

Algorithmique. Programmation avec Xcas Carrés magiques d'ordre impair

But de l'activité : élaborer un programme, gérer des tableaux de nombres

Compétences engagées :

- ✓ programmation de Xcas
- ✓ boucles « pour » imbriquées
- ✓ gestion de tableaux de nombres

Pré-requis :

- ✓ définition d'un carré magique
- ✓ somme des n premiers entiers naturels non nuls
- ✓ boucle « pour »

Matériels utilisés :

- ✓ un ordinateur équipé de Xcas
- ✓ une imprimante
- ✓ papier, crayon pour étude à la main

Durée indicative : 1 heure

Noms du logiciel utilisé : Xcas

Déroulement de la séance :

Définition, propriétés des carrés magiques.

Présentation des carrés magiques d'ordre impair : 3, 5, 7.

Méthode de Bachet pour obtenir une solution.

Présentation des commandes de Xcas pour la gestion des tableaux de nombres :

matrices, matrices par blocs, transposition

effet des commandes « makemat », « matrix », « tran », « blockmatrix »

Listing 1 – Carré magique d'ordre impair

```
// Procédure de Bachet de Méziriac pour obtenir un carré magique d'ordre \
n, n impair.
CarreMagique(n):={
  if (est_pair(n)) {
    return(n+" est pair. La méthode de Bachet de Méziriac nécessite un \
nombre entier impair.");
  }
  else {
    // Déclaration des variables locales à la procédure
    local M,l,d,C,N,E,S,O,Z;

    // On crée un tableau 'M', à (2n-1) lignes et (2n-1) colonnes, \
rempli de zéros.
    M:=matrix(2*n-1,2*n-1,0);

    // Deux boucles pour imbriquées ('l' pour ligne et 'd' pour \
diagonale),
    // pour placer la liste des entiers de 1 à n^2 dans des diagonales \
descendantes
    // de longueur n, à partir de la position (0,n-1).
    // (la numérotation des lignes et colonnes se fait à partir de 0.)
    for (l:=0;l<=n-1;l++){
      for (d:=0;d<=n-1;d++){
        M[0+d+l,(n-1)+d-1]:=1+d+l*n;
      }
    }
  }
}
```

```

}

// Extraction du tableau central 'C'.
C:=M[(n-1)/2..(3*n-3)/2,(n-1)/2..(3*n-3)/2];
// 'N', 'S', 'E', 'O' sont les quatre tableaux extérieurs au tableau\
  'C',
// respectivement aux Nord, Sud, Est et Ouest du tableau 'C'
N:=M[0..(n-3)/2,(n-1)/2..(3*n-3)/2];
S:=M[(3*n-1)/2..2*n-2,(n-1)/2..(3*n-3)/2];
E:=M[(n-1)/2..(3*n-3)/2,(3*n-1)/2..2*n-2];
O:=M[(n-1)/2..(3*n-3)/2,0..(n-3)/2];

// On intègre les tableaux 'N', 'S', 'E', 'O' dans des tableaux
// à n lignes et n colonnes.
Z:=matrix((n+1)/2,n,0);
N:=blockmatrix(2,1,[Z,N]);
S:=blockmatrix(2,1,[S,Z]);

Z:=matrix(n,(n+1)/2,0);
E:=blockmatrix(1,2,[E,Z]);
O:=blockmatrix(1,2,[Z,O]);

// On retourne le tableau 'C' contenant le carre magique d'ordre n,
// obtenu en assemblant les cinq tableaux précédents.
C:=C+N+S+E+O;
return C;
}
};

```

Variantes / Pour aller plus loin / Références :

- ✓ Le source fourni contient une petite amélioration qui n'est pas demandé dans la fiche élève : la procédure de calcul du carré magique est englobée dans un test de parité de l'entier.
- ✓ La procédure échoue pour la valeur $n=1$. Cela est dû à la façon dont Xcas gère les matrices extraites d'une autre pour un sous-ensemble d'indices vide : le fonctionnement n'est pas la même selon qu'on travaille sur les lignes ou les colonnes. Ce n'est pas un bug; voir le fil suivant sur le forum de Xcas : <http://pcm1.e.ujf-grenoble.fr/XCAS/viewtopic.php?f=3&t=588>
On peut supposer qu'un élève sache générer à la main un carré magique de taille 1, mais on peut aussi lui demander de corriger ce défaut à l'aide d'un test supplémentaire.