

Programmer l'algorithme d'Euclide

Fiche professeur

Auteurs : Jean-Marc Duquesnoy et Raymond Moché

But de l'activité : Le but de cette activité est, après avoir rappelé aux élèves l'algorithme d'Euclide et mis en évidence les sous-programmes appelés par celui-ci, de programmer ces derniers.

Compétences engagées :

- ✓ comprendre et analyser un algorithme préexistant,
- ✓ analyser la situation : identifier les données d'entrée, de sortie, le traitement,
- ✓ adapter un algorithme aux contraintes du langage de programmation,
- ✓ valider un algorithme simple.

Pré-requis :

- ✓ Connaître l'algorithme d'Euclide qui a été vu en troisième.
- ✓ Connaître le principe de la division euclidienne.
- ✓ Connaître la partie entière d'un réel > 0 .

Matériels utilisés :

- ✓ Une calculatrice programmable.
- ✓ Salle informatique.

Durée indicative : 2 heures

Noms des logiciels utilisés :

- ✓ *Scilab pour les lycées*.

Documents utiles à télécharger :

- ✓ Les fichiers *Euclide.sci*, *EuclideCompleet.sci*, avec la Fiche Élève, pour les élèves. qui proposent une programmation en langage machine des algorithmes de l'activité compilables avec *Scilab pour les lycées*.
- ✓ La présentation de *Scilab pour les lycées* téléchargeable : http://www.scilab.org/lycee/index_lycee.php?page=accueil#utilisation

Variantes / Pour aller plus loin / Références :

- ✓ variantes...
- ✓

Déroulement de la séance : La séance se déroule en salle informatique.

Après avoir demandé aux élèves de calculer le **pgcd** de deux entiers, dans un premier temps avec une calculatrice, puis dans un deuxième avec *Scilab pour les lycées*, on leur fait constater que la machine met un certain temps pour donner le résultat et donc que l'algorithme exécute certains calculs qui, a priori, sont cachés.

Question : quels sont donc les calculs effectués lors de la recherche du **pgcd** de deux entiers ?

On rappelle alors, en langage naturel, l'algorithme d'Euclide et on liste les sous-programmes appelés par celui-ci.

L'objectif suivant sera alors d'écrire en langage naturel puis de programmer les algorithmes permettant le calcul du reste de la division euclidienne et enfin de la partie entière d'un réel strictement positif.

Dans la dernière partie, on pourra alors demander aux élèves d'étudier l'algorithme d'Euclide détaillé à l'aide de tous ces sous-programmes (fichier *EuclideCompleet.sci*).

Solution et commentaires :

Première partie, question 2 : $\text{PGCD}(123456789, 987654321) = 9$.

Deuxième partie : L'algorithme d'Euclide repose sur plusieurs idées :

- ✓ Si on fait la division euclidienne de a par b : $a = b \cdot q + r$, a et b d'une part, b et r d'autre part ont les mêmes diviseurs communs (en particulier le même PGCD).
- ✓ Le PGCD de a et de 0 est a , parce que tout nombre entier divise 0.
- ✓ L'ensemble des diviseurs communs de a et b est l'ensemble des diviseurs de leur PGCD.

Ainsi, tout diviseur d de 76 641 678 et de 2 985 350 841 est un diviseur de leur PGCD qui est 524 943. Comme le PGCD de 524 943 et de 795 288 645 est 524 943, ce nombre divise 795 288 645, d divise 795 288 645.

Deuxième partie, 1.1 : Il faudra peut-être faire remarquer aux élèves que le quotient est la partie entière de a/b .

```

// Calcul du reste r de la division euclidienne de a par b
clear
a=input("a=")
b=input("b=")
q=floor(a/b);
r=a-b*q;
r

```

Deuxième partie, **2.2** : c'est là qu'il faut savoir ce qu'est la partie entière d'un nombre réel (ici > 0).

```

// Calcul de la partie entiere d'un nombre strictement positif
clear
x=input("x=")
E=0;
while E<=x
    E=E+1;
end
partieentiere=E-1;
partieentiere

```

Les parties entières de π , e et $\pi \cdot e$ sont respectivement égales à 3, 2 et 8.

Troisième partie : $11111111=10001 \cdot 1111$.

Pour aller plus loin :

- ✓ Écrire en langage naturel puis programmer l'algorithme qui calcule la partie entière d'un réel de signe quelconque.
- ✓ Modifier le programme *EuclideComplet.sci* pour qu'il donne aussi le nombre de divisions euclidiennes effectuées lors du calcul du **pgcd**, ce qui permet d'introduire ou de revoir la notion de compteur.
- ✓ Tester le programme *Euclide.sci* ou *EuclideComplet.sci* en calculant le plus grand diviseur commun de 507, 12870 et 72215. (Cette question est peut-être trop difficile; le plus simple est de demander aux élèves d'admettre que le nombre recherché est le pgcd de 72215 et du pgcd de 507 et 12870 : ce nombre est 13).