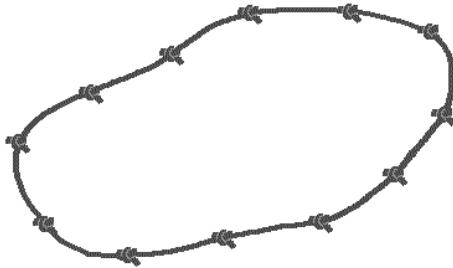
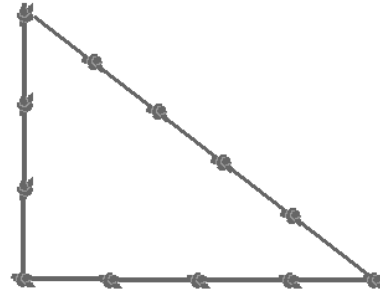


Commentaires sur la réciproque de Pythagore

Il est temps de raconter une petite histoire : un ami m'a rapporté d'Égypte un somptueux cadeau ... le cordeau égyptien¹ ! Je le montre aux élèves "en boule" (quelle déception) puis "en équerre" (surprise). Quel est donc le secret de ce cadeau ? C'est l'objet du travail qui suit.

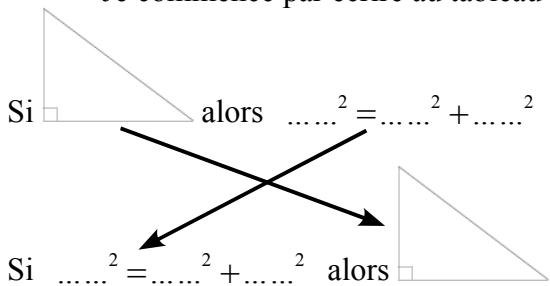


« en boule »



« en équerre »

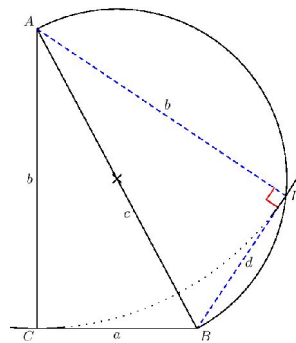
Je commence par écrire au tableau :



Je fais formuler en français ces deux "moules". J'explique que faire cette commutation s'appelle écrire la réciproque d'un théorème. Mais nous ne savons pas si cette réciproque est vraie ! Selon le niveau des élèves, je l'admets ou je la démontre.

Cette démarche ne fait pas l'unanimité dans l'Éducation Nationale; il est parfois demandé aux enseignants de démontrer systématiquement la réciproque du théorème de Pythagore.

Voici une démonstration possible, qui demande d'admettre que si deux nombres positifs ont des carrés égaux alors ils sont égaux :



Pour le triangle ABC , on sait que $c^2 = a^2 + b^2$. On construit le point D , comme l'indique la figure. Le triangle ABD est rectangle en D , donc $c^2 = d^2 + b^2$. Par conséquent $a = d$. Les points A et B étant équidistants de C et D , la droite (AB) est la médiatrice du segment $[CD]$. Les triangles ABC et ABD sont symétriques par rapport à la droite (AB) . Donc le triangle ABC est rectangle.

C'est cela le secret du cordeau égyptien ! Au temps des pharaons, les constructeurs des pyramides et de tous les autres célèbres monuments de l'Égypte se servaient de cette corde à 12 noeuds comme d'une équerre. Selon la distance entre chaque noeud, ils avaient une grande ou une petite équerre. La petite pouvait se mettre facilement dans la poche ! Voilà une belle histoire à raconter aux élèves, d'autant plus que certains carreleurs utilisent toujours le triangle 3, 4, 5.

¹ Si vous ne planifiez pas un voyage en Égypte, il n'est pas compliqué d'en fabriquer un: un cordeau un peu épais noué en boucle, 11 autres nœuds formés avec des bouts de ficelle, à égale distance les uns des autres, et le tour est joué !