IREM de Lille AMECMI

Correction DM n°..... 3°

Auteur : mathbernard

THE MATHEMATICAL BRIDGE

EXERCICE 1. *Une ville, une université, un pont…*

1°) La ville de Cambridge est située en Angleterre, Royaume-Uni, à 80 kilomètres au nord de Londres.
Cambridge signifie "pont sur la Cam", son nom vient donc des ponts qui enjambent la rivière qui traverse la ville.
Cambridge est célèbre pour son université.

2°) L'université de Cambridge est la deuxième plus ancienne institution du monde anglophone juste après l'université d'Oxford.
Le domaine prédominant dans les enseignements est les mathématiques (et les sciences).

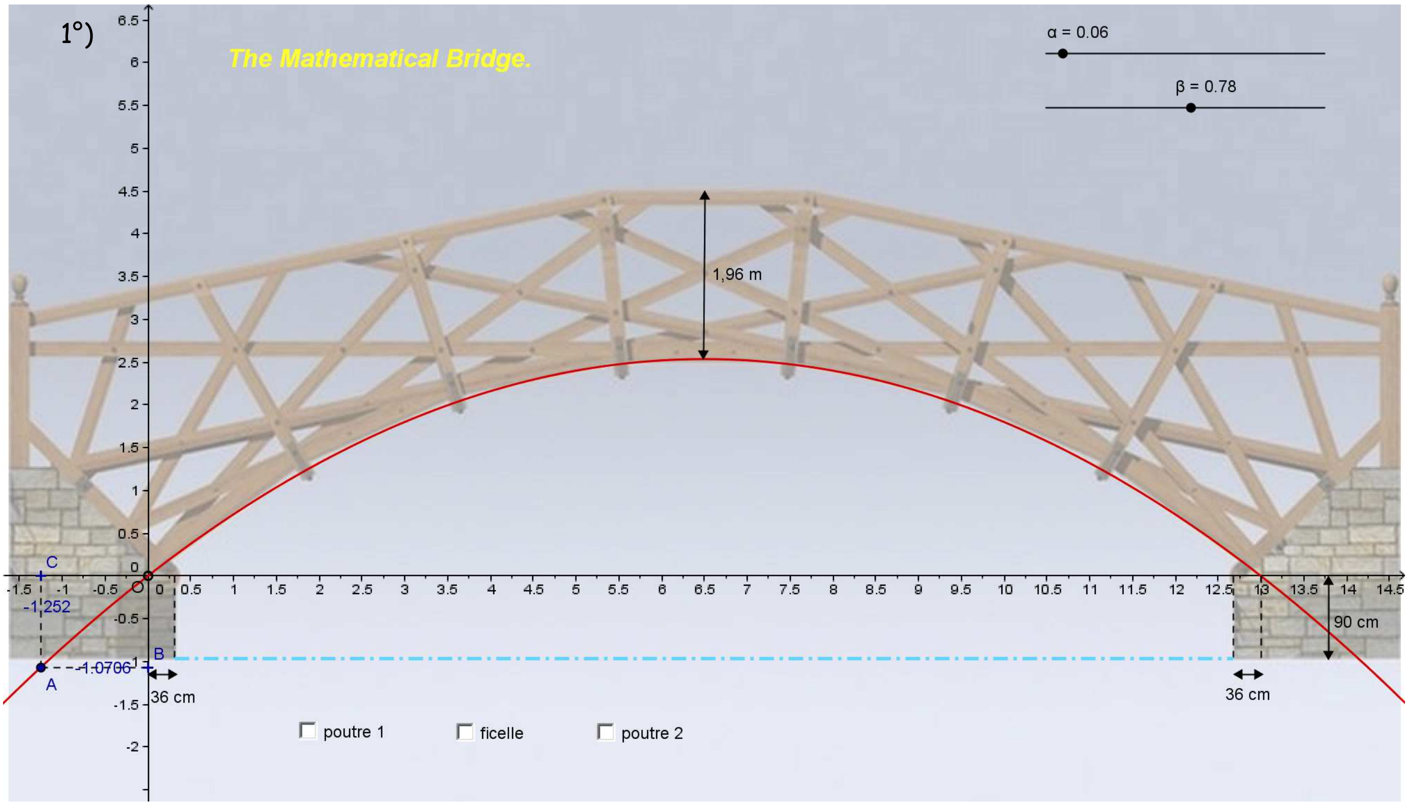
3°) Le pont a été dessiné par William ETHERIDGE mais construit par James ESSEX en 1749. Il est réalisé en bois.
Le pont actuel n'est pas le pont original, il a été reconstruit par deux fois, en 1866 et en 1905.

4°) Isaac NEWTON est né en 1643 et est mort en 1727. Le pont a été construit en 1749 soit 22 ans après sa mort. La légende n'est donc pas basée sur des faits réellement possibles.

5°) Le Mathematical Bridge est un pont arqué. Il n'a qu'une seule travée.

EXERCICE 2. *La courbure du pont…*

1°)



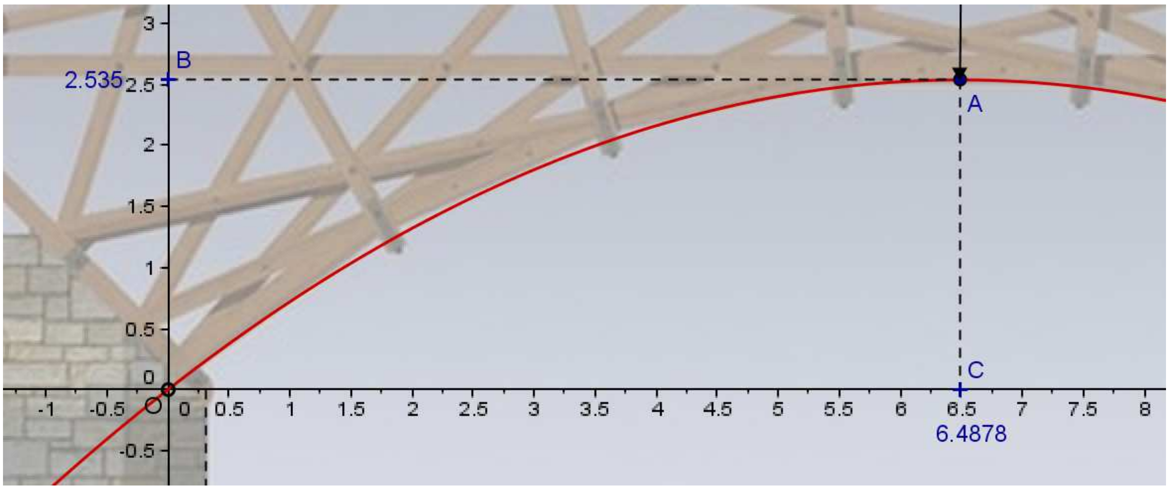
On obtient alors α = 0,06 et β = 0,78.

2°) a) f(4) = - 0,06 × 4^2 + 0,78 × 4
= - 0,96 + 3,12
f(4) = 2,16.

b) Par lecteur graphique, les images semblent nulles pour x = 0 et x = 13.
f(0) = - 0,06 × 0^2 + 0,78 × 0
f(0) = 0
f(13) = - 0,06 × 13^2 + 0,78 × 13
= - 10,14 + 10,14
f(13) = 0.

c) 13 - 0,36 - 0,36 = 12,28
La longueur de la travée du Mathematical Bridge est de 12,28 m.

3°)



a) L'ordonnée maximale du point A est d'environ 2,535. Son abscisse est alors d'environ 6,4878.
(D'autres valeurs sont possibles ; exp. : 6,4715).

b) - 0,12x + 0,78 = 0
- 0,12x = 0 - 0,78
- 0,12x = - 0,78
$x = \dfrac{-0{,}78}{-0{,}12} = 6{,}5$ La solution de l'équation est 6,5.
f(6,5) = - 0,06 × $6{,}5^2$ + 0,78 × 6,5
= - 2,535 + 5,07
f(6,5) = 2,535

c) Les ordonnées sont identiques mais les abscisses ne le sont pas ici. Cela est dû au fait que le logiciel utilise des valeurs approchées des nombres utilisés.

d) 2,535 + 0,90 = 3,435 Le tirant d'air est de 3,435 m.
3,435 + 1,96 = 5,395 La hauteur maximale du pont par rapport au niveau de l'eau est de 5,395 m.

EXERCICE 3. *L'angle du pont…*

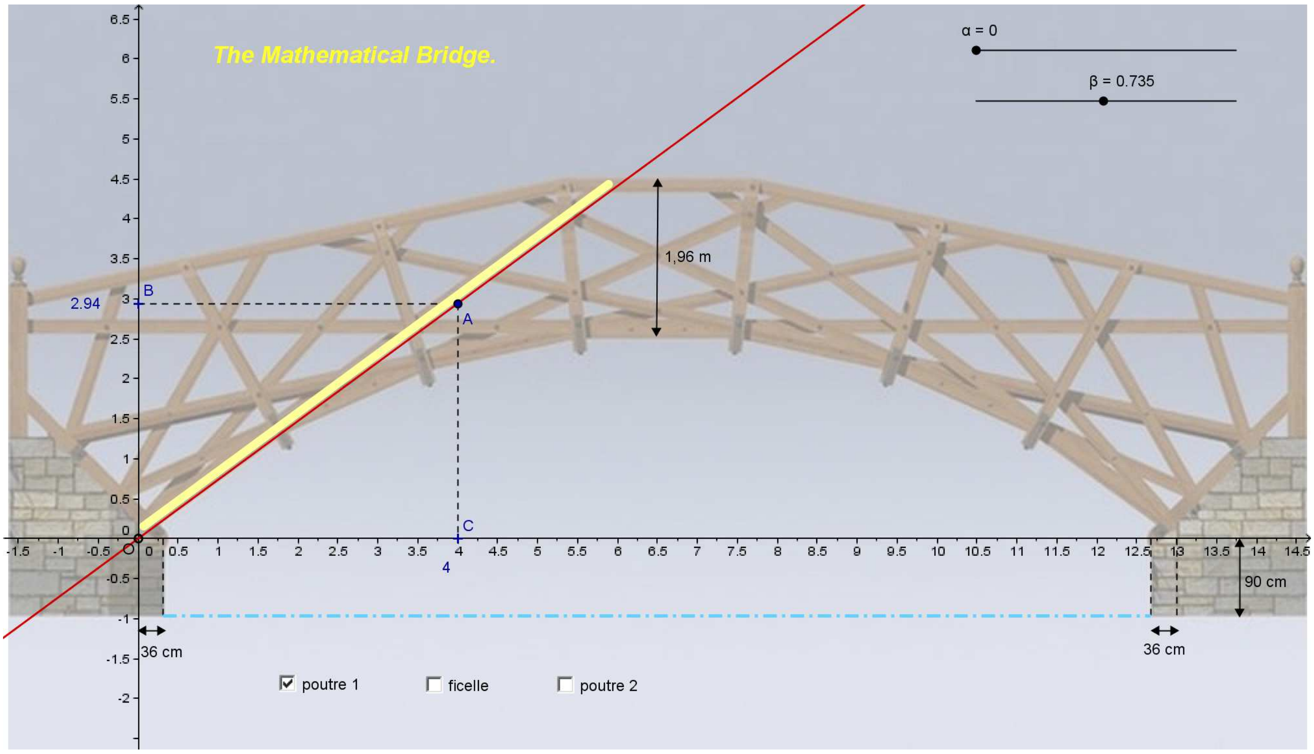
Dessin : voir page suivante.

1°) a) La valeur de β obtenue est de 0,735.

b) La courbe obtenue est une droite passant par l'origine du repère.

c) La fonction qui a pour représentation graphique cette courbe est donc une fonction linéaire.

2°) a) AOC est un triangle rectangle en C. AC = 2,94 m et OC = 4 m.



b) Dans le triangle AOC rectangle en C,

en utilisant la trigonométrie, on a : $\tan \widehat{AOC} = \dfrac{\text{opp}}{\text{adj}} = \dfrac{AC}{OC} = \dfrac{2,94}{4} = 0,735$

Donc $\widehat{AOC} \approx 36°$ L'angle que fait la poutre 1 avec l'horizontal est d'environ 36°.

EXERCICE 4. *Une ficelle accrochée…*

On sait que les droites (MF) et NE) sont sécantes en D
et que (MN) // (EF)
donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{DM}{DF} = \frac{DN}{DE} = \frac{MN}{FE}$$

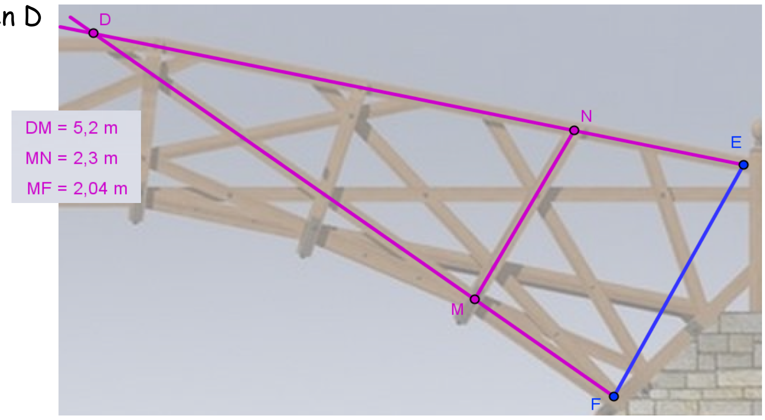
$$\frac{5,2}{5,2 + 2,04} = \frac{DN}{DE} = \frac{2,3}{FE}$$

$$\frac{5,2}{7,24} = \frac{2,3}{FE}$$

$$5,2 \times FE = 7,24 \times 2,3$$

$$FE = \frac{16,652}{5,2}$$

$FE \approx 3,20$ m. La longueur de la ficelle est d'environ 3,20 m.



EXERCICE 5. *Longueur de la poutre initiale…*

1°) GH = 14,5 - 12,7 = 1,8 IH = 1,8

2°) On sait que GH = IH et que $\widehat{IHG} = 90°$
or si un triangle a deux côtés égaux et un angle droit alors il est isocèle rectangle
donc GHI est un triangle isocèle rectangle en H.

3°) Dans le triangle GHI rectangle en H
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$GI^2 = GH^2 + IH^2$

$GI^2 = 1,8^2 + 1,8^2$

$GI^2 = 6,48$ $GI = \sqrt{6,48} = \dfrac{9\sqrt{2}}{5} \approx 2,55$

La poutre 2 mesure environ 2,55 m.
Avec GeoGebra, on obtient sensiblement la même valeur : GI ≈ 2,5594.