

GROUPE GHLAM
(Géographie - Histoire - Langues Anciennes - Mathématiques)

La diffusion des savoirs mathématiques dans le bassin méditerranéen au Moyen Âge : expérience en 5^e.

Les expériences ci-dessous ont été menées au collège Pierre Gilles de Gennes de Petite-Forêt dans des classes de 5^e en 2019. Mme Vaudé, professeur de mathématiques et Mme Lemaire, professeur d'histoire-géographie, y ont consacré deux séances d'une heure en co- animation. L'expérimentation entreprise en janvier 2019 a été retravaillée, améliorée et présentée en novembre de la même année.

Le programme d'histoire-géographie inclut un chapitre ayant pour titre : « la naissance de l'Islam à la prise de Bagdad par les mongols : pouvoirs, société et culture ». A l'intérieur de celui-ci, il est demandé d'intégrer les découvertes scientifiques. Or, les enseignants en mathématiques en classe de 5^e peuvent également aborder l'histoire des mathématiques dans le cadre de la découverte des nombres relatifs et de l'algorithmique. C'est ainsi que nous avons décidé de mettre au point cette séance interdisciplinaire, à travers l'œuvre de Al-Khwarizmi.

Cette séance est annoncée aux élèves et on leur demande de préparer à la maison une courte biographie de l'un des deux personnages historiques suivants : Al-Khwarizmi ou Brahmagupta. La classe est donc divisée en deux groupes par le professeur. Dans l'ensemble, les élèves jouent le jeu et font la recherche demandée. A partir des réponses données, il est

possible de dresser les points importants des biographies (dates, lieux de vie, disciplines travaillées, découvertes, œuvres produites).

TRAVAIL PREALABLE :

A l'aide d'un dictionnaire ou d'internet, trouvez les éléments biographiques de ce scientifique :

Al – Khwarizmi (groupe 1)

Prénom :

Date et lieu de naissance :

Date et lieu de mort :

Disciplines travaillées :

Où a -t-il travaillé ? Pour qui ?

Quelles sont ses grandes découvertes ?

Citez le nom d'un livre fait par ce scientifique.

TRAVAIL PREALABLE :

A l'aide d'un dictionnaire ou d'internet, trouvez les éléments biographiques de ce scientifique :

Brahmagupta (groupe 2)

Date et lieu de naissance :

Date et lieu de mort :

Disciplines travaillées :

Où a -t-il travaillé ? Pour qui ?

Quelles sont ses grandes découvertes ?

Citez le nom d'un livre fait par ce scientifique.

Document : polycopié donné aux élèves pour le travail préparatoire.

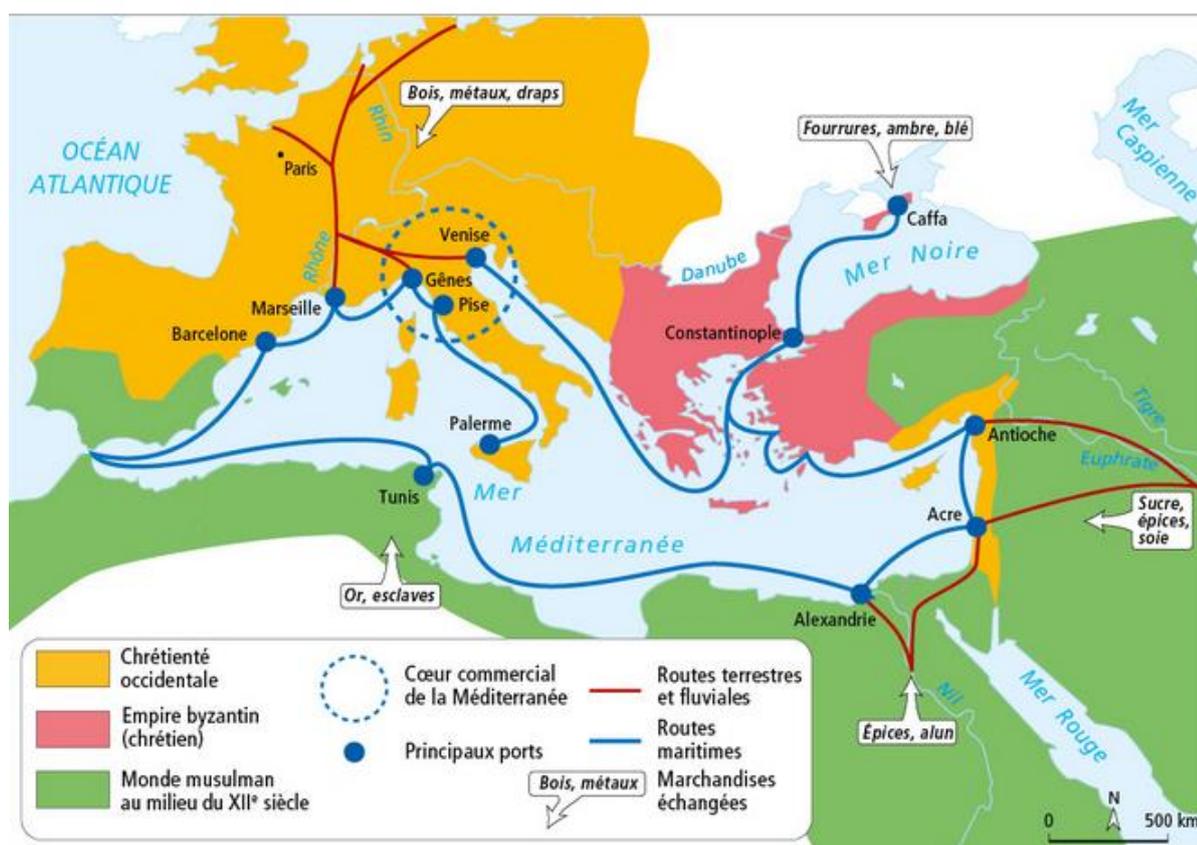
Certains élèves s'interrogent sur la diversité trouvée pour les dates de naissance et de mort. Nous leur expliquons alors qu'aux VII^e – IX^e siècles, les registres d'état civil n'existaient pas encore d'où ce flou autour des dates. C'est pourquoi il est noté fréquemment « aux environs de 780 » pour Al-Khwarizmi.

Nous demandons ensuite quels sont les liens ou similitudes entre les deux personnages. Les réponses données par les élèves indiquent surtout les différences de lieux (monde musulman face au monde indien), les différences temporelles (V^e siècle –IX^e siècle), les ressemblances entre les travaux effectués. Ils comprennent aussi que l'on va s'intéresser aux chiffres, thème sur lequel les deux mathématiciens ont travaillé.

Ce travail préparatoire permet d'introduire l'explication sur l'origine des chiffres dits arabes. Ceux qui sont utilisés actuellement viennent non pas du monde arabe, comme quelques élèves le pensent, mais d'Inde. On parle donc à tort de chiffres arabes au lieu de chiffres indo-arabes. Al-Khwarizmi a servi de passeur de connaissances. A travers ses ouvrages, il « vulgarise » les chiffres qui étaient déjà utilisés par les Indiens depuis quelques siècles. Ces chiffres indo-arabes ont l'avantage d'avoir un zéro. Pour une des deux classes, cela a été l'occasion de comprendre les difficultés rencontrées à l'époque. En effet, le zéro ne représente rien, mais on peut l'écrire, donc rien existe. Pour l'autre classe, cela avait déjà

été abordé lors de l'introduction du premier chapitre sur les nombres relatifs. Cette considération philosophique est parfois très complexe à appréhender pour des élèves de 5^e. Nous demandons alors l'utilité du chiffre zéro. Les élèves comprennent que c'est un moyen pratique pour passer à une dizaine supérieure et pour faciliter ainsi les calculs.

Par le biais d'une carte du manuel scolaire d'histoire montrant les relations commerciales de l'empire musulman, les élèves devinent comment Al-Khwarizmi s'est intéressé à ce système de numération. Les Musulmans de l'époque étaient en effet connus pour la pratique du commerce avec l'Orient qu'ils faisaient à l'aide de caravanes. Le commerce permettait non seulement les échanges de marchandises (soie, or, épices...) mais aussi de connaissances (manuscrits).



2 Le commerce en Méditerranée au XII^e siècle

Document issu du manuel Nathan Histoire Géographie, édition 2016 sous la direction de Sébastien Cote et Anne – Marie Hazard – Tourillon.

Al-Khwarizmi, scientifique au service du calife Al Ma'mun, a travaillé sur les écrits de Brahmagupta dans la « Maison de la Sagesse » de Bagdad et a permis de développer les savoirs. Cela illustre bien les relations entre l'Orient et le monde musulman dès le Moyen Âge.

Pour rendre ce discours plus concret, nous avons élaboré une activité qui permet aux élèves de s'intéresser à l'évolution des formes d'écriture des chiffres. Par groupes de deux, les élèves doivent associer chaque chiffre indien du X^e siècle avec le chiffre arabe du XIII^e siècle correspondant ainsi que le chiffre actuel. Les chiffres ont été imprimés sur du papier cartonné, découpés et mélangés. Les élèves doivent les découvrir et les regrouper. La majorité des chiffres des deux mondes se ressemblent (1- 2 – 3 – 6 – 7). Les autres sont plus compliqués et peuvent porter à confusion. Cela montre bien que la forme des chiffres a changé au cours du temps, s'est simplifiée. Nous avons fait le choix de ne pas prendre d'écritures du V^e et VIII^e siècle car les formes semblaient trop compliquées à manipuler pour des élèves de 5^e.

1	2	3	4	5
<u>6</u>	7	8	<u>9</u>	0

				
Indiens X ^e siècle	Indiens X ^e siècle	Indiens X ^e siècle	Indiens X ^e siècle	Indiens X ^e siècle
				
Indiens X ^e siècle	Indiens X ^e siècle	Indiens X ^e siècle	Indiens X ^e siècle	Indiens X ^e siècle
				
Arabes XIII ^e siècle	Arabes XIII ^e siècle	Arabes XIII ^e siècle	Arabes XIII ^e siècle	Arabes XIII ^e siècle
				
Arabes XIII ^e siècle	Arabes XIII ^e siècle	Arabes XIII ^e siècle	Arabes XIII ^e siècle	Arabes XIII ^e siècle

Document : activité sur l'évolution des chiffres.

pour les plus rapides, de trouver les nombres suivants). L'activité précédente aide à la lecture car certains chiffres se ressemblent.

Dans l'ensemble, ils parviennent à deviner les chiffres et la plupart des groupes réussissent à identifier la construction de cette suite puis à trouver les deux nombres suivants. En effet, pour trouver un nombre, il suffit d'additionner les deux précédents.

A partir de ce document, nous expliquons que l'Italie est l'une des premières régions en Europe où les chiffres indo-arabes ont été utilisés notamment par les marchands. Ce système facilite les calculs dans le commerce (notamment pour calculer les gains et les pertes). Il a été enseigné à partir du XIV^e siècle dans les universités. A cette époque des traités d'arithmétique pour les enfants des riches marchands italiens ont été développés. Nous parlons également dans notre exposé de l'histoire du pape Sylvestre II (plus connu sous le nom de Gerbert d'Aurillac) qui, à la fin du X^e siècle, a voulu développer l'usage de ces chiffres, à la suite de ses études en Espagne (alors limite des civilisations musulmane et occidentale). Mais la forme « mystérieuse » des chiffres arabes, plus complexes à tracer que les chiffres romains (lettres avec des traits), a rebuté ses contemporains.

Dans une seconde partie de notre travail, nous reprenons les travaux d'Al-Khwarizmi avec une première approche sur les résolutions d'équations, au programme de 4^e. A la demande du calife, le mathématicien a en effet rédigé un livre permettant de résoudre tous les problèmes de la vie quotidienne, mais il ne s'en est pas contenté, il a mis en place des méthodes générales de résolution d'équations. Pour faire comprendre aux élèves de 5^e que des problèmes similaires peuvent se ramener à la même équation (donc à la même méthode de résolution et à la même solution), nous avons mis en parallèle les 3 problèmes suivants :

- Un champ rectangulaire a 5 unités de largeur et une surface de 30. Combien mesure sa largeur ?
- Un homme de 30 ans a 5 fois l'âge de son fils. Quel âge a son fils ?
- Un marchand a acheté 30 kilogrammes de tissus en 5 rouleaux identiques. Combien pèse un rouleau ?

Les élèves comprennent que même si les problèmes concernent des sujets différents, il est possible d'y répondre facilement et de trouver que, dans chaque cas, le nombre cherché est 6. Nous en profitons pour parler de la notion d'équation et d'inconnue de l'équation. Les

trois problèmes précédents reviennent à chercher la valeur de x sachant que $5 \times x = 30$. A travers cette activité, nous avons pu ainsi introduire la représentation d'un nombre inconnu à l'aide d'une lettre et les premières résolutions d'équations du premier degré. Nous demandons ensuite aux élèves de trouver la valeur des nombres recherchés dans chacun des problèmes suivants :

- Quel nombre donne 10 si on lui ajoute 3 ?
- Quel nombre donne 15 si on le divise par 2 ?
- Quel nombre donne 0 si on le multiplie par 2 puis qu'on lui soustrait 10 ?

Puis, nous leur présentons une traduction du livre d'Al-Khwarizmi dans laquelle la résolution se fait de manière littéraire, loin des formulations utilisées de nos jours. Cela leur a semblé très difficile à comprendre : le calcul littéral et sa formulation (au programme de 5^e) se révèlent plus simples à utiliser. Nous sommes conscients de la difficulté de mettre une équation du 2nd degré. Mais c'est la forme qui est intéressante dans l'optique de présenter une réponse littéraire.

Al-Khwarizmi (IX^e siècle) propose l'équation « Que le carré et dix racines égalent trente-neuf unités » et décrit l'algorithme suivant : « La règle est que tu divises [le nombre de] racines en deux moitiés, ici on obtient cinq, que tu multiplies par lui-même, on a 25, que tu ajoutes à 39 et on obtient 64. Tu prends la racine qui est 8, tu en retranches la moitié du nombre des racines qui est 5, il en vient 3 qui est la racine du carré que tu cherches, le carré est 9. »

D'après *Éléments d'histoire des mathématiques*, M. Serres, 1989, Bordas.

La dernière partie de la deuxième séance est consacrée à retracer le chemin des nombres indo-arabes et faire un résumé de notre expérimentation. La mer Méditerranée est vue comme berceau de trois civilisations et lieu de transmission des connaissances. La création d'un schéma sur le tableau retrace le chemin des chiffres de l'Inde vers l'Europe en passant par Bagdad. Le trajet est approximatif mais reprend cependant les principaux repères géographiques demandés pour cette période.

Conclusion :

Dans l'ensemble, les élèves ont apprécié cette co-intervention. Ils ont trouvé cela « plus sympa », « mieux que de faire des exercices ». Ils ont aimé les travaux de groupes qui leur ont été proposés. Ils ont d'ailleurs adhéré sans difficulté aux différentes activités. L'une des classes qui ont participé à cette expérimentation, qui n'a pas Mme Vaudé en cours de mathématiques, a même expliqué à son professeur de mathématiques ce qu'ils avaient fait et retenu pendant les deux séances.

A travers cette expérimentation, les élèves de 5^e ont pu comprendre que les mathématiques sont une science qui a évolué au cours du temps et qui continue d'évoluer. Ils se sont également rendu compte que des matières comme l'histoire – géographie et les mathématiques peuvent être reliées.

En histoire, à partir de cet exemple sur les mathématiques, les élèves ont mieux appréhendé la circulation des connaissances au Moyen Âge. Contrairement à l'idée reçue d'un monde plutôt statique à cette période, ils ont compris que les trois empires (chrétiens occidentaux, chrétiens orthodoxes et musulmans) entretenaient des relations. Les habitants n'hésitaient pas à voyager et ce faisant, les connaissances aussi.

En mathématiques, les élèves ont compris que les connaissances ont circulé et évolué au fur et à mesure de l'histoire. Ils ont été sensibilisés aux difficultés liées à l'existence du zéro (difficultés que l'on peut également aborder en 5^e lors du chapitre sur les nombres relatifs). Cette expérimentation permet également d'introduire la notion de calcul littéral et d'en montrer un avantage en comparant la résolution d'équations comme elle est faite actuellement avec la version littéraire d'Al-Khwarizmi.

Aborder cette notion en co-animation permet un enrichissement culturel et scientifique.