

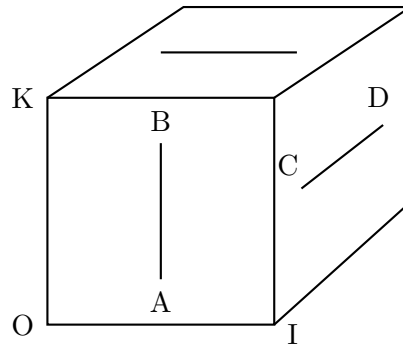
ICOSAEDRE INSCRIT DANS UN CUBE

Énoncé

L'icosaèdre est l'un des solides de Platon. Ses vingt faces sont constituées de triangles équilatéraux, il a trente arêtes et douze sommets.

Il est possible d'inscrire un icosaèdre dans un cube avec la règle suivante :

six de ses arêtes sont portées par des médianes des faces du cube, deux faces consécutives du cube portant des arêtes orthogonales (voir, par exemple, les arêtes $[AB]$ et $[CD]$ sur le dessin).



Problème : Si on suppose que le cube a pour arête 1, quelle sera la longueur de l'arête de l'octaèdre inscrit ?

On pourra considérer un repère de l'espace (O, I, J, K) , O, I, J et K étant quatre des sommets du cube. On notera $A(\frac{1}{2}, O, x)$, $B(\frac{1}{2}, O, 1-x)$ et $C(1, x, \frac{1}{2})$ trois sommets d'une face de l'icosaèdre inscrit. Préciser dans quel intervalle doit se situer le réel x . A l'aide d'un logiciel de géométrie (dans l'espace) construire un cube ou utiliser la figure d'un cube déjà construite. Placer les sommets O, I, J, K puis les points A, B, C évaluer à l'aide du logiciel la valeur de x permettant d'avoir ABC triangle équilatéral. Afficher la valeur de x , les longueurs des segments $[AB]$ et $[BC]$.

Appeler l'examineur pour vérification.

Compléter en plaçant les autres sommets de l'icosaèdre inscrit. Terminer la construction. On pourra effacer le cube, animer, si possible, le solide obtenu.

Appeler l'examineur pour vérification de la figure construite.

Production écrite : Répondre au problème posé en détaillant le calcul de x .

Remarque : On peut reprendre le problème pour construire cette fois un dodécaèdre.