

# Les nombres consistants Programmation avec Xcas

1<sup>ère</sup>

Fiche élève

Auteur : Pierre Lapôtre

On considère l'algorithme suivant : à tout entier  $\geq 10$ , on associe le produit de ses chiffres. Si le résultat obtenu est supérieur ou égal à 10, on applique à nouveau cette procédure et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on obtienne un nombre inférieur ou égal à 9, c'est-à-dire s'écrivant avec un seul chiffre. Voici quelques exemples :

$$\begin{aligned} 53 &\longrightarrow 5 \times 3 = 15 \longrightarrow 1 \times 5 = 5 \\ 77 &\longrightarrow 7 \times 7 = 49 \longrightarrow 4 \times 9 = 36 \longrightarrow 3 \times 6 = 18 \longrightarrow 1 \times 8 = 8 \\ 679 &\longrightarrow 6 \times 7 \times 9 = 378 \longrightarrow 3 \times 7 \times 8 = 168 \longrightarrow 1 \times 6 \times 8 = 48 \longrightarrow 4 \times 8 = 32 \longrightarrow 3 \times 2 = 6 \end{aligned}$$

Le nombre de fois que l'on applique cette procédure à un entier  $n \geq 10$  s'appelle la persistance de  $n$ . Par exemple, la persistance de 53 est 2, la persistance de 77 est 4, celle de 679 est 5. On pourra convenir que la persistance de 0, 1, ..., 9 est 0. On appelle nombre *consistant* (respectivement *superconsistant*) tout nombre dont la persistance est supérieure ou égale à 4 (respectivement 5).

• 999 est-il superconsistant ? consistant ?

L'objet de cette activité est de répondre aux questions suivantes :

- Quel est le plus petit nombre consistant ?
- Combien y a-t-il de nombres consistants inférieurs ou égaux à 999 ?
- Quel est le plus petit nombre superconsistant ?
- Combien y a-t-il de nombres superconsistants inférieurs ou égaux à 999 ?

1. Construire un programme qui, pour tout entier compris entre 100 et 999, effectue le produit de ses chiffres.

**Indication** : la commande `floor(x)`, où  $x$  est un réel, renvoie le plus grand entier inférieur ou égal à  $x$ . Ainsi, `floor(367/100)` donne 3, ce qui fournit le chiffre des centaines de 367. Comment obtenir le chiffre des dizaines ? celui des unités ?

2. Compléter le programme obtenu à la question précédente pour obtenir la persistance d'un entier compris entre 100 et 999,

**Indication** : il faudra répéter le programme de la question 1. jusqu'à ce que le produit obtenu soit inférieur ou égal à 99 (boucle « tant que »), puis adapter ce programme pour les nombres inférieurs ou égaux à 99, c'est-à-dire obtenir le chiffre des dizaines, celui des unités, faire le produit et répéter le calcul jusqu'à ce que le résultat soit inférieur ou égal à 9 (boucle « tant que »).

On crée aussi un compteur, c'est-à-dire une variable, on la notera `k`, initialisée à 0 et qui augmente d'une unité à chaque fois que l'on effectue la procédure décrite précédemment : « calculer le produit de ses chiffres ». Lorsque le produit des chiffres est inférieur ou égal à 9, le calcul s'arrête et la valeur de `k` donne le nombre d'itérations, c'est à dire la persistance.

3. Évaluer ensuite la persistance de tous les entiers de 10 à 999, à l'aide du programme établi à la question précédente.

**Indication** : Il faudra utiliser une boucle « pour ».

À l'aide d'un test (« si ») sélectionner les nombres dont la persistance est supérieure ou égale à 4 (respectivement 5). Ces nombres pourront être rangés dans une liste qu'on affichera. L'affichage de la taille (`size`) de cette liste renseignera sur l'effectif des nombres consistants (respectivement superconsistants).