




### Réalisation technique

#### 1) Réalisation de la roue :

A l'aide de l'outil , créer un cercle de centre  $A$  et de rayon 3 cm.

Saisie:  $B' = \text{Rotation}[B, 60^\circ, A]$


Placer un point  $B$  sur ce cercle.

En utilisant le champ de saisie, créer le point  $B'$ , image du point  $B$  par rotation de centre  $A$  et d'angle  $60^\circ$  dans le sens anti-horaire :  $B' = \text{Rotation}[B, 60^\circ, A]$

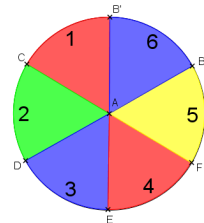
En utilisant de nouveau le champ de saisie, créer les autres points en construisant un polygone régulier :  
 $\text{poly1} = \text{Polygone}[B, B', 6]$


Saisie:  $\text{poly1} = \text{Polygone}[B, B', 6]$

Enlever l'affichage de ce polygone.


A l'aide de l'outil , créer les six secteurs circulaires.

Modifier les couleurs pour avoir, dans l'ordre en tournant dans le sens anti-horaire à partir du point  $B'$ , les couleurs suivantes : rouge, vert, bleu, rouge, jaune, bleu.  
Enlever l'affichage des points  $C, D, E$  et  $F$ .



A l'aide de l'outil , écrire, dans chacun de ces secteurs un texte correspondant à son numéro (de 1 à 6 dans cet ordre et en tournant toujours dans le sens anti-horaire)

#### 2) Tirage aléatoire et flèche

En utilisant l'outil , créer un curseur  $NbTirages$  définissant un nombre entier compris entre 1 et 1000.


Dans les propriétés de celui-ci, dans l'onglet curseur, régler l'animation en choisissant Répéter une fois (croissant)

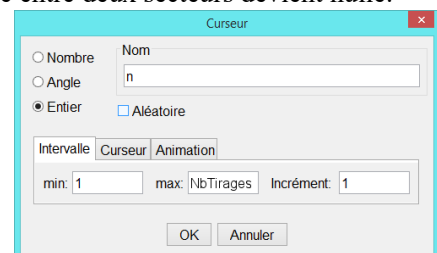
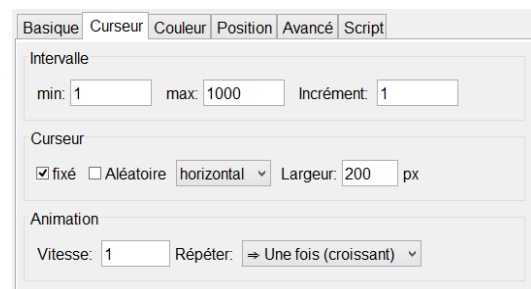
En utilisant le champ de saisie, créer une liste regroupant un ensemble de mesures d'angles aléatoires en nombre égal à  $NbTirages$  :

$ListeTirage = \text{Séquence}[\text{AléaUniforme}[0, 360], k, 1, NbTirages]$

Saisie:  $ListeTirage = \text{Séquence}[\text{AléaUniforme}[0, 360], k, 1, NbTirages]$

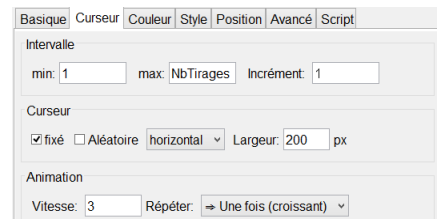
**Remarque :** On utilise ici la commande  $\text{AléaUniforme}$  plutôt que la commande  $\text{AléaEntreBornes}$  pour que le tirage se fasse parmi tous les réels compris entre 0 et 360 plutôt que parmi les entiers entre 0 et 359. La simulation se rapproche ainsi plus de la réalité et la probabilité de tomber sur une frontière entre deux secteurs devient nulle.

Avec l'outil , créer un curseur  $n$  définissant des nombres entiers allant de 1 à  $NbTir$   
(Pour que ce curseur apparaisse dans la fenêtre graphique, il faut que  $NbTirages$  soit supérieur à 1 !)



Ouvrir le panneau des propriétés de celui-ci :

- dans l'onglet  **curseur**, régler l'animation en choisissant Répéter une fois (croissant) et en appliquant la vitesse 3, puis enlever l'affichage de ce curseur.



À l'aide du champ de saisie, créer une variable  $t$  correspondant au  $n^{\text{ème}}$  élément de la liste ListeTirage :  
 $t = \text{Elément}[\text{ListeTirage}, n]$

Saisie:  $t = \text{Elément}[\text{ListeTirage}, n]$

En utilisant de nouveau le champ de saisie,  
 - créer le point  $G : G = \text{Homothétie}[B', 0.9, A]$

Saisie:  $G = \text{Homothétie}[B', 0.9, A]$

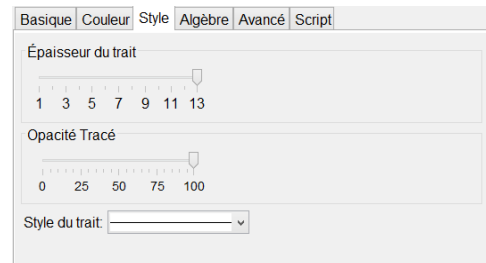
- créer un point  $G'$ , image du point  $G$  par la rotation de centre  $A$  et d'angle  $t^\circ$  :  
 $G' = \text{Rotation}[G, t^\circ, A]$ .

Saisie:  $G' = \text{Rotation}[G, t^\circ, A]$

- créer le vecteur d'origine  $A$  et d'extrémité  $G' : u = \text{Vecteur}[A, G']$

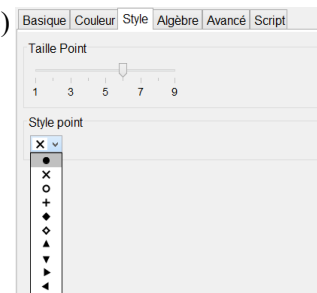
Saisie:  $u = \text{Vecteur}[A, G']$

Fixer l'épaisseur du trait du vecteur à 13.  
 Enlever l'affichage des points  $B, B', G$  et  $G'$ .



Définir l'affichage du point  $A$  comme étant un point (premier choix dans le menu style) de taille 6.

Enlever l'affichage de son étiquette.



### 3) Liste des numéros obtenus

À l'aide du champ de saisie, créer la liste des numéros obtenus :

$\text{ListeSecteurs} = \text{Séquence}[\text{Si}[\text{Elément}[\text{ListeTirage}, k] < 60, 1, \text{Si}[\text{Elément}[\text{ListeTirage}, k] < 120, 2, \text{Si}[\text{Elément}[\text{ListeTirage}, k] < 180, 3, \text{Si}[\text{Elément}[\text{ListeTirage}, k] < 240, 4, \text{Si}[\text{Elément}[\text{ListeTirage}, k] < 300, 5, 6]]]], k, 1, \text{NbTirages}]$

### 4) Affichage des résultats

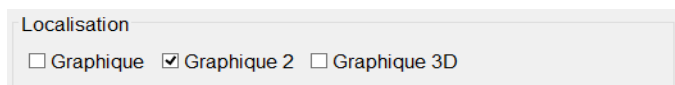
Dans la barre de saisie, créer l'affichage des résultats dans la fenêtre graphique :

$\text{liste1} = \text{Séquence}[\text{Séquence}[\text{Texte}[\text{Elément}[\text{ListeSecteurs}, j (\text{floor}(\text{NbTirages} / 5) + 1) + k], (12 + j, 6.5 - 0.5k)], k, 1, \text{floor}(\text{NbTirages} / 5) + 1], j, 0, \text{min}[4, \text{NbTirages} - 1]]$

Cette commande permet d'afficher en 5 colonnes les éléments de la liste ListeSecteurs dans la fenêtre graphique.

Ouvrir le panneau des propriétés de cette liste :

Dans l'onglet avancé, dans le paragraphe Localisation, décocher la case Graphique 1 et cocher la case Graphique 2.



Dans la barre de saisie :

- Définir les nombres suivants :

$n1 = \text{NbSi}[k \pm 1, k, \text{ListeSecteurs}]$   
 $n2 = \text{NbSi}[k \pm 2, k, \text{ListeSecteurs}]$   
 $n3 = \text{NbSi}[k \pm 3, k, \text{ListeSecteurs}]$   
 $n4 = \text{NbSi}[k \pm 4, k, \text{ListeSecteurs}]$   
 $n5 = \text{NbSi}[k \pm 5, k, \text{ListeSecteurs}]$   
 $n6 = \text{NbSi}[k \pm 6, k, \text{ListeSecteurs}]$

- Définir ensuite les valeurs :

$f1 = n1 / \text{NbTirages}$                        $f2 = n2 / \text{NbTirages}$   
 $f3 = n3 / \text{NbTirages}$                        $f4 = n4 / \text{NbTirages}$   
 $f5 = n5 / \text{NbTirages}$                        $f6 = n6 / \text{NbTirages}$

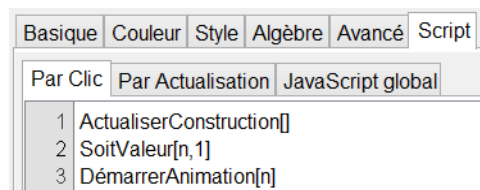
Saisie:


$nr = n1 + n4$                                        $nb = n3 + n6$

$fr = f1 + f4$                                        $fb = f3 + f6$

Dans les propriétés du vecteur u, choisir l'onglet script puis l'onglet par clic puis taper les instructions suivantes :

`ActualiserConstruction[]`  
`SoitValeur[n,1]`  
`DémarrerAnimation[n]`



A l'aide de l'outil , insérer le texte suivant :


```

\begin{tabular}{lcc}
& \text{Effectif} & \text{Fréquence} & \\ \hline
\textbf{Rouge} & nr & fr & \\ 
\textbf{Vert} & n2 & f2 & \\ 
\textbf{Bleu} & nb & fb & \\ 
\textbf{Jaune} & n5 & f5 & 
\end{tabular}

```

(Attention ! les caractères soulignés d'une ondulation sont des objets déjà existants. Il faut les chercher en cliquant sur le bouton Objets)

Une fois ce texte écrit, cocher la case *Formule LaTeX* puis sur *OK*.

A l'aide de l'outil , insérer le texte suivant :

```

\begin{tabular}{lcc}
& \text{Effectif} & \text{Fréquence} & \\ \hline
1 & n1 & f1 & \\ 
2 & n2 & f2 & \\ 
3 & n3 & f3 & \\ 
4 & n4 & f4 & \\ 
5 & n5 & f5 & \\ 
6 & n6 & f6 & \\ 
\phantom{Rouge} & & & 
\end{tabular}

```

(Attention ! les caractères soulignés d'une ondulation sont des objets déjà existants. Il faut les chercher en cliquant sur le bouton Objets)

Une fois ce texte écrit, cocher la case *Formule LaTeX* puis sur *OK*.


### 6) Lancer unique :

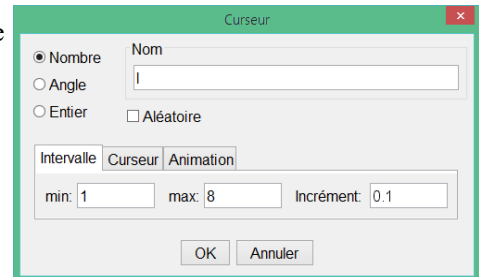
Dans la barre de saisie, créer un nombre aléatoire  $angle$  compris entre  $360^\circ$  et  $3600^\circ$  :  $angle = AléaUniforme[360, 3600]$

On précise ici que l'angle est défini par des tirages aléatoires de nombres réels qui se font suivant la loi uniforme sur  $[360;3600]$ - entre 1 et 10 tours- .

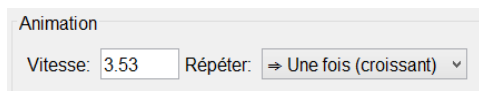
Saisie:  $angle = AléaUniforme[360, 3600]$

(voir le paragraphe sur le tirage aléatoire d'un réel en page 6)

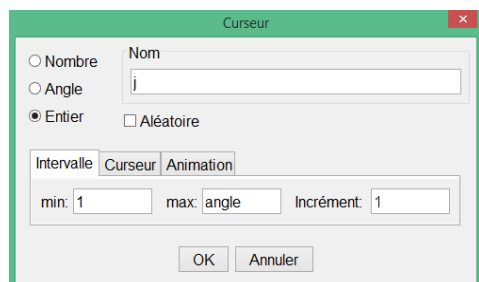
Avec l'outil , créer un curseur  $l$  prenant les valeurs comprises entre 1 et 8 avec un incrément de 0,1.



Régler la vitesse de ce curseur  $l$  à 3,53 et régler Répéter: sur *Une fois (croissant)*

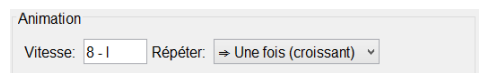


Créer un curseur  $j$  prenant des valeurs entières comprises entre 1 et  $angle$ .



Ouvrir le panneau des propriétés de celui-ci :

Dans l'onglet curseur, régler l'animation en choisissant Répéter une fois (croissant) et en appliquant la vitesse 8-l.



Dans la barre de saisie :

- créer le point  $G''$  image du point  $G$  par rotation de centre  $A$  et d'angle  $-j$  :  $G'' = Rotation[G, -j^\circ, A]$ .


Saisie:  $G'' = Rotation[G, -j^\circ, A]$

- créer le vecteur  $u'$  :  $u' = Vecteur[A, G'']$ .

Saisie:  $u' = Vecteur[A, G'']$

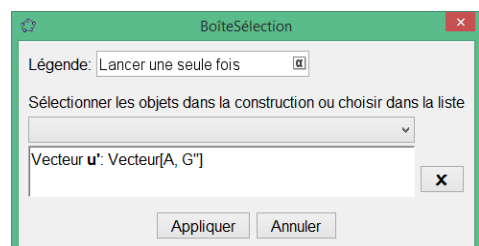
Ouvrir le panneau des propriétés de celui-ci :

- Dans l'onglet Style, régler son épaisseur du trait à 13  
- Enlever l'affichage du point  $G''$ .

En utilisant l'outil , créer une boîte à cocher en sélectionnant le vecteur  $u'$ .

Remplir la légende "*Lancer une seule fois*".

Renommer cette boîte  $m$ .



De la même façon, créer une boîte à cocher en sélectionnant le vecteur  $u$ .

Remplir la légende "*Lancer plusieurs fois*".

Renommer cette boîte  $o$ .

Ouvrir le panneau des propriétés de la case  $m$  :  
 Dans l'onglet Script, dans le sous-onglet "Par actualisation",  
 marquer  $SoitValeur[o,0]$ .

Ouvrir le panneau des propriétés de la case  $o$  :  
 Dans l'onglet Script, dans le sous-onglet "Par actualisation",  
 marquer  $SoitValeur[m,0]$ .

Ouvrir le panneau des propriétés du vecteur  $u$  :

Dans l'onglet "Par Clic", écrire :

$ActualiserConstruction[]$

$SoitValeur[m,1]$

$SoitValeur[j,1]$

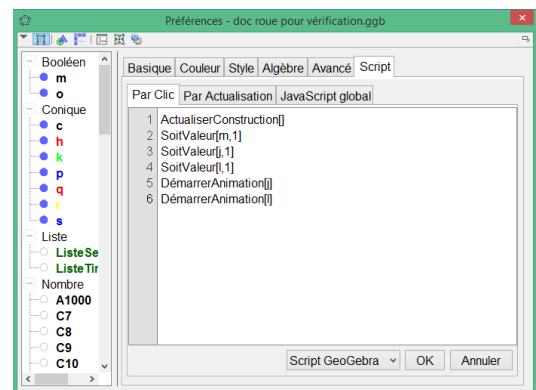
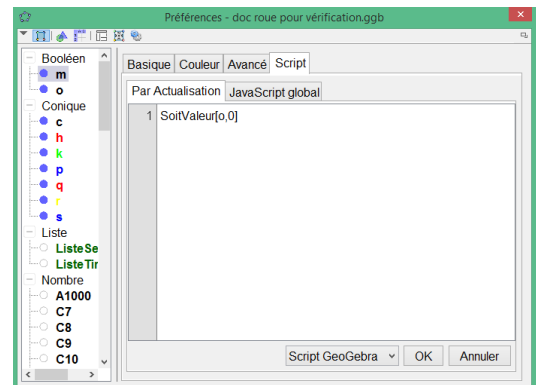
$SoitValeur[l,1]$

$DémarrerAnimation[j]$

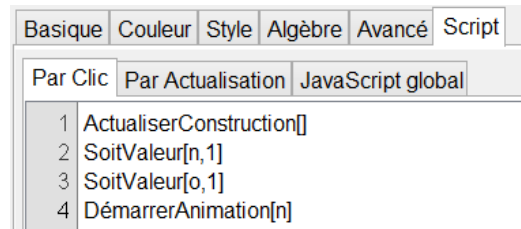
$DémarrerAnimation[l]$

Cacher les curseurs  $j$  et  $l$ .

Ouvrir le panneau des propriétés du curseur  $NbTirages$  : Dans  
 l'onglet Avancé, choisir la condition pour afficher l'objet :  $o$ .



Ouvrir le panneau des propriétés du vecteur  $u$ , rajouter, en ligne 3, la commande :  $SoitValeur[o,1]$

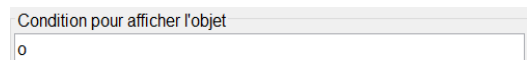


A l'aide de l'outil , créer le texte :

"Indiquer ci-dessous le nombre de tirages voulus puis cliquer sur la flèche pour la lancer."

Ouvrir le panneau des propriétés de ce texte :

Dans les conditions d'affichage, taper  $o$ .



A l'aide de l'outil , créer le texte :

"Cliquer sur la flèche pour la lancer."

Positionner ce texte au même endroit que le précédent.

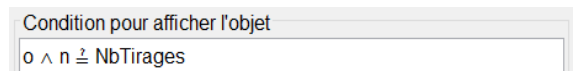
Ouvrir le panneau des propriétés de ce texte :

Dans les conditions d'affichage, taper  $m$ .

Ouvrir le panneau des propriétés de la liste liste1 :

Dans l'onglet avancé, taper la condition d'affichage :

$o \wedge n == NbTirages$



Ouvrir les panneaux des propriétés des tableaux d'effectifs et de fréquences :

Dans l'onglet avancé, taper la condition d'affichage :

$o \wedge n == NbTirages$

### A propos de la loi uniforme :

#### Méthode pour simuler un tirage aléatoire :

On tire un nombre réel au hasard entre 0 et 1, nombre que l'on multiplie par 360, ce qui génère un nombre entre 0 et 360, et donne donc la position de la flèche.

Malheureusement, l'expression « tirer un nombre réel au hasard entre 0 et 1 » n'a aucun sens si on ne précise pas selon quelle loi.

En effet :

Soient  $X$  et  $X'$  deux variables aléatoires indépendantes suivant la loi uniforme sur  $[0; 1]$ .

Il est clair que la fonction de répartition associée à  $X$ , mais évidemment aussi à  $X'$ , est la fonction  $F$  définie sur  $[0; 1]$  par  $F(t) = t$ .

Considérons les deux variables aléatoires  $Y$  et  $Z$  définies respectivement par  $Y = X^2$  et  $Z = \max(X; X')$ .

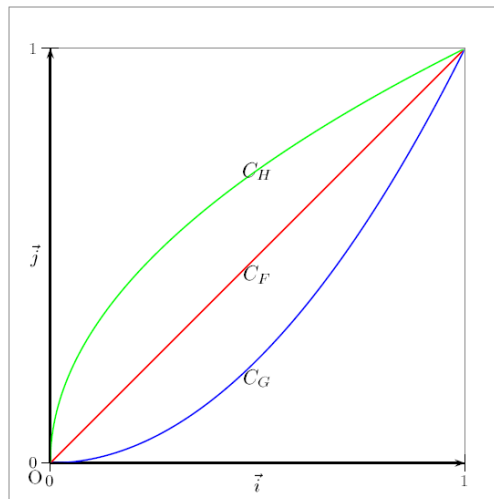
Si  $G$  et  $H$  sont les fonctions de répartition associées respectivement à  $Y$  et  $Z$ , on peut alors écrire, pour tout réel  $t$  de l'intervalle  $[0; 1]$ ,

$$G(t) = P(Y \leq t) = P(X^2 \leq t) = P(X \leq \sqrt{t}) = \sqrt{t}$$

et

$$H(t) = P(Z \leq t) = P((X \leq t) \cap (X' \leq t)) = P(X \leq t) \times P(X' \leq t) = t^2$$

Les représentations graphiques de  $F$ ,  $G$  et  $H$  sont alors :



Les trois variables vérifient  $X(\Omega) = [0; 1]$ ,  $Y(\Omega) = [0; 1]$  et  $Z(\Omega) = [0; 1]$ .

Et, pour tous réels  $a$  et  $b$  appartenant à  $[0; 1]$ ,

$$P(a \leq X \leq b) = b - a$$

$$P(a \leq Y \leq b) = \sqrt{b} - \sqrt{a}$$

$$P(a \leq Z \leq b) = b^2 - a^2$$

Par conséquent, si on revient à l'activité Loterie, on peut afficher, à l'aide d'une simulation sous Scilab, les probabilités théoriques attendues et les fréquences observées sur un échantillon :

Fréquences observées sur un échantillon de taille 20000 avec  $\max(X, X')$

0.0278  
0.0862  
0.13865  
0.1941  
0.2503  
0.30295

Fréquences observées sur un échantillon de taille 20000 avec  $X^2$

0.4069  
0.1704  
0.1301  
0.10735  
0.09695  
0.0883

Probabilités théoriques avec les lois de, respectivement  $X^2$ , dans la première colonne, et  $\max(X, X')$  dans la deuxième

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| 0.4082482904639 | 0.0277777777778 |
| 0.1691019787258 | 0.0833333333333 |
| 0.1297565119969 | 0.1388888888889 |
| 0.1093897997412 | 0.1944444444444 |
| 0.0963743482476 | 0.25            |
| 0.0871290708247 | 0.3055555555556 |

-->