Journées académiques de l'IREM de Lille
Atelier « Travaux pratiques en mathématiques, les neurones s'agitent ! »
Groupe Collège de l'IREM de Lille

activité : Triangle de périmètre minimal

<u>matériel</u> :
Une plaque de carton plume sur laquelle sont placés deux points fixes et un point mobile sur une droite parallèle au segment joignant les deux premiers points.
Un mètre ruban relie les trois points déterminant ainsi un triangle.

<u>niveau</u> : début de cycle 4 ($5^{ème}$)

<u>objectifs</u> :
Résoudre un problème d'optimisation de façon géométrique en réinvestissant :

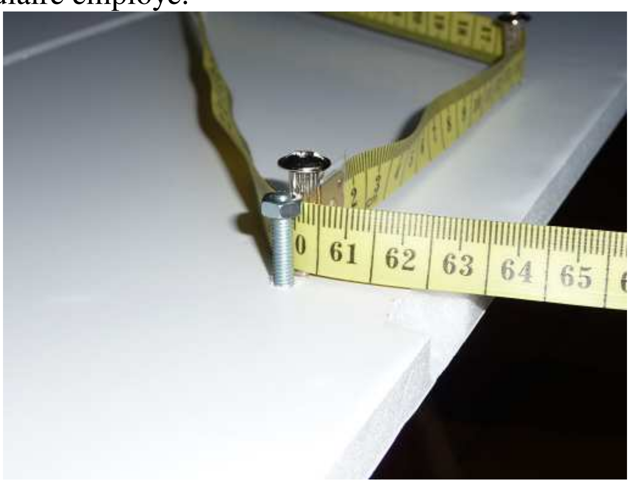
- la notion de périmètre d'une figure (à différencier de la notion d'aire)
- la symétrie axiale
- l'inégalité triangulaire

<u>déroulement de la séance</u> :

- *Mise en place du problème et formulation d'une conjecture :*

La maquette est attachée au tableau. Les élèves sont autorisés à la manipuler.

Une description de la maquette est demandée aux élèves pour arriver à la notion de périmètre (qu'on lit sans avoir à effectuer de calculs) et surtout au fait qu'il varie en fonction de la position du point mobile (M). On insiste sur le vocabulaire employé.



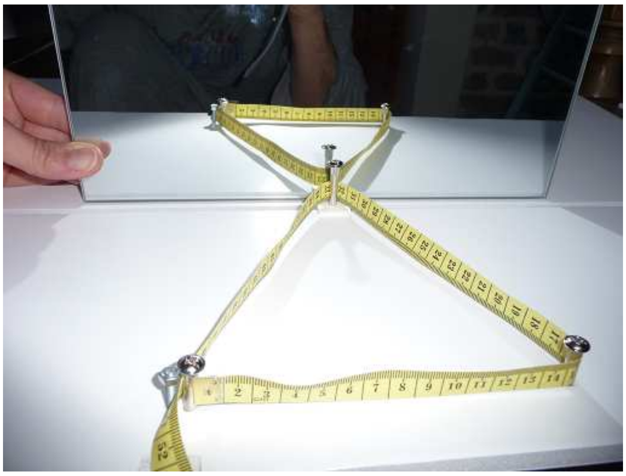
Après manipulation, on observe comment varie le périmètre du triangle dessiné par le mètre ruban : on en arrive à la question suivante : « où placer le point mobile M pour que le périmètre du triangle soit minimal ? »

En manipulant la maquette, formulation d'une conjecture : « le triangle semble être isocèle en M lorsque son périmètre est minimal. »

- *Démonstration par groupe de 4 : dans l'idéal avoir une maquette par groupe.*

L'un des côtés du triangle est fixe donc sa longueur ne varie pas. On nomme [AB] ce côté.
Seules les longueurs des côtés dont le point mobile est une extrémité varient.
Il suffit donc de minimiser MA + MB.

Mettre à disposition un miroir pour mener les élèves à la notion de symétrie : les élèves déplacent le point mobile et place le miroir sur la droite *d* sur laquelle se déplace M. (c'est aux élèves de choisir où placer le miroir)
A travers le miroir, on voit le symétrique des segment [MA] et [MB] par rapport à *d*.
MA + MB = MA + MB′

Les élèves réalisent alors une figure représentant la situation.
Ils dessinent un triangle MAB quelconque et le cas où le triangle est isocèle.
Ils construisent alors le symétrique de la figure par rapport à *d.*

Il reste à conclure en utilisant la conservation des longueurs par la symétrie axiale et l'inégalité triangulaire.

Prolongement possible en $3^{ème}$: travail sur le notion de fonction et la lecture graphique.

- même démarche pour la formulation du problème.
- utilisation de geogebra pour tracer le périmètre du triangle en fonction d'un paramètre choisi par les élèves (une distance, la mesure d'un angle...) permettant de définir la position du point M.
- Par lecture graphique, formulation de la conjecture.
- résolution géométrique