RALLYE BOMBYX

Rallye mathématique de Ganges et de l'académie de Montpellier

PRÉSENTATION

Le rallye Bombyx, organisé par l'Association Rallye Bombyx (Ganges - Hérault), est ouvert à tous les élèves de l'académie de Montpellier en Collège ainsi qu'aux élèves de CM2 des secteurs scolaires des Collèges participant à la compétition. Son objectif est de donner aux élèves le goût pour la recherche de problèmes mathématiques, l'intérêt pédagogique majeur étant de leur faire appréhender les mathématiques autrement, l'aspect ludique de la compétition et l'émulation qu'elle produit permettant d'avoir plaisir à faire des mathématiques. Ainsi, le rallye mathématique Bombyx « *participe à la vitalité de l'enseignement des mathématiques dans l'académie et constitue un moyen de motivation* » (Cf. la Lettre de rentrée 2013 des I.A.-I.P.R. de math.). Par ailleurs, le rallye Bombyx s'inscrit dans l'action académique de promotion et de développement des mathématiques suivant le plan académique mis en place pour les années 2013-2016.

HISTORIQUE

Ce rallye mathématique organisé pour la première fois en 1988-1989 par les Professeurs de Mathématiques du collège de Ganges, a pris son nom définitif en 1999. Le nombre de concurrents progressait rapidement pour atteindre les 5 056 en 2007-2008 pour le 20^{e} Bombyx, puis 5 023 pour le 22^{e} Bombyx, 5 032 en 2012-2013 pour le 25^{e} anniversaire de la compétition et enfin 5 301 pour le 26^{e} Bombyx en 2013-2014 !
On peut noter que ces élèves proviennent d'une cinquantaine d'établissements de l'académie, 53 précisément en 2013-2014.

FICHE TECHNIQUE

- **Compétition :**

  Nombre de participants : entre 5000 et 5400.

  Niveaux d'études : CM2, 6^{e} , 5^{e} , 4^{e} , 3^{e}.

Type d'épreuves proposées : les épreuves, au nombre de trois sur l'année, sont individuelles et durent entre 1h et 1h30. Le nombre de participants à la première épreuve n'obéit à aucun quota ; pour la deuxième, ne participent que 50% des élèves précédents ; et pour la troisième épreuve, le nombre de participants est limité à 210. Quatre à six problèmes à résoudre pour chaque épreuve.

- **Fréquence**

- *quarts de finale* dans tous les établissements le **20 janvier 2014, entre 8h et 17h**.
- *demi-finales* le **20 mars 2015, entre 8h et 12h30.** Chaque établissement sera assuré d'avoir un minimum de deux représentants en finale.
- *finale académique* le **21 mai 2015 de 10h30 à 12h** au Collège Louise Michel de Ganges.

- **Partenaires**

L'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques, l'I.R.E.M. de Montpellier, le Comité International de Jeux Mathématiques.

Le Rectorat de l'académie de Montpellier, la Régionale A.P.M.E.P. de Montpellier, le Foyer coopératif du collège Louise Michel.

Le Conseil Général de l'Hérault, la Ville de Ganges, les Communes de Agonès, Brissac, Causse de la Selle, Cazilhac, Laroque, Saint Bauzille de Putois, Saint Martin de Londres, Sumène.

CASIO®, Math en Main, Art Culture Lecture – Éditions du Kangourou.

Contact

Rallye math. Bombyx - Collège Louise Michel - Place Jules Ferry - 34190 GANGES

☏ **04.67.73.81.01**

🖷 **04.67.73.88.01**

🖰 **bombyx@ac-montpellier.fr**

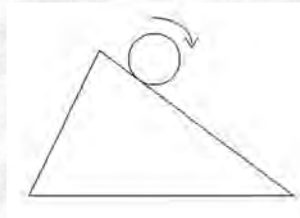
Site Internet : **http://rallye-bombyx.asso-web.com**

Énoncé : Ça roule ! « Y a qu'à observer »

Un disque de diamètre 10 cm roule à l'extérieur d'un triangle de périmètre 120 cm, sans glisser et en gardant toujours un point de contact avec le triangle.

a) Complète la figure pour visualiser la région balayée par le disque lorsqu'il a fait un tour complet du triangle.

b) Calcule l'aire de cette région (en cm²). Si besoin, on utilisera obligatoirement 3,14 pour valeur approchée du nombre à l'exclusion de toute autre valeur donnée par une calculatrice.



- **Niveau scolaire :**

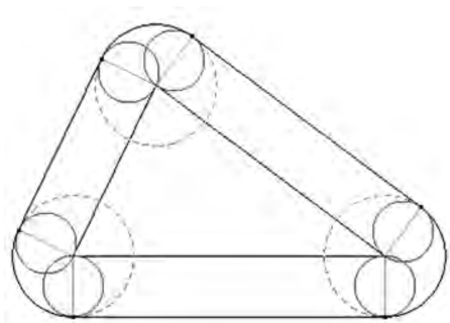
Élèves de 3^{e}.

- **Domaines de compétence :**

Aires des figures usuelles rencontrées au collège (disque, rectangle,…)
Représentation géométrique tirée d'une manipulation expérimentale ou d'un raisonnement.
Factorisation.

- **Solution :**

a) La région balayée par le disque lorsqu'il a fait un tour complet du triangle est visible sur la figure ci-dessous



On observe que cette région est constituée de trois secteurs circulaires qui, assemblés, forment un disque de rayon 10 cm (10 cm étant le diamètre du disque qui roule autour du triangle) et de trois rectangles de largeur 10 cm et dont la somme des longueurs a pour mesure le périmètre du triangle, soit 120 cm.

b) Le calcul de l'aire de cette région est le suivant :

$\pi \times 10^2 + 120 \times 10 = 100 \times (\pi + 12) \simeq$ **1514 cm²**.

Analyse succincte :
On a observé chez les élèves qui ont visualisé la région balayée par le disque une proportion d'environ un quart qui ont tracé un triangle dont les trois côtés sont parallèles à ceux du triangle autour duquel tourne le disque, à une distance de 10 cm de celui-ci. Les trois quarts des élèves qui ont répondu à cette question ont bien visualisé les trois arcs de cercle aux trois « coins ».
La difficulté de la question b réside d'une part dans la reconnaissance des trois secteurs circulaires dont l'assemblage forme un disque : cela suppose une représentation correcte de la rotation du disque autour de chaque sommet du triangle et une observation attentive des angles au centre des trois secteurs circulaires dont la somme mesure 360°.
D'autre part, il s'agit de mettre en application une connaissance algébrique sur la factorisation qui permet d'écrire que la somme des aires des trois rectangles est égale à :
$10a + 10b + 10c = 10(a + b + c) = 10x120$*, où a, b, c sont les mesures des côtés du triangle en centimètre.*

Énoncé : Éclipse d'un ennéagone

Combien y a-t-il de diagonales en plus dans un polygone régulier à 10 côtés que dans un polygone régulier à 9 côtés ?

- **Niveau scolaire :**

Élèves de 5e.

- **Domaines de compétence :**

Dénombrement et vocabulaire de géométrie plane.

- **Solution :**

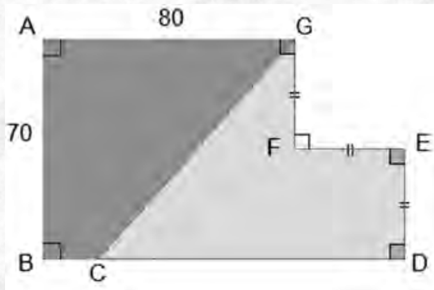
Un polygone régulier à 9 côtés a aussi 9 sommets. Numérotons-les de 1 à 9. Si on passe à 10 sommets numérotés de 1 à 10, à part les sommets numéros 9 et 1 qui sont reliés au sommet numéro 10 (côtés consécutifs du polygone), on peut relier les 7 autres sommets (numéros 2 à 8) au sommet 10 en traçant des diagonales : cela fait 7 diagonales supplémentaires. On trace aussi une 8e diagonale supplémentaire en reliant les sommets 9 et 1.
Il y a donc huit diagonales supplémentaires.

Analyse succincte :
Un problème qui demande de la rigueur et de la méthode

Énoncé : Un beau tapis

Steven a reproduit ci-dessus un beau tapis ; il a la forme d'un hexagone...

Le segment [CG] partage le tapis en deux parties de même aire. Combien mesure le segment [BC] ?



- **Niveau scolaire :**

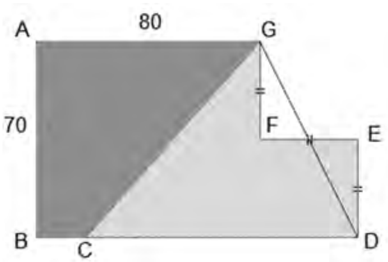
Élèves de 4^{e}.

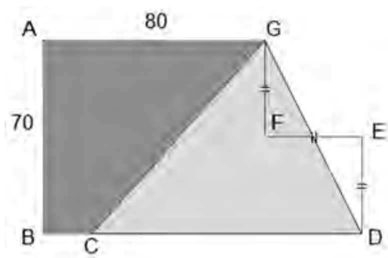
- **Domaines de compétence :**

Comparaison d'aires. Aire d'un triangle. Aire d'un parallélogramme. Symétrie centrale.

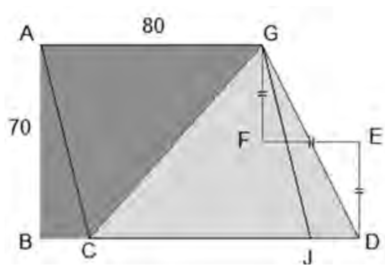
- **Solution :**

On remarque tout d'abord que GFDE est un parallélogramme. En traçant le segment [GD] on obtient un triangle GCD de même aire que le pentagone GCDEF.





On complète ensuite le tracé du parallélogramme GACJ de manière à obtenir deux triangles AGC et GCJ de même aire.



Comme GABC et GCD ont la même aire il s'en suit que les triangles ABC et GJD ont la même aire également ; or ils ont la même hauteur 70 donc les base BC et JD sont égales.
BD = 80 + 35 et CJ = 80 donc BC = JD = 35/2 = 17,5.

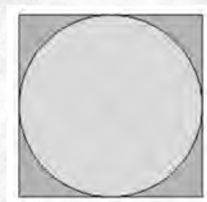
Analyse succincte :
Un problème qui demande une bonne maîtrise des calculs d'aires et un sens de l'observation.

Énoncé : Le cercle prisonnier d'un carré

Daisy observe un disque à l'intérieur d'un carré et tangent aux quatre côtés du carré.

On donne l'aire du disque : 169π cm².

Quelle est l'aire du carré en cm² ?
(valeur exacte exigée).



- **Niveau scolaire :**

Élèves de 4^{e}.

- **Domaines de compétence :**

Aire d'un disque.
Aire d'un carré.
Calcul algébrique simple.
Raisonnement.

- **Solution 1 :**

L'aire d'un disque est égale à πr^2 où r est son rayon, donc ici $r^2 = 169$ cm².
Comme le côté du carré est égal à 2 r son aire est égale à $(2r)^2 = 4r^2$.
$4r^2 = 4 \times 69 = 676$.

L'aire du carré mesure 676 cm².

- **Solution 2 :**

Comme $r^2 = 169$ cm² alors $r = \sqrt{169} = 13$ cm.
Comme le côté du carré est égal à 2 r celui-ci mesure 26 cm.
$26^2 = 676$.
L'aire du carré mesure 676 cm².