Coupe Euromath-Casio

Présentation

La Coupe Euromath des régions est une compétition mathématique par équipes unique au monde, dont la finale est un spectacle se déroulant sur une scène devant un public.

La première phase qui conduit à un classement des équipes est une phase d'épreuves de type « rallye ». Cette phase comporte des épreuves sur table, des épreuves individuelles (de type Championnat des Jeux Mathématiques et Logiques) et des épreuves collectives plus variées (comprenant notamment des jeux de grille de type World Puzzle Championship), ainsi qu'un tournoi dans un jeu de stratégie rapide.

Le spectacle sur scène fait intervenir des joueurs de toutes les équipes, tirés au sort pour chaque épreuve.

Les énigmes sont retransmises sur écran. Des exemples simples sont proposés aux spectateurs, qui suivent la résolution en direct.

Élaborées par les membres du jury de la Fédération Française des Jeux Mathématiques et du CIJM, les épreuves sur scène s'adressent à un ou plusieurs équipiers (voire des équipes complètes) et comprennent

— des jeux de grilles,

— des jeux de culture scientifique,

— des puzzles,

— des épreuves d'estimation,

— des jeux de stratégie,

— des épreuves de tri.

Historique

Juin 2000 : création de la Coupe Euromath dans le cadre du 1er Salon de la Culture et des Jeux Mathématiques organisé début juin Place Saint-Sulpice à Paris à l'occasion de l'année mondiale des mathématiques.

Mai 2018 : dix-neuvième édition d'Euromath.

En 19 ans, la Coupe Euromath a vu la participation d'équipes d'Allemagne, d'Alsace, de Belgique, du Danemark, d'Ile-de-France, d'Italie, du

Limousin, du Luxembourg, de Midi-Pyrénées, de Normandie, du Poitou-Charentes, de Rhône- Alpes, de Suisse, de Tunisie et d'Ukraine.

Compétition

Fin mai ou début juin, dans le cadre du Salon de la Culture et des Jeux Mathématiques. Les équipes sont sélectionnées par des compétitions mathématiques, adhérentes ou non du CIJM.

Épreuves

La compétition se déroule par équipe et comporte des épreuves individuelles et des épreuves collectives. Chaque équipe comprend un élève de l'école élémentaire, un collégien de 6ᵉ ou 5ᵉ, un collégien de 4ᵉ ou 3ᵉ, un lycéen, un étudiant et un adulte, plus un capitaine (non joueur).

Spectacle

Il se déroule sur scène, devant un public. Des images retransmises sur écran permettent au public de lire les règles des jeux et de suivre en direct la résolutions des énigmes.

Partenaires

Calculatrices Casio, Éditions POLE

Contacts

CIJM www.cijm.org

FFJM @ ffjm@wanadoo.fr

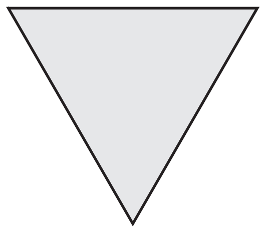
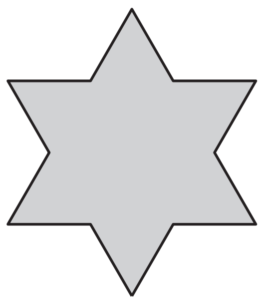
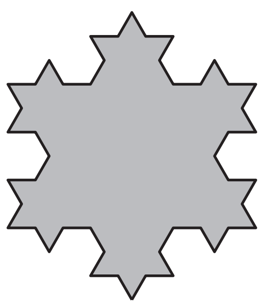
Le flocon de von Koch

Le flocon de von Koch est une fractale inventée par le mathématicien suédois Helge von Koch (1870 - 1924).

Pour cette épreuve, les joueurs disposaient d'une calculatrice.

Énoncé

► **Épreuve proposée aux joueurs 1 et 2 (un élève de cours moyen et un élève de 6e ou 5e)**

La figure de départ (étape 0) est un triangle équilatéral. Elle possède 3 côtés.	
Pour construire l'étape 1, on divise chaque côté du triangle en trois segments de même longueur et on construit sur chaque segment médian, vers l'extérieur, un triangle équilatéral de côté trois fois plus petit. La figure obtenue possède 12 côtés.	
Pour construire l'étape 2, on divise à nouveau chacun des côtés de la figure 1 en trois segments de même longueur et on construit extérieurement sur chaque segment médian un triangle équilatéral de côté trois fois plus petit. La nouvelle figure obtenue possède 48 côtés.	

1. Combien de côtés possédera la figure de l'étape 3 construite à partir de la figure 2 selon le même procédé ?

► **Épreuve proposée aux joueurs 3 et 4 (un élève de 4e ou 3e et un lycéen)**

2. Si le triangle équilatéral de l'étape 0 a un côté mesurant 9 cm, quel sera le périmètre de la figure de l'étape 4 ?

► **Épreuve proposée aux joueurs 5 et 6 (un étudiant et un adulte)**

3. Si on désigne par $\mathcal{A}$ l'aire de la figure 0, quelle sera l'aire de la figure n° 5 ?
Vers quelle limite tend l'aire du flocon lorsqu'on construit les étapes successives ?

Analyse

► **Domaines de compétences**

Les notions mathématiques mises en jeu dans ce problème sont :

— suites arithmétiques

— suites géométriques

► **Procédures attendues**

1. Remarquer que lorsqu'on passe d'une étape à la suivante, chaque côté de la figure de départ donne naissance à quatre côtés. Le nombre de côtés est donc multiplié par 4 d'une étape à la suivante.
2. Remarquer que lorsqu'on passe d'une étape à la suivante, chaque nouveau côté a une longueur égale au tiers de celle du côté de l'étape précédente. Le périmètre est donc multiplié par $\frac{4}{3}$.
   Ceci peut se représenter dans un tableau :

	Nombre de côtés	Longueur d'un côté	Périmètre	
Étape 0	3	9 cm	27 cm	
Étape 1	12	3 cm	36 cm	$\times\frac{4}{3}$
Étape 2	48	1 cm	48 cm	$\times\frac{4}{3}$
Étape 3	192	$\frac{1}{3}$ cm	64 cm	$\times\frac{4}{3}$
Étape 4	768	$\frac{1}{9}$ cm	85,33... cm	$\times\frac{4}{3}$

3. Lorsqu'on passe de l'étape n à l'étape $n+1$, on ajoute une aire égale à $\left(\frac{4}{9}\right)^n \times \frac{\mathcal{A}}{3}$.

	Nombre de côtés	Aire			
Étape 0	3	$\mathcal{A}$	$=$	$\mathcal{A}$	
Étape 1	3×4	$\mathcal{A}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)$	$=$	$\frac{4}{3}\mathcal{A}$	$+\frac{4^0}{9^0\times 3}\mathcal{A}$
Étape 2	3×4^2	$\mathcal{A}\times\left(1+\frac{1}{3}+\frac{4}{27}\right)$	$=$	$\frac{40}{27}\mathcal{A}$	$+\frac{4^1}{9^1\times 3}\mathcal{A}$
Étape 3	3×4^3	$\mathcal{A}\times\left(1+\frac{1}{3}+\frac{4}{27}+\frac{16}{243}\right)$	$=$	$\frac{376}{243}\mathcal{A}$	$+\frac{4^2}{9^2\times 3}\mathcal{A}$
Étape 4	3×4^4	$\mathcal{A}\times\left(1+\frac{1}{3}+\frac{4}{27}+\frac{16}{243}+\frac{64}{2187}\right)$	$=$	$\frac{3448}{2187}\mathcal{A}$	$+\frac{4^3}{9^3\times 3}\mathcal{A}$

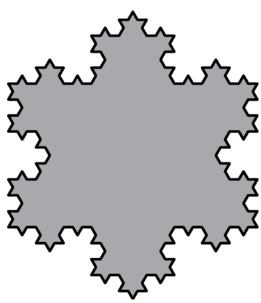
L'aire de la figure de l'étape 5 sera donc égale à

$$\frac{\mathcal{A}}{3}\times\left(4+\frac{4}{9}+\frac{16}{81}+\frac{64}{729}+\frac{256}{6561}+\frac{1024}{59049}\right) \text{ soit } \mathcal{A}\times\frac{282616}{177147}$$

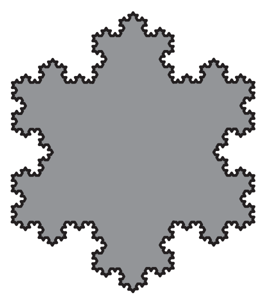
égale environ à $1,5954\mathcal{A}$.

Lorsqu'on construit les étapes successives, l'aire du flocon tend vers

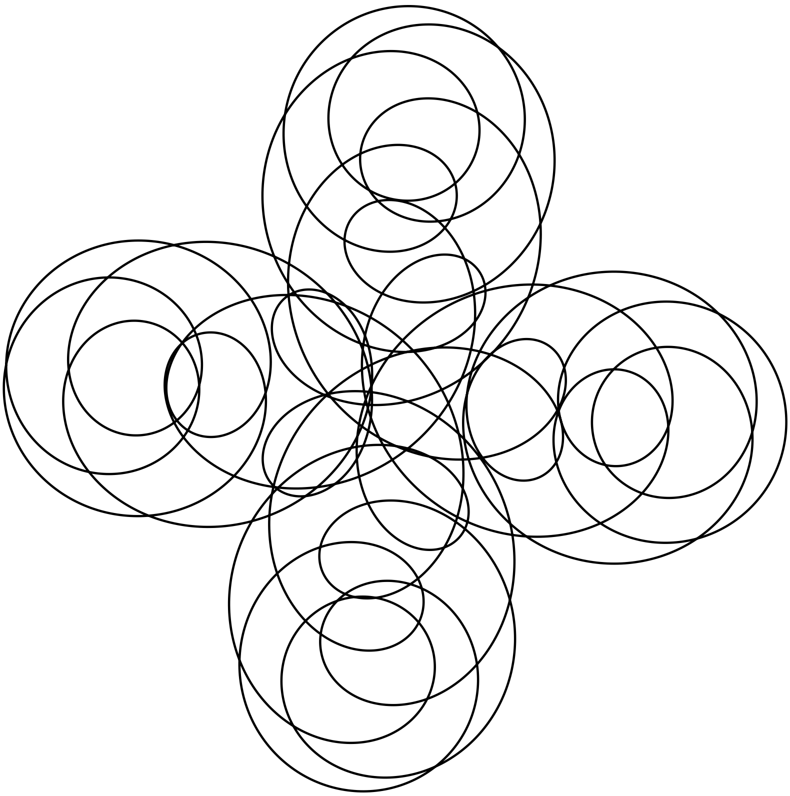
$$\mathcal{A}+\frac{\mathcal{A}}{3}\sum_{0}^{\infty}\left(\frac{4}{9}\right)^n = 1,6\mathcal{A}.$$



Étape 3



Étape 4



$$\begin{cases} x(t) &= 14\cos(27t+30)-25\cos(-2t+113)-18\cos(6t-88) \\ y(t) &= 14\sin(27t+30)-25\sin(-2t+113)-18\sin(6t-88) \end{cases}$$