de la liberté 2019 Le Bardo. Tunisie
B.P 286 Le Bardo 2000. Tunisie
☏et🖷 : **(+216) 71 588 198**

Président de l'A.T.S.M : Taoufik Charrada
☏ : **98446946**
🖰 : **tawfik.charrada@gmail.com**

Les TESTS DE SELECTION

- **Historique :**

L'A.T.S.M organise depuis trois ans un test national, afin de sélectionner des candidats pour les Olympiades Internationales ou Africaines de mathématiques. Une préparation des jeunes lauréats est prise en charge par l'association.

- **Compétition :**

Les élèves concernés par le test sont des élèves de 3ᵉ année secondaire de la section mathématique, sélectionnés par le commissariat régional de l'Éducation .

- **Parrains :**

Ministère de l'Éducation
Revue *Omar El Khayam* de l'A.T.S.M.

- **Épreuves :**

Individuelles
Durée : 3 heures
Contenu et difficulté : les énoncés sont choisis de façon à ce que les candidats puissent mobiliser leurs connaissances et les savoir-faire acquis en secondaire.

TEST PROPOSÉ LE 27 FÉVRIER 2015

Exercice 1

Soit a, b et c trois réels positifs. Montrer les inégalités suivantes :

1) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.

2) $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc\,(a + b + c)$.

- **Domaine mathématique**

Opérations sur des nombres réels, inégalités usuelles.
Il s'agit de mobiliser des techniques opératoires sur les nombres réels en vue de prouver des inégalités.

- **Analyse de l'exercice**

Cet exercice repose sur un résultat trivial connu par des élèves des classes de seconde : pour tous réels $x^2 + y^2 \geq 2xy$

- **Solution**

1) On sait que $a^2 + b^2 \geq 2ab$, $b^2 + c^2 \geq 2bc$ et $a^2 + c^2 \geq 2ac$
Par addition de ces inégalités, on trouve la 1ère inégalité.

2) D'après 1) $a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abbc + bcca + caab = abc(a + b + c)$

Exercice 2

Soit A = 9999...9 (2015 fois le chiffre 9).

Quelle est la somme des chiffres de A^2 ?

- **Domaine mathématique**

Arithmétique : opérations sur les entiers naturels, écriture décimale d'un entier naturel. Il s'agit de mobiliser des techniques opératoires sur les entiers naturels en vue de déterminer la valeur d'une expression numérique.

- **Analyse de l'exercice**

La recherche de la somme des chiffres de A^2 repose sur les écritures
$A=99...9 = 10^{2015} - 1$ et $A^2 = (10^{4030} + 1) - (2 \times 10^{2015} - 1)$.

- **Solution**

$A = 10^{2015} - 1$ et par suite $A^2 = 10^{4030} + 1 - 2 \times 10^{2015}$.
$10^{4030} + 1 = 1000...01$ (4029 fois le chiffre 0) et 2×10^{2015} (2015 fois le chiffre 0).
En posant l'opération, on trouve $A^2 = 1000...01 - 2000...0 =$
$999...9800 \times 00001$ (2014 fois le chiffre 9).

La somme des chiffres de A^2 est donc $2014 \times 9 + 8 + 1 = 18135$.

Exercice 3

> Soient x, y et z trois réels non nuls et distincts deux à deux .
>
> Montrer que si $x + \frac{3}{y} = y + \frac{3}{z} = z + \frac{3}{x} = p$, alors $xyz + 3p = 0$.

- **Domaine mathématique**

Opérations sur des nombres réels.
Il s'agit de mobiliser des techniques opératoires sur les nombres réels en vue de prouver un résultat.

- **Analyse de l'exercice**

Cet exercice ne présente pas de difficultés pour des élèves de secondaire. Le résultat à prouver exige uniquement l'exploitation judicieuse de l'hypothèse $x + \frac{3}{y} = y + \frac{3}{z} = z + \frac{3}{x} = p$ et que les nombres x, y et z jouent le même rôle dans cette hypothèse.

- **Solution**

La condition $x + \frac{3}{y} = y + \frac{3}{z}$ implique que $yz(x - y) = 3(y - z)$ *(1)*

On obtient de la même manière $zx(y - z) = 3(z - x)$ *(2)*

et $xy(z - x) = 3(x - y)$ *(3)*

En multipliant *(1)*, *(2)* et *(3)* on obtient $(xyz)^2 = 27$.

La condition $x + \frac{3}{y} = z + \frac{3}{x} = p$ implique que $py = xy + 3$ et $px = xz + 3$.

D'où $p(x - y) = x(z - y)$ *(1')* et par raison de symétrie :

$p(z - x) = z(y - x)$ *(2')* et $p(z - x) = z(y - x)$ *(3')*.

En multipliant *(1')*, *(2')* et *(3')* on obtient : $p^3 = -(xyz)$

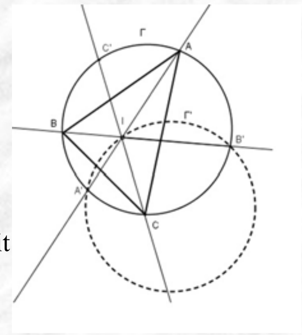
d'où $p^6 = (xyz)^2 = 27$ et par suite $p^2 = 3$ et $xyz = -p^3 = -p^2 \times p = -3p$.

Exercice 4

Dans la figure ci-contre,
ABC est un triangle acutangle
(ses trois angles sont aigus)
et Γ son cercle circonscrit.

Les bissectrices intérieures des angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ coupent le cercle Γ respectivement en A', B' et C'. On désigne par I le point de concours des droites (AA'), (BB') et (CC') et par Γ le cercle circonscrit au triangle IA'B'.

Montrer que les cercles Γ et Γ' sont isométriques.



- **Domaine mathématique**

Géométrie plane : notion de cercles isométriques, loi de sinus pour un triangle, notion de bissectrice, points cocycliques.

- **Analyse de l’exercice**

Le résultat à prouver repose essentiellement sur la loi de sinus pour un triangle inscrit dans un cercle : Les deux triangles A'B'C' et IA'B'ont un côté en commun, d’où l’idée d’utiliser les deux formules :

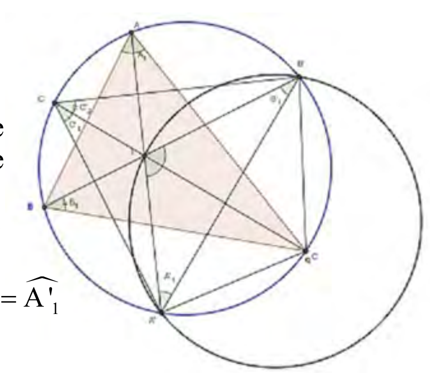
$$\frac{A'B'}{\sin\left(\widehat{A'C'B'}\right)} = 2R \quad \text{et} \quad \frac{A'B'}{\sin\left(\widehat{A'IB'}\right)} = 2R' \quad .$$

- **Solution**

Soit R le rayon du cercle Γ et R’celui de Γ'. D’après la loi de sinus pour le triangle A'IB' dans le cercle Γ : $\dfrac{A'B'}{\sin\left(\widehat{A'C'B'}\right)} = 2R$

D’après la loi de sinus pour le triangle A'B'C' dans le cercle Γ';

$$\frac{A'B'}{\sin\left(\widehat{A'IB'}\right)} = 2R'$$



Pour montrer que les cercles Γ et Γ' sont isométriques, il suffit de montrer que R=R', ce qui équivaut à montrer que $\sin\left(\widehat{A'C'B'}\right) = \sin\left(\widehat{A'IB'}\right)$.

Or $\widehat{A'IB'} = \pi - (\widehat{A'_1} + \widehat{B'_1})$ et $\widehat{A'CB'} = \widehat{C'_1} + \widehat{C'_2}$

$\widehat{C'_1} + \widehat{C'_2} = \widehat{A_1} + \widehat{B_1} = \widehat{B'}_1 + \widehat{A'}_1$ car $\widehat{B_1} = \widehat{ABB'} = \widehat{A'}_1$

Donc les angles $\widehat{A'C'B'}$ et $\widehat{A'IB'}$ sont supplémentaires et par suite $\sin\left(\widehat{A'C'B'}\right) = \sin\left(\widehat{A'IB'}\right)$.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LA RÉGIONALE DE SFAX

PRÉSENTATION

La régionale de Sfax, créée depuis plus de vingt huit ans , participe depuis des années aux différentes activités de l'A.T.S.M :

✓ Encadrement de trois clubs de mathématiques dans la région. (primaire, collège et secondaire).

✓ Organisation, chaque année, d'un *Rallye de mathématique* dans des établissements scolaires.

✓ Préparation des jeunes lauréats de la région pour les *Olympiades Internationales et Africaines des Mathématiques* et pour les phases finales du *Championnat des jeux mathématiques et logiques.*

✓ Participation à PARIS, à la Coupe inter-régionale *Euromath* , organisée par le C.I.J.M.

✓ Participation depuis trois ans, par une classe, au *Rallye mathématique de Toulouse*.

✓ Participation à la compétition *Kangourou Sans Frontières « Tunisie » .*

FICHE TECHNIQUE

- **Historique**

Le bureau régional de Sfax organise depuis des années un rallye de mathématique à l'échelle individuelle ou collective, en vue de sélectionner des jeunes des écoles primaires, des collèges et des lycées pour la participation à la compétition interrégionale *Euromath*, au *Rallye de Toulouse* et aux finales du *Championnat des jeux mathématiques et logiques*.

- **Épreuves**

Individuelles

Les participants sont des élèves des classes de 5^{e} , 6^{e}, du cycle primaire et des élèves des classes de 7^{e} , 8^{e} , 9^{e} année de base et $1^{ère}$ et 2^{e} année secondaire.

- **Partenaires**

Commissariats Régionaux de l'Éducation de Sfax

- **Contacts :**

Association Tunisienne des Sciences Mathématiques, bureau régional de Sfax
Lycée Majida Boulila , BP 1018 Sfax
☎ & 🖷 : **(+216) 74249499**
Présidente de la régionale : Salma Elaoud ; 🖰 : **salmaelaoud@yahoo.fr**
Autre contact, Sadok Ktari : 🖰 :**ktari2008@yahoo.fr**

EXERCICES PROPOSÉS LORS DU RALLYE 2015

Nombre divisible par ses chiffres !

36 et 248 vérifient la même propriété (P) : chacun de ces nombres est composé de chiffres distincts, distincts de 0 et il est divisible par les chiffres qui le composent,

Déterminer le premier nombre plus grand que 2015 vérifiant la propriété (P).

- **Domaine mathématique**

Arithmétique.

- **Niveau scolaire**

7^{e} et 8^{e} années de base

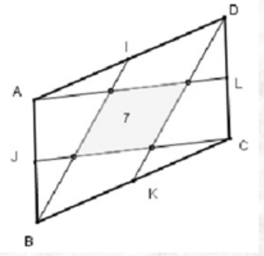
- **Solution**

2136

Aire d'un parallélogramme

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme
Les points I, J, K et L désigne respectivement
les milieux des segments [AD] , [AB] , [BC] et [CD].
L'aire du quadrilatère grisé est égale à 7.

Quelle est alors l'aire de ABCD ?



- **Domaine mathématique**

Arithmétique

- **Niveau scolaire**

7^{e}, 8^{e}, et 9^{e} années de base

- **Solution**

35

Carrés à côtés consécutifs

Déterminer cinq carrés, sachant que :

- leurs côtés sont des nombres entiers consécutifs,
- la somme des aires des trois plus petits est égale à la somme des aires des deux plus grands.

- **Domaine mathématique**

Arithmétique

- **Niveau scolaire**

8^{e}, et 9^{e} années de base

- **Solution**

10 ; 11 ; 12 ; 13 et 14

Somme de sommes de chiffres pairs

SP(n) désigne la somme des chiffres pairs de n .

Par exemple SP(2754) = 6

Calculer SP(100) + SP(99) +… + SP(2) + SP(1).

- **Domaine mathématique**

Arithmétique

- **Niveau scolaire**

1ère et 2^{e} année secondaire

- **Solution**

400

Nombres palindromes

Un entier naturel écrit en base 10, est dit nombre palindrome s'il se lit aussi bien de gauche à droite que de droite à gauche. Exemples : 202 , 40304

i) Combien y a-t-il des nombres palindromes premiers ayant un nombre pair de chiffres ?
ii) Trouver un nombre palindrome à 4 chiffres divisible par 3 entiers premiers et consécutifs.

- **Domaine mathématique**

Arithmétique

- **Niveau scolaire**

8^{e}, et 9^{e} années de base

- **Solution**

i) un seul : 11

ii) $1001= 7\times11\times13$

Un nombre et son renversé

Un nombre qui a une écriture décimale *ab* admet pour renversé le nombre qui s'écrit *ba*.
Exemple 37 est le renversé de 73 .

Trouver deux entiers naturels x et y tels que x est le renversé de y et x^2 est aussi le renverse de y^2.

- **Domaine mathématique**

Arithmétique

- **Niveau scolaire**

1ère et 2^{e} année secondaire

- **Solution**

$x = 13$; $y = 31$

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LA RÉGIONALE DE SOUSSE

PRÉSENTATION

La Régionale de Sousse, compte parmi les anciens bureaux régionaux de l'ATSM, ses activités connaissent une évolution remarquable, surtout après le renouvellement de son bureau directeur.

la Régionale de Sousse participe aux différentes activités de l'ATSM :

- ✓ Encadrement d'un club de mathématiques dans la région.
- ✓ Organisation d'un séminaire intitulé « *semaine ouverte de mathématique* ».
- ✓ Organisation d'un *Rallye de mathématique* dans des établissements scolaires.
- ✓ Publication d'une revue scientifique pour les élèves des collèges et lycées.
- ✓ Préparation des jeunes lauréats de la région pour les *Olympiades Internationales et Africaines des Mathématiques* et pour les phases finales du *Championnat des jeux mathématiques et logiques*.
- ✓ Participation à PARIS, à la coupe inter-régionale *Euromath* , organisée par le CIJM.
- ✓ Participation à la compétition *Kangourou sans frontière*s « *tunisie* » (cette année, plus que 3000 candidats ont participé à cette compétition).

FICHE TECHNIQUE

- **Historique**

Le bureau régional de Sousse organise un Rallye de mathématique à l'échelle individuelle, en vue de sélectionner des jeunes des écoles primaires, des collèges et des lycées pour la participation à la Coupe inter-régionale *Euromath* et aux Finales du *Championnat des jeux mathématiques et logiques.*

- **Épreuves**

Individuelles

Les participants sont des élèves des classes de 5^{e} , 6^{e} du cycle primaire et des élèves des classes de 7^{e} , 8^{e} , 9^{e} année de base et 1ère , 2^{e} et 3^{e} année secondaire.

- **Partenaires**

Commissariat Régional de l'Éducation de Sousse
Universités de la région.

- **Contacts :**

Association Tunisienne des Sciences Mathématiques, bureau régional de Sousse
☎ : **(+216)20802145**
Président de la régionale : Mohamed Chahed Agrebi ; 🖰 : **sousseatsm@gmail.com**
Autre contact : Hassine Hamzaoui (membre du BN de l'ATSM) ; 🖰 :**hamzaoui.hassine@gmail.com**

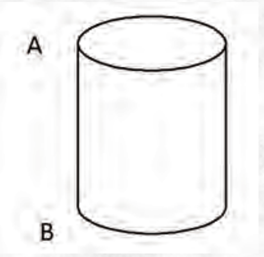
EXERCICES PROPOSÉS LORS DU RALLYE 2015

Huile d'olive

Un cylindre est plein d'huile d'olive.
Le rayon de la base est 7 cm.
On incline le cylindre afin que la hauteur [AB] fasse 45° avec l'horizontale.

Quelle la quantité d'huile coulée ?

(On prendra $\pi = \frac{22}{7}$).



- **Domaine mathématique**

Mesure de grandeurs, Solide

- **Niveau scolaire**

9^{e} année de base et $1^{ère}$ année secondaire.

- **Solution**

1078 cm3

Rallye de Sousse

Au rallye de Sousse les gagnants peuvent parcourir un circuit dans des voitures spéciales : la roue avant de la voiture a 60 cm de diamètre alors que sa roue arrière a 90 cm de diamètre.

Quelle est la distance parcourue par la voiture sachant que la roue avant a fait 70 tours de plus que la roue arrière ?

(On prendra $\pi = \frac{22}{7}$).

- **Domaine mathématique**

Mesure de grandeurs

- **Niveau scolaire**

9^{e} année de base et $1^{ère}$ année secondaire.

- **Solution**

39 600 cm

Le drapeau de la Tunisie

Le croissant est constitué de deux cercles de même rayon 2 cm et dont les centres sont distants de $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

On prendra $\pi = \frac{22}{7}$ et $\mathbf{cos}\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Quelle est l'aire du croissant ?

- **Domaine mathématique**

Géométrie

- **Niveau scolaire**

$1^{ère}$ et 2^{e} année secondaire

- **Solution**

Réponse : 4,10 cm²