Rallye mathématique de l'Académie de Lyon

Présentation

Historique

Le rallye a été créé en 2006. Le principe est celui d'une recherche collective sur des problèmes suffisamment variés pour que tous les élèves puissent participer.

En plus, un problème ouvert est proposé aux classes volontaires. La recherche se fait de manière collaborative : les classes postent leurs trouvailles au fur et à mesure sur un site. Ces trouvailles peuvent être enrichies par d'autres classes.

L'année du rallye se clôture avec la fête des mathématiques. Sur une journée, les classes finalistes viennent s'affronter autour d'énigmes puis assistent à des conférences faites par des universitaires. La journée se termine par une remise des prix.

Les structures qui organisent cet événement sont :

— l'APMEP,

— l'IREM de Lyon,

— l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques.

L'organisation et la gestion du Rallye sont assurées par l'association RMAL (Rallye Mathématique de l'Académie de Lyon). Le président est Christian Mercat, le directeur de l'IREM de Lyon.

Compétition

► **Nombre de participants**

En 2018, plus de 26 000 élèves ont participé soit 916 classes de l'académie.

► **Niveaux d'études**

3^{e}, 2^{nde} (générale et professionnelle) et 1^{re} professionnelle.

Type d'épreuves proposées

— Le problème ouvert.

— L'épreuve écrite de deux heures contenant plus de trente énoncés (une version 1 heure est possible pour les classes qui le souhaitent). Il y a trois niveaux d'énigmes. Parmi les énoncés proposés, les élèves en choisissent un qu'ils illustrent. Trois exercices sont écrits en langue étrangère (le même exercice en anglais, espagnol, allemand et italien). Le thème Astronomie est également abordé à travers plusieurs énoncés.

— La journée de la finale pour les 12 classes finalistes.

Calendrier 2018

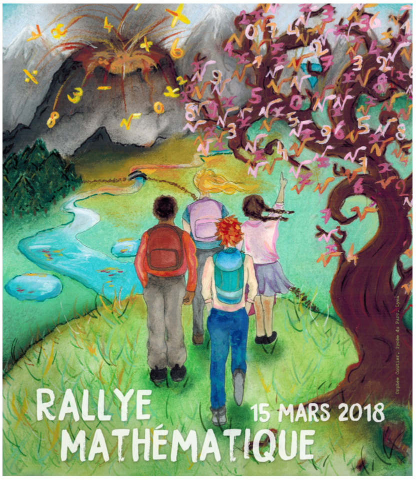
— De février à mars 2018 : Recherche du problème ouvert

— Jeudi 15 mars 2018 : Épreuve écrite du Rallye

— Jeudi 7 juin 2018 : Finale pour les classes lauréates

Contacts

@ Rallye.Math@ac-lyon.fr
rallye-math.univ-lyon1.fr



Cinq vues de trois (grandes) tours (Niveau 1 – 2018)

Énoncé

L'emplacement des trois tours du quartier Part-Dieu à Lyon est indiqué sur le plan donné ci-dessous. Voici leurs hauteurs :

— tour Part-Dieu, « le crayon », 165 mètres : P ;

— tour Oxygène, 117 mètres : O ;

— tour Incity, « la gomme », 202 mètres : I.

Elles se voient donc de loin, mais selon l'endroit où l'on se situe dans Lyon, la position des trois tours les unes par rapport aux autres varie beaucoup.

Photo A

Photo B


Photo C

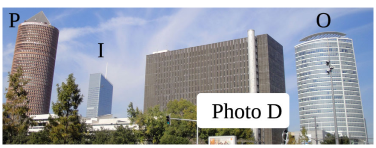
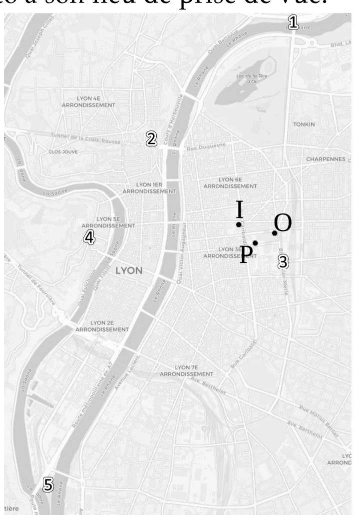


Photo D


Photo E

Ces cinq photos ont été prises à partir des zones 1 à 5 indiquées sur le plan.
Associer chaque photo à son lieu de prise de vue.



Analyse

Cet énoncé est classé dans notre rallye niveau 1 car il ne présente pas de difficulté particulière. Les énoncés niveau 1 permettent aux élèves qui les cherchent de se donner confiance et d'aller chercher d'autres énoncés un peu plus difficiles ensuite. Celui-ci à l'intérêt de préparer une réflexion sur un énoncé niveau 2 dont l'analyse sera faite après celle-là. Cet énoncé est attractif puisqu'il fait référence à des bâtiments célèbres pour les lyonnais. La plus grande difficulté de cet exercice était sa réalisation par ses concepteurs, qui ont dû trouver les bons points de vue pour faire ces photos. L'adapter sur un autre site demanderait un effort du même ordre.

Solution

La photo A a été prise de la zone 5, la photo B a été prise de la zone 4, la photo C a été prise de la zone 2, la photo D a été prise de la zone 3 et la photo E a été prise de la zone 1.

Commentaires

Cet énoncé original permet aux élèves de travailler la vision dans l'espace et la correspondance entre la représentation plane et la réalité. Il peut être proposé au cycle 3.

Une suite de l'exercice pourrait être de demander un schéma d'une photo qui serait prise depuis un 6^{e} point de vue sur le plan. Outre la position des tours l'une par rapport aux deux autres, il faudrait se poser la question de leurs tailles relatives. Des observations des tailles des tours sur les photos D et A peuvent apporter des éléments de réflexion.

Points de vue sur trois (grandes) tours

(Niveau 2 – 2018)

Énoncé

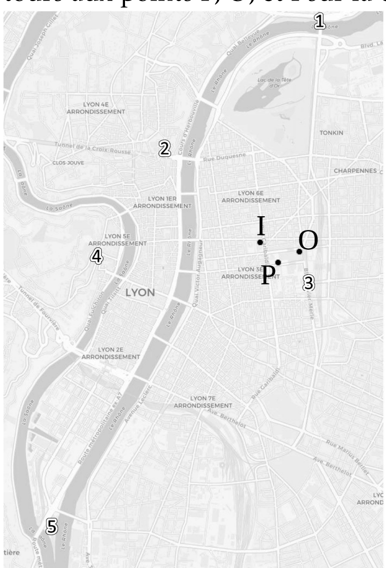
L'emplacement des trois tours du quartier Part-Dieu, à Lyon est indiqué sur le plan de l'annexe. Voici leurs hauteurs :

— tour Part-Dieu, « le crayon » (point P) : 165 mètres

— tour Oxygène (point O) : 117 mètres

— tour Incity, « la gomme » (point I) : 202 mètres

Elles se voient donc de loin, mais selon l'endroit où on se place dans Lyon, la position des trois tours les unes par rapport aux autres varie beaucoup. On se place en dehors du triangle formé par les trois tours, on néglige les obstacles à la vue dus au relief du sol et aux autres constructions, on assimile la base des tours aux points P, O, et I sur la carte.



Sur cette carte, colorier en bleu la zone dans laquelle on voit la tour I entre les tours O et P. Colorier en rouge la zone dans laquelle on voit, la tour P à gauche, la tour I à droite, et la tour O entre les deux autres.

Analyse

Cet énoncé est donné de manière indépendante du premier, mais réfléchir conjointement aux deux peut aider à la résolution de chacun. L'équipe de conception du sujet a choisi de faire deux énoncés séparés autour du même thème plutôt qu'un seul pour graduer la difficulté et garder des énoncés simples et attractifs.

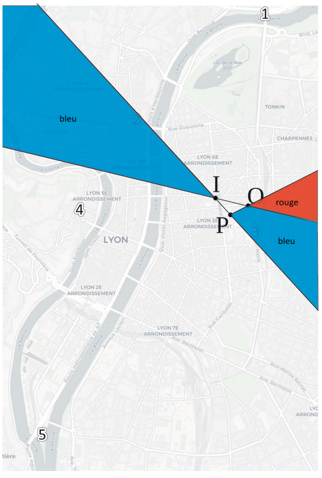
Solution

On commence par tracer les droites (IO), (IP) et (OP). La zone délimitée par le triangle IOP est exclue par l'énoncé.

On peut remarquer que tout point sur la droite (IP) ne permet pas de placer I et P à gauche ou à droite l'un de l'autre. C'est donc la frontière qui délimite ce choix. De la même façon pour les autres droites.

Les droites, à l'extérieur du triangle délimitent alors 6 zones.

Pour déterminer la zone bleue : celle où l'on voit I entre O et P, les points solutions sont les points situé dans l'angle $\widehat{PIO}$ sans le triangle IOP et dans l'angle opposé à $\widehat{PIO}$ par le sommet. Pour déterminer la zone rouge : celle où l'on voit P à gauche, I à droite et O entre les deux, il y a une contrainte supplémentaire, c'est pourquoi cette fois, une seule zone convient. Les points solutions sont les points situés dans l'angle opposé par le sommet à l'angle $\widehat{IOP}$.



Commentaires

Cet exercice fait de nouveau travailler la vision dans l'espace et la représentation plane mais cette fois-ci de manière plus abstraite.

Cet exercice a été traité par une moitié des classes participantes. Beaucoup d'erreurs ont été commises pour la zone rouge en particulier.

Stand : Perles (finale 2017)

Énoncé

Votre bouteille contient des perles de couleur et des perles blanches.
Vous avez à votre disposition :
la bouteille, des récipients.
Une information :
il y a en tout dans la bouteille 250 perles blanches.

De deux façons différentes, à décrire, estimer le nombre de perles contenues dans la bouteille.
La bouteille peut être ouverte. Vous avez 15 min.

Analyse

Cet énoncé est une des épreuves données à la finale du rallye mathématique. Les élèves des classes finalistes (5 classes de 2^{nde}, une classe de 2^{nde} ou 1^{re} professionnelle, 6 classes de collège dont une relevant de l'éducation prioritaire) passent une journée sur le campus de l'université Lyon 1.

Le matin, chaque demi-classe a un parcours de 4 épreuves à suivre. Les épreuves de la finale privilégient des sujets nécessitant des manipulations et des mesures de lieux du site.

Cet énoncé peut utiliser des méthodes statistiques ainsi que de la géométrie dans l'espace. Le matériel mis à disposition est une bouteille que l'on peut considérer cylindrique dans laquelle se trouvent les perles, des récipients « petits » comme des cubes sans couvercle construits dans du carton, un pot vide de petit-suisse cylindrique.

Solution

Nous avons placé 900 perles dans la bouteille. 250 sont blanches.

Pour déterminer le nombre de perles de la bouteille, les élèves peuvent tout d'abord estimer le nombre de perles contenues dans une petite boite cubique de 2 cm de côté.

Dans 8 cm^3, les élèves comptent environ 64 perles.

Le volume occupé par les perles peut alors être estimé : la hauteur des perles dans la bouteille cylindrique étant de 5,7 cm et le rayon de la base étant de 2,5 cm, le volume occupé par les perles vaut $5,7 \times \pi \times 2,5^2$ cm^3 soit environ 112 cm^3.

On a donc (par proportionnalité) pour estimation du nombre de perles : $\frac{112 \times 64}{8} = 896$ perles.

Une autre méthode utilise le nombre de perles blanches. On prélève un échantillon de 100 perles et on compte le nombre de perles blanches de ce prélèvement. Supposons que les élèves trouvent 26 perles blanches dans un prélèvement de 100 perles. Comme le total du nombre de perles blanches est de 250, on peut estimer le nombre de perles par le calcul de proportionnalité suivant : $\frac{250\times100}{26} \simeq 960$ perles.

Commentaires

Ces méthodes font travailler les calculs de volume, les statistiques et la proportionnalité. Il est intéressant de parler avec les élèves des estimations obtenues. On ne trouve pas le nombre exact de perles mais seulement une valeur approchée car les méthodes utilisées sont expérimentales et donc soumises à des erreurs de précision.

On peut prolonger le travail en classe de seconde avec la méthode statistique. Le nombre de perles du prélèvement est important puisque c'est lui qui donne la précision du résultat. En réalité, comme il y a 250 perles blanches sur 900 perles, la fréquence de perles blanches dans un échantillon de 100 perles appartient à l'intervalle de fluctuation

$$\left[\frac{250}{900}-\frac{1}{\sqrt{100}};\frac{250}{900}+\frac{1}{\sqrt{100}}\right] \backsimeq [0,178;0,378]$$

(formule de la classe de 2^{nde}). Il y a donc 95% de chances de trouver entre 17 et 38 perles blanches. On estimera alors le nombre de perles dans la bouteille à un nombre entre 658 et 1 470 perles.

Cette méthode statistique peut ne pas paraître fiable mais elle est pourtant concrètement utilisée, par exemple pour compter le nombre de poissons dans un lac : on marque un certain nombre de poissons d'un lac. On attend quelques jours (de façon à ce que les poissons se soient mélangés et que le prochain prélèvement soit considéré comme pris au hasard parmi tous les poissons du lac). Il ne reste plus qu'à calculer la fréquence de poissons marqués parmi le nouvel échantillon pêché pour en déduire le nombre total de poissons.

Parmi les groupes (24 groupes de 12-18 élèves), 3 ont essayé de compter toutes les perles. Un des groupes, mal organisé, n'a tout de même pas trouvé de résultat correct. Pour éviter cette stratégie, on peut interdire aux élèves de sortir toutes les perles. Les récipients proposés pour les petits calculs de volumes peuvent être choisis pour compliquer ces calculs (des tétraèdres au lieu de cubes).

Pour mieux travailler le problème de valeur exacte / valeur approchée, on peut ne pas mettre dans les bouteilles des comptes ronds de perles.

Pour l'équipe d'organisation de la finale, le plus fastidieux a été de préparer 24 petites bouteilles contenant autant de perles. Pourtant, il est préférable pour obtenir une meilleure estimation finale de proposer davantage de perles dans la bouteille.