

Activité : Carrés Parfaits, racines carrées

Matériel :

Puzzles en PVC (petits formats pour 25 élèves et grand format aimanté pour le professeur).

NB : - Matériel disponible au centre de matériel pédagogique, IREM, bâtiment M1.

- Pour un emprunt, contacter le secrétariat de l'IREM de Lille.

OU Photocopies des 2 puzzles (disponibles au verso de cette fiche).

Niveau : Cycle 4 / Seconde

Objectifs:

Extrait des nouveaux programmes :

L'introduction de nouveaux nombres (nombres rationnels, racine carrée) peut utilement s'appuyer sur un travail des grandeurs et mesures ou de la géométrie.

A l'occasion d'activités de recherche, ils peuvent rencontrer la notion de nombres irrationnels, par exemple lors d'un travail sur les racines carrées.

Connaissances et compétences associées :

- Réinvestir les carrés parfaits
- Introduire, définir ou réinvestir les racines carrées.
- Associer la racine carrée à une représentation visuelle faisant le lien avec la mesure d'aire : elle est le côté d'un carré d'aire connue.
- Faire prendre conscience que certains nombres ne sont pas rationnels.
- Donner aux racines carrées leur statut de nombres en mettant en évidence quelques égalités.

Parcours : Cette activité permet d'enrichir le parcours d'éducation artistique et culturel de l'élève en replaçant la racine carrée dans l'histoire des mathématiques. Il serait en effet dommage d'aborder cette activité sans faire mention de la tablette d'argile babylonienne ou de l'évolution de la notation des racines carrées jusqu'au symbole que l'on connaît.

Compétences travaillées: **Chercher**, modéliser, représenter, **raisonner**, **calculer**, communiquer.

Toutes interviennent à des degrés divers selon la manière de présenter l'activité.

Déroulement de l'activité :

Il s'agit de proposer les deux puzzles, durant la même séance ou espacés dans le temps, afin de pouvoir s'appuyer pour la résolution du puzzle 2 des remarques ou de notions mentionnées lors de la réalisation du puzzle 1.

PHASE 1 :

Distribuer les 5 pièces du puzzle 1 à chaque élève. Insister sur la consigne « On peut réaliser un carré en utilisant 4 des 5 pièces que vous avez devant vous, quelle pièce devez vous écarter ? ».

La majorité des élèves entrent dans l'activité en tentant de réaliser le carré. Il est très rare que la solution soit rapidement trouvée à cause de la pièce surnuméraire. Si c'est le cas, l'enseignant pourra demander s'il y avait un autre moyen que la résolution du puzzle pour écarter la pièce laissée de côté.

Le puzzle 1 permet de rappeler le lien entre les carrés et les aires. (Utile pour le puzzle 2), il permet de réinvestir les carrés parfaits (tout entier positif est compris entre deux carrés parfaits) mais aussi d'introduire un raisonnement dans la réalisation du puzzle : il est en effet plus simple de réaliser le puzzle, une fois la pièce surnuméraire écartée.

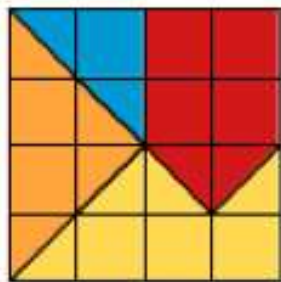
Le grand format aimanté peut être utilisé pour la mise en commun en classe complète.

Remarque : le puzzle 1 ou des puzzles analogues peuvent être proposés dès le cycle 3 à l'occasion par exemple d'un travail sur les aires, ou sous forme d'ateliers minis défis mathématiques.

PHASE 2 : Distribuer les pièces du puzzle 2 à chaque élève. Insister sur la consigne « Cette fois, on veut réaliser un carré avec toutes les pièces.».

Un puzzle d'aire 16 carreaux est en général trouvé assez vite.

Ce qui amène à la situation



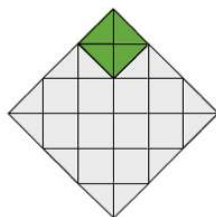
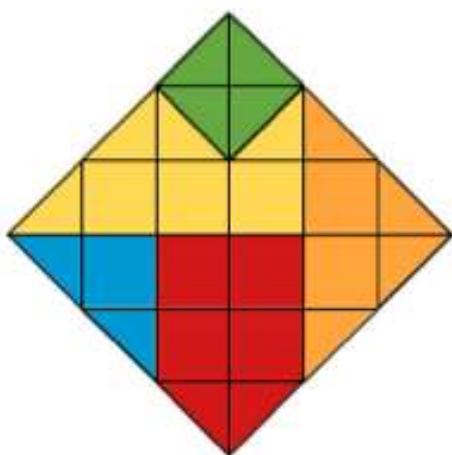
suivante

Cette situation permet d'exploiter le raisonnement par essai erreur. Au lieu de rejeter cette fausse piste, il est intéressant de montrer aux élèves, qu'au contraire, il faut l'exploiter, en remontant son raisonnement jusqu'au moment où « ça coince ».

Ici, rebondir sur cette situation et faire appel aux remarques faites lors de la réalisation du puzzle 1 prouvera l'impossibilité d'exhiber un carré dont les côtés auront un nombre entier de côté de carreaux car 18 n'est pas un carré parfait.

On pourra ensuite repartir de la définition du carré (du point de vue figure), avec la nécessité d'avoir 4 angles droit et 4 côtés de la même longueur pour réussir le puzzle.

L'équipe enseignante jugera du moment opportun pour introduire la définition de la racine carrée.



L'aire du carré vert est de 2.
Son côté est donc racine carrée de 2.

L'aire du grand carré est de 18.
Son côté est donc racine carré de 18.

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad ???$$

La réalisation du puzzle permet également d'aboutir à l'égalité citée ci-dessus, ce qui va confère un véritable statut de nombre aux racines carrées.

Au cycle 4, cette activité permettra d'expliquer les affichages des calculatrice, lors d'exercices sur le théorème de Pythagore. Elle pourra aussi se prolonger pas une recherche de valeurs approchées de $\sqrt{18}$, à la calculatrice, par dichotomie, en utilisant des logiciels de programmations comme Scratch....

En seconde, une démonstration, s'appuyant sur la définition des racines carrées complètera cette observation.

Par définition, $\sqrt{2}$ est positive, donc $3\sqrt{2}$ également.

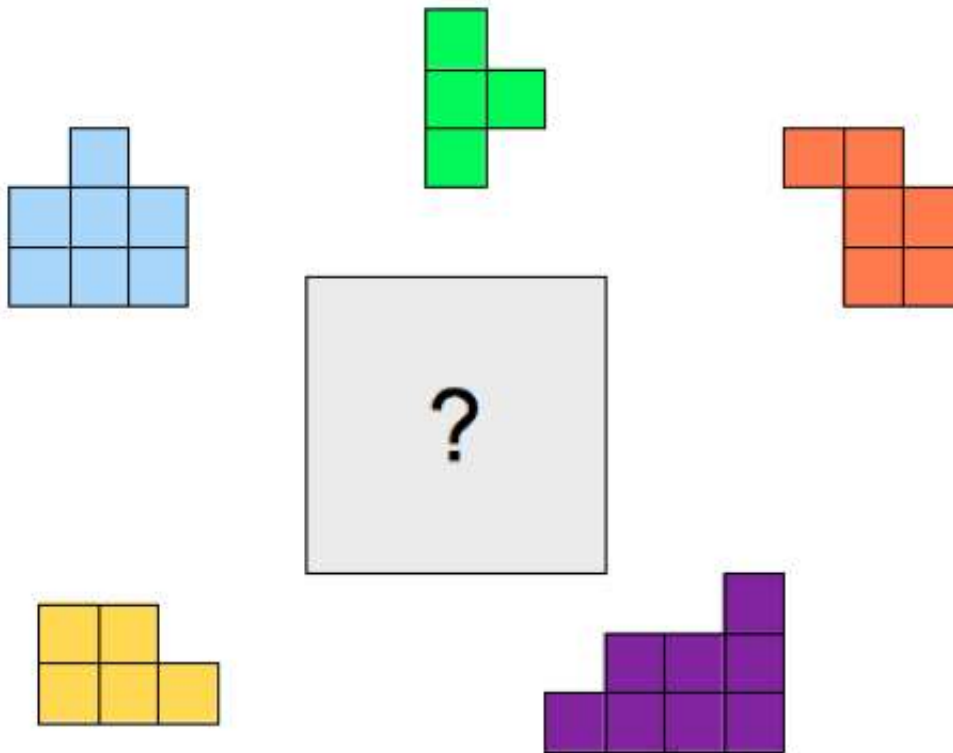
$$\begin{aligned} \text{Or } 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} &= 3 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \quad (\text{par commutativité}) \\ &= 9 \times 2 \quad (\text{définition de } \sqrt{2}) \\ &= 18 \end{aligned}$$

Donc $3\sqrt{2}$ est le nombre positif dont le carré vaut 18 donc c'est $\sqrt{18}$.

Une activité de recherche pourra venir compléter cette activité en montrant l'irrationalité de $\sqrt{2}$.

PREMIER PUZZLE

On peut réaliser un carré en assemblant 4 des 5 pièces ci-dessous.
Laquelle doit-on laisser de côté?



DEUXIEME PUZZLE

Former un carré avec les 5 pièces proposées.
ATTENTION : Cette fois on doit utiliser toutes les pièces !!!

