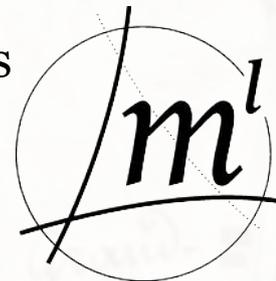




**La géométrie du semblable,**  
pratiques historiques et enseignements actuels



Thomas  
Morel  
Lille,  
14.02.20



**INSPÉ**

[thomas.morel@univ-lille.fr](mailto:thomas.morel@univ-lille.fr)



**La géométrie du semblable,**  
pratiques historiques et enseignements actuels

1. La géométrie du semblable dans les *Éléments* d'Euclide
2. Géométrie pratique et pratiques géométriques à la Renaissance
3. Des agents du cadastre aux écoliers de la Troisième République
4. La géométrie du semblable : une passerelle entre les cycles

# Les *Éléments* d'Euclide

En 1847, l'ingénieur civil et pédagogue Oliver Byrne (1810–1880) réédite les six premiers livres des *Éléments* dans une édition colorée.

*« Nous n'avons pas introduit des couleurs pour divertir, ou pour amuser par certaines combinaisons de teintes et de formes »* écrit-il, *« mais pour aider l'esprit dans sa recherche de la vérité, pour accroître l'efficacité de l'instruction, et pour diffuser une connaissance permanente. »*

*« Les Éléments d'Euclide sont de fait devenus la base des sciences mathématiques dans la totalité du monde civilisé ».*



En 2019, Nicholas Rougeux a réalisé une adaptation numérique et interactive du classique d'O. Byrne, librement disponible à <https://www.c82.net/euclid/>

## Livre I, proposition 4

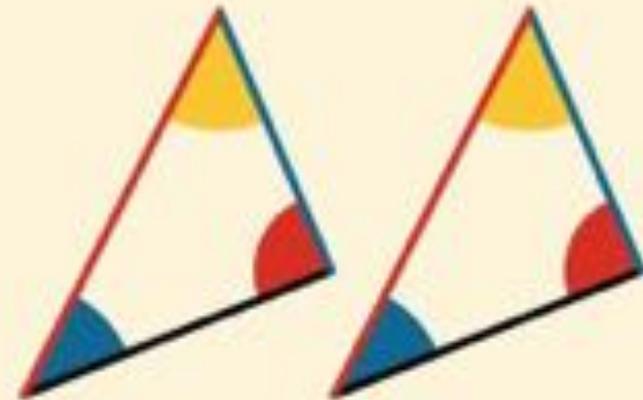
Si deux triangles ont deux côtés égaux à deux côtés, chacun à chacun, et s'ils ont un angle égal à un angle, celui contenu par les droites égales, ils auront aussi la base égale à la base, les triangles seront égaux aux angles restants, chacun à chacun, c'est-à-dire ceux que les côtés égaux sous-tendent.

Euclide, *Les Éléments*, trad. et comm. B. Vitrac, PUF, Paris, 1990, p. 200

### PROPOSITION IV. THEOREM.



If two triangles have two sides of the one respectively equal to two sides of the other, (  to  and  to  ) and the angles (  and  ) contained by those equal sides also equal; then their bases or their sides (  and  ) are also equal: and the remaining and their remaining angles opposite to equal sides are respectively equal (  =  and  =  ): and the triangles are equal in every respect.



# Livre I, proposition 47

Dans les triangles rectangles, le carré sur le côté sous-tendant l'angle droit est égal aux carrés sur les côtés contenant l'angle droit

Euclide, *Les Éléments*, trad. et comm. B. Vitrac, PUF, Paris, 1990, p. 282

## PROPOSITION XLVII. THEOREM.



*I*n a right angled triangle  the square on the hypotenuse  is equal to the sum of the squares of the sides, ( and ).



## Livre VI, proposition 2

Si une certaine droite est menée parallèle à l'un des côté d'un triangle, elle coupera les côtés du triangle en proportion ; et si les côtés du triangle sont donnés en proportion, la droite jointe entre les [points de] section sera parallèle au côté restant du triangle.

Euclide, *Les Éléments*, trad. et comm. B. Vitrac, PUF, Paris, 1990, p. 159

### PROPOSITION II. THEOREM.



*If a straight line — be drawn parallel to any side ..... of a triangle, it shall cut the other sides, or those sides produced, into proportional segments.*

*And if any straight line — divide the sides of a triangle or those sides produced, into proportional segments, it is parallel to the remaining side .....*



## Livre VI, proposition 2

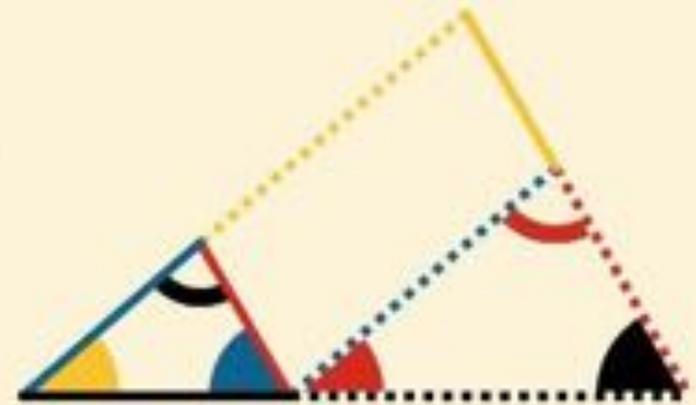
Dans les triangles équiangles sont en proportions les côtés autour des angles égaux, et homologues ceux qui sous-tendent les angles égaux.

Euclide, *Les Éléments*, trad. et comm. B. Vitrac, PUF, Paris, 1990, p. 167

### PROPOSITION IV. THEOREM.



*N* equiangular triangles (  and  ) the sides about the equal angles are proportional, and the sides which are opposite to the equal angles are homologous.



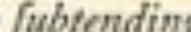
## Livre VI, proposition 31

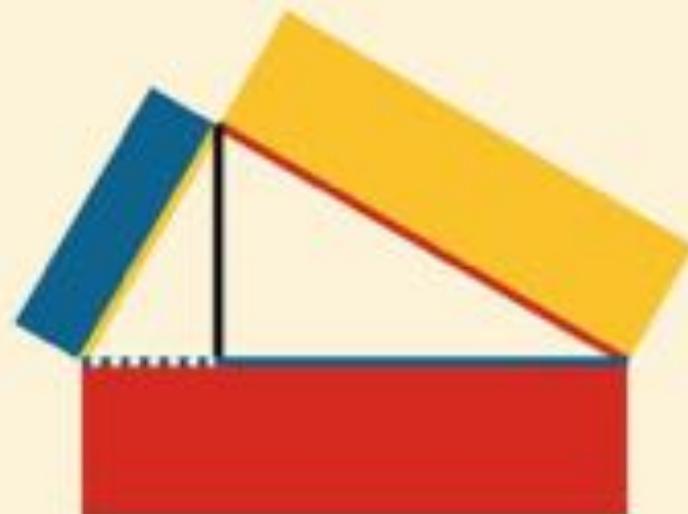
Dans les triangles rectangles, la figure sur le côté sous-tendant l'angle droit est égale aux figures sur les côtés contenant l'angle droit, semblables et semblablement décrites.

Euclide, *Les Éléments*, trad. et comm. B. Vitrac, PUF, Paris, 1990, p. 167

### PROPOSITION XXXI. THEOREM.



*I*n any similar rectilinear figures be similarly described on the sides of a right angled triangle (  ), the figure described on the side (  ) subtending the right angle is equal to the sum of the figures on the other sides.



## 2. Géométrie pratique et pratiques géométriques à la Renaissance

Georg Agricola (1494–1555),  
auteur du *De Re Metallica* (1556)

### Livre 1 :

Le mineur doit en outre connaître de nombreux arts et sciences : ... la théorie des mesures, d'une part pour pouvoir mesurer jusqu'où il faut creuser un puits pour qu'il atteigne une galerie, et d'autre part pour qu'il puisse fixer les limites de chaque concession, particulièrement en profondeur.

### Livre 5 :

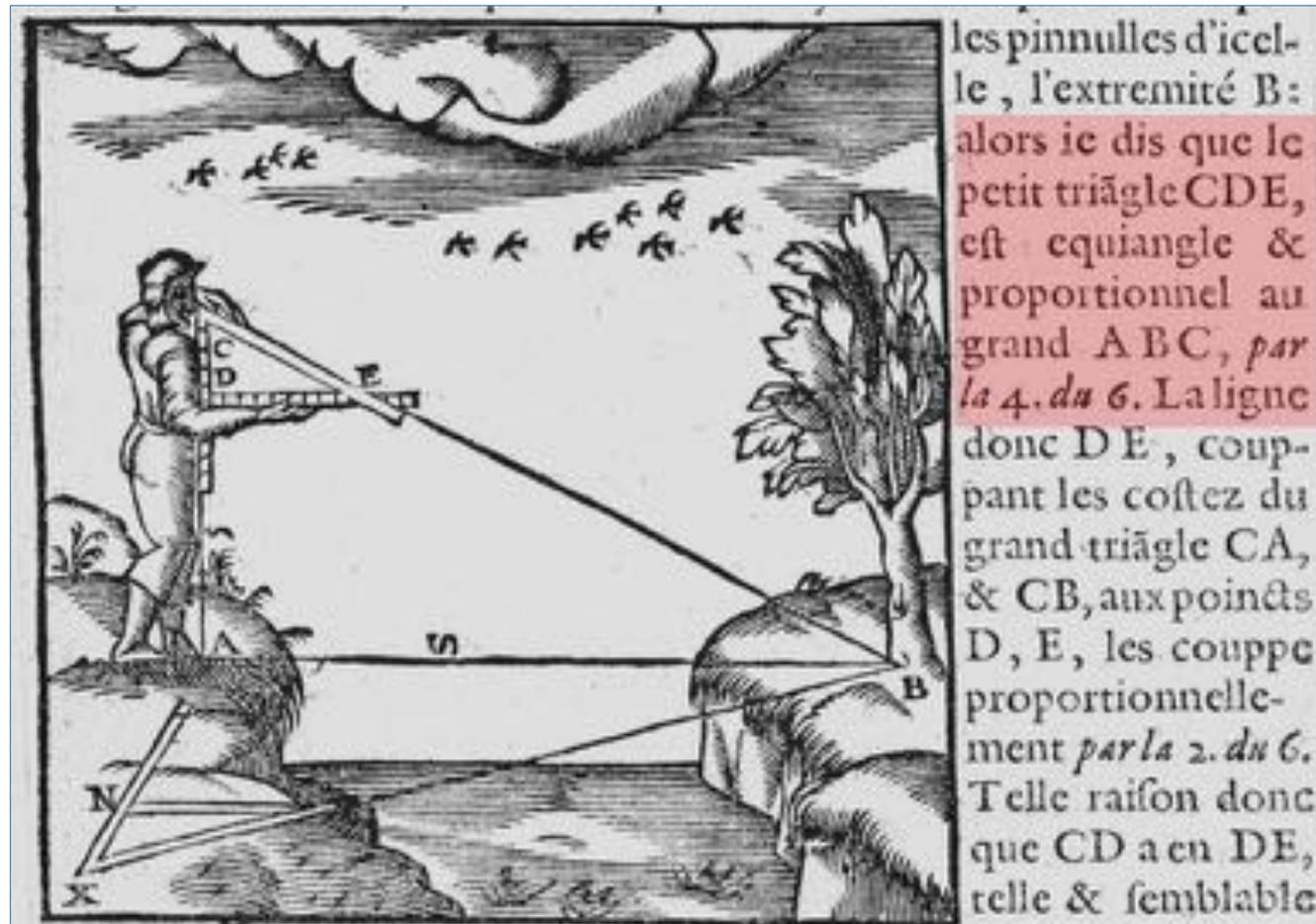
Un petit triangle est mesuré, et l'on en déduit ainsi le plus grand ... Le second cordeau doit être pris autant de fois que la longueur du premier cordeau est contenue dans la longueur du cordeau incliné, pour connaître la distance entre l'embouchure de la galerie et le point où le puits est creusé.



## 2. Géométrie pratique et pratiques géométriques à la Renaissance

Un usage très répandu en géométrie pratique ...

Et toute la difficulté de telles mesures ne gist en autre chose qu'à chercher vne ligne parallele à celle qu'on veut mesurer, qui n'est autre chose que couper les costez d'un triangle proportionnellement: *Comme il est monstré tant en la 2. que 4. proposition du 6. d'Euclide*: Et ce qui sera facilement pratiqué cy apres.



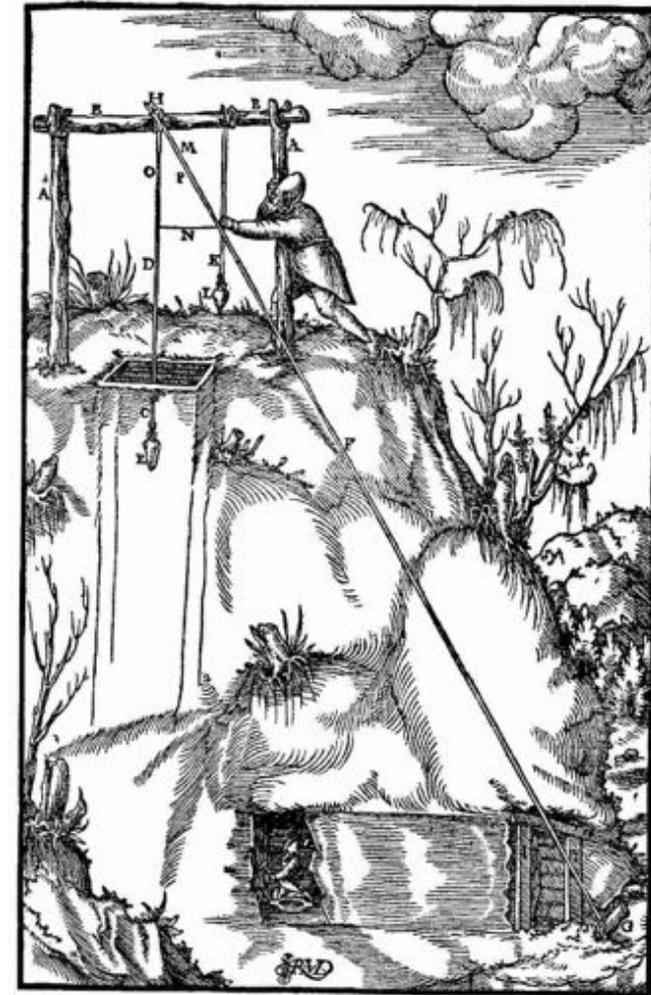
Jean Errard, *La géométrie et pratique générale d'icelle*, Paris, Auvray, 1594 [1621]

Frédéric Métin, *La fortification géométrique de Jean Errard et l'école française de fortification (1550-1650)* →

<http://www.theses.fr/2016NANT4055>

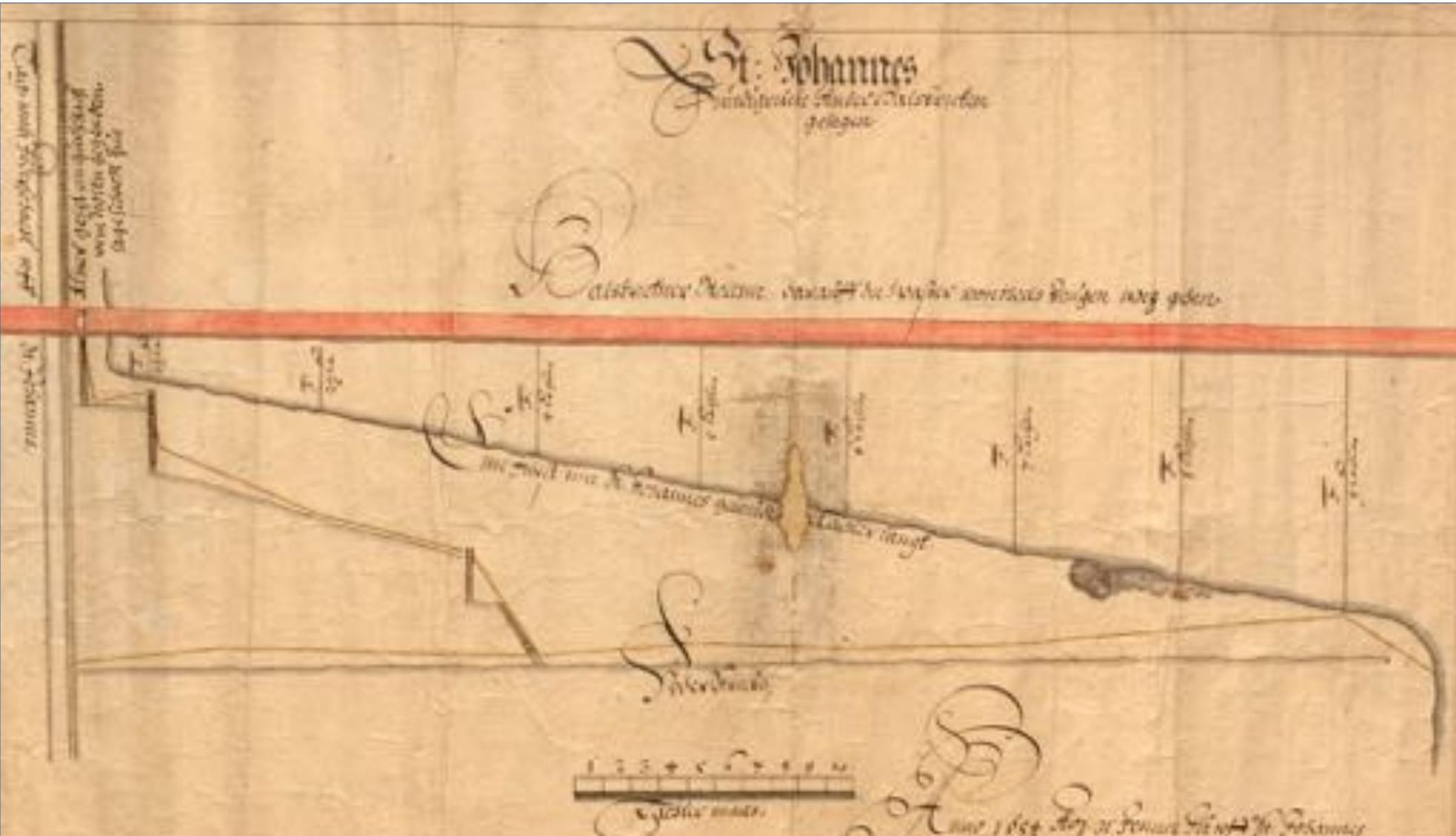
## 2. Géométrie pratique et pratiques géométriques à la Renaissance

... mais qui ne correspond pas nécessairement à la réalité des pratiques



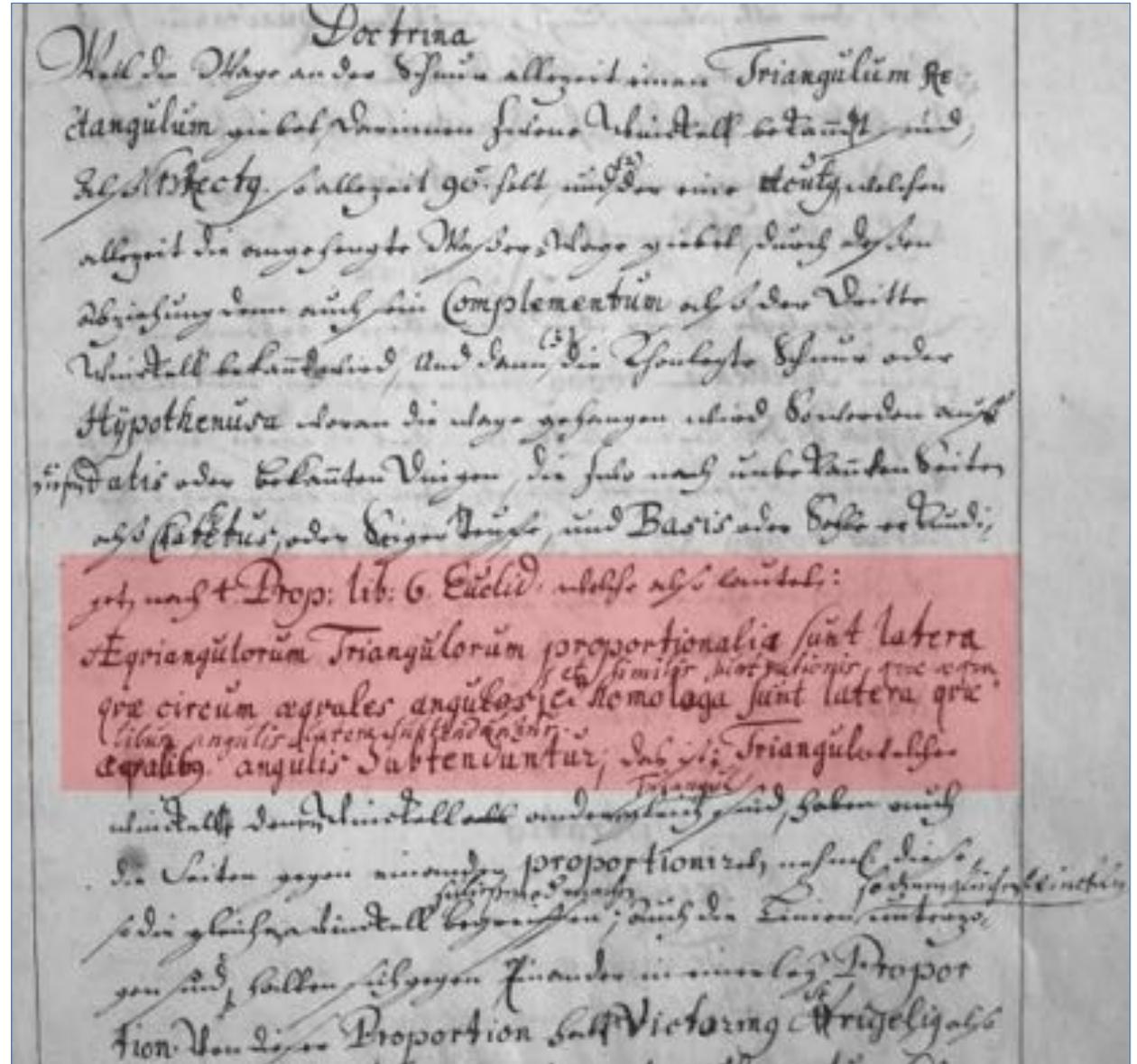
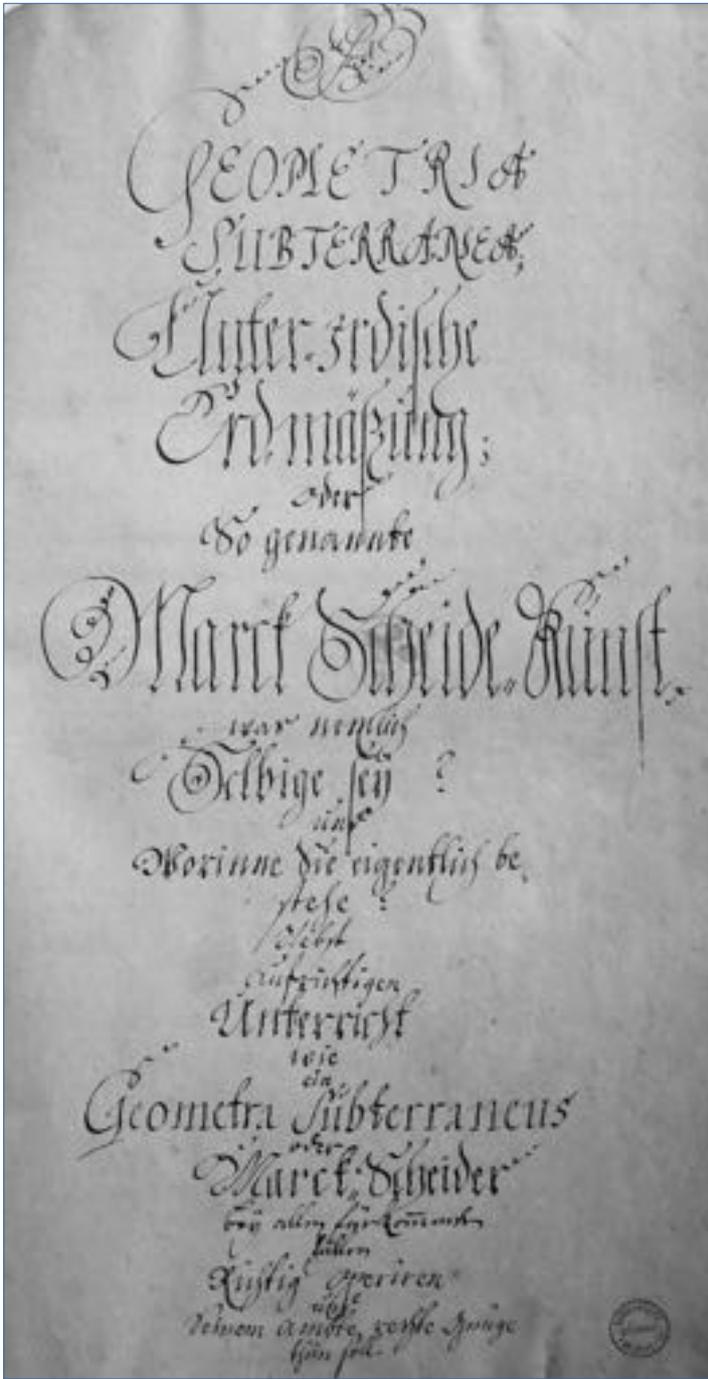
## 2. Géométrie pratique et pratiques géométriques à la Renaissance

Utilisation possible des triangles semblables - ou du moins de la proportionnalité - pour le creusement d'une galerie de mine (1654).



## 2. Géométrie pratique et pratiques géométriques à la Renaissance

La géométrie euclidienne du semblable est cependant bien connue des praticiens :

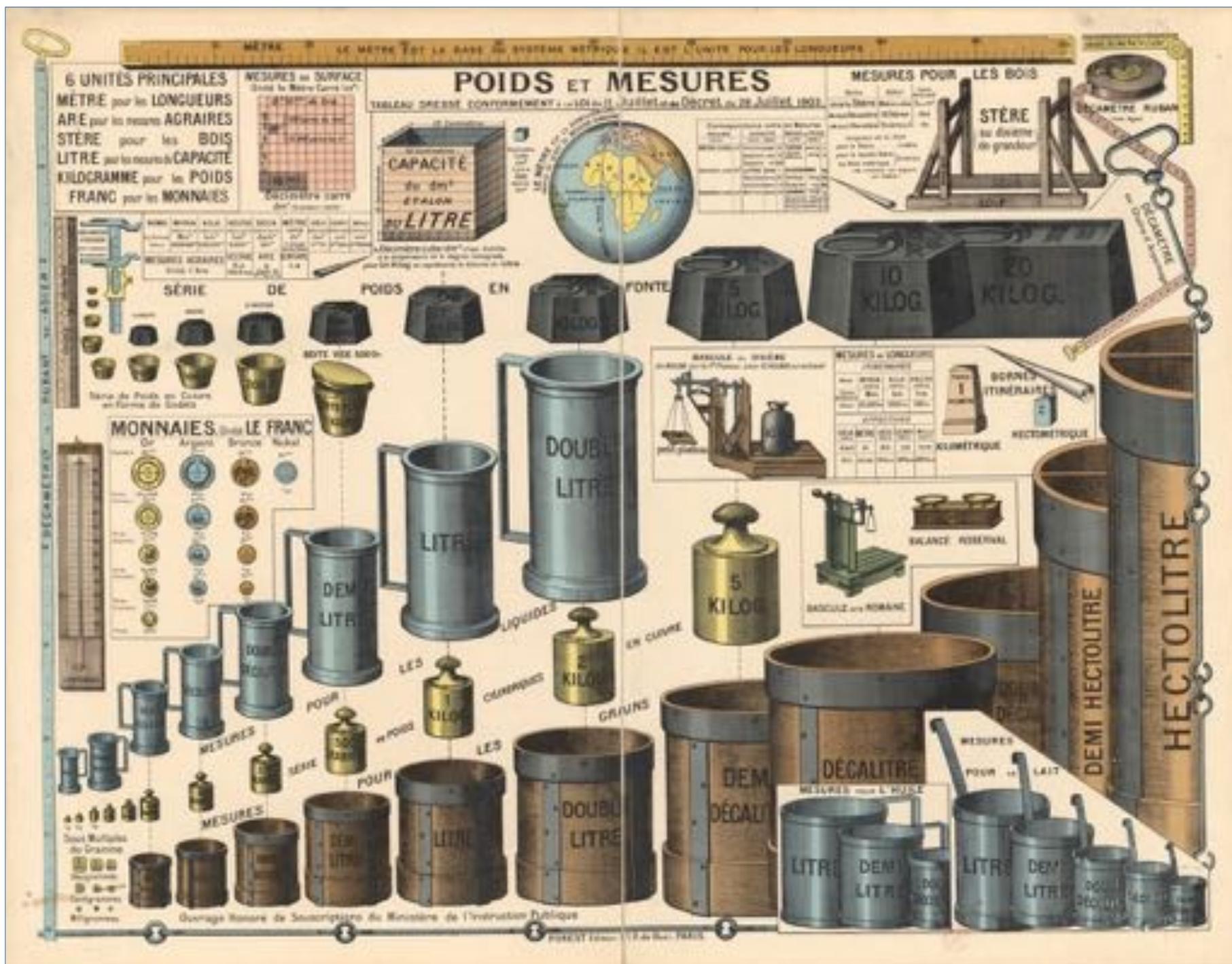


Manuscrit de géométrie souterraine, anonyme, 17<sup>ème</sup> siècle

Source : TU BAF, WA XVII 11, page de garde et folio 30r.

→ Thomas Morel, *Bringing Euclid into the Mines*, in *Translating early modern Science*, Brill, Leiden, 2017, p. 154-181

### 3. Des agents du cadastre aux écoliers de la troisième république



### 3. Des agents du cadastre aux écoliers de la troisième république

Unification des poids et mesure durant la Révolution Française. Lancement d'un cadastre parcellaire, dit cadastre napoléonien, au début du 19<sup>ème</sup> siècle.

Émergence d'une culture commune autour de la géométrie pratique et des figures semblables.

Exemple local : Philogone Barbotin, arpenteur dans le département du Nord.

PHILOGONE BARBOTIN (1785-1860), GÉOMÈTRE, ARPEN TEUR ET AGENT VOYER

Piste verte

Le 15 septembre 2019 - Ecrit par Pierre Desjonquères, Thomas Morel

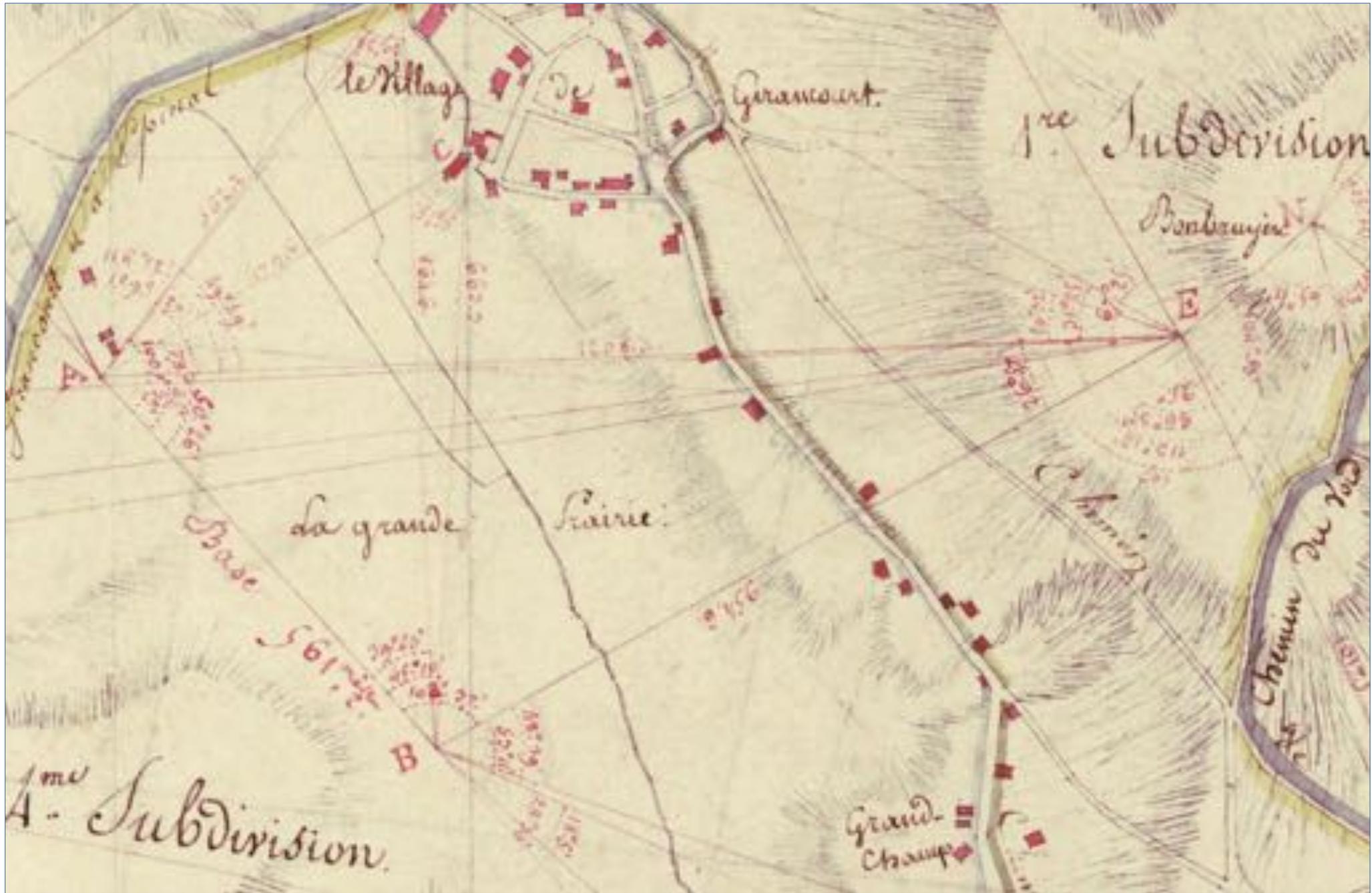




### 3. Des agents du cadastre aux écoliers de la troisième république



### 3. Des agents du cadastre aux écoliers de la troisième république



1. Établir le canevas trigonométrique.

Exemple du cadastre de la commune de Girancourt (tableau d'assemblage, détail)



# Méthode par décomposition en triangles :

« Pour lever le plan d'un terrain, à la chaîne seule, par décomposition en triangle [...], on le décompose en triangles, on mesure les côtés de tous les triangles et on inscrit ces mesures sur un croquis.

Il suffit de construire, dans le même ordre et dans le même sens que sur le terrain, les différents triangles dont on connaît les trois côtés. »

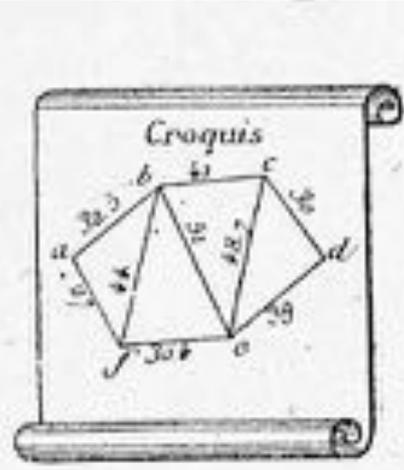


Fig. 62.

Côtés.	Diagonales.
AB . . . 32,5	. . . . .
BC . . . 41	BF . . . 44
CD . . . 30	BE . . . 51
DE . . . 39	CE . . . 48,7
EF . . . 30,4	. . . . .
FA . . . 27	. . . . .

Au lieu d'écrire les mesures sur le croquis, on peut former un tableau.

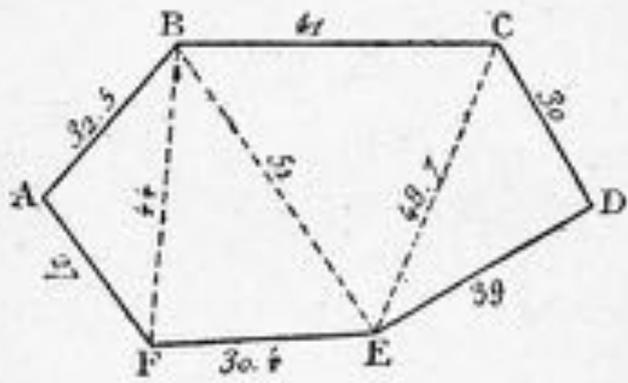


Fig. 63. — Plan levé à la chaîne

# Méthode par alignement :

« Il convient de prendre pour directrice l'alignement qui correspond le mieux aux conditions suivantes :

1° La directrice doit être d'un parcours facile. [...]

3° Cette directrice doit ordinairement être dirigée dans le sens de la plus grande dimension du terrain, afin que les ordonnées soient aussi courtes que possible. »

« On prend AB pour directrice, et on jalonne cette ligne, sur laquelle on élève des perpendiculaires qui doivent passer aux sommets J, L, D, F, H. On met un jalon (C, K, E, G) au pied des perpendiculaires »

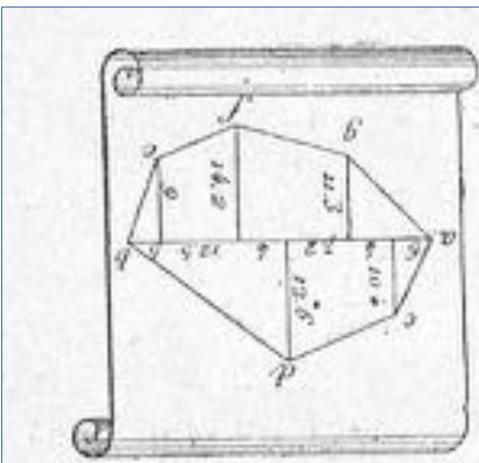
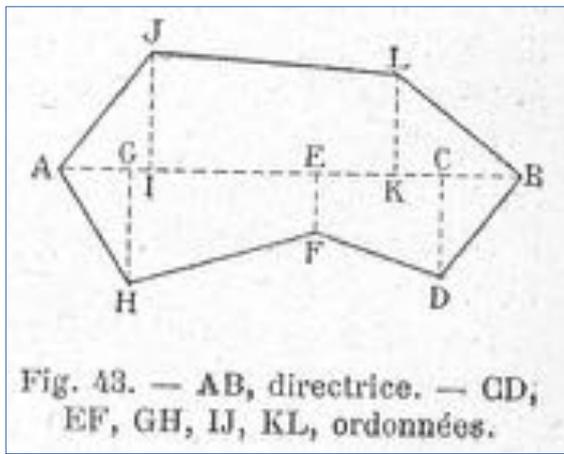


Fig. 66. — Croquis.

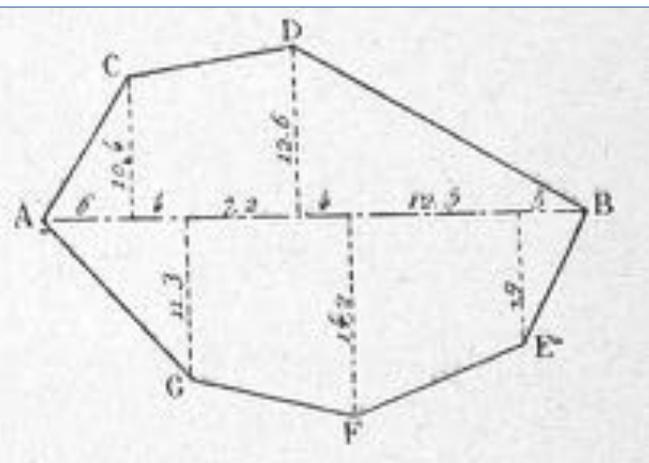


Fig. 67. — Plan à 1 millim. par mètre.  
Levé à l'équerre par alignement.

TRAITÉ  
ÉLÉMENTAIRE  
D'ARPENTAGE,

ET  
DE L'AVIS DES PLANS,

DE LA MESURE DES SOLS ET DES SOLIDES,

Œuvre destinée aux Écoles communales départementales et d'arrondissement  
et aux Propriétaires.

APPROUVÉ PAR LE COMITÉ ROYAL DE L'INSTRUCTION  
PUBLIQUE.

PAR M. L. LAMOTTE,

Auteur de divers ouvrages de même nature.

TROISIÈME ÉDITION.



LIBRAIRIE CLASSIQUE ET ÉLÉMENTAIRE  
DE L. HACHETTE,

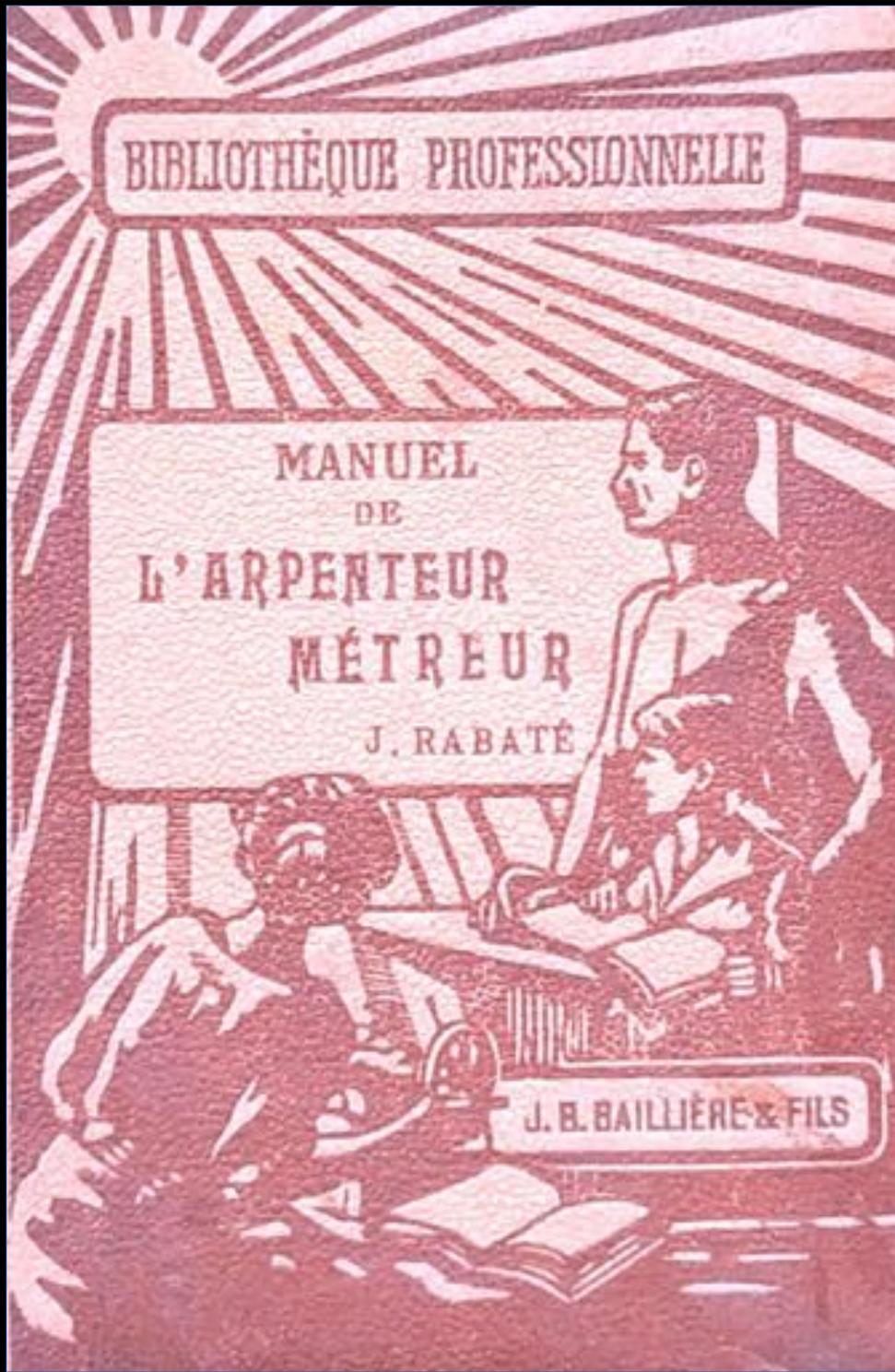
RUE PIERRE-LARRAQUE, N° 11.

1854.

L'arpentage proprement dit, c'est-à-dire l'évaluation des surfaces, est aussi facile à étudier qu'à enseigner. Nous venons de publier des *Tableaux d'arpentage* destinés à faire pénétrer cette étude jusque dans les plus petites localités.

Si la loi sur l'enseignement primaire n'oblige pas les instituteurs des petites écoles à enseigner l'arpentage, elle ne le défend pas non plus, et les instituteurs comprendront combien il sera utile pour eux, d'ajouter une branche d'instruction qui leur fera honneur, qui leur procurera des portecâbles intelligents, et qui leur fournira une ressource nécessaire dans des communes où le traitement fixe est très modique.

# 3. Des agents du cadastre aux écoliers de la troisième république



CHAPITRE III  
TRIANGLES SEMBLABLES

Théorème fondamental.

Théorème. — Si on coupe un angle par deux sécantes parallèles, on a la relation :

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'}$$

50 TRIANGLES SEMBLABLES.

Triangles semblables.

Définition. — Deux triangles sont semblables

Fig. 76.

lorsque leurs angles sont respectivement égaux et leurs côtés proportionnels (fig. 77).

Si  $\widehat{B} = \widehat{B'}$ ,  $\widehat{C} = \widehat{C'}$

et si  $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ , les deux triangles ABC et AB'C' sont semblables.

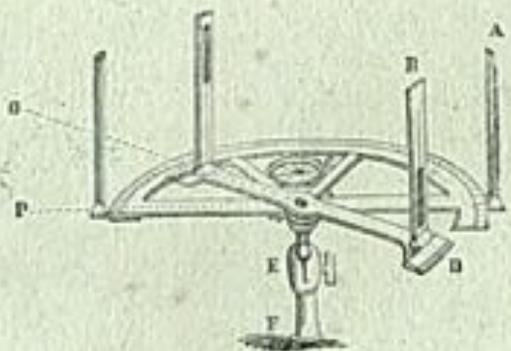
BIBLIOTHÈQUE DU CULTIVATEUR  
 PUBLIÉE  
 AVEC LE CONCOURS DU MINISTRE DE L'AGRICULTURE

# GÉOMÉTRIE AGRICOLE

COMPLÉMENT  
 LA GÉOMÉTRIE USUELLE, LE Dessin LINÉAIRE,  
 L'ARPENTAGE, LE LEVÉ DES PLANS, LE NIVELLEMENT, LE TOURÉ,  
 LE CURAGE DES BOIS ET LE JAUGEAGE

PAR  
**LEFOUR**

Ancien fermier à La Varenne-Saint-Maur, Inspecteur général de l'Agriculture



GRAPHIQUE.

PARIS  
 LIBRAIRIE AGRICOLE DE LA MAISON RUSTIQUE  
 26, RUE JACOB, 26

	Pages.
Avertissement. . . . .	4
<b>1<sup>re</sup> PARTIE.—GÉOMÉTRIE USUELLE.</b>	
Notions préliminaires. . . . .	5
<b>Section I. — GÉOMÉTRIE PLANE.</b>	
<b>CHAPITRE I. Des lignes. . . . .</b>	
§ 1. Des lignes en général . . . . .	5
§ 2. Rapport des lignes entre elles . . . . .	10
Angles et perpendiculaires. . . . .	10
Parallèles . . . . .	18
<b>CHAP. II. Des polygones . . . . .</b>	
§ 1. Des triangles et des quadrilatères . . . . .	25
§ 2. Du cercle. . . . .	30
§ 3. Division du cercle et mesure des angles. . . . .	34
§ 4. Des polygones réguliers inscrits et circonscrits . . . . .	40
§ 5. Ellipse, ovale et spirale. . . . .	43
§ 6. Mesure des polygones . . . . .	45
§ 7. Mesure du cercle . . . . .	49
<b>CHAP. III. Comparaison des figures. . . . .</b>	
§ 1. Figures proportionnelles . . . . .	53
§ 2. Figures égales. . . . .	64
§ 3. Figures semblables . . . . .	67
§ 4. Figures équivalentes . . . . .	69
§ 5. Carré de l'hypoténuse. . . . .	72
<b>Section II. — GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE.</b>	

239. On appelle figure semblables celles qui ont les angles égaux chacun à chacun et les côtés homologues proportionnels

243. La théorie des *triangles semblables* a des applications nombreuses dans la mesure des lignes inaccessibles et le partage des champs. (Voir l'*Arpentage*).

Lefour, *Géométrie Agricole*, Paris, Maison rustique, p. 66-67

COMPARAISON DES FIGURES. 69

**Problèmes.** — 253. Un parc à moutons a de côté vingt claies de 3 mètres. De combien sa superficie serait-elle réduite si les claies avaient seulement 1 mètre ?

254. Deux parcs ont le même nombre de claies au carré, mais l'un a des claies de  $\frac{1}{3}$  moins longues que celles de l'autre; exprimer en termes fractionnaires de combien il est moins grand.

255. On veut faire une planche de jardin carrée un quart plus petite qu'une autre dont les côtés ont 20 mètres. Quelle longueur devra-t-on donner aux côtés de cette planche ?

256. Comment peut-on partager également un champ de froment rectangulaire entre quatre moissonneurs ?

257. Pour augmenter de moitié la surface d'une aire circulaire à dépiquer le froment, de combien doit-on allonger le rayon ?

258. Un champ triangulaire de 2 hectares a un côté de 200 mètres. Quelle est l'étendue d'un champ semblable dont le côté correspondant a seulement 60 mètres (245) ?

# COURS DE GÉOMÉTRIE

THÉORIQUE ET PRATIQUE

A L'USAGE

DES LYCÉES ET DES COLLÈGES

DES ÉCOLES NORMALES PRIMAIRES

DE TOUS LES ÉTABLISSEMENTS D'INSTRUCTION  
ET DES ASPIRANTS AU BACCALAURÉAT ÈS SCIENCES

CONTENANT

DE NOMBREUSES APPLICATIONS AU DESSIN, A L'ARCHITECTURE  
A L'ARPENTAGE, AU LEVÉ DES PLANS, AU NIVELLEMENT

ET

PLUS DE MILLE EXERCICES PROPOSÉS DE GÉOMÉTRIE PURE ET APPLIQUÉE

PAR

M. FÉLICIEN GIROD

Agrégé de l'Université,  
Professeur de mathématiques au lycée Condorcet de Rouen.

DIX-HUITIÈME ÉDITION



PARIS

LIBRAIRIE CLASSIQUE DE F.-E. ANDRÉ GUÉDON

E. ANDRÉ FILS, SUCCESSEUR

6, rue Casimir-Delavigne (près l'Odéon)

Ci-devant, 15, rue Racine

1901

## § II. DROITES COUPÉES PAR DES PARALLÈLES.

### THÉORÈME

291. Toute ligne droite DF, parallèle à l'un des côtés AC d'un triangle ABC, divise les deux autres côtés BA et BC en parties proportionnelles (fig. 203).

Supposons que le rapport  $\frac{BD}{DA}$  soit égal à  $\frac{3}{2}$ ; il en résulte (n° 223) que

les droites BD et DA ont une commune mesure contenue trois fois dans BD et deux fois dans DA. Si l'on divise BA en cinq parties égales, il y aura trois de ces parties dans BD et deux dans DA. Par les points de division G, H, K, je mène des parallèles à AC, qui vont couper le côté BC aux points L, M, N, et je dis que les segments BL, LM, MF, FN, NC, sont égaux. Considérons-en deux quelconques, BL et MF, par exemple; si l'on mène par le point M une parallèle MP à BA jusqu'à sa rencontre avec DF, on obtient un triangle MPF qui est égal au triangle BGL. Ces triangles ont en effet les côtés MP et BG égaux, car  $BG = DH$ , par construction, et les droites MP, DH sont égales comme côtés opposés d'un parallélogramme; de plus les angles PMF et GBL sont égaux comme correspondants et les angles MPF et BGL sont égaux comme ayant les côtés parallèles et dirigés dans un même sens.

Les triangles considérés sont égaux parce qu'ils ont un côté égal, adjacent à deux angles égaux chacun à chacun. On en conclut que MF est égal à BL. On prouverait de la même manière que BL est égal à tous les autres segments. Or il y a trois de ces segments dans BF et deux dans FC.

Donc

$$\frac{BF}{FC} = \frac{3}{2}, \text{ par suite } \frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FC}. \quad (1) \text{ C. Q. F. D.}$$

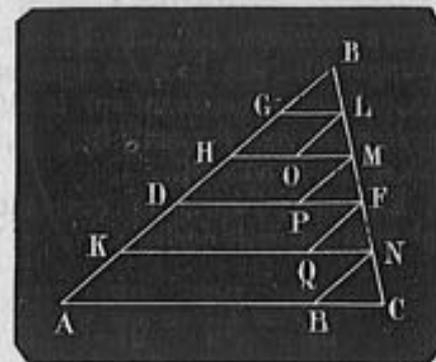


Fig. 203.

POLYGONES SEMBLABLES

§ I. TRIANGLES SEMBLABLES

313. Deux polygones d'un même nombre de côtés sont semblables lorsqu'ils ont les angles égaux et les côtés homologues proportionnels.

On appelle côtés homologues ceux qui sont adjacents à des angles respectivement égaux; ces angles eux-mêmes sont dits angles homologues. Le rapport de deux côtés homologues quelconques est le rapport de similitude des deux polygones.

Ainsi les deux polygones ABCDE, A'B'C'D'E' (fig. 219) qui satisfont aux deux conditions

$$\begin{aligned} A = A', B = B', C = C', \\ D = D', E = E'. \end{aligned}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{EA}{E'A'}$$

sont semblables.

AB et A'B' sont deux côtés homologues, parce que les angles A et B sont respectivement égaux aux angles A' et B'.

Les angles A et A', B et B' sont homologues.

La valeur numérique du rapport

$\frac{AB}{A'B'}$  est le rapport de similitude des deux polygones.

314. Remarque. — Dans deux triangles semblables ABC, A'B'C', (fig. 220) deux côtés homologues quelconques AB et A'B' sont opposés à des angles égaux C et C'.

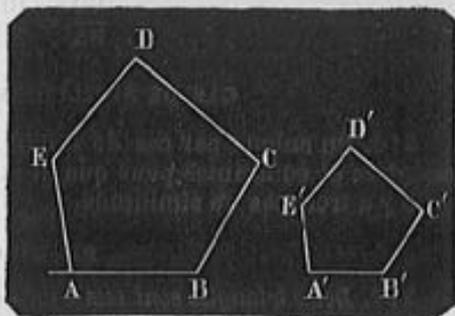


Fig. 219.

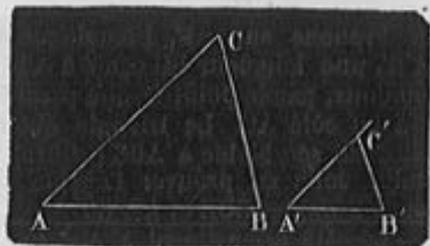


Fig. 220.

LES FIGURES SEMBLABLES

CHAPITRE PREMIER

Lignes proportionnelles.

§ I. Notions préliminaires.....	101
§ II. Droites coupées par des parallèles.....	105
§ III. Droites coupées par des antiparallèles.....	111
§ IV. Lignes proportionnelles dans le cercle.....	112
Exercices.....	114

CHAPITRE II

Polygones semblables.

§ I. Triangles semblables.....	115
§ II. Polygones semblables.....	120
§ III. Polygones homothétiques.....	123
Exercices.....	128

CHAPITRE III

Relations numériques des lignes dans les triangles.....

Triangle rectangle.....	129
Triangle quelconque.....	132
Calcul des hauteurs.....	134
Calcul des médianes.....	135
Calcul des bissectrices.....	138
Calcul du rayon du cercle circonscrit.....	140
§ II. Puissance d'un point par rapport à un cercle. Axe radical.....	140
Exercices.....	143

CHAPITRE IV

Constructions relatives aux lignes proportionnelles....

Construction des formules algébriques.....	144
Applications :	
Compas de réduction, compas de proportion.....	151
Échelle de proportion.....	152
Méthode des carreaux.....	153
Pantographe.....	153
Mesure des distances inaccessibles.....	154
Levé des plans :	
Levé au mètre.....	156
Levé au graphomètre.....	156
Levé à l'équerre.....	156
Levé à la planchette.....	157
Exercices.....	158

CHAPITRE V

Polygones réguliers.

§ I. Notions générales.....	160
§ II. Construction des polygones réguliers.....	164
§ III. Mesure de la circonférence..	171
Méthode des périmètres.....	174
Méthode des isopérimètres.....	177
Applications :	
Carrelage, polygones étoilés.....	183
Exercices.....	186

§ II. POLYGONES SEMBLABLES.

THÉORÈME

329. Deux polygones ABCDE, A'B'C'D'E' composés d'un même nombre de triangles semblables et semblablement placés sont semblables (fig. 228).

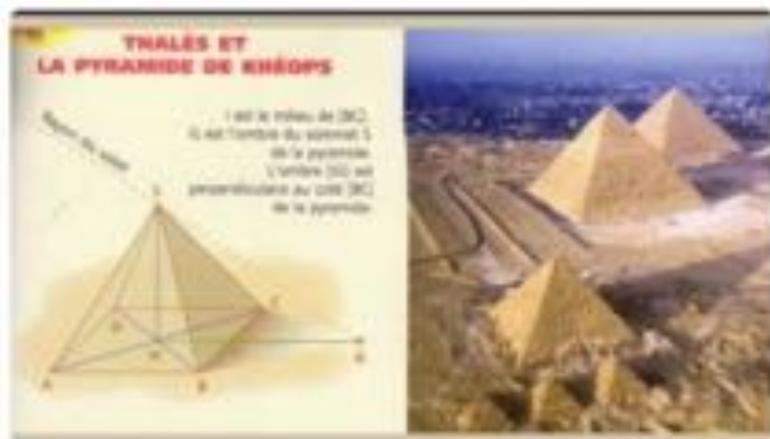
Étant donné le polygone ABCDE décomposé en triangles par les diagonales partant du sommet A, on construit un triangle A'B'C' semblable à ABC et sur A'C', côté homologue de AC, un triangle A'C'D', semblable à ACD, de manière que les sommets A et C' soient les homologues de

Au début du 20<sup>ème</sup> siècle, la géométrie du semblable est donc très largement représentée dans l'enseignement des mathématiques, pour des raisons diverses.

Dans l'enseignement secondaire, il s'agit d'une poursuite de la tradition euclidienne classique.

Dans l'enseignement primaire et dans les écoles professionnelles, il s'agit d'une géométrie de la mesure et de l'arpentage.

On remarquera incidemment que le « théorème de Thalès » n'est jamais mentionné. Plus exactement, il s'agit d'un résultat parmi d'autre dans une géométrie focalisée sur les figures semblables



AUX SOURCES DU « THÉORÈME DU PERROQUET »

le 14 novembre 2018

Alain Herreman

La mesure de la hauteur d'une pyramide d'Égypte par Thalès est sans doute un des récits emblématiques de l'histoire des mathématiques...

 lire l'article

# 4. La géométrie du semblable : une passerelle entre les cycles

En cycle 4 :

- « Distinguer un résultat de portée générale d'un cas particulier observé sur une figure. Faire le lien entre théorème de Thalès, homothétie et proportionnalité » (Programmes)
- « Les triangles semblables fournissent un vocabulaire commode dans les différents énoncés du théorème de Thalès » (Documents d'accompagnement, Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer)

## Exercice 2

19 points

Dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur approchée des résultats au centième près.

Pour construire le décor d'une pièce de théâtre (Figure 1), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire ABCD de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer. Elle propose un découpage de la plaque (Figure 2).



Figure 1

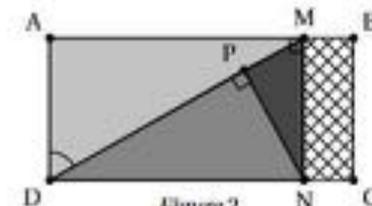


Figure 2

Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- le triangle ADM est rectangle en A
- $AD = 2$  m
- $\widehat{ADM} = 60^\circ$

1. Montrer que  $[AM]$  mesure environ 3,46 m.
2. La partie de la plaque non utilisée est représentée en quadrillé sur la figure 2. Calculer une valeur approchée au centième de la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée.
3. Pour que la superposition des triangles soit harmonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD, PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.
4. Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que 1,5. Est-ce le cas? Justifier.

## 4. La géométrie du semblable : une passerelle entre les cycles

En cycle 3 :

- « Proportionnalité : Reproduire une figure en respectant une échelle. Agrandissement ou réduction d'une figure. Reproduire une figure à partir d'un modèle (l'échelle pouvant être donnée par des éléments déjà tracés). » (Programmes)
- « La proportionnalité doit être traitée dans le cadre de chacun des trois domaines 'nombres et calculs', 'grandeurs et mesures' et 'espace et géométrie' ».

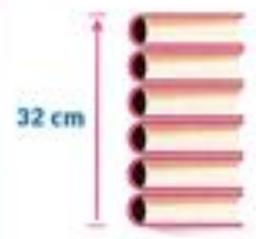
Malgré tout, la proportionnalité est essentiellement vue comme une propriété arithmétique, voire comme une simple méthode de calcul.

# 4. La géométrie du semblable : une passerelle entre les cycles

## Résoudre des problèmes de proportionnalité

Un problème est appelé « problème de proportionnalité » si deux grandeurs (quantités, prix, longueurs, masses...) sont en relation l'une avec l'autre et si, lorsque l'une est doublée, triplée..., l'autre est également doublée, triplée...

### Des livres identiques empilés



Voici une pile de 6 livres identiques : elle fait 32 cm de haut.

La hauteur de 3 livres empilés serait donc de 16 cm.  
→ Il y a deux fois moins de livres, donc la hauteur est deux fois moins importante.

La hauteur de 18 livres empilés serait donc de 96 cm.  
→ Il y a trois fois plus de livres, donc la hauteur est trois fois plus importante.

### Des mélanges



eau : 4 verres  
sucre : 6 g

5 fois plus d'eau

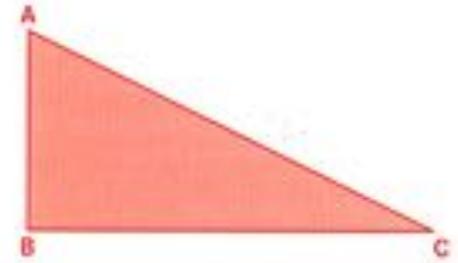
eau : 20 verres  
sucre : 24 g



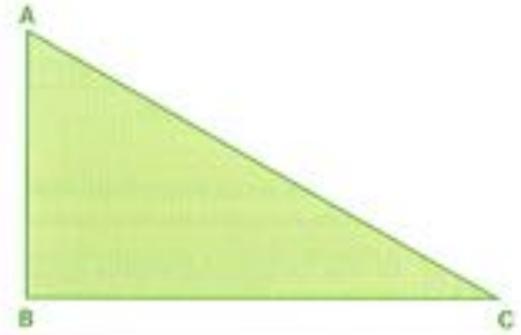
4 fois plus de sucre

→ L'eau de la deuxième bouteille est donc moins sucrée que celle de la première.

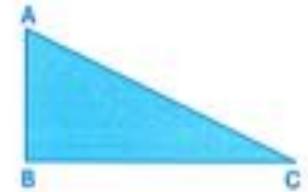
### Des figures agrandies ou réduites



Dans le triangle rouge, BC est deux fois plus grand que AB.

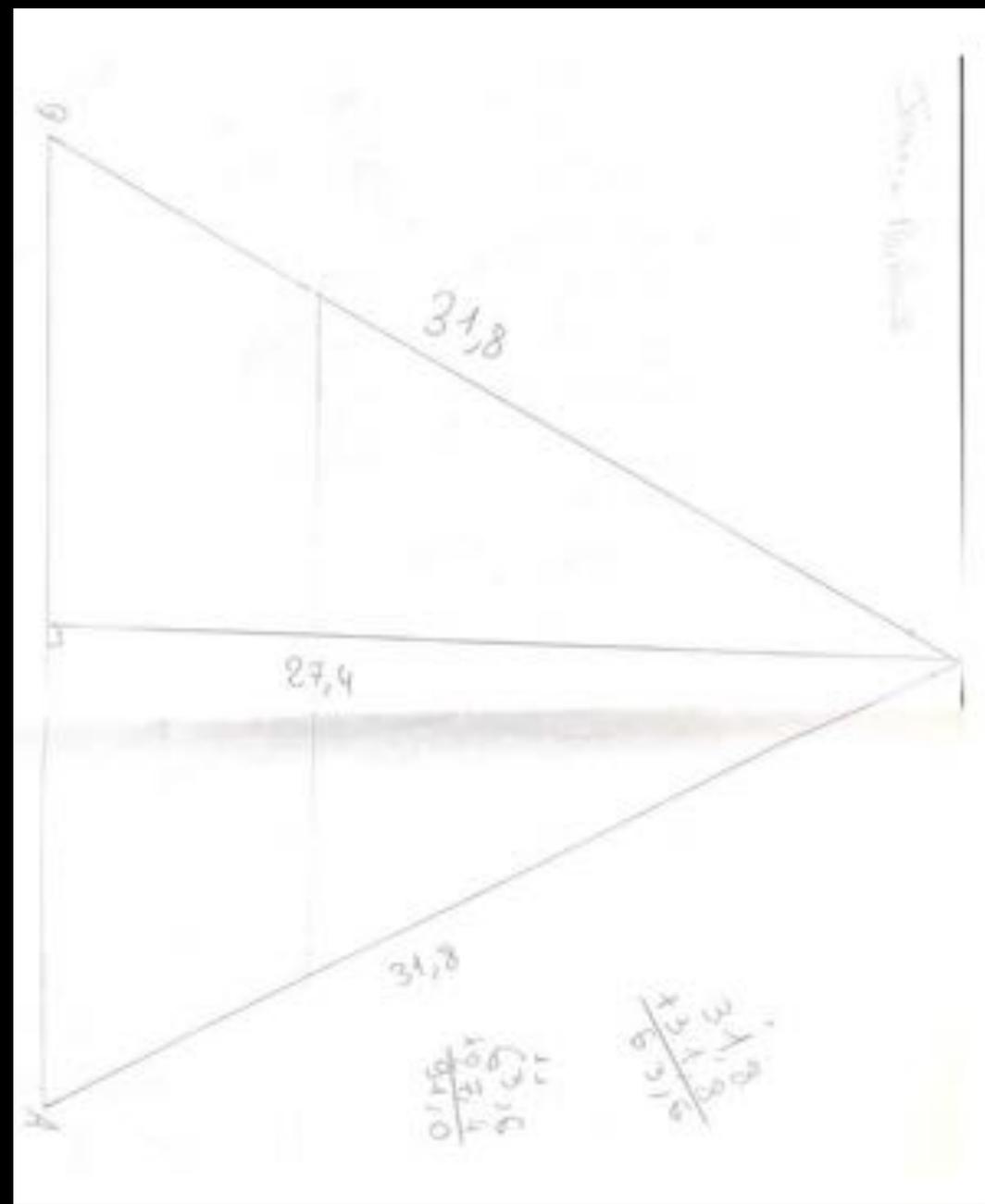
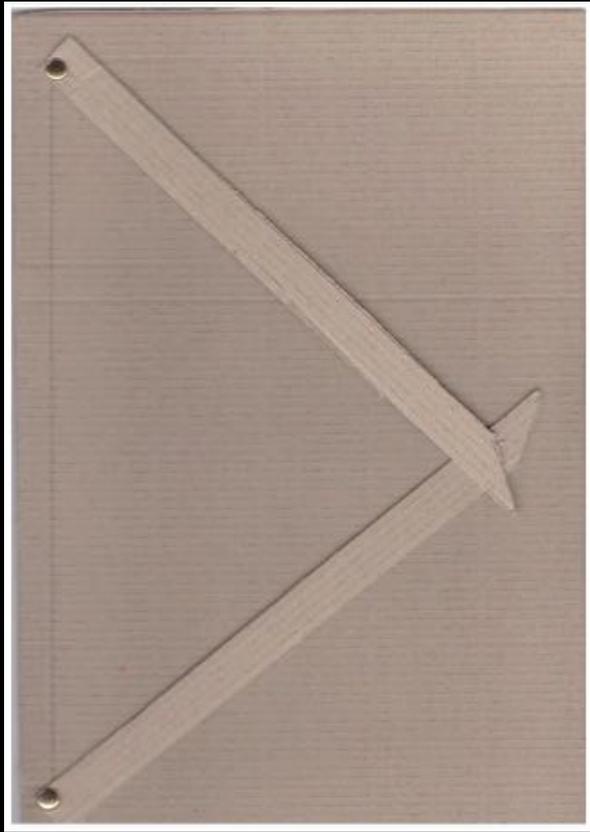


Le triangle vert n'est pas un agrandissement du triangle rouge, car BC n'est pas deux fois plus grand que AB.



Le triangle bleu est une réduction du triangle rouge, car BC est deux fois plus grand que AB.

En cycle 3 :



« Triangulation » instrumentée à l'aide d'une planchette en cycle 3.

→ Mémoire de Clara POTET, INSPE Lille Nord-de-France, 2019



# En cycle 4 :



Fig. 11.  
Équerre d'arpenteur.

Équerre d'arpenteur. — L'équerre d'arpenteur (fig. 11 et 12) est un instrument qui a la forme d'un prisme creux octogonal régulier. Quatre faces opposées deux à deux et à angle droit A, B, C, D, ont chacune une fente longitudinale et une ouverture appelée *fenêtre*.

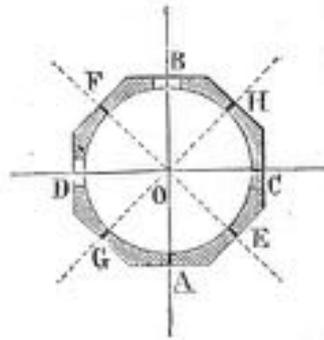


Fig. 12.  
Équerre d'arpenteur.  
Section horizontale.







## 4. La géométrie du semblable : une passerelle entre les cycles

Au lycée :

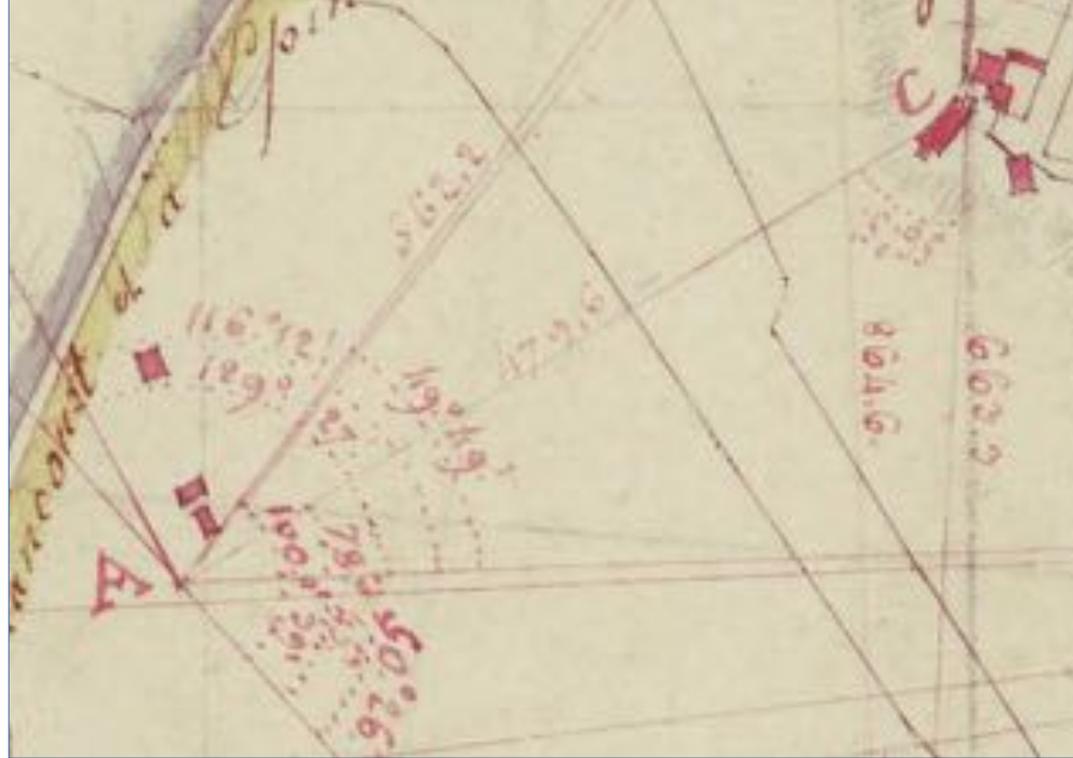
- Enseignement scientifique commun de première :

### LA FORME DE LA TERRE ET LES MESURES À LA SURFACE DE LA TERRE

Histoire traditionnelle des grands hommes et des grandes découvertes.

« Calculer la longueur du méridien terrestre par la méthode dite d'Ératosthène. Calculer une longueur par la méthode de triangulation utilisée par Delambre et Méchain. Calculer le rayon de la Terre à partir de la longueur du méridien »





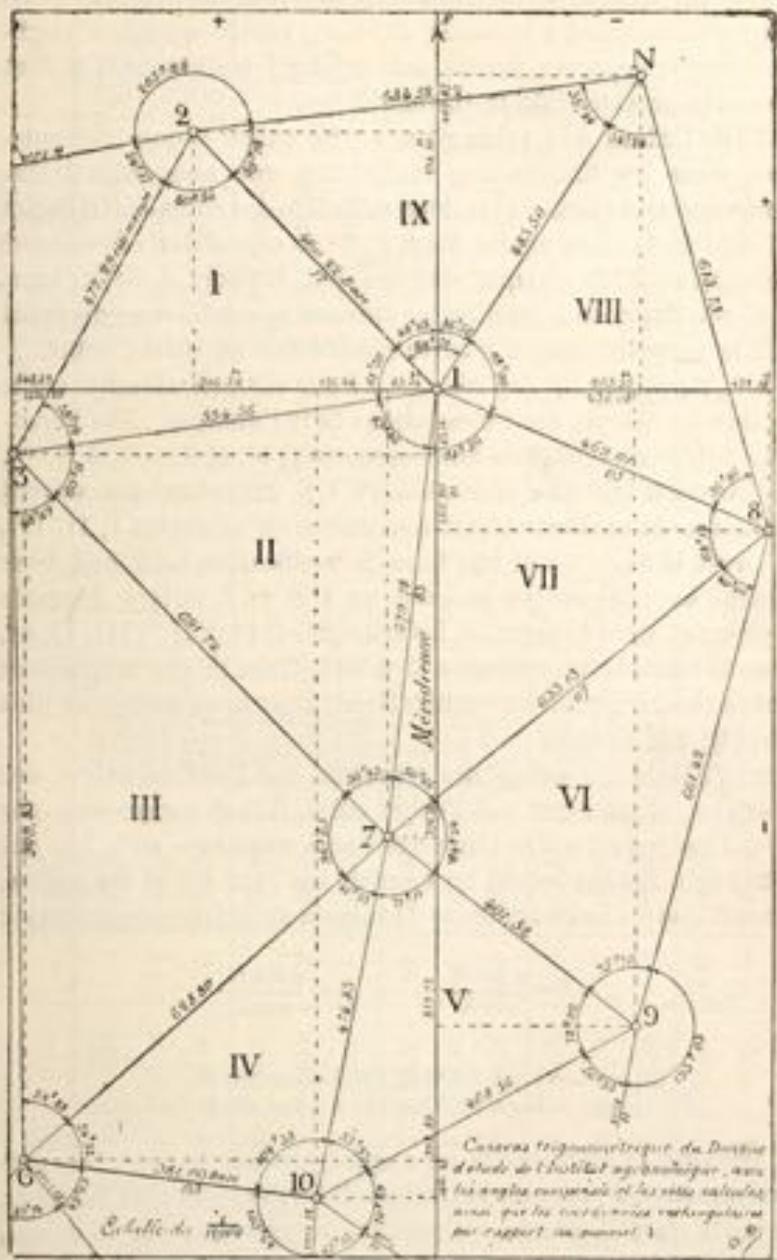


Fig. 138. — Observations trigonométriques et coordonnées.

Tableau des calculs de la triangulation.

TRIANGLES.	SOM-METS.	ANGLES.	CÔTÉS OPPOSÉS.		LOGA-RITHMES.
			4	5	
	1	61,30	2-3	477,29	2,67878
	3	58,14	1-2	460,22	9,91426
	2	80,56	1-3	534,56	0,10155
					2,66297
					9,97943
					2,74395
	1	83,46	3-7	691,72	2,83993
	7	56,43	1-3	554,56	9,98517
	3	60,11	1-7	579,78	0,11081
					2,74395
					9,90850
					2,76326
	3	48,49	6-7	628,80	2,79851
	6	54,88	3-7	691,72	9,83393
	7	96,63	3-6	909,85	0,11965
					2,83993
					9,99939
					2,95897

	1	61 <sup>g</sup> ,30	2-3	.....	.....
	3	58 <sup>g</sup> ,14	1-2	460,22	.....
	2	80 <sup>g</sup> ,56	1-3	.....	.....

# Conclusion

L'identification des tâches permet de cerner les différents enjeux d'une séance mêlant mathématiques et histoire ... Certains temps seront consacrés aux mathématiques sans lien explicite avec l'histoire, d'autres porteront au contraire sur des connaissances historiques sans appel fort à des contenus mathématiques. Ces deux dimensions seront complétées par des tâches spécifiques où les deux champs entrent explicitement en contact et où le double contenu ciblé se réalise finalement.

Thomas de Vittori, *Les tâches des élèves dans une activité mathématique à dimension historique*, Petit X, 97, 2015, p. 1–22.

# Bibliographie sélective

Chatelon David et Troudet Marc, « Expériences de géométrie pratique avec graphomètre en classe », in *Les mathématiques et le réel. Expériences, instruments, investigations* (collectif), Rennes, PUR, 2018, p. 49-61.

Chevalarias Nathalie, « Instruments et méthodes de dessin : de la géométrie pratique vers l'enseignement secondaire au début du XX<sup>e</sup> siècle », in *Les mathématiques et le réel. Expériences, instruments, investigations* (collectif), Rennes, PUR, 2018, p. 79-94.

Desjonquères Pierre et Morel Thomas, « Géométrie du cadastre et enseignement, hier et aujourd'hui », Actes des journées académiques de mathématiques de l'IREM de Lille 2018, (à paraître).

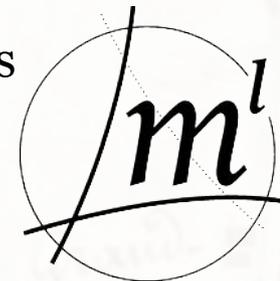
Troudet Marc, « Et si nous mesurons la cour de l'école ? Expériences d'arpentage », in *Passerelles. Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3*, 2018, p. 173–199.



**La géométrie du semblable,**  
pratiques historiques et enseignements actuels



Thomas  
Morel  
Lille,  
14.02.20



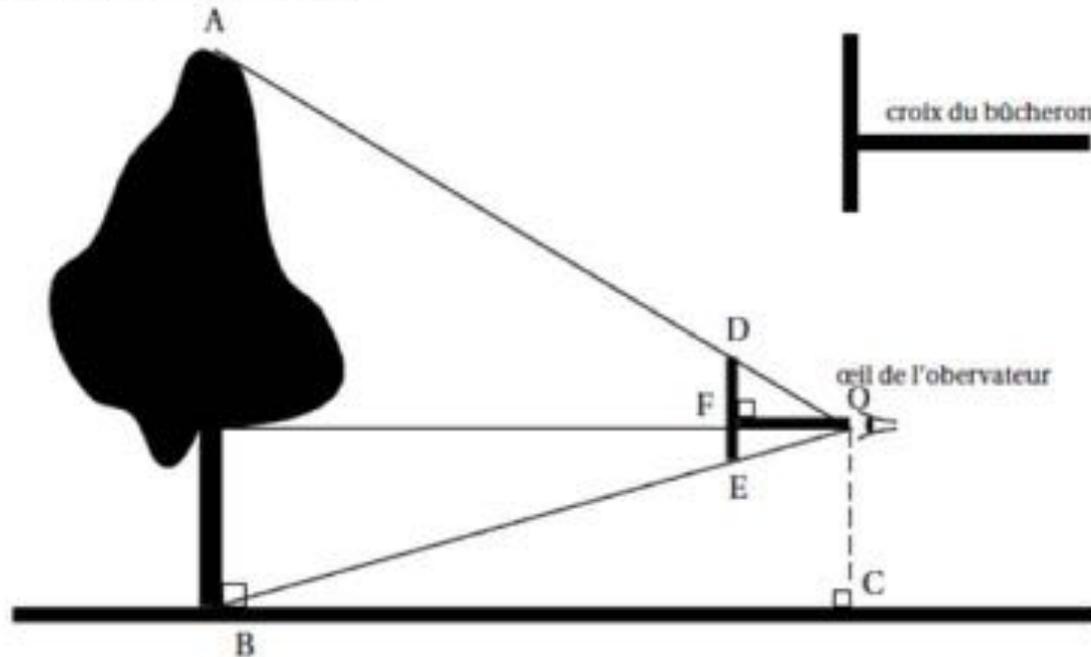
**INSPÉ**

[thomas.morel@univ-lille.fr](mailto:thomas.morel@univ-lille.fr)

# Ce qu'il faudrait éviter de faire :

## Exercice 2

Julien veut mesurer un jeune chêne avec une croix de bûcheron comme le montre le schéma ci-dessous.



Il place la croix de sorte que  $O$ ,  $D$  et  $A$  d'une part et  $O$ ,  $E$  et  $B$  d'autre part soient alignés. Il sait que  $DE = 20$  cm et  $OF = 35$  cm. Il place  $(DE)$  verticalement et  $(OF)$  horizontalement. Il mesure au sol  $BC = 7,7$  m.

1. Justifiez que les droites  $(AB)$  et  $(DE)$  sont parallèles.
2. Calculez le rapport  $\frac{AB}{DE}$ .
3. Déduire la hauteur  $AB$  de l'arbre en mètres.
4. Certaines croix du bûcheron sont telles que  $DE = OF$ . Quel avantage apporte ce type de croix ?