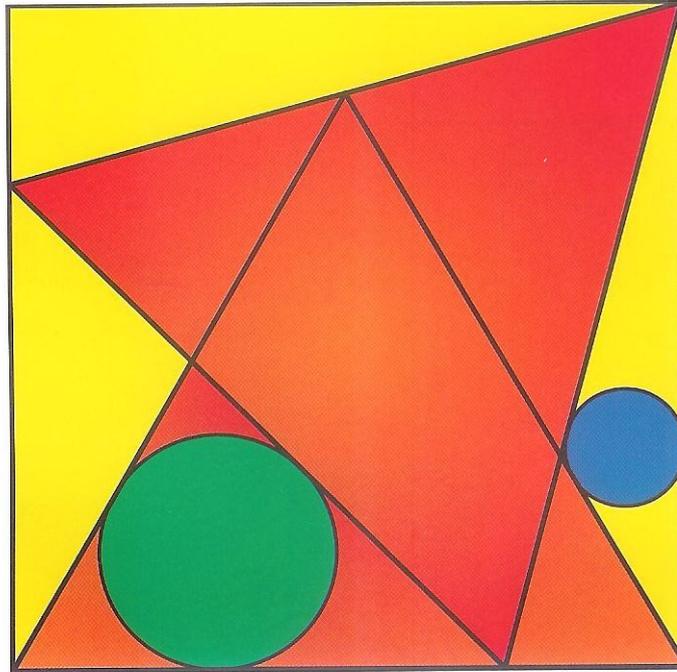


SANGAKU
Devoir maison
Troisième



Les triangles sont équilatéraux

Introduction

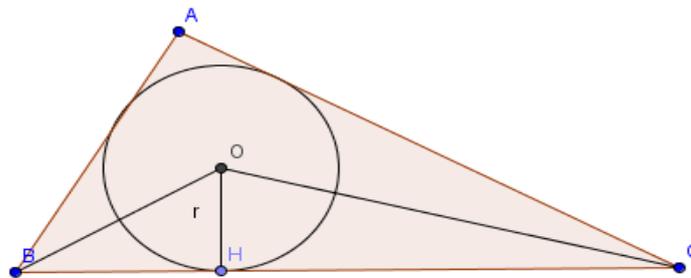
Les sangakus sont des énigmes géométriques traditionnelles japonaises. Elles sont accrochées à l'entrée des temples et expriment la reconnaissance des mathématiciens envers les dieux.

Partie I

1. Sur la base d'un carré de 20 cm de côté, reproduire ce sangaku et le colorier.
2. Ecrire un programme de construction qui détaille vos tracés successifs

Partie II Une jolie formule pour commencer ...

Soit ABC un triangle quelconque. Soit le cercle de centre O de rayon r , inscrit dans ce triangle. On appelle H le point de tangence entre le cercle et le segment [BC]



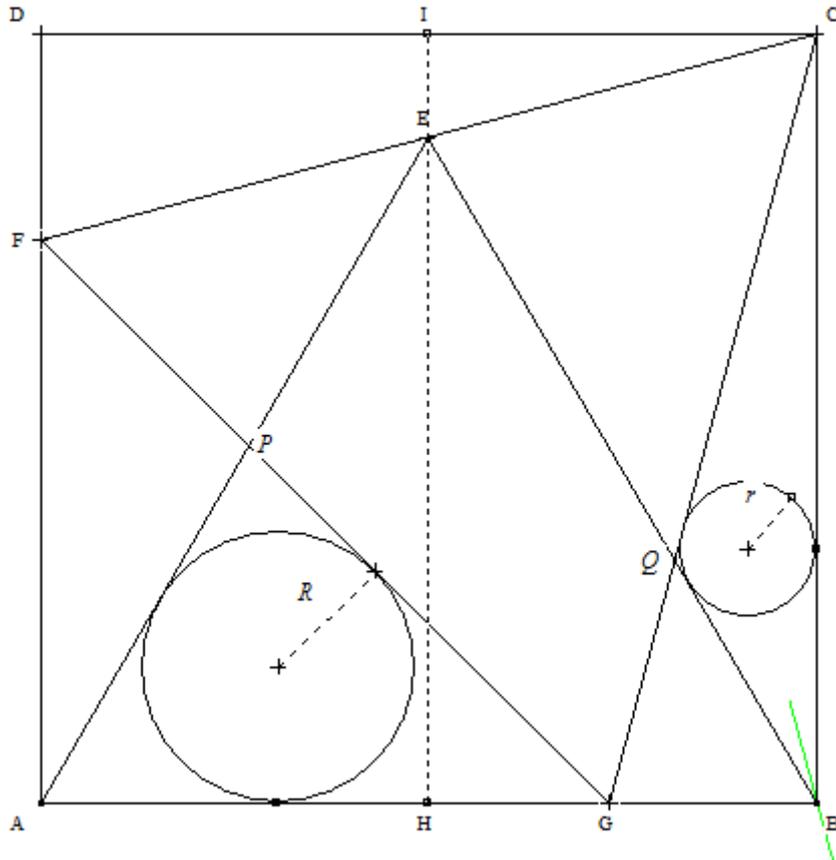
1. Recopier et compléter la phrase : « O est l'intersection des du triangle ABC, et (OH) est à (BC). »
2. Montrer que $BH = \frac{r}{\tan(\widehat{B}/2)}$ et que $HC = \frac{r}{\tan(\widehat{C}/2)}$
3. En déduire que $r = BC \times \frac{\tan(\widehat{B}/2) + \tan(\widehat{C}/2)}{\tan(\widehat{B}/2) \times \tan(\widehat{C}/2)}$ (jolie formule, isn't it !)

Partie III

L'énigme consiste à démontrer que :

le rayon R du grand cercle est le double du rayon r du petit cercle .

Sur le schéma du sangaku ci-dessous, on a H pied de la hauteur issue de E dans EAB. Et I , E et H alignés.



1. Pour simplifier les calculs on considère que le côté du carré vaut 1
 - a) Montrer que la hauteur [EH] du triangle EAB mesure $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - b) En déduire que $EI = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
 - c) Montrer que $FD = 2 - \sqrt{3}$
 - d) En déduire que $\widehat{DCF} = 15^\circ$
2.
 - a) Déterminer les angles des triangles DFC et BCG. Que peut-on dire de ces deux triangles ?
 - b) En déduire que $AG = \sqrt{3} - 1$
3. Déterminer les angles des triangles APG et BQC
4. En utilisant la jolie formule de la partie II montrer que :
 - a) $R = (\sqrt{3} - 1) \times \frac{\tan 30 \times \tan 22,5}{\tan 30 + \tan 22,5}$ puis calculer cette valeur à 10^{-6} près
 - b) $r = (1) \times \frac{\tan 15 \times \tan 7,5}{\tan 15 + \tan 7,5}$ puis calculer cette valeur à 10^{-6} près
5. Conclure.