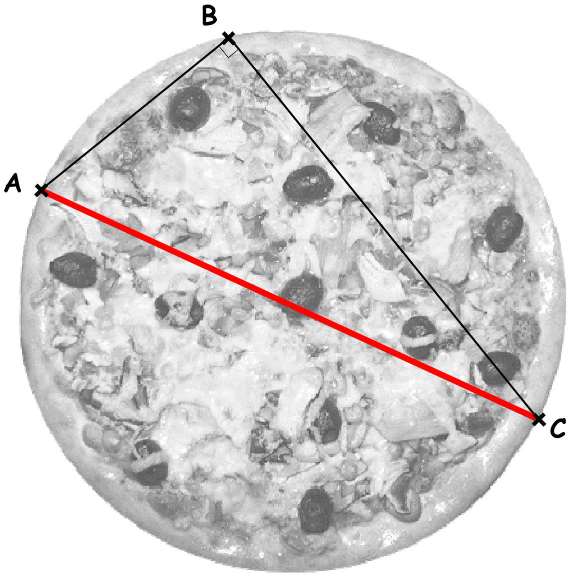
IREM de Lille AMECMI

# Correction DM n°..... 6°

Auteur : mathbernard

# PIZZA PARTY

## EXERCICE 1. A deux…




On trace un triangle ABC rectangle en B inscrit dans la pizza,
or si un triangle est rectangle alors il est inscrit dans un cercle de diamètre l'hypoténuse,
donc [AC] sera un diamètre de la pizza et celle-ci sera donc partagée en 2 parties égales.

## EXERCICE 2. A six…

1°) 360 : 6 = 60 L'angle " au centre " est de 60°.

2°) a) OA = 60 : 2 = 30. Le rayon de la pizza est de 30 cm.

b) Dans le triangle OBI rectangle en I, on a :

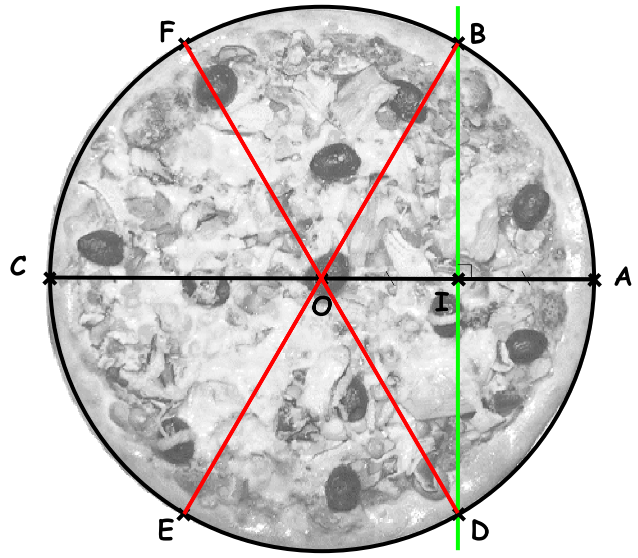
$$\cos \widehat{BOI} = \frac{adj}{hyp} = \frac{OI}{OB} \quad \text{or } OB = 30 \text{ et } OI = 30 : 2 = 15$$

$$\cos \widehat{BOI} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

d'où $\widehat{BOI} = 60°$.

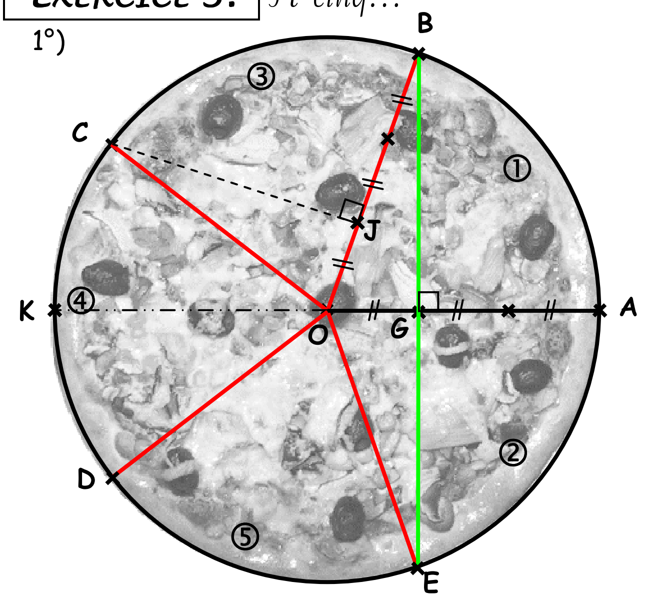
3°) Le secteur angulaire $\widehat{AOB}$ est donc une 1ère part.

Le secteur angulaire $\widehat{AOD}$ en est une seconde.
Pour terminer le découpage, il suffit donc de tracer les demi-droites [BO) et [DO), elles coupent le cercle respectivement en E et F. Et, par symétrie, on obtient donc les 6 parts égales.




## EXERCICE 3. A cinq…

1°)




2°) Dans le triangle OBG rectangle en G,
D'après le théorème de Pythagore, on a :
$OB^2 = OG^2 + BG^2$ or OB = 30 et OG = 30 : 3 = 10
$30^2 = 10^2 + BG^2$
$900 = 100 + BG^2$
$BG^2 = 900 - 100 = 800$
$BG = \sqrt{800} = \sqrt{400 \times 2} = 20\sqrt{2}$ cm.

De même pour OE, dans le triangle rectangle OGE,
$OE = 20\sqrt{2}$ cm.

3°) Dans le triangle OBG rectangle en G, on a :

$\sin \widehat{BOG} = \dfrac{opp}{hyp} = \dfrac{BG}{OB}$ ou $\tan \widehat{BOG} = \dfrac{opp}{adj} = \dfrac{BG}{OG}$

$\sin \widehat{BOG} = \dfrac{20\sqrt{2}}{30} = \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ $\tan \widehat{BOG} = \dfrac{20\sqrt{2}}{10} = 2\sqrt{2}$

d'où $\widehat{BOG} \approx 70{,}5°$

donc $\widehat{BOA} \approx 70{,}5°$ (car c'est le même angle).

De même pour $\widehat{AOE}$, dans le triangle rectangle OGE, $\widehat{AOE} \approx 70{,}5°$.

4°) a) On sait que OC = OA (rayons)

or si un triangle a deux côtés de même longueur alors il est isocèle

donc AOC est un triangle isocèle en O.

b) On sait que (OJ) passe par le sommet O du triangle AOC et qu'elle est perpendiculaire à [CA]

or dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par le sommet d'un triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé

donc (OJ) est la hauteur issue de O dans le triangle AOC.

Mais on sait aussi que AOC est isocèle en O

or dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principale est aussi bissectrice de l'angle à ce sommet

donc (OJ) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOC}$.

Donc $\widehat{BOC} = \widehat{AOB} \approx 70{,}5°$ (par définition de la bissectrice d'un angle).

5°) a) K, O et A sont alignés donc $\widehat{KOA} = 180°$.

$$\begin{aligned}\widehat{COK} &= 180 - (\widehat{AOB} + \widehat{BOC})\\ &\approx 180 - (70{,}5 + 70{,}5)\\ &\approx 180 - 141\\ &\approx 39°.\end{aligned}$$

b) On sait que D est le symétrique de C par rapport à (OA)

c'est-à-dire que $\widehat{COK}$ et $\widehat{DOK}$ sont symétriques par rapport à (OA)

or la symétrie axiale conserve les angles

donc $\widehat{COK} = \widehat{DOK}$.

$$\begin{aligned}\widehat{COD} &= \widehat{COK} + \widehat{DOK}\\ &\approx 39 + 39\\ &\approx 78°.\end{aligned}$$

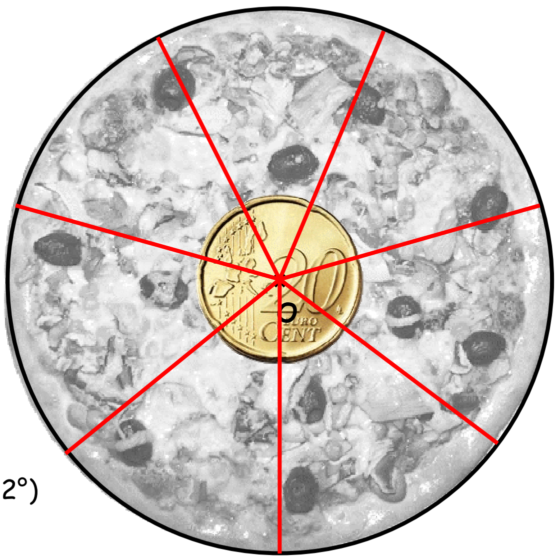
c) $\widehat{AOB} \approx 70{,}5°$, $\widehat{BOC} \approx 70{,}5°$, $\widehat{AOE} \approx 70{,}5°$ et $\widehat{COD} \approx 78°$.

Les parts ne sont donc pas égales, la part ④ est plus grande que les autres et Florian n'est pas très honnête (il prend la plus grosse part sans le dire à ses copains).

## EXERCICE 4. *A sept…*

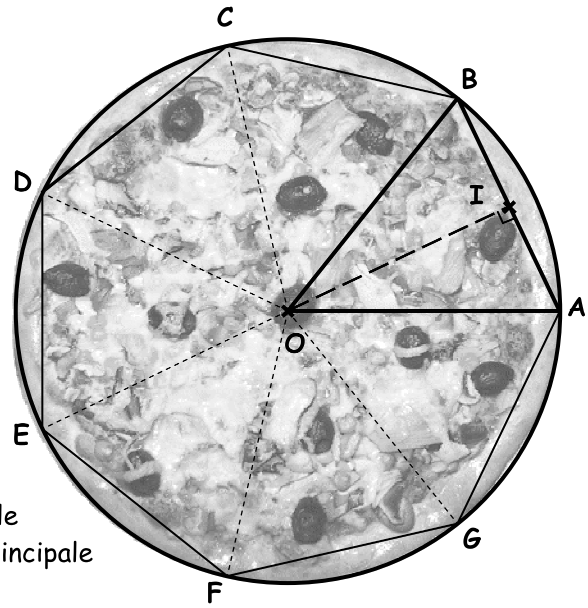
1°) En observant la pièce de 20 centimes, on constate que le bord de celle-ci comporte 7 rainures régulièrement espacées. il suffit donc de placer la pièce au centre de la pizza pour ensuite, en suivant chacune des rainures, la partager en 7 parts à peu près égales.

2°)



**EXERCICE 5.** *Toujours à sept, mais Axelle s'en mêle…*

1°) Le polygone ABCDEFG est un heptagone.




2°) Aire d'un disque $= \pi \times R^2$

$= \pi \times 30^2$

$= 900\pi$

L'aire de la pizza est de $900\pi$ cm$^2$.

Aire d'une part $= 900\pi : 7 = \frac{900}{7}\pi$

$\approx 404$

L'aire d'une part est d'environ 404 cm$^2$.

3°) a) $\widehat{AOB} = 360 : 7 = \frac{360}{7}°$.

On sait que OAB est isocèle en O

et que (OI) est la hauteur issue de O dans ce triangle

or dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principale

est aussi bissectrice de l'angle à ce sommet

donc $\widehat{IOA} = \frac{360}{7} : 2 = \frac{360}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{360}{14} = \frac{180}{7}°$.

*Rem.* : elle est aussi médiatrice et médiane.

b) Dans le triangle OIA rectangle en I, on a :

$\cos \widehat{IOA} = \frac{adj}{hyp} = \frac{OI}{OA}$ et $\sin \widehat{IOA} = \frac{opp}{hyp} = \frac{AI}{OA}$

$\cos\left(\frac{180}{7}\right) = \frac{OI}{30}$ $\sin\left(\frac{180}{7}\right) = \frac{AI}{30}$

$OI = 30 \times \cos\left(\frac{180}{7}\right)$ $AI = 30 \times \sin\left(\frac{180}{7}\right)$ ⇦ valeurs exactes.

$\approx 27$ cm $\approx 13$ cm.

c) Aire du triangle AOB $= \frac{OI \times AB}{2}$ or $AB = 2 \times AI \approx 2 \times 13 \approx 26$

$\approx \frac{27 \times 26}{2}$

$\approx 351$ L'aire de la part d'Axelle est d'environ 351 cm$^2$.

Aire de la partie coupée $\approx 404 - 351 \approx 53$ cm$^2$.

$\frac{53}{404} \times 100 \approx 13$ La partie jetée par Axelle représente environ 13% de sa part.