L’infini…tout un Art !

(atelier des 3 et 4 juin 2022)

L’infini … comme l’intarissable …

Labyrinthe représenté dans la cathédrale de Chartres

Le thème du labyrinthe est omniprésent dans l’Aleph de Borges. Il représente un infini potentiel, construit au fur et à mesure.

L'Aleph de Borges fait référence à la notation utilisée par Cantor pour désigner les cardinaux d'ensembles (pour simplifier pour apprécier la « taille des ensembles »)

On dira que deux ensembles ont même « taille » c'est-à-dire même cardinal s'ils sont en bijection, ce qui signifie que l'on peut 2 à 2 chacun des éléments d'un ensemble avec un élément de l'autre

Pour plus de renseignements, scanner le QR-code

Questions :

L'ensemble des nombres pairs et des nombres impairs sont-ils de même « taille » ?

L'ensemble des nombres pairs et des entiers naturels sont-ils de « même taille » ?

Que peut-on en conclure quant à un ensemble et une partie ?

L’infini … comme le fini mais sans limites …

Comment se nomme la courbe cachée derrière le ruban de Möbius ?

En fait, le symbole de l’infini était déjà utilisé au moins 40 ans par Wallis.

D’après vous, pourquoi ce symbole a-t-il été retenu pour représenter l’infini ?

Si la question est posée à de jeunes élèves, on s’aperçoit rapidement d’une image mentale forgée par une œuvre d’Escher sur la fourmi et l’infini…

L’art calligraphique

En fait, il faut regarder du côté de l’art calligraphique avec l’évolution de l’écriture cursive de Oméga…

Or « De l'α à l’ω » veut dire aussi du plus petit au plus grand.

L’infini se pense ainsi comme une extrapolation du fini, voire une pathologie du fini.
Il est consubstantiel de la logique chez de nombreux penseurs
De l’antiquité:

Le trilemme d’Agrippa est un problème épistémologique et d'une expérience de pensée déjà proposée par le philosophe sceptique antique Agrippa décrivant l'impossibilité d'établir une vérité absolue sur quoi que ce soit. En effet, toute tentative de fonder la connaissance sur une base solide tombe inévitablement sous un des trois écueils suivants :

•la regressio ad infinitum, où chaque argument justifiant une connaissance doit à son tour être vérifié, et ceci à l'infini ;
•la circularité logique, laquelle tente de justifier une thèse en l'employant implicitement ;
•la rupture transcendante, ou argument ex cathedra qui fait appel à un principe supérieur à la vérité que l'on souhaite démontrer, qui ne peut d'aucune manière être critiquée. Il peut s'agir de Dieu en métaphysique, ou de l'

(73) Anassimandro e l'infinito - YouTube

Et, l’infini … comme indéfini …

Œuvre de Jackson Pollock

L’artiste en pleine réalisation. Ici l’infini est intimement lié à l’indéfini, c’est-à-dire, au hasard.

Et si on suit Pollock, l’infini peut être à la base du fini…

On retrouve ici la tradition philosophique d’Anaximandre qui élève l’infini comme « Apeiron »
C’est-à-dire principe fondateur à l’origine du monde (au même titre que les 4 éléments,
ou le nombre chez Pythagore, ou l’eau chez Thalès etc.)

En effet, pour Anaximandre, c’est d’un magma indéfini primordial que surgit l’ordre.
Il développe donc une pensée originale dans laquelle
c’est l’infini (indéfini) qui produit le fini (organisé)

Avec Anaximandre, l’infini engendre le fini, mais dans la vision de Parménide, qui met en opposition « l’être » qui correspond à ce qui est et le « non-être » qui correspond à ce qui n’est pas, l’infini, en opposition au fini, est le néant…

Robert Ryman et sa suite de « carrés blancs », aboutissant à…

Le dernier tableau sera-t-il parfaitement blanc? Que penser du « néant actuel » ?
Quel lien peut-on faire avec certaines limites en mathématiques?

L’infini … comme l’interminable …

A gauche, le visage de la guerre de Dali

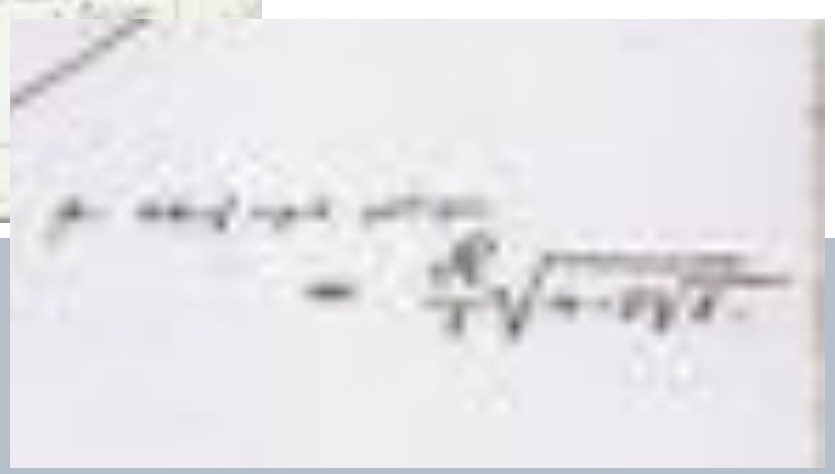
A droite, un pavage bien connu d’Escher

L’infini est représenté par un motif répétitif qui ne semble jamais devoir s’arrêter …

L’infini … comme l’incommensurable …

Leda atomica par Dali

Le tableau avec une des épreuves de Dali, avec gros plan sur la formule en bas à droite



Le nombre d’or et l’infini…

$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}$$

$$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\cdots}}}}$$

Le nombre d'or est le nombre dont la valeur exacte est : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Un rectangle d'or est un rectangle dont le rapport entre la longueur et la largeur est égale à $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

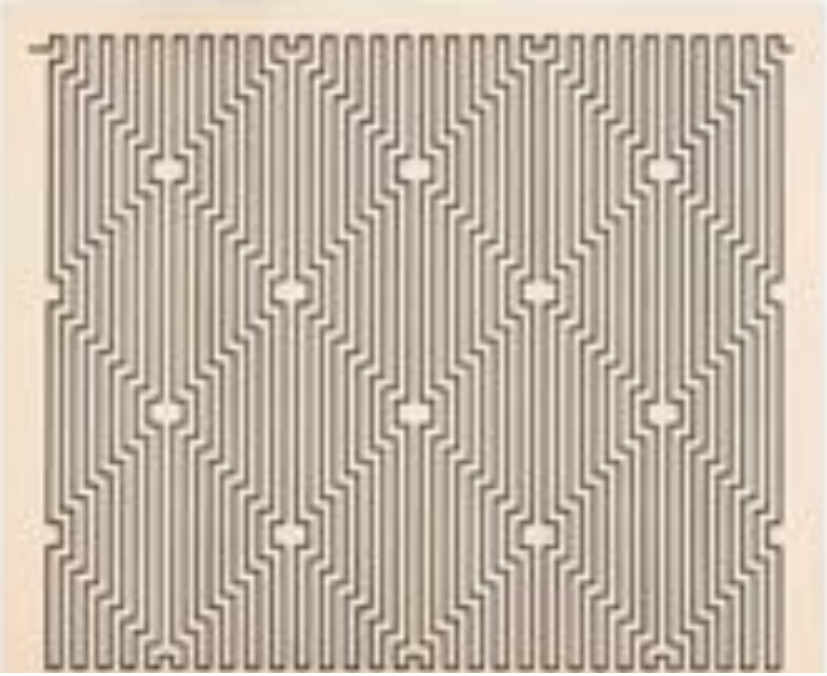
Ainsi, à partir du triangle ABC rectangle en A dont les côtés de l'angle droit mesurent 1 et ½, construire le rectangle ABED dont la longueur correspondra au nombre d'or…

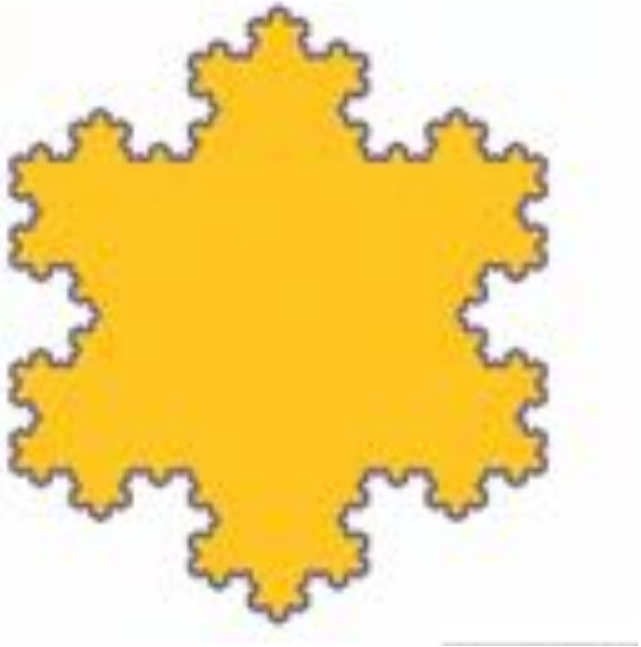
Mais au fait, quel est le rapport entre le nombre d'or et l'infini dit incommensurable ?

L’infini … comme l’inatteignable ou l’asymptotique …

Un pavage classique, mais que suggère-t-il ?

L’infini … comme l’incompréhensible (une dimension en plus…)





Courbe de Peano et flocon de Von Koch réalisés par l’université de Saint-Andrews

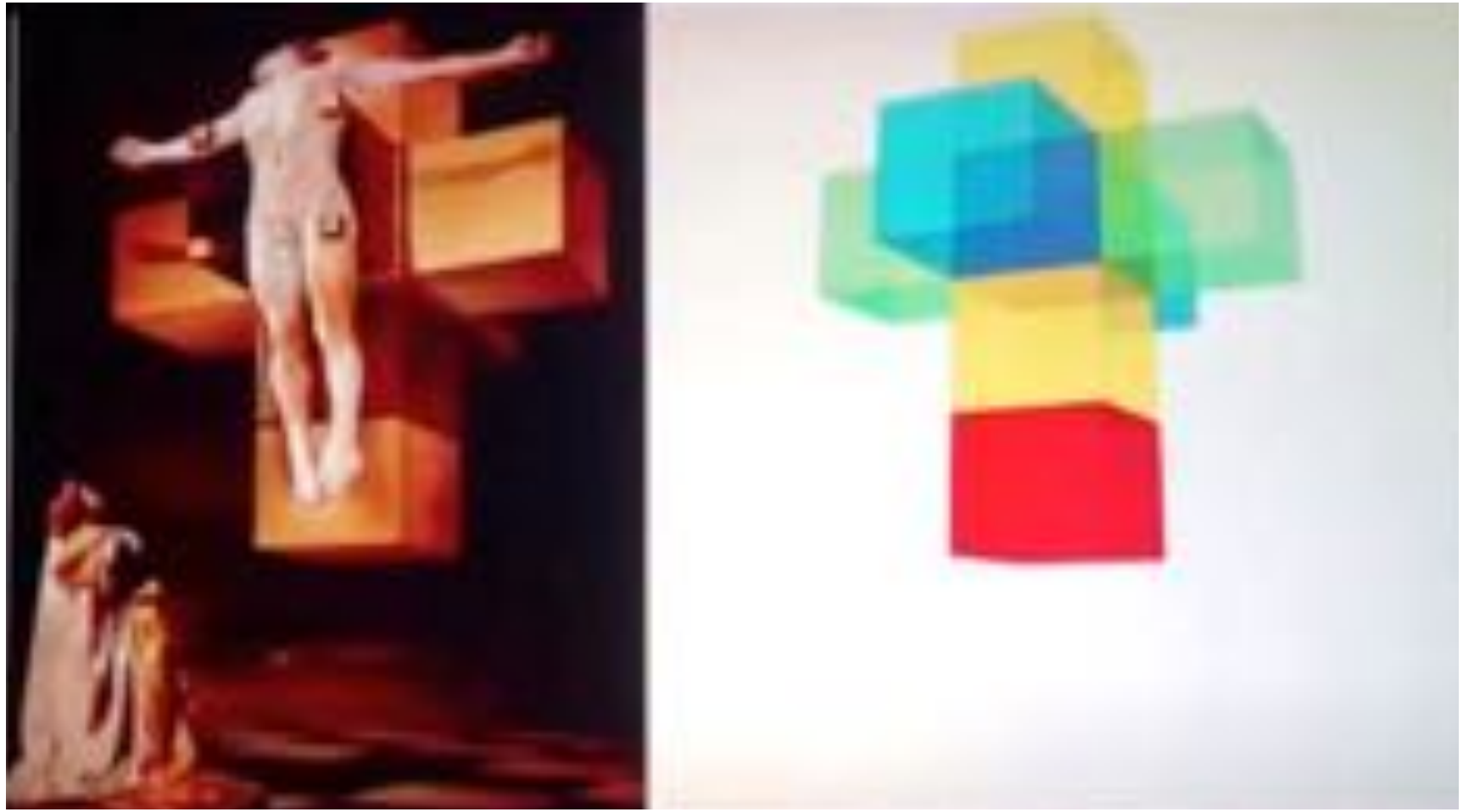
Mais ici, « où se cache l’infini »?

Toujours une « dimension en plus »

… mais où est-elle ?

Crucifixion par Dali

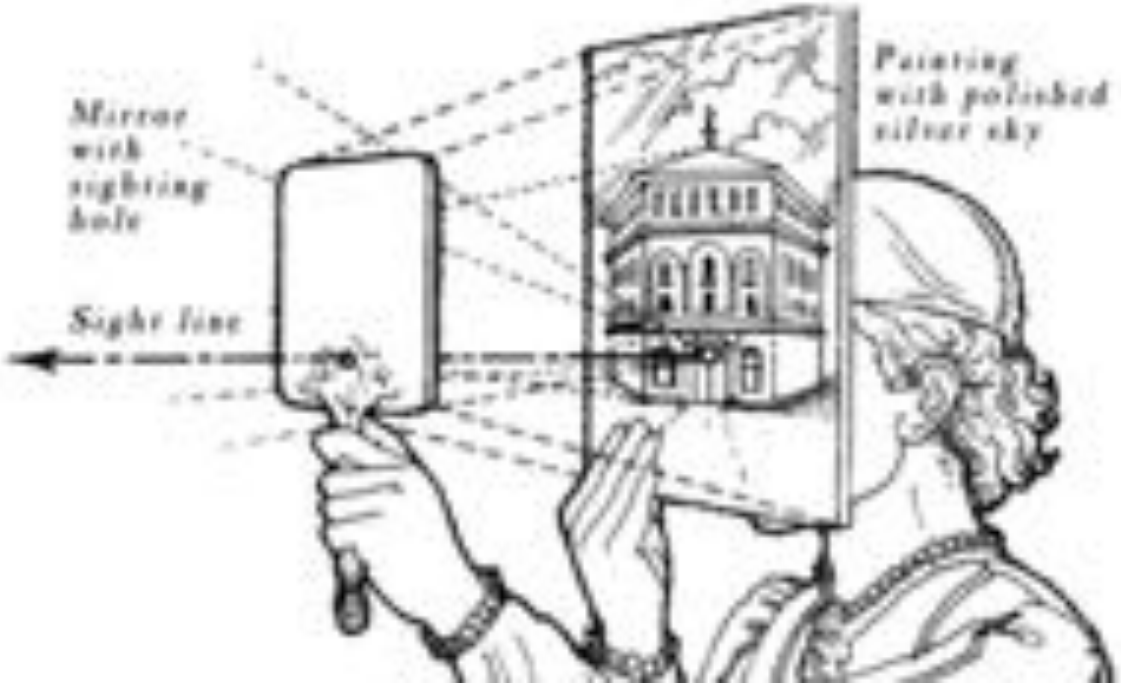
D’après une idée de Piergorgio Odifred



Pour représenter ce qui n’est pas représentable, Dali propose ici de travailler sur un hypercube (cube de dimension 4) à l’aide d’un patron classique de cube pour lequel chaque carré est remplacé par un cube …

L’infini … en fuite !

L’école d’Athènes de Raphaël



L'annonciation, Ambrogio Lorenzetti, 1344
Premier tableau à un point de fuite unique

Brunelleschi développe un système « *la tavoletta* » qui facilite l'appréciation des perspectives et des lignes fuyantes mais le premier tableau avec point de fuite est celui de Lorenzetti.

A noter, que des premières tentatives ont déjà été remarquées sur des peintures murales à Pompéi

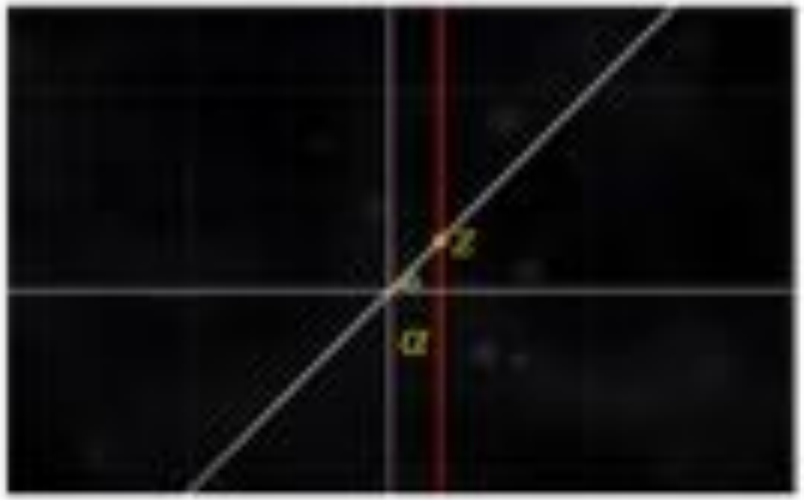
La technique du point de fuite rend tout d’abord le tableau plus « vivant » et réaliste.
Elle s’est développée en parallèle avec la scholastique en particulier de Thomas d’Aquin.
Si l’infini était sous l’Antiquité une pathologie qui démontrait l’existence de Dieu, c’est à présent l’infini qui est Dieu.
Et le point de fuite est une technique pour l’approcher …

uand le mathématicien adopte une vue d’artiste…

A la manière des artistes, on peut développer l’intuition que des droites parallèles sont des « droites qui se coupent à l’infini », c’est l’essence même de la technique du « point de fuite ».

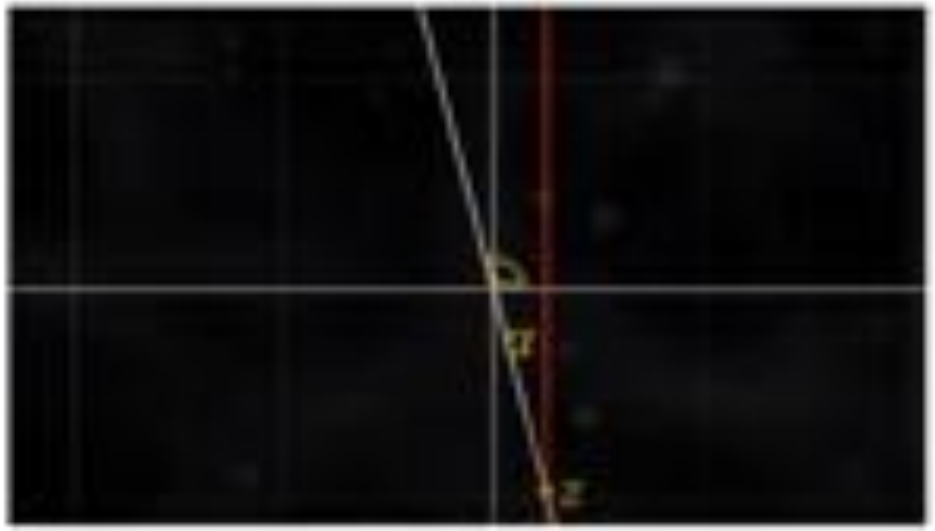
On peut alors imaginer une géométrie prenant en compte « ce point à l’infini », nous ne développerons pas davantage ici, mais il existe une construction mathématique rigoureuse de cet espace.

On peut imaginer à partir de ce dispositif que lorsque l’angle α se rapproche d’un angle droit, alors le point correspondant sur la droite « file » vers l’infini.



D’après Quadrivuum Tremens…

Mais lorsque l'angle α dépasse l'angle droit, cela revient à avoir le point correspondant sous l'axe des abscisses



1) Que peut-on en déduire pour ce point à l'infini par rapport aux « extrémités de la droite affine » ?
2) Dans cette vision géométrique, quelle semble être la forme d'une droite ?
3) A partir de cette construction, que penser de la citation de John Wallis : « Les nombres négatifs ne sont pas ceux avant zéro mais après l'infini » ? (En particulier y-a-t-il encore un sens de comparer des nombres dans ce cas ?)

Andrei Rublev

D’après une idée de Piergorgio Odifreddi

Pour l’école dite Byzantine, Dieu ne se situe pas au point de fuite mais au contraire inonde le monde dans la divergence des « parallèles »

Quel est le point commun entre la vision artistique orthodoxe et celle d’Anaximandre?

L’infini…dans la décomposition du mouvement

Dans cette peinture rupestre issue de la grotte de Limeuil en Dordogne, on retrouve le thème classique formulé par Zénon du problème de la décomposition du mouvement qui fait survenir l’infini…

L’infini et ses paradoxes

Il s’agit de l’œuvre « cercles dans un cercle » de Kandinsky

Jean Duns Scot (1226-1306)

A l’aide de deux rayons coupant deux cercles concentriques, il crée une correspondance biunivoque entre les deux cercles : deux infinis « égaux » mais de taille différente.

En Art, comme en mathématiques ou en philosophie, l’infini est source de paradoxes

Le XVII- -ème siècle, l’émergence du calcul infinitésimal et de nouveaux paradoxes…

Soit S la somme de toutes les puissances de 2, $S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \ldots$

1) Montrer que « formellement », $S = 1+2S$
2) Pourquoi y-a-t-il ici un « paradoxe » ?

L’infini…caché dans le fini

Peinture La mesure de l'infini par Han

En force de zoomer, la côte bretonne semble infinie … Vous en aurez la preuve …

En 1967, le mathématicien Benoît Mandelbrot se pose la question de la longueur de la côte bretonne. À grande échelle, elle semble rectangulaire, la mesure du périmètre est alors approximative. À plus basse échelle, elle est très fracturée, riche en golfes, plages et caps. Le périmètre obtenu à cette échelle est alors beaucoup plus grand.

En répétant ce processus de zoom, on obtient encore et toujours un périmètre plus important, tant et si bien que Mandelbrot déclare que le périmètre de la côte de Bretagne est …infini !

D’après le site de randonnées en Bretagne

Bretagne : la côte bretonne est-elle infinie ? - Site officiel du Comité FFRandonnée Côtes-d'Armor (ffrandonnee.fr)

L’infini…comme un long long décompte

Roman Polka

L’infini, c’est long…surtout vers la fin
Woody Allen

Le peintre franco-polonais Roman Opałka (27 août 1931 – 6 août 2011) a tenté à partir de 1965 de compter de 1 à l'infini sur ses toiles pour décrire le passage du temps.
Toutes ses toiles, qu'il appelle « détails, » et qui ont pour titre « 1965 / 1 – ∞ », mesurent 196 x 135 cm et montrent les chiffres qui se suivent du haut à gauche au bas à droite.
Quand il est arrivé au chiffre 1 000 000 il a légèrement changé sa façon de faire, en ajoutant 1% de blanc dans le noir qui lui sert de fond, dans le but qu'au bout d'un moment les chiffres se confondent avec la toile et en se photographiant à devant son tableau à chaque fois.
En 2004 il était arrivé à compter jusqu'à 5,5 millions.

L’infini…sans bord

Isidro Blasco: « Courthyard »

Rappelons nous: l’infini vient du latin in-finitus…sans limites, sans bornes…

Pourquoi alors l’intervalle]0,1[a-t-il « une raison de plus d’être infini » par rapport à [0,1]?

Toujours à propos de]0,1[…

D'après Voyage au pays des maths diffusé sur la chaîne Arte

Un travail de Cantor…L'ensemble des réels compris dans l'intervalle]0 ;1[est-il de même « taille » que celui de l'ensemble des entiers naturels ℕ ?

Supposons que cela soit le cas, alors une correspondance (une bijection pour être plus précis) se ferait entre chaque entier naturel et chaque nombre de]0 ;1[

0	0,4478983169369268799486 0
1	0,0394911263758899058693 4
2	0,7900000000000000000000 0
3	0,9204924991987965765899 8
4	0,1111111111111111111111 1

Voilà ce que propose de faire Cantor :

On prend la première décimale du premier nombre, la deuxième du deuxième nombre ainsi de suite, en prélevant la diagonale formée…

0	0,4478983169369268799486
1	0,0394911263758899058693
2	0,7900000000000000000000
3	0,9204924991987965765899
4	0,1111111111111111111111

On obtient alors un nombre…

0,4304117209005694932902912

On modifie ce nombre en ajoutant 1 à chaque décimale…

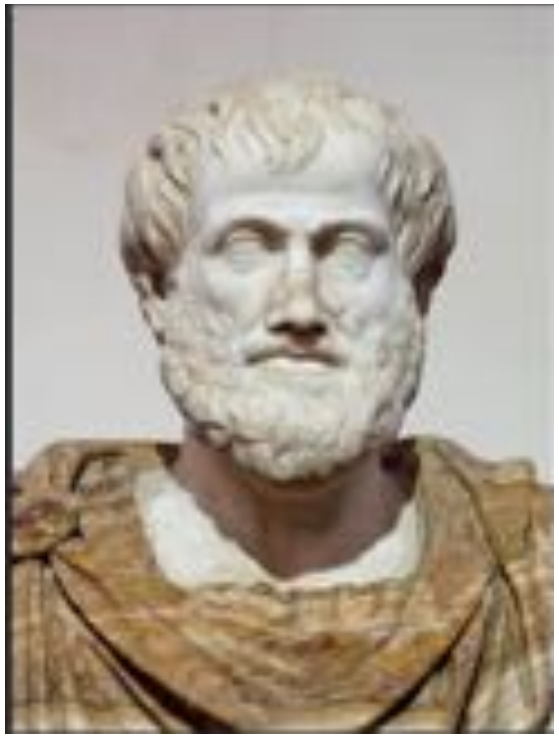
0,5415285090056949329029 12

1) Quelle particularité à ce nouveau nombre écrit ?
2) Quelle conclusion peut-on en tirer ?

Les artistes nous montrent que l’infini revête plusieurs formes mais si…

Clairement: $\lim_{x \to \infty} x = \infty$…

S’agit-il du même infini?



Toujours elle me fut chère cette colline solitaire

et cette haie qui dérobe au regard

tant de pans de l'extrême horizon.

Mais demeurant assis et contemplant,

au-delà d'elle, dans ma pensée j'invente

des espaces illimités, des silences surhumains

et une quiétude profonde ; où peu s'en faut

que le cœur ne s'épouvante.

Et comme j'entends le vent

bruire dans ces feuillages, je vais comparant

ce silence infini à cette voix : en moi reviennent l'éternel,

et les saisons mortes et la présente

qui vit, et sa sonorité. Ainsi,

dans cette immensité, se noie ma pensée :

et le naufrage m'est doux dans cette mer.

Pour les poètes aussi…

Lo zimbaldone di Leopardi

Tout comme le point de fuite qui suggère de voir en l'infini L'immensité, le poème de Leopardi évoque les espaces illimités