RALLYE MATHEMATIQUE DE LA SARTHE

PRÉSENTATION

Ce rallye est ouvert à toutes les classes de tous les collèges sarthois (publics ou privés). C'est la classe entière qui doit s'organiser pour résoudre les énigmes mathématiques : la réponse est collective.

FICHE TECHNIQUE

Calendrier et contenu des épreuves :

- Deux épreuves de qualification (50 minutes chacune) se déroulent dans les collèges, la première en novembre, la seconde en janvier.

Les objectifs :

- faire pratiquer les mathématiques,
- aider à acquérir une méthode de travail en groupe,
- entraîner au débat : argumenter, discuter de preuves, trouver des exemples, des contre-exemples, vérifier,
- proposer un projet stimulant où s'impliquent tous les élèves d'une classe.

A l'issue de ces deux épreuves, 20 classes sont qualifiées pour la finale qui se déroule en mai-juin sur un site de plein air ; un même collège ne peut avoir qu'une classe qualifiée. La majorité des 10 ateliers proposés se déroule en extérieur et nécessite des manipulations, des mesures, des constructions et fait appel à la logique, au calcul et à l'organisation

Organisation :

L'organisation est prise en charge par une équipe de 13 professeurs avec le soutien de la DSDEN de la Sarthe, du Rectorat de l'Académie de Nantes et des IA-IPR de Mathématiques.

Historique

Le rallye se déroule depuis 1990 avec des effectifs qui augmentent chaque année. Pour le rallye 2014-2015, 699 classes issues de 59 collèges publics ou privés soit 17437 élèves inscrits.

Contacts :

Centre de ressources : Collège Kennedy - ALLONNES (Sarthe)
Professeur responsable : Gilles Ravigné **gilles.ravigne@ac-nantes.fr**
Tous les renseignements, sujets, réponses, etc, figurent sur lesite Internet :
http://sarthe.cijm.org/blog/

CRYPTOLOGIE avec ECHIQUIER et PARTITION MUSICALE (Finale juin 2013)

• Mots clés :
Logique – Réflexion – Codage – Musique – Echiquier

• But du problème :
Coder et décoder une mélodie en utilisant un codage à partir d'un échiquier.

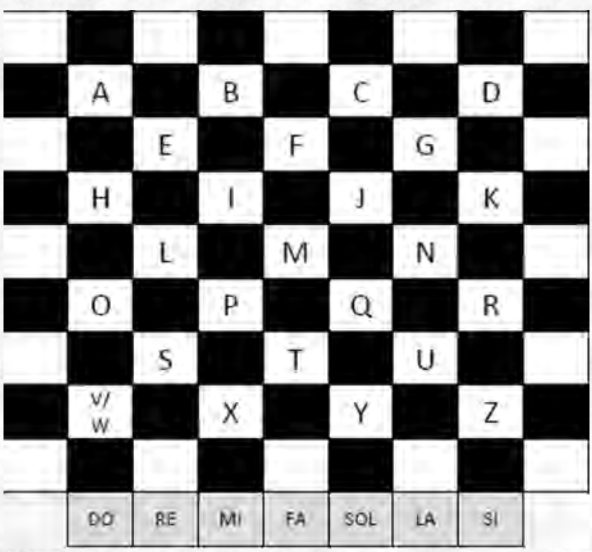
• Présentation du problème :

« L'échiquier de musique, tel qu'il est représenté dans la peinture des anges musiciens de la cathédrale du Mans, possède un damier de 9 cases sur 9. Mais en raison de l'épaisseur du mécanisme sonore disposé à l'intérieur et qui occupe une ligne et une colonne à la périphérie du damier, l'instrument se retrouve en configuration efficace de 7 cases sur 7. Ceci correspond aux 7 touches musicales (do, ré, mi, fa, sol, la, si.) »

Dans le tableau ci-après sont distribuées sur les cases blanches les 26 lettres de l'alphabet. Le V et le W, identiques au Moyen Âge, se partagent la même case.

On constate qu'à chaque colonne de lettre correspond une note de musique. Et qu'à chaque répétition de la note correspond une lettre.
Exemple : Une note la donne la lettre G ; deux la donnent la lettre N et ainsi de suite. On ne tient pas compte des ponctuations et des espaces entre les mots.

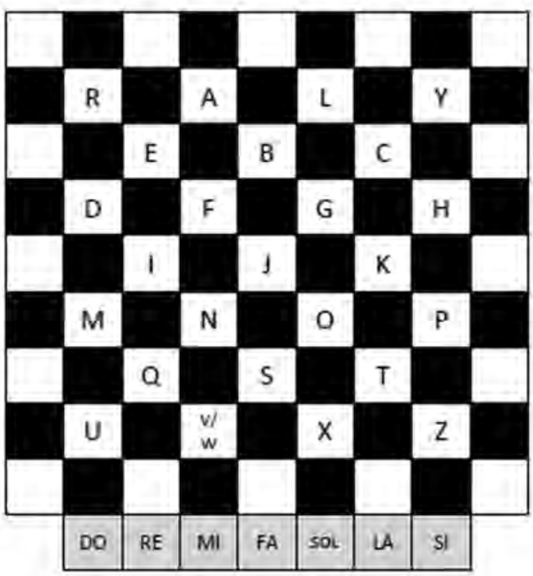
On peut donc composer une mélodie en transcrivant le texte à dissimuler.



Etape 1 :
Un élève intéressé par ce mode de codage a décidé de créer la mélodie suivante :
« mi, mi mi, ré, la la, do do do do, ré, la la, la la la, ré, do, ré ré, do, fa fa fa, ré, ré ré, mi mi, ré, si si si, si, ré, sol, si si si, sol sol sol sol, mi mi mi, fa fa fa, do do do, ré ré , do do do, la, mi mi, ré. »
Pouvez-vous nous traduire son message ?

Etape 2 :
Ce système étant encore trop simple pour bien cacher le message, une variable est alors introduite : la clef de chiffrement, qui rend le système bien plus compliqué pour celui qui chercherait à découvrir le message codé. Ainsi, on ne laisse plus la disposition des lettres immuable sur l'échiquier, mais leur organisation change à chaque fois selon la clef utilisée. Les lettres de la clef de chiffrement sont placées dans les premières cases et ensuite on distribue dans les cases restantes et dans l'ordre les lettres de l'alphabet non utilisées dans la clef. On prend soin de ne pas répéter les lettres déjà placées et on évite les doublons.

Exemple avec la clef RALLYE : On peut remarquer que l'on a fait attention à ne pas répéter la lettre L. On observe alors que les lettres ont changé de place et ne correspondent plus aux mêmes notes de musique que précédemment. Maintenant, deux notes mi donnent la lettre F ; un mi donne la lettre A et ainsi de suite.



Avec la clé de chiffrement « CODE » remplir l'échiquier situé sur la feuille réponse et écrire la partition musicale (Voir feuille réponse) qui cachera le message suivant : « CECI EST UN SECRET ».

Etape 3 :
Aller chercher une clef de chiffrement à l'atelier n° 6. (CLEF de CHIFFREMENT : MATHEMATIQUE). Sur place vous avez remarqué la présence d'un échiquier. Il vous faut alors traduire la partition musicale suivante pour connaître le rôle de celui-ci :

RAPPELS :

Commentaires et développement
Cette épreuve a été bien réalisée par l'ensemble des classes présentes lors de la finale.

La difficulté de l'atelier résidait dans la compréhension de la consigne (que nous avions facilitée à l'aide d'exemples et rappels) et dans le fait que les élèves se devaient d'être rigoureux et méthodiques pour déchiffrer ou chiffrer correctement les messages.

La principale cause d'échec à cette épreuve a été le manque de temps pour la réaliser. Cela pouvait s'expliquer, soit par une compréhension tardive de la consigne, soit par l'absence de musicien au sein du groupe (le solfège ne fait plus partie du programme de musique au collège et la plupart des classes ne lisent pas la totalité des sujets avant de les répartir) ou soit par une mauvaise organisation pour chiffrer ou déchiffrer le message.

GRAPHE ET DIVISIBILITÉ (finale juin 2013)

• **Mots clés :**
Logique- divisibilité-graphe

• **But du problème :**
Le but de cet atelier est d'abord d'utiliser le graphe de divisibilité par 7, puis de construire un graphe "critère de divisibilité par 4" puis à partir d'un graphe fait en grandeur nature de trouver de quel critère de divisibilité il s'agit.

• **Présentation du problème :**

Depuis la 6^{e}, on connait les critères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 9 et 10. Ce sont des moyens simples et rapides pour savoir si un nombre est divisible par un autre nombre. Par exemple, pour savoir si un nombre est divisible par 3, il suffit de voir si la somme des chiffres de ce nombre est divisible par 3.

I. Utilisation

Nous allons utiliser le graphe suivant pour déterminer si un nombre est divisible par 7.
Il y a deux types de flèches sur ce graphe : les flèches en trait plein et les flèches en pointillés. Chaque type de flèche va être utilisé à tour de rôle.

Le mécanisme est simple :

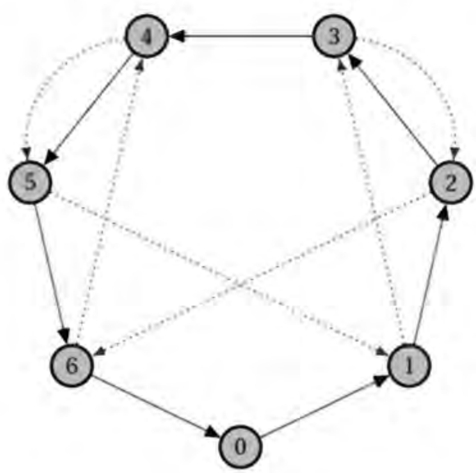
- On lit le nombre de gauche à droite, chiffre après chiffre.

- Pour le premier chiffre, on part du noeud « 0 »

- A chaque chiffre, on avance d'autant de flèches en trait plein que le chiffre le dit (donc on ne bouge pas si le chiffre est 0), ensuite on parcourt une flèche en pointillés

- Et on recommence, jusqu'à la lecture complète du nombre (**au dernier chiffre lu, on ne parcourt pas de flèche en pointillés!**).

- Si on arrive à la fin sur 0, le nombre est divisible par 7.



Pour mieux comprendre, prenons un exemple : On souhaite savoir si 586 est divisible par 7.

• On part de « 0 »

• Comme le premier chiffre à gauche est « 5 », on parcourt 5 flèches en trait plein. On arrive au nœud « 5 ».

• Ensuite, on parcourt 1 flèche en pointillés, on arrive à « 1 »

• Le second chiffre est 8, on parcourt 8 flèches en trait plein, on arrive au nœud « 2 ».

• Ensuite, on parcourt 1 flèche en pointillés, on arrive à « 6 »

• Le dernier chiffre est 6, on parcourt 6 flèches en trait plein, on arrive au nœud « 5 ».

On ne parcourt pas de flèche en pointillés car c'était le dernier chiffre.

Comme nous ne sommes pas arrivés sur le nœud « 0 » mais « 5 », ce nombre n'est pas divisible par 7.

Questions :

Le nombre 532 est-il divisible par 7 ? (Sur quel nœud arrive-t-on ?)

Le nombre 198 749 501 est-il divisible par 7 ? (Sur quel nœud arrive-t-on ?)

Nombres à 4 chiffres à compléter :

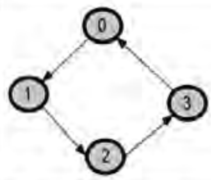
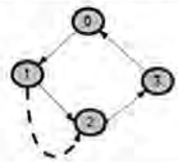
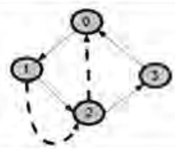
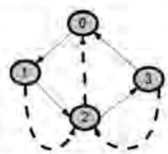
Quel est le chiffre des unités du nombre suivant qui est un multiple de 7 :
345 . ?

Quel est le chiffre des milliers du nombre suivant qui est un multiple de 7 :
. 145 ?

Enfin, le nombre 1 000 000 000 000 000 006 est-il divisible par 7 ?

II. Construction

Nous allons maintenant procéder à la création d'un graphe de ce genre. Afin de vous aider, voici comment a été créé le graphe « critère de divisibilité par 4 »

Comme on cherche à savoir si un nombre est divisible par 4, on dessinera 4 nœuds (autant que le diviseur) : allant de 0 à 3. On relie les nœuds avec des flèches en trait plein dans l'ordre croissant afin de faire une boucle.	
Ensuite, il s'agit de mettre les flèches en pointillés pour tous les nœuds (sauf 0).	
Pour savoir, où arrivera la flèche partant de 1. On multiplie ce nombre par 10, on obtient 10. Il faut calculer le reste de la division euclidienne de 10 par 4. $10=4\times2+2$ On trouve 2. C'est là où est l'arrivée de la flèche.	
Pour savoir, où arrivera la flèche partant de 2. On multiplie ce nombre par 10, on obtient 20. Il faut calculer le reste de la division euclidienne de 20 par 4. $20=4\times5+0$ On trouve 0. C'est là où est l'arrivée de la flèche.	
Pour savoir, où arrivera la flèche partant de 3. On multiplie ce nombre par 10, on obtient 30. Il faut calculer le reste de la division euclidienne de 30 par 4. $30=4\times7+2$ On trouve 2. C'est là où est l'arrivée de la flèche.	
Votre graphe est prêt !	

Testons-le, avec 16 puis 18.

Avec 16, j'arrive sur ….

Avec 18, j'arrive sur ….

A vous de jouer, maintenant : construisez le graphe permettant de savoir si un nombre est divisible par 6.

Si une flèche en pointillés doit arriver sur le même nœud dont elle est issue, on fait une boucle comme cela :

III. Trouver l'erreur

A l'atelier, un graphe a été fait grandeur nature. Il s'agit d'abord de trouver de quel critère de divisibilité il s'agit.

Et enfin, de trouver quelle flèche est erronée.

> ***Commentaires et développements***
>
> *- La plupart des groupes ont pu répondre facilement aux premières questions de l'atelier.*
>
> *- Par contre, quelques groupes se sont trompés dans la création du graphe, les boucles malgré l'avertissement dans le sujet ont été oubliées.*
>
> *- La dernière partie a attiré beaucoup d'élèves qui ont souhaité vivre le graphe, en se déplaçant le long des arêtes. La copie du graphe grandeur nature sur papier n'a pas posé de problème. Les élèves ont su travailler en équipe, l'un relevait les données, l'autre les recopiait. Certains groupes ont pensé à revérifier.*
>
> *- La recherche d'erreur a été plus fastidieuse sans doute parce que les élèves n'ont pas l'habitude de maîtriser ce genre d'objet mathématique.*

LE GRAND PIN (finale juin 2013)

• Mots clés :

Mesurer – Expérimenter – Calculer – Trigonométrie

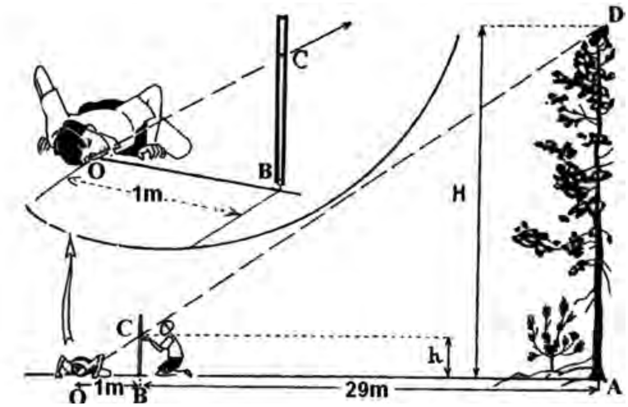
• But du problème :

Trouver la hauteur du pin par estimation puis en utilisant les instruments des ingénieurs. En 6^e- 5^e, les élèves utilisent un dessin à l'échelle pour trouver les hauteurs et en 4^e - 3^e, les élèves calculent cette hauteur.

• Présentation du problème :

> Cet atelier est réalisé en collaboration avec l'Ecole Supérieure des Géomètres et Topographes. C'est l'une des écoles d'ingénieurs du Mans.
>
> Le grand pin, le plus grand arbre des Etangs-chauds, est tombé malade. Il risque de s'écrouler, et il va falloir malheureusement le couper. Pour ne pas abimer les autres arbres, il va être coupé pour tomber comme repéré sur le terrain par des plots. Le directeur des Etangs chauds aimerait savoir si cela risque d'abîmer la barrière.
>
> Pour le savoir vous allez d'abord estimer la hauteur du grand pin à la manière des scouts puis la calculer après avoir effectué des mesures à l'aide des instruments des géomètres-topographes.

Mesure à la manière des scouts :



Pour estimer la hauteur du pin il faut au moins être deux :

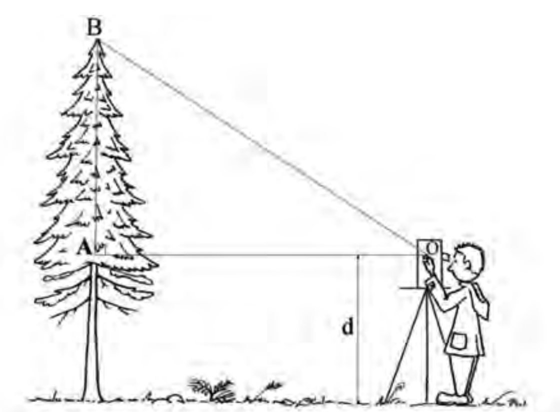
- Un des élèves mesure 29 mètres à partir du pied de l'arbre.
- Il tient la règle verticalement à cet endroit.
- un autre élève s'éloigne encore de 1 mètre. Il place son œil en ce point (sur le sol !) et repère sur la règle le point C (intersection de la visée du sommet de l'arbre et de la règle).

Il ne reste plus qu'à mesurer la hauteur BC en cm.

Pour trouver la hauteur de l'arbre en cm il suffit de multiplier cette hauteur par 30.

(Vous pourrez le démontrer chez vous ou avec l'aide de votre professeur si vous le souhaitez)

1) Calculer la hauteur BC (donner une valeur approchée au cm).
2) Donner alors une valeur approchée en mètre de la hauteur de l'arbre.
3) D'après votre estimation, y-a-t-il un risque pour la barrière ? Justifier



Mesure à l'aide des instruments des ingénieurs.

Un appareil est placé devant l'arbre au point O.

Cet appareil permet de mesurer les angles et les longueurs.

4) Quel est le nom de cet appareil ?

Quelle est la précision de cet appareil : dans la mesure des angles ?

Dans la mesure des longueurs ?

5) A l'aide de cet appareil ou de votre décamètre :

- mesurer les distances OA et d. Prendre une valeur approchée à dix centimètres près.
- mesurer l'angle $\widehat{BOA}$. Prendre une valeur approchée au degré près. Attention, la mesure fournie par l'appareil est le complémentaire de l'angle $\widehat{BOA}$.

Représentation dans la salle de travail

6) A partir des mesures faites, calculer la longueur AB. Détailler ces calculs sur la feuille réponse, arrondir au cm près.

7) Déduire de la question précédente la taille de l'arbre. On donnera le résultat en centimètres puis en mètres. Y-a-t-il un risque pour la barrière ? Justifier.

Commentaires et développement

- Les groupes se sont bien investis sur le terrain et ont répondu assez aisément aux questions de 1) à 6).

- Pour éviter des blocages dus à l'utilisation des instruments de topologie, les élèves étaient aidés si leur mesure pour calculer l'angle n'était pas correcte.

- Les calculs en salle de travail ont été bien menés en 3ème. En 4ème les 3/4 des groupes ont fourni une réponse satisfaisante.

- En 6-5 la représentation à l'échelle a été plus difficile. La moitié des groupes de 6ème n'ont pas fourni de réponse. Dans les autres la proportionnalité n'a pas toujours été respectée. La nécessité d'utiliser une feuille A3 (ou deux feuilles A4 collées) a perturbé certains groupes.

- Les élèves ont particulièrement apprécié l'utilisation des instruments des topographes géomètres. Beaucoup sont revenus après l'atelier pour essayer les instruments et pour discuter avec les topographes de leur métier et des études à faire pour y accéder.