RALLYE MATHÉMATIQUE D'AUVERGNE

PRÉSENTATION

Le Rallye s'adresse aux élèves des classes de 3^{e} et de 2de de lycée général et technologique ou de lycée professionnel d'Auvergne.
La compétition concerne des classes entières ou des classes mixtes 3^{e}/2de dans le cadre d'une liaison collège/lycée.

Chaque classe a deux heures pour résoudre collectivement 6 énigmes. La solution doit être rédigée.
Pour chaque exercice, le jury évalue :
- l'exactitude de la réponse,
- l'argumentation,
- la présentation.

La meilleure classe de chaque niveau dans chacun des quatre départements de l'académie est sélectionnée pour la finale.

En complément des épreuves « mathématiques », est organisé un concours d'affiche sur un thème mathématique imposé chaque année. La réalisation de l'affiche peut s'effectuer librement dès le mois de décembre, éventuellement en collaboration avec l'enseignant d'arts plastiques.

L'affiche primée sert de support à l'affiche qui présente le Rallye de l'année suivante.

HISTORIQUE

Le premier Rallye a été organisé en 1998

FICHE TECHNIQUE

Compétition :

Les épreuves qualificatives ont lieu un mardi après-midi de mars dans les établissements des classes inscrites.
En 2015 : 112 classes inscrites, soit environ 3000 élèves.
La finale a lieu un mercredi après midi début juin sur le Complexe Scientifique des Cézeaux.

Les épreuves :

Epreuves qualificatives :

Trois catégories : troisième, seconde générale, seconde professionnelle.

6 problèmes (4 communs aux trois catégories et 2 spécifiques) à résoudre en deux heures, par classe entière.

Finale :

4 problèmes (2 communs à tous et 2 spécifiques à chaque catégorie) à résoudre en 90 minutes. Présence obligatoire d'au moins les 2/3 de la classe.

Une épreuve de calcul mental d'environ 10 minutes où chaque classe est représentée par trois « champions ».

Partenaires :

Inspection Pédagogique Régionale
IREM
APMEP

Contact :

IREM
Complexe Scientifique des Cézeaux
63177 Aubière

☎ : **04 73 40 70 98**

: irem@univ-bpclermont.fr

EXERCICE QUALIFICATIF COMMUN À TOUS LES NIVEAUX EN 2014

Jeu des noisettes

Après des heures de recherche, Monsieur Écureuil a trouvé deux noisettes. Sur le chemin du retour, il est tenté de jouer au casino.

Conseillez-vous à Monsieur Écureuil de jouer à ce jeu ?
(Toutes les noisettes dans les boîtes sont visibles sur l'image.)

> ***Analyse de la question***
>
> *Question de probabilité, qui sera abordée de façon différente en fonction des niveaux et surtout en fonction de l'avancement du cours en classe de troisième.*
> *Il faut d'abord décider sur quel critère conseiller ou non de jouer, puis calculer la probabilité de gagner ou, au moins, comparer la probabilité de gagner à la probabilité de perdre.*
> *Puisque les seules possibilités sont soit de gagner soit de perdre, on peut aussi comparer la probabilité de gagner à 1/2.*

- **Solutions envisagées par l'auteur :**

On décide de conseiller à Monsieur Ecureuil de jouer s'il a simplement plus de chances de gagner que de perdre.

S'il commence à prendre une noisette dans l'urne de droite contenant deux noisettes blanches et deux noisettes noires, il a une chance sur deux d'avoir une blanche.

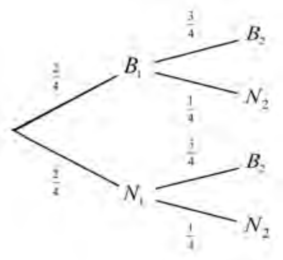
Il doit ensuite prendre une noisette dans l'autre urne, mais il n'est pas sûr de tirer une noisette blanche. Cela signifie que ses chances de perdre augmentent, et au final deviennent plus grandes que les chances de gagner.

On conseille donc à Monsieur Ecureuil de ne pas jouer.

On peut utiliser un arbre pour représenter l'expérience.

On note B1 l'évènement : "Tirer une noisette blanche dans l'urne 1"

On note B2 l'évènement : "Tirer une noisette blanche dans l'urne 2"



On peut alors modéliser cette expérience aléatoire à deux épreuves par un arbre, les premières branches correspondant aux issues du tirage dans la première boîte, les suivantes aux issues du tirage dans la deuxième boîte.

En lisant sur l'arbre, la probabilité d'avoir 2 noisettes blanches est alors :
P(B1 et B2) = 3/4 × 2/4 = 3/8.

La probabilité de gagner est donc : 3/8. Celle de perdre est donc : 5/8. Comme 3/8 < 5/8, l'écureuil a donc plus de chances de perdre que de gagner, je ne lui conseille donc pas de jouer à ce jeu !

- **Analyse des solutions proposées :**

Nous avons observé quatre types de réponses :

1) Réponse juste avec un arbre de probabilités (expérience aléatoire à deux épreuves) et calculs : Cette réponse a été donnée par la plupart des classes de seconde générale et par quelques classes de troisième et seconde professionnelle (ceux qui avaient déjà dû étudier ce type de problèmes)

2) Réponse juste en représentant tous les cas et en dénombrant les cas favorables et non favorables : Cela a été fait par des classes de troisième et seconde professionnelle.

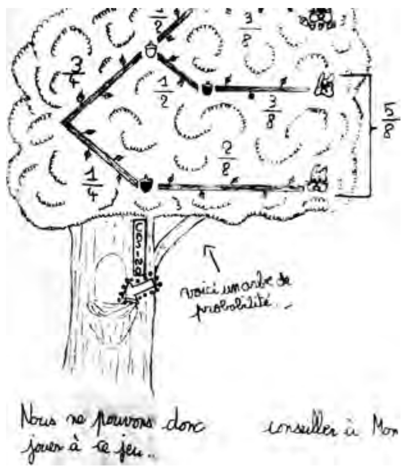
3) Réponse juste en utilisant la logique : "Dans la seconde boîte, il n'y a qu'une chance sur deux de tirer une noisette blanche. Par conséquent, si on rajoute une étape pour laquelle on n'est pas sûr de gagner, les chances de gagner à ce jeu seront alors strictement inférieures à 1/2. Ça ne vaut donc pas le coup de jouer." : Réponse vue seulement sur une copie collège.

4) Réponse fausse en calculant une moyenne des probabilités de chaque boîte : vu notamment dans des classes de collège et lycée professionnel.

- **Remarques :**

- Peu de classes ont fait la remarque que le gain était l'opposé de la perte, et que c'est pour cette raison qu'il suffisait de rechercher la probabilité de gagner. On pourrait demander ce qu'il se passerait si l'on modifiait le gain ou la perte, afin d'introduire la notion d'espérance.

- La BD a rendu l'exercice plus ludique et certaines classes ont répondu à l'aide de dessins.



- **Application en classe :**

En troisième : après avoir présenté les probabilités (vocabulaire, cas simple), cet exercice pourrait constituer une bonne activité pour aborder la notion d'épreuve avec deux étapes successives. Si la réponse donnée était

- du type 2 : on pourra rebondir en disant que la méthode est très bien, mais que nous allons voir une méthode plus rapide.
- du type 3 : on pourra aussi dire que le raisonnement est très bien, mais que l'on aimerait avoir plus de précision concernant les chances de gagner.
- du type 4 : on pourra montrer aux élèves qu'il ne faut pas "improviser" car le risque de se tromper est trop grand, et élargir le danger en parlant de certains jeux de casino (comme la roulette). Si l'élève avait beaucoup réfléchi et qu'il ne comprend pas pourquoi faire une moyenne ici ne fonctionne pas, on expliquera alors le sens de son résultat.

Au lycée : Pour rappeler la notion et ensuite modifier les règles pour faire apparaître la notion d'espérance.

En effet, si le nombre de noisettes gagnées est 4 l'espérance mathématique est $\frac{3}{8}x(4-2)+\frac{5}{8}x(0-2)=\frac{-1}{2}$ et le jeu est déconseillé, de même si c'est 5.

Mais si ce nombre est 6, l'espérance est $\frac{3}{8}x(6-2)+\frac{5}{8}x(0-2)=\frac{2}{8}$, et le jeu est conseillé, de même si c'est plus que 6.

EXERCICE COMMUN, FINALE 2014

Enoncé : Casse-tête

On utilise des pièces en bois obtenues en juxtaposant deux cubes élémentaires de côté 2cm.

On prend deux pièces. De combien de façons peut-on les assembler en faisant se correspondre des faces entières de cube élémentaire ?

Réaliser l'ensemble de ces assemblages à l'aide du matériel fourni.

On souhaite ranger tous les assemblages obtenus dans une boîte parallélépipédique.
Quelles dimensions donner à cette boîte pour qu'il ne reste aucun espace vide ?

Réaliser un rangement.

Analyse du problème

C'est dans un premier temps un problème d'organisation pour décompter correctement le nombre d'assemblages différents de deux pièces.
Il faut ensuite passer du volume aux dimensions de la boîte.
Deux séries de dimensions sont à envisager et sont toutes les deux possibles. Il faut donc passer à la dernière étape pour prouver par l'exemple que les dimensions conviennent.
Cet exercice montre qu'une activité présentée parfois comme uniquement ludique (un casse-tête en l'occurrence), cache un contenu mathématique et qu'il est parfois utile de manipuler des objets pour justifier un résultat.

- **Travail des élèves :**

Environ 25 pièces ont été distribuées aux élèves, volontairement bien plus que nécessaire pour ne pas les guider.

La notion d'assemblages différents a dû être précisée. Dans ce contexte moins scolaire, certains groupes construisant deux pièces identiques considèrent qu'elles sont différentes puisqu'il y en a deux ...
Plusieurs groupes n'ont pas obtenu toutes les pièces possibles.

Cependant tous ont cherché à remplir une boîte éventuellement très grande lorsque le groupe avait essayé d'utiliser toutes les pièces mises à disposition. Un seul groupe a partiellement justifié le choix de ses dimensions. Trois constructions différentes ont été trouvées pour une boîte de 4 × 3 × 2. Les classes de seconde ont mieux respecté les consignes que les classes de troisième.

- **Solutions envisagées :**

Pour obtenir les différents assemblages :

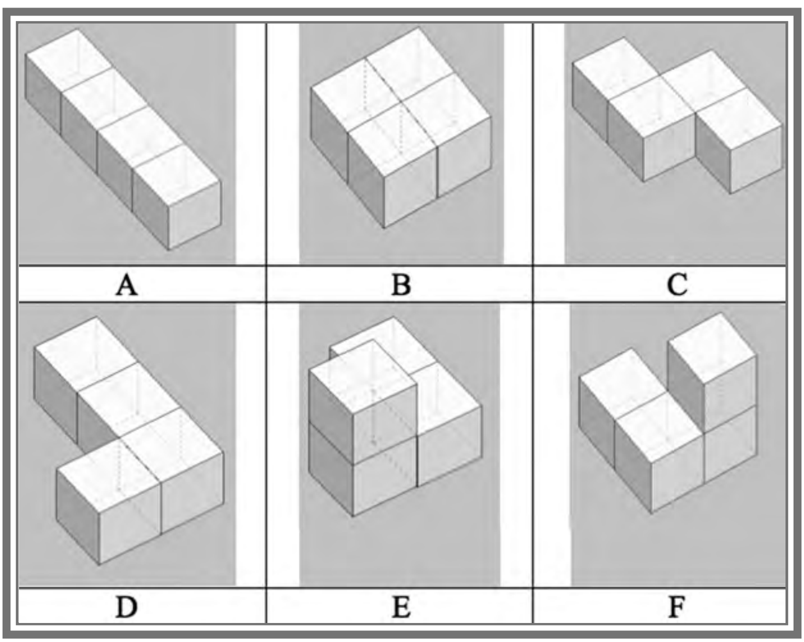
- Pièces dans un plan et parallèles, 3 positions (assemblages A, B et C)
- Pièces dans un plan et perpendiculaires, 1 position (assemblage D)
- Pièces pas dans le même plan, 2 positions (assemblage E et F)

Pour simplifier la description, on utilise comme unité de volume le cube et comme unité de longueur, la longueur d'une arête.

Il y a donc au total 6 assemblages de 2 pièces, soit 24 cubes élémentaires.

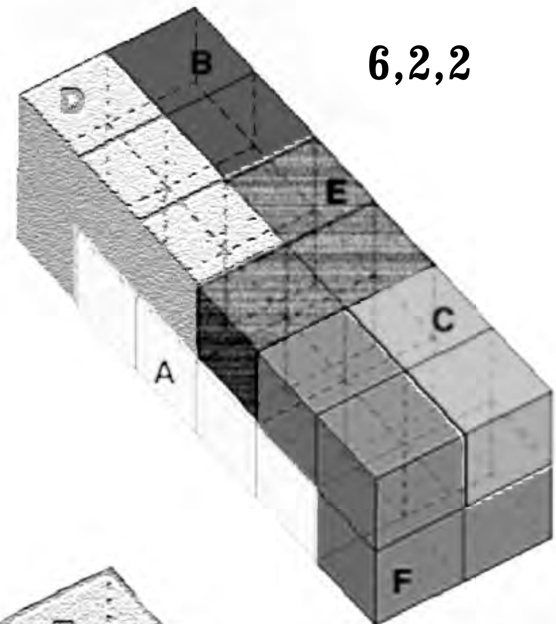
L'assemblage A est composé de 4 cubes alignés, donc une des dimensions de la boîte est supérieure ou égale à 4. L'assemblage E occupe la place de deux cubes en longueur, en largeur et en hauteur ; toutes les dimensions de la boîte sont donc supérieures ou égales à 2.

Le volume de la boîte devant faire 24 cubes, on voit que les seules dimensions possibles sont 4, 3, 2 ou 6, 2, 2.

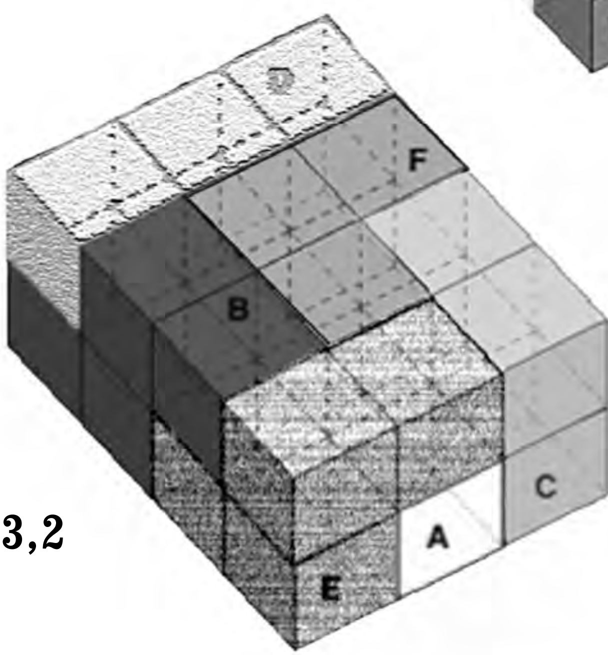


Les deux dimensions de boîte sont possibles.

Un exemple de construction dans chaque cas est donné ci-dessous.



6,2,2



4,3,2