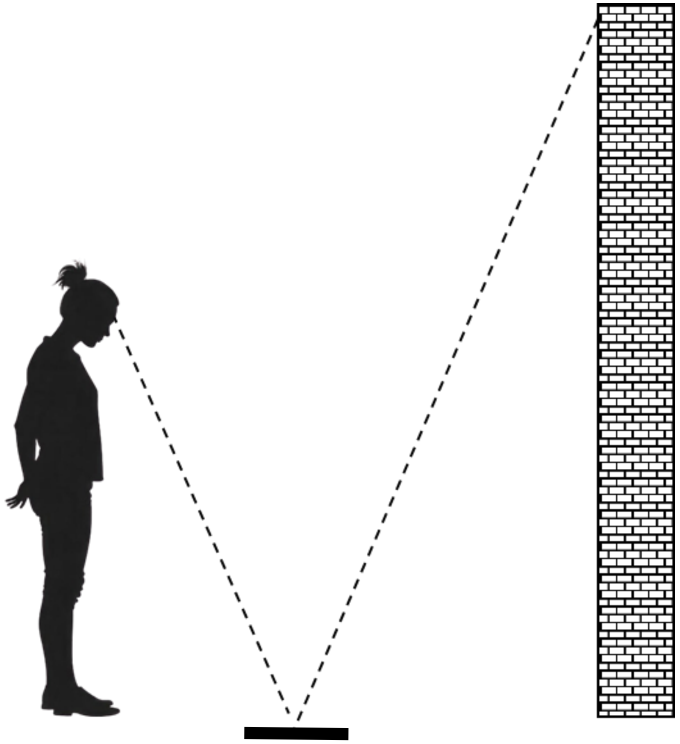
Élisabeth Hébert
Association sciences en Seine et patrimoine

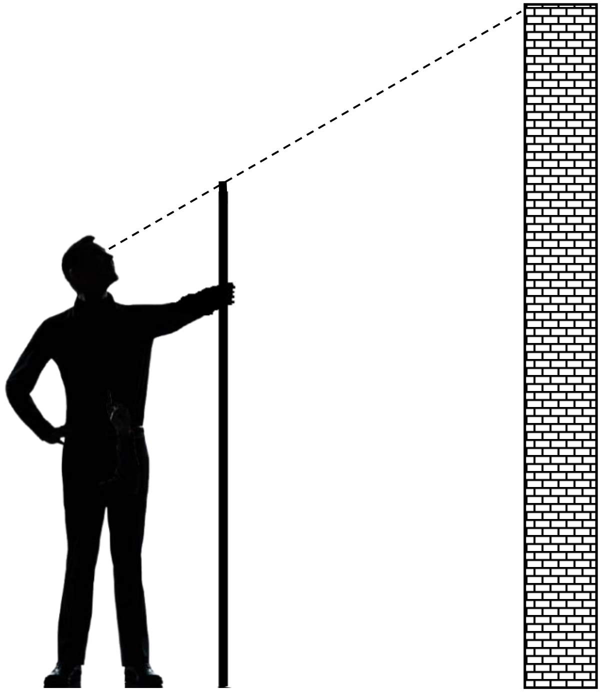
Didier Trotoux
IREM de Caen Normandie & ASSP

Mesures de distances inaccessibles à l’aide d’instruments anciens

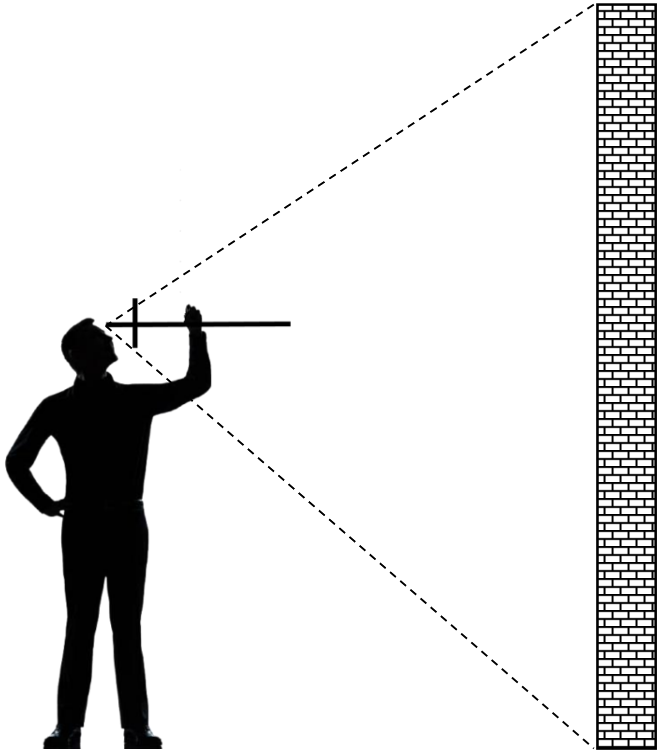
Journées académiques
Lille, mars 2025



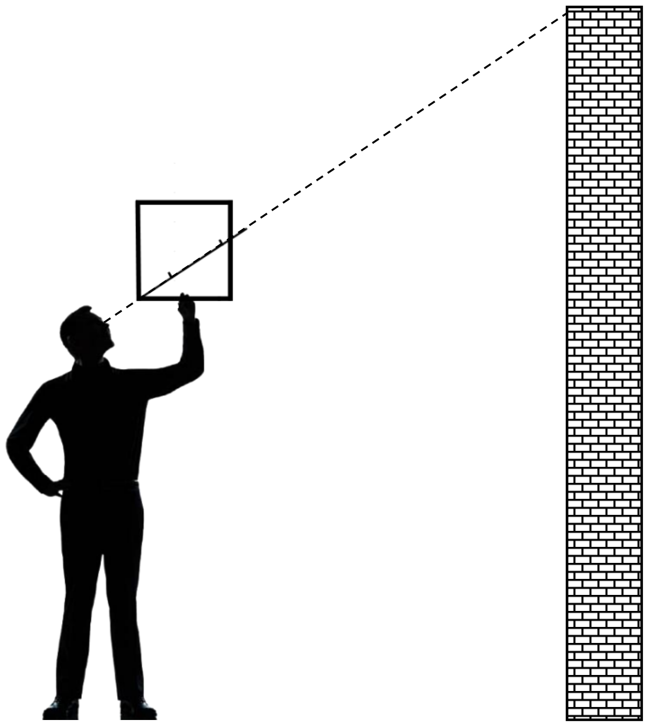
Avec un miroir

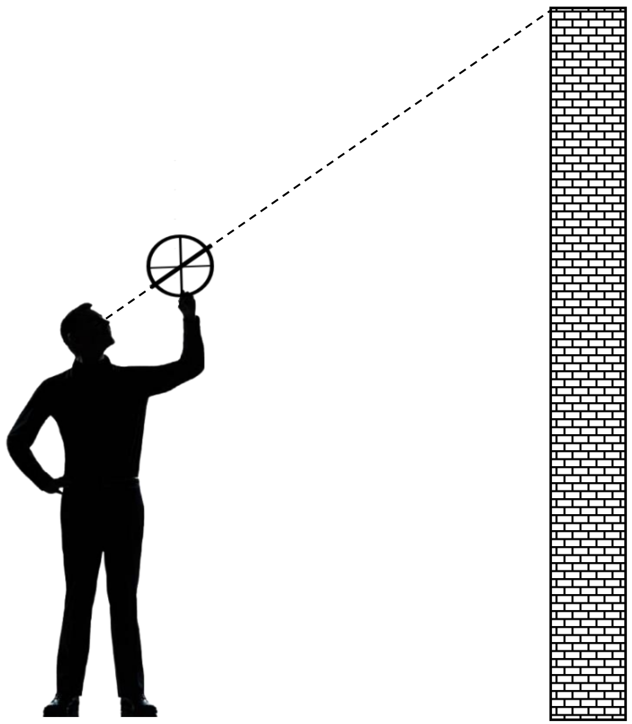


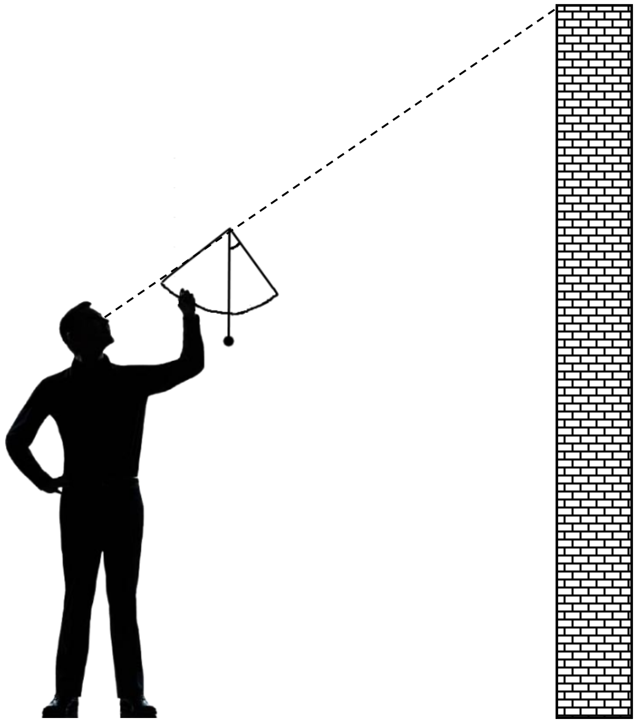
Avec une perche



Avec une arbalestrille







Avec un carré géométrique

Avec un astrolabe

Avec un quadrant ou quart de cercle

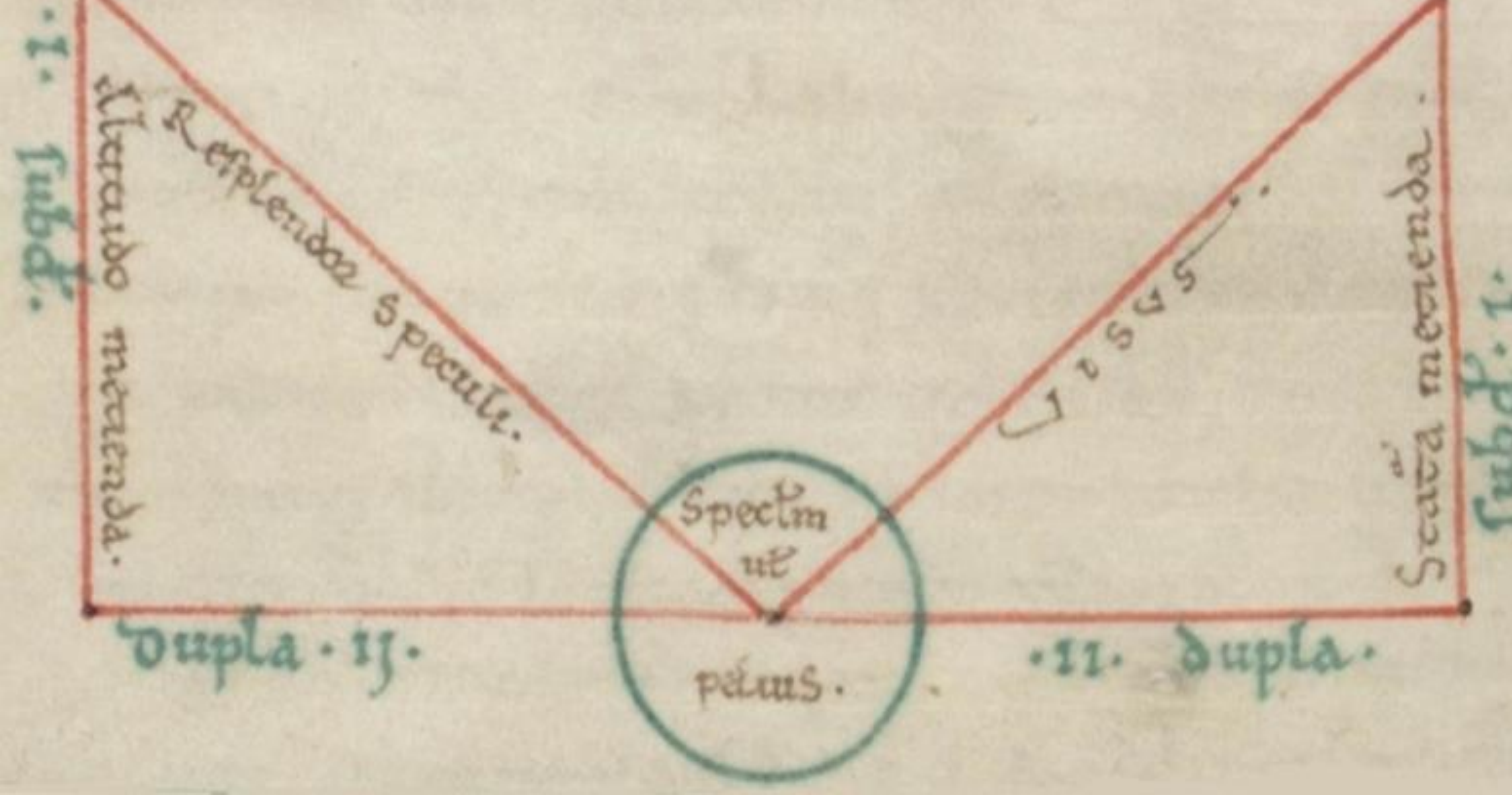
Le miroir

Le *Manuscrit du Mont-Saint-Michel* Ms 235 donne une description de l'utilisation du miroir pour mesurer une hauteur inaccessible :

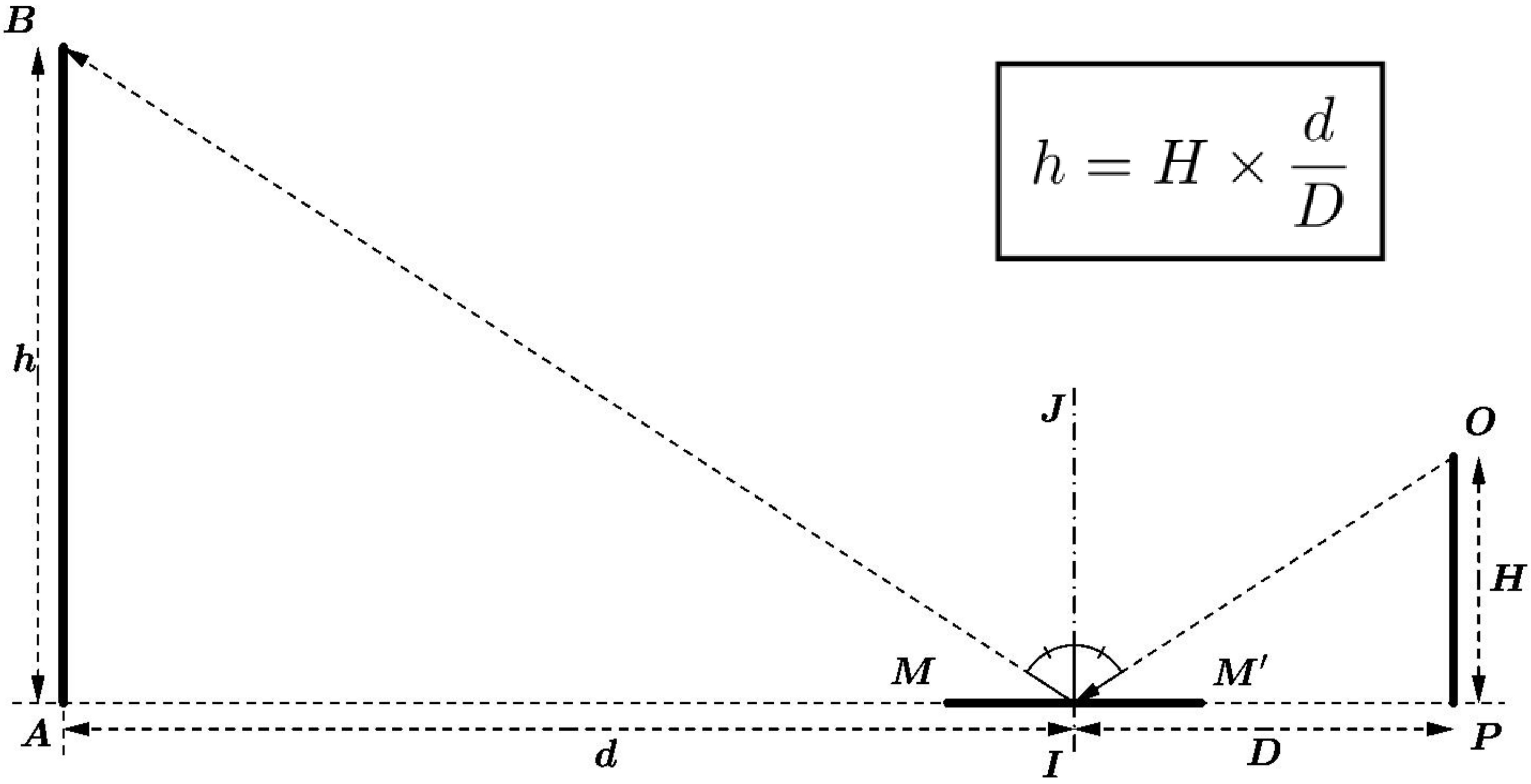
Pour déterminer la mesure d'une hauteur avec un miroir ou avec de l'eau.

Plaçons un point sur un miroir ou au centre d'une coupe pleine d'eau. Un géomètre posera de niveau dans un champ plat l'une des surfaces réfléchissantes et la déplacera avec soin jusqu'à apercevoir à l'emplacement du point le sommet de la hauteur dont la mesure est recherchée. À la vue du sommet, on mesurera avec soin l'intervalle compris entre les pieds du mesureur et le point sur le miroir ou le centre du récipient d'eau puis on la comparera non moins précautionneusement à la taille de l'homme. Cet intervalle sera à la taille de l'homme comme la longueur qui s'étend du point vers la base de la hauteur sera à la mesure de la hauteur.

Le miroir



Le miroir



$$h = H \times \frac{d}{D}$$

La perche

[*MESURER À VUE LA HAUTEUR D'UNE TOUR*]

[***Comment procéder si l'on peut en connaître la distance et si l'on peut en mesurer directement une partie***]

Si vous voulez mesurer la hauteur d'une tour située sur une place par une simple visée faite de l'autre côté de la place, procédez ainsi. Fichez en terre une flèche, bien verticalement, écartez-vous en quelque peu, de six ou sept pieds, et de là visez le sommet de la tour en prenant la flèche pour mire ; faites placer une marque avec un peu de cire à l'endroit précis où votre regard rencontre la flèche, et appelons ***A*** cette marque de cire. Puis, de l'endroit même d'où vous avez visé le sommet de la tour, visez sa base et, à nouveau, là où votre regard rencontre la flèche, faites placer une marque de cire, et appelons cette deuxième cire ***B***. Visez enfin quelque endroit de la tour que vous connaissez et dont vous pouvez facilement mesurer la position au pied de la tour avec votre flèche, comme par exemple le porche d'entrée ou quelque trou ou quelque chose comme cela situé en bas. Comme vous avez fait en visant le sommet puis le pied de la tour, faites mettre enfin une troisième cire à l'endroit où votre regard rencontre votre flèche. Cela fait, appelons cette troisième cire ***C***, comme sur la *figure 1*.

L. B. Alberti, *Ex Ludis rerum matematicarum*, codex Gal. 10, f. 1r-1v.

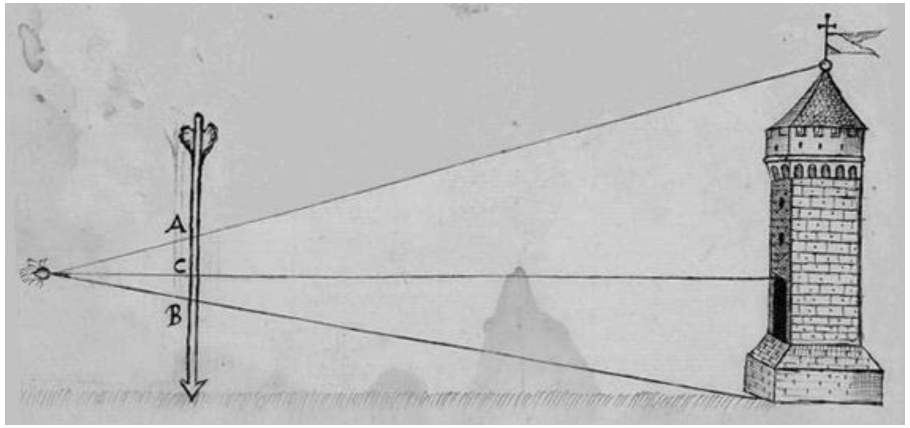
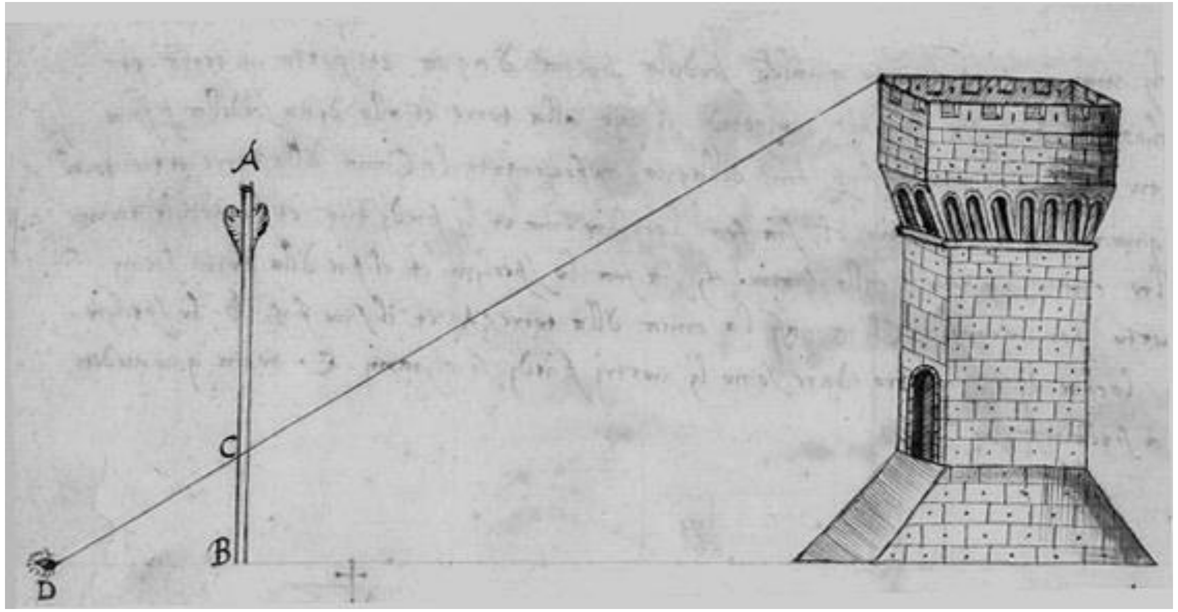


figure 1

Je dis que la partie de la flèche qui est entre la cire ***B*** et la cire ***C*** tient dans la partie de la flèche située entre le point ***A*** et le point ***B*** autant de fois que la partie inférieure de la tour, que vous connaissez, tient dans la partie supérieure dont la hauteur vous est inconnue. Et pour saisir plus clairement ce procédé, voyons cela sur un exemple numérique. Soit 100 pieds la hauteur de la tour et 10 pieds la hauteur du porche, vous trouverez le même rapport sur la flèche, c'est-à-dire que, comme cette partie de la tour,10, tient 9 fois dans la partie supérieure, plus grande, et est la 10^{e} partie de la tour toute entière, de même la partie ***AC*** de la flèche sera telle que, divisée en 9 parties, elle contiendra 9 fois BC qui est la 10^{e} partie de ***AB*** pris tout entier. En procédant de cette manière, vous ne ferez jamais d'erreur, tant que vous veillerez à avoir l'œil toujours au même endroit pour placer les marques.

La perche

[***Comment procéder si l'on peut en connaître la distance mais n'en mesurer directement aucune partie***]



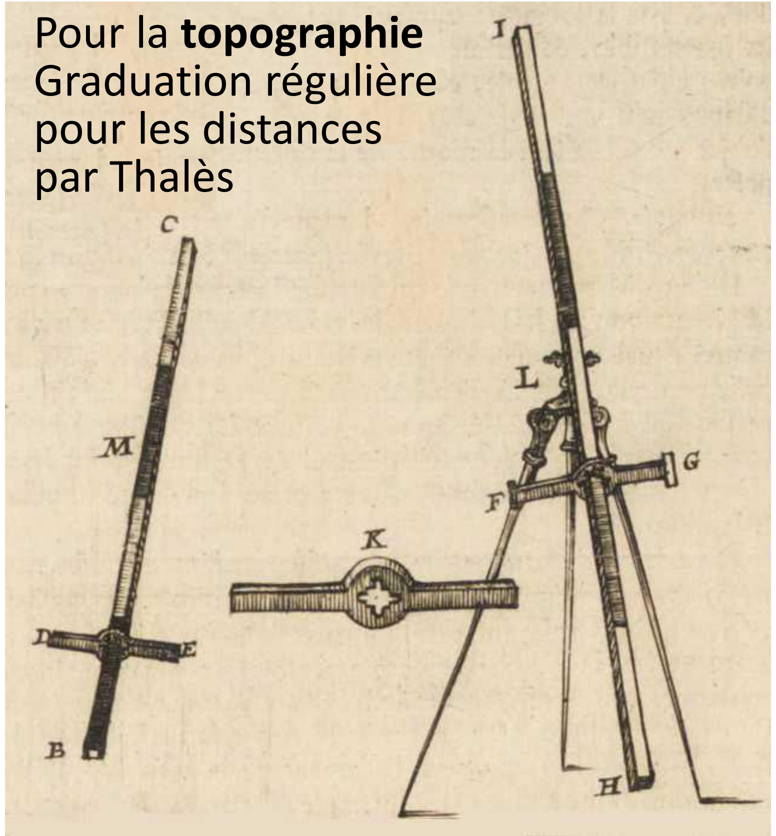
Vous mesurez de la même façon la hauteur d'une tour dont vous ne pouvez mesurer directement aucune partie, s'il vous est possible d'approcher jusqu'à sa base. Fichez en terre une flèche, comme on a dit plus haut, écartez-vous quelque peu, et l'œil au ras du sol, visez le sommet de la tour en utilisant la flèche comme mire ; mettez une marque de cire à l'endroit où la visée rencontre la flèche. Appelons ***A*** le sommet de la flèche, ***B*** sa base, ***C*** la cire que vous avez mise et ***D*** la position de votre œil, comme sur la *figure 2*.

Je dis que la partie de la flèche qui est entre ***C*** et ***B*** tient dans la distance de ***B*** à ***D*** c'est-à-dire la distance de votre œil au pied de la flèche, autant de fois que la hauteur de la tour tient dans la distance de votre œil au pied de la tour. Soit par exemple 100 pieds la hauteur de la tour, et que votre œil soit distant du pied de la tour de 1 000 pieds ; vous trouverez sur votre flèche que la mire est semblablement située, c'est-à-dire que comme 100 tient 10 fois dans 1 000, de même ***CB*** tient 10 fois dans ***DB***. Vous mesurerez donc combien ***CB*** tient dans ***DB***, et par ce nombre vous saurez sans la moindre erreur combien de fois la hauteur de la tour tient dans toute la distance qui sépare votre œil de cette tour. Et vous pouvez aussi bien faire la même chose avec le fil à plomb, en marquant le point C avec une perle.

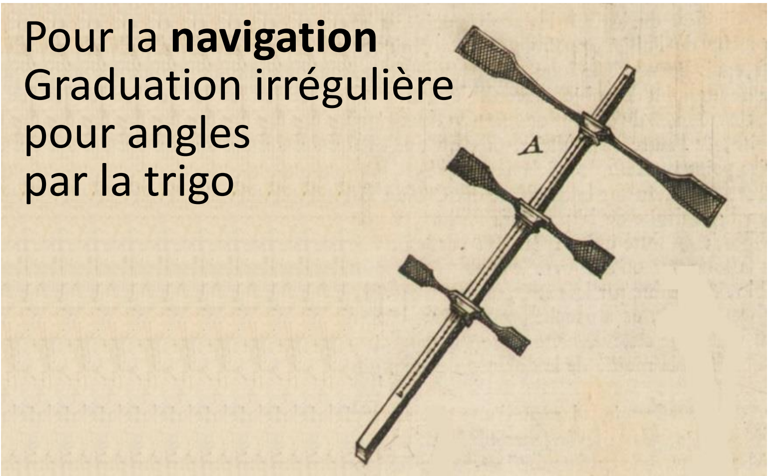
L. B. Alberti, *Ex Ludis rerum matematicarum*, codex Gal. 10, f. 2r-2v.

L’arbalestrille

Pour la **topographie**
Graduation régulière
pour les distances
par Thalès



Pour la **navigation**
Graduation irrégulière
pour angles
par la trigo



METHODE DE MESURER, PAR LE BASTON DE JACOB, *les hauteurs, ſoit acceſſibles ou inacceſſibles.*

REGLE. On arreſtera le curſeur ſur la ſeconde grande diviſion du baſton de Jacob. Puis en tenant ſon fuſt horizontalement & le curſeur perpendiculairement ſur l’horizon, on s’avancera, où l’on ſe reculera en borneyant par l’extrémité du fuſt, & par les deux bouts du marteau, juſqu’à ce qu’on découvre en meſme-temps le pied, & le ſommet de l’objet dont on veut avoir la hauteur ; & quand on les aura obſervé, on plantera à cette ſtation un piquet de la hauteur qu’on a tenu le fuſt horizontalement.

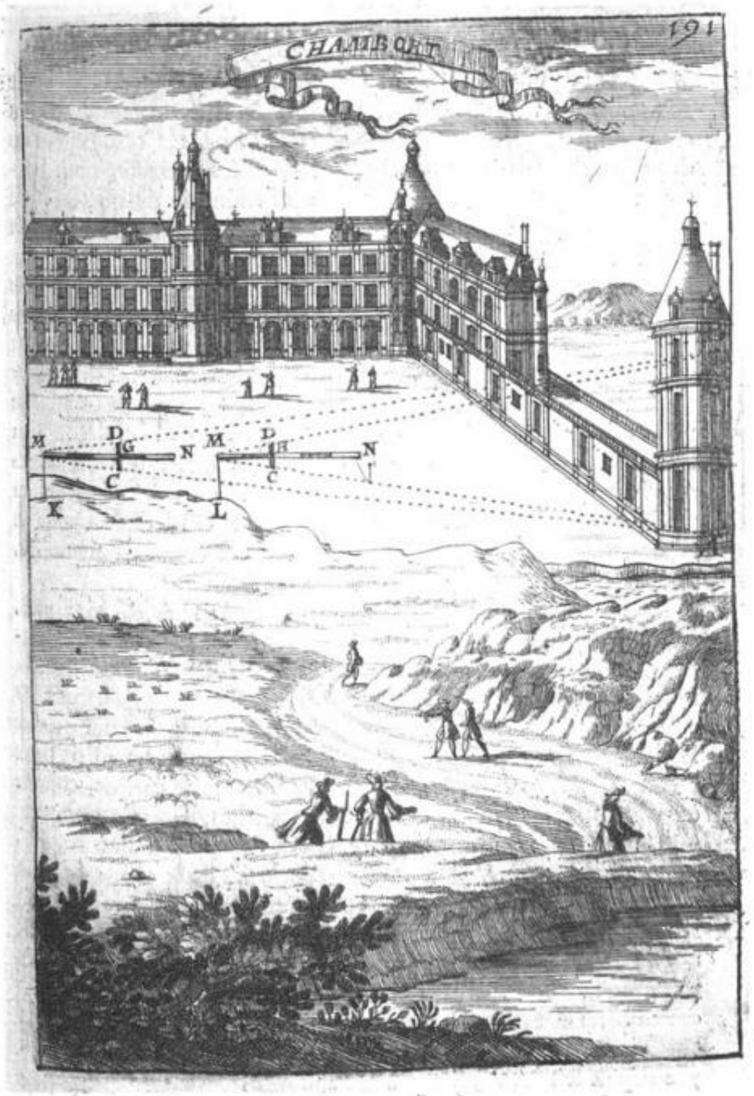
Enſuite on fera couler le curſeur ſur la troiſiéme grande diviſion du fuſt : & en s’écartant, ou en s’approchant du piquet déja planté, & tenant toûjours le fuſt horizontalement, comme à la premiere ſtation, on borneyera du bout de ce fuſt par les deux extrémitez du curſeur, juſqu’à ce qu’on découvre en meſme-temps le pied & le ſommet de l’objet élevé, pour planter à cette ſtation un piquet : la diſtance d’entre les deux piquets, ſera celle de l’objet.

Exemple. On demande combien la tour inacceſſible AB eſt haute. Arreſtez le curſeur C D à la ſeconde grande diviſion du fuſt M N, comme en H ; puis tenant ce fuſt horizontalement, borneyez de ſon extrémité M, par les deux extrémitez C & D du curſeur, juſqu’à ce qu’on découvre le pied A, & le ſommet B de la tour ; ce qui arrivera étant en L, où l’on plantera un piquet de la hauteur qu’on a tenu horizontalement le fuſt M N. Cela obſervé,

Faites couler le curſeur C D ſur la troiſiéme grande diviſion du fuſt M N, comme en G, puis en s’écartant ou en s’approchant du piquet L (tenant toûjours le fuſt horizontalement, & de la hauteur de l’extrémité de la teſte du piquet L) on borneyera du bout du fuſt M, par les deux extrémitez C & D du curſeur, juſqu’à ce qu’on découvre le pied A & le ſommet B de la tour inacceſſible A B ; ce qu’on obſervera à la ſtation K, où l’on plantera un piquet pour ſeconde ſtation. De ſorte que ſi l’on meſure en ligne droite la diſtance d’entre les deux piquets K L, on aura la hauteur demandée, c’eſt-à-dire, que ſi la diſtance K L eſt de 80. pieds, la hauteur A B ſera auſſi de 80. pieds.

AVERTISSEMENT.

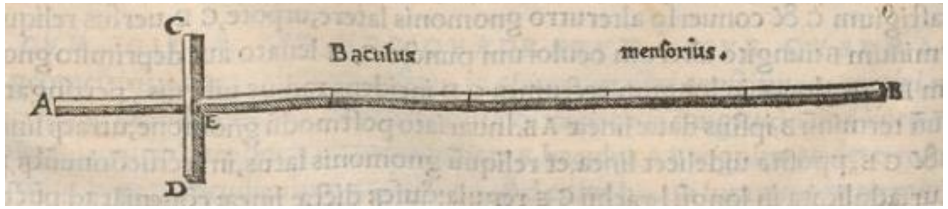
Par cette pratique on ne peut meſurer que de petites hauteurs, à cauſe que le Géometre eſt obligé d’eſtre vis-à-vis le milieu des hauteurs qu’il faut meſurer.



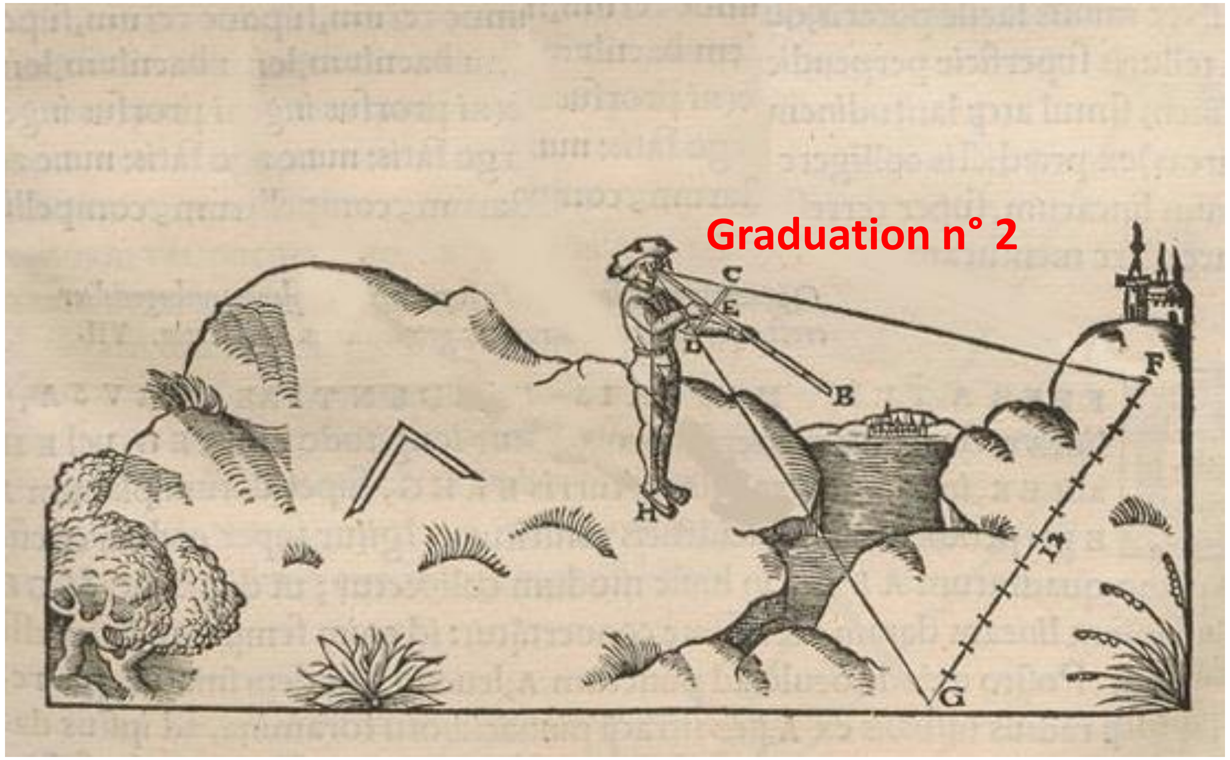
Manesson-Mallet, *Géométrie Pratique*, tome 2, 1702, p. 190.

L'arbalestrille ou bâton de Jacob

(avec graduation simple et régulière)



6 graduations
Marteau = 1 partie

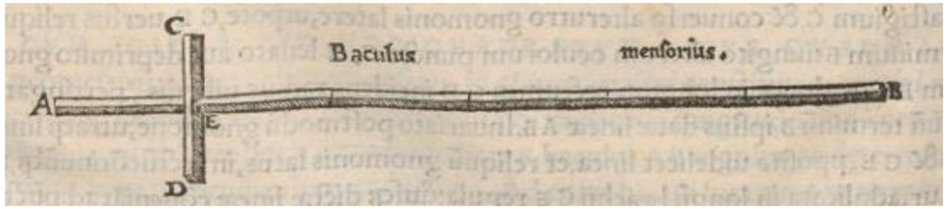


Station 1
Le marteau est placé sur la deuxième graduation

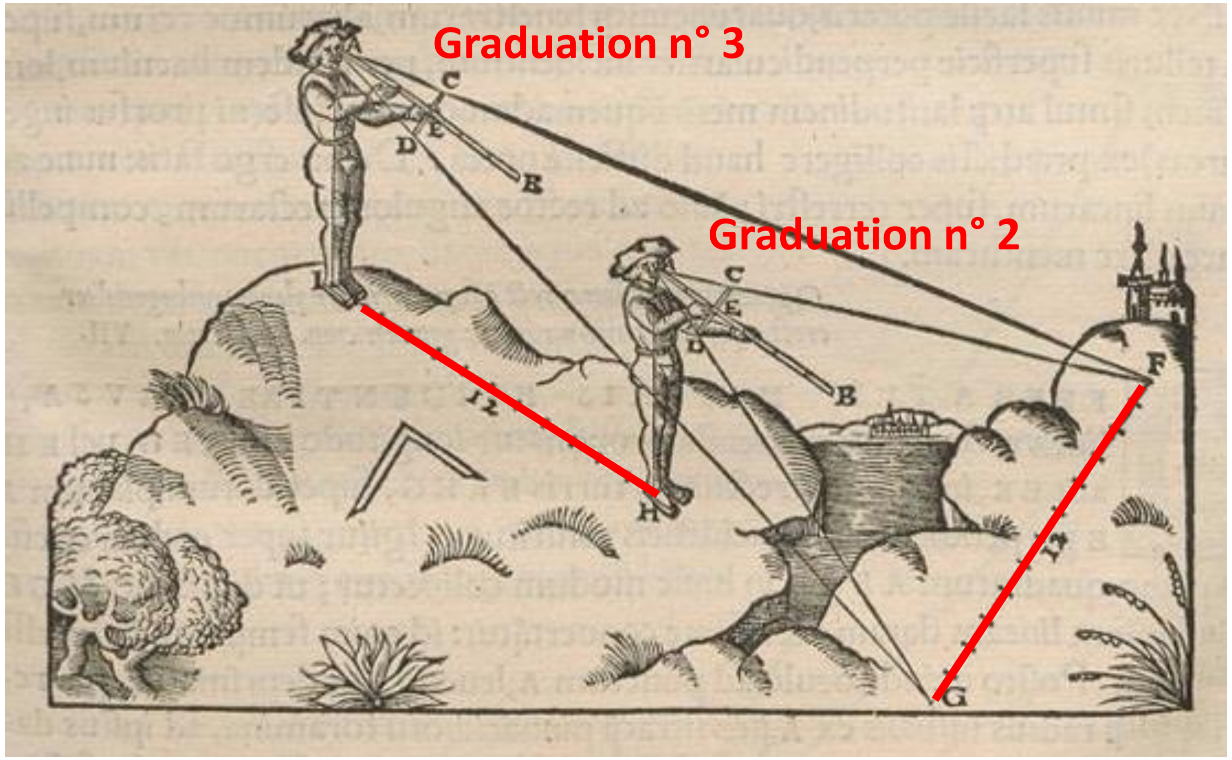
Oronce Fine, 1532 *Protomathésis,* fol. 68r, traduction française Forcadel, 1570, p. 8

L’arbalestrille ou bâton de Jacob

(avec graduation simple et régulière)



6 graduations
Marteau = 1 partie

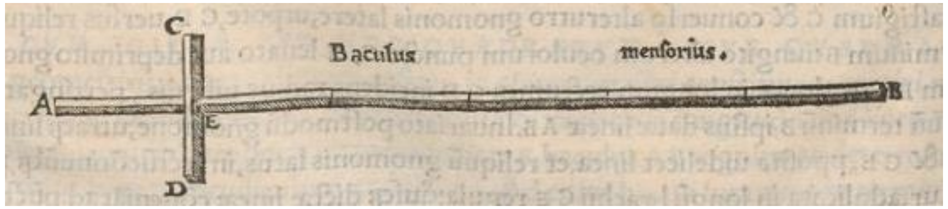


Station 2
Le marteau est placé sur la troisième graduation

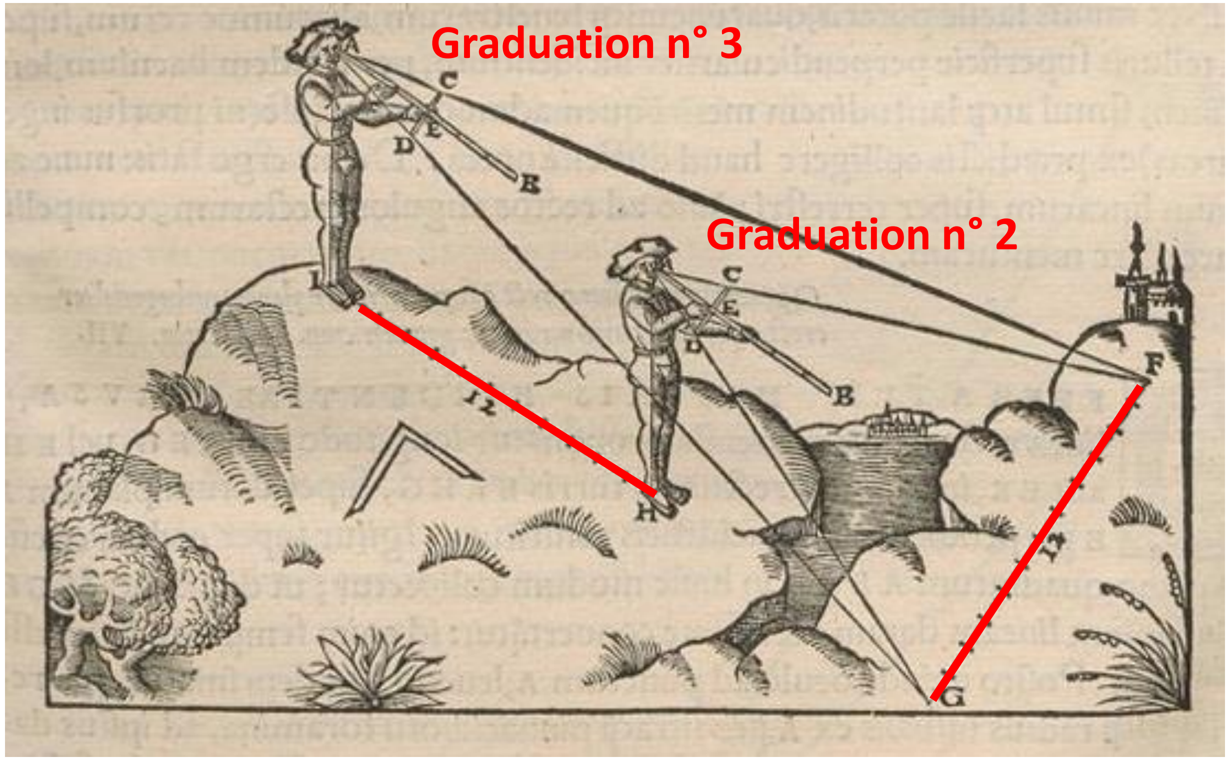
Oronce Fine, 1532 *Protomathésis,* fol. 68r, traduction française Forcadel, 1570, p. 8

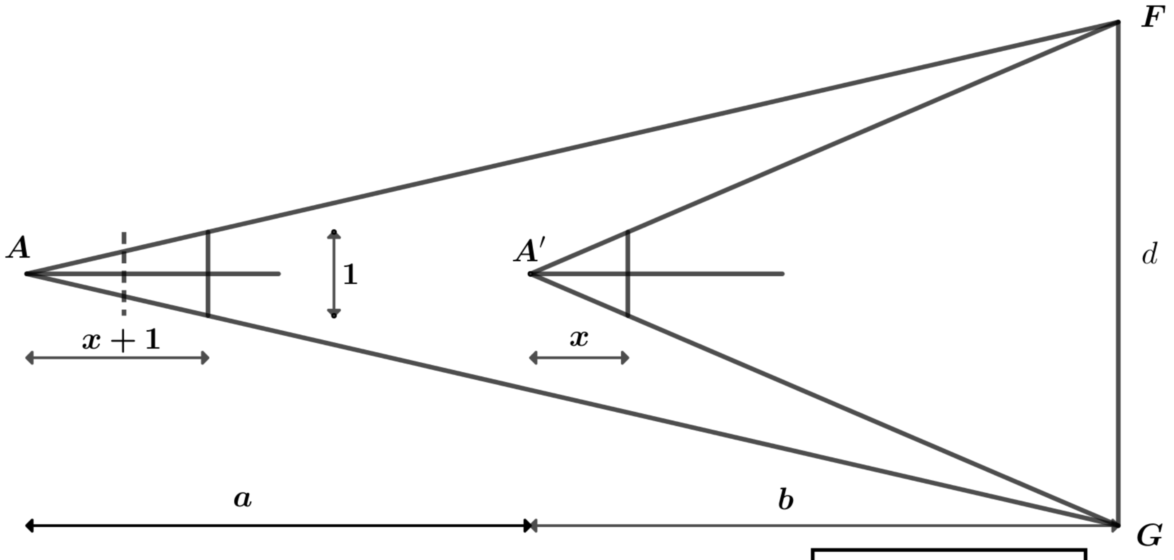
L’arbalestrille ou bâton de Jacob

(avec graduation simple et régulière)



6 graduations
Marteau = 1 partie



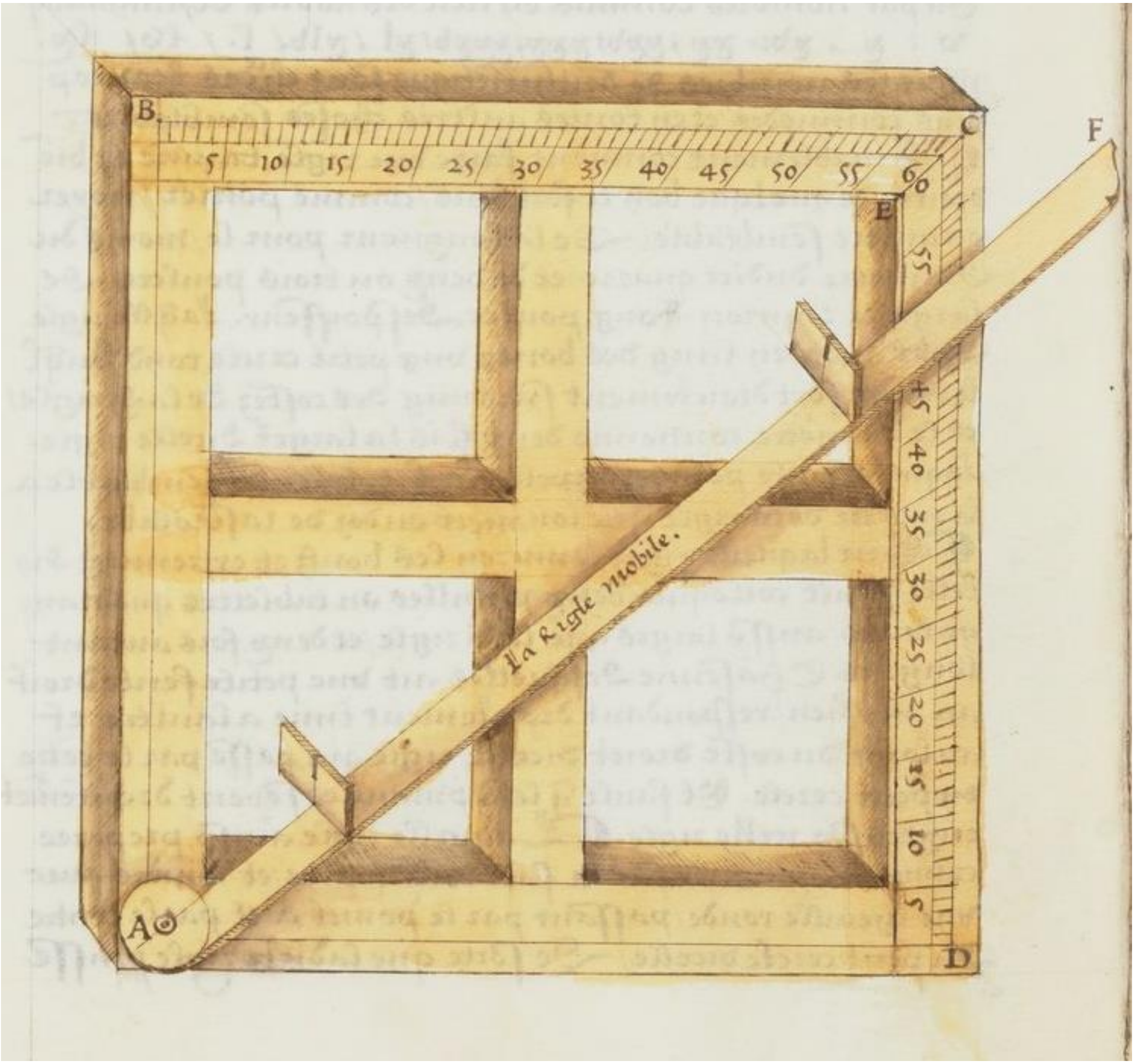


$$\frac{x+1}{1} = \frac{a+b}{d} \quad et \quad \frac{x}{1} = \frac{b}{d} \quad d'où \;\; 1 = \frac{a}{d}$$

$$\boxed{AA' = FG}$$

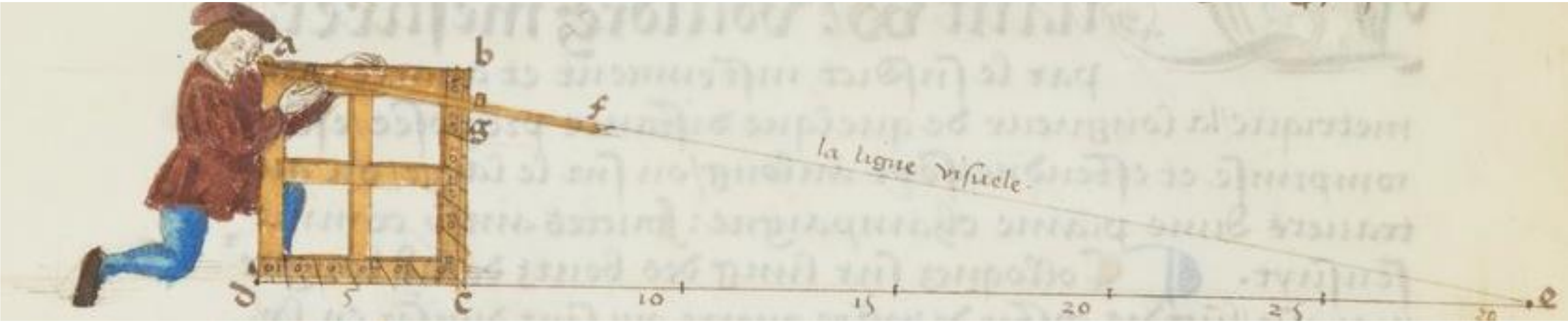
Oronce Fine, 1532 *Protomathésis,* fol. 68r, traduction française Forcadel, 1570, p. 8

Le carré géométrique

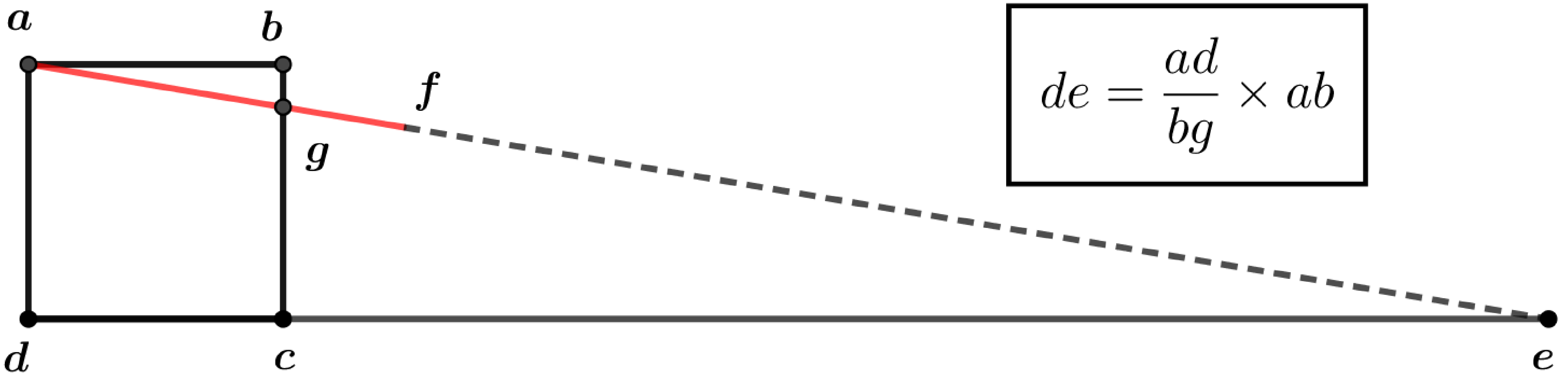


Oronce Fine, Composition et usage du quarré géométrique, 1538, f. 4v.

Mesure d’une longueur inaccessible



Oronce Fine, *Composition et usage du quarré géométrique*, 1538, f. 5v.

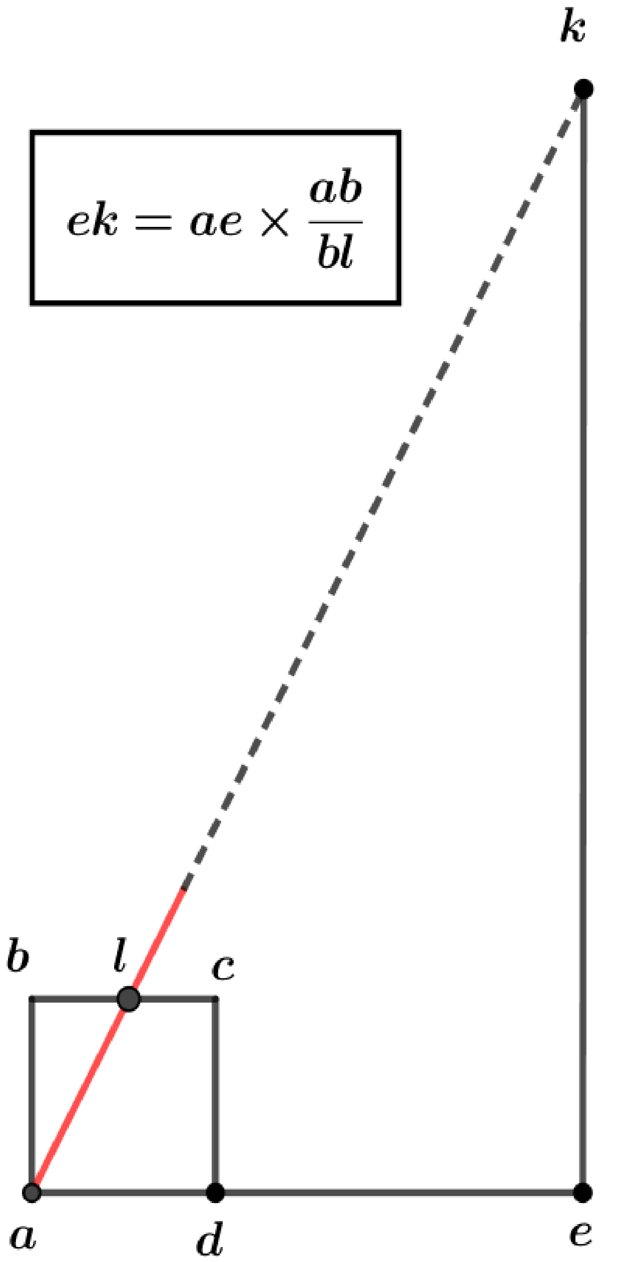


$$\boxed{de = \frac{ad}{bg} \times ab}$$

Mesure d’une hauteur inaccessible dont le pied est accessible

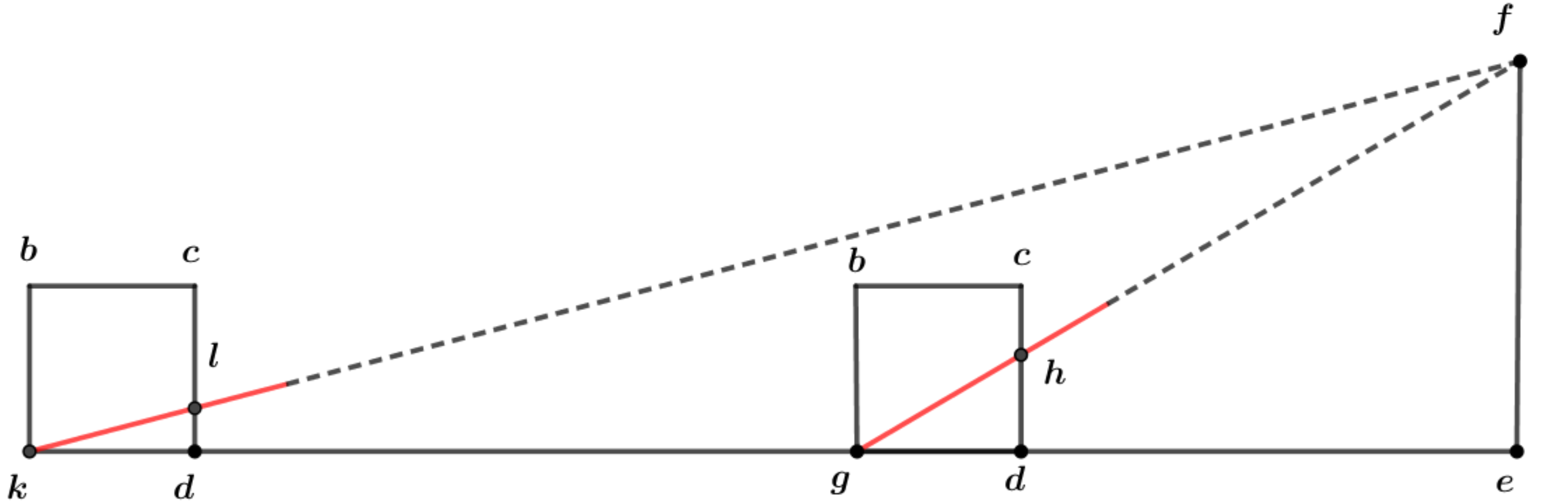
Oronce Fine, *Composition et usage du quarré géométrique*, 1538, f. 9r.

$$ek = ae \times \frac{ab}{bl}$$



Mesure d’une hauteur inaccessible dont le pied est inaccessible

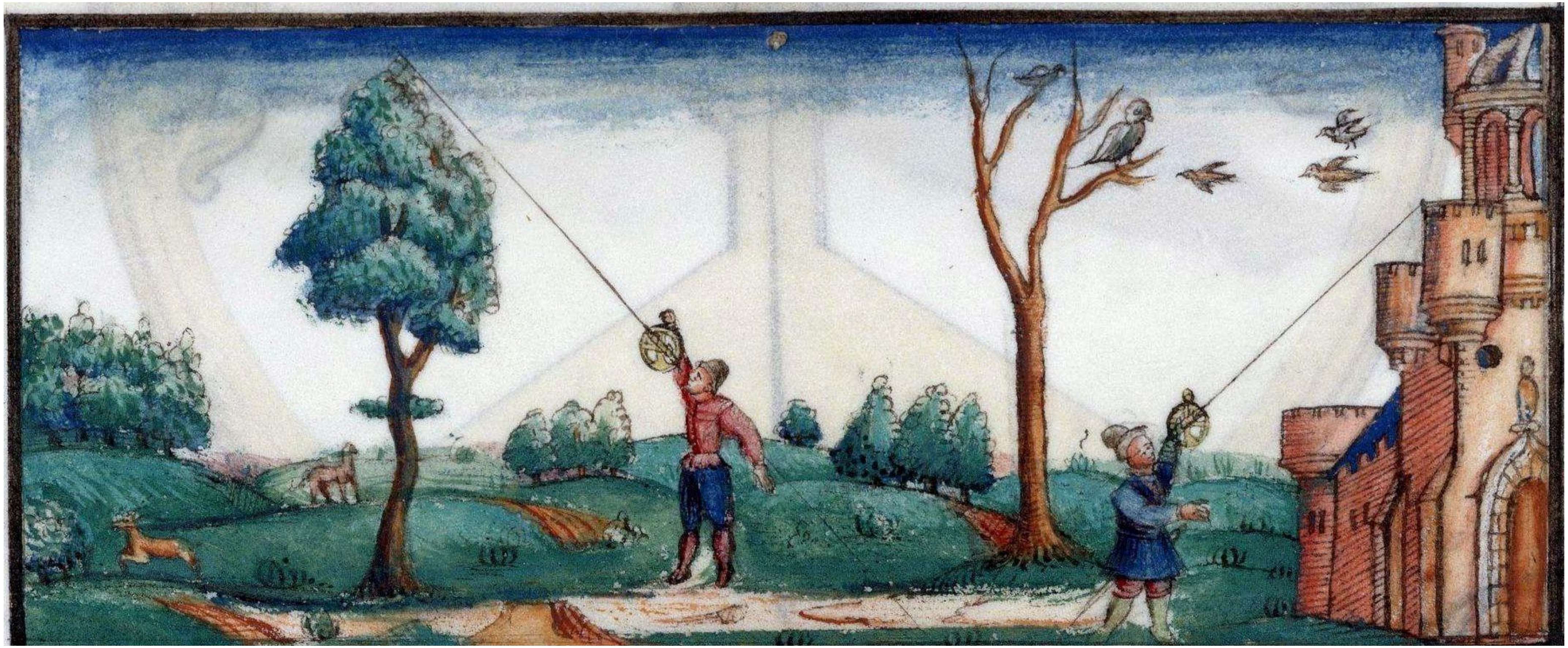
Oronce Fine, *Composition et usage du quarré géométrique*, 1538, f. 10r.



$$\boxed{ef = kg \times \left(\frac{1}{\frac{kd}{dl} - \frac{gd}{dh}}\right)}$$

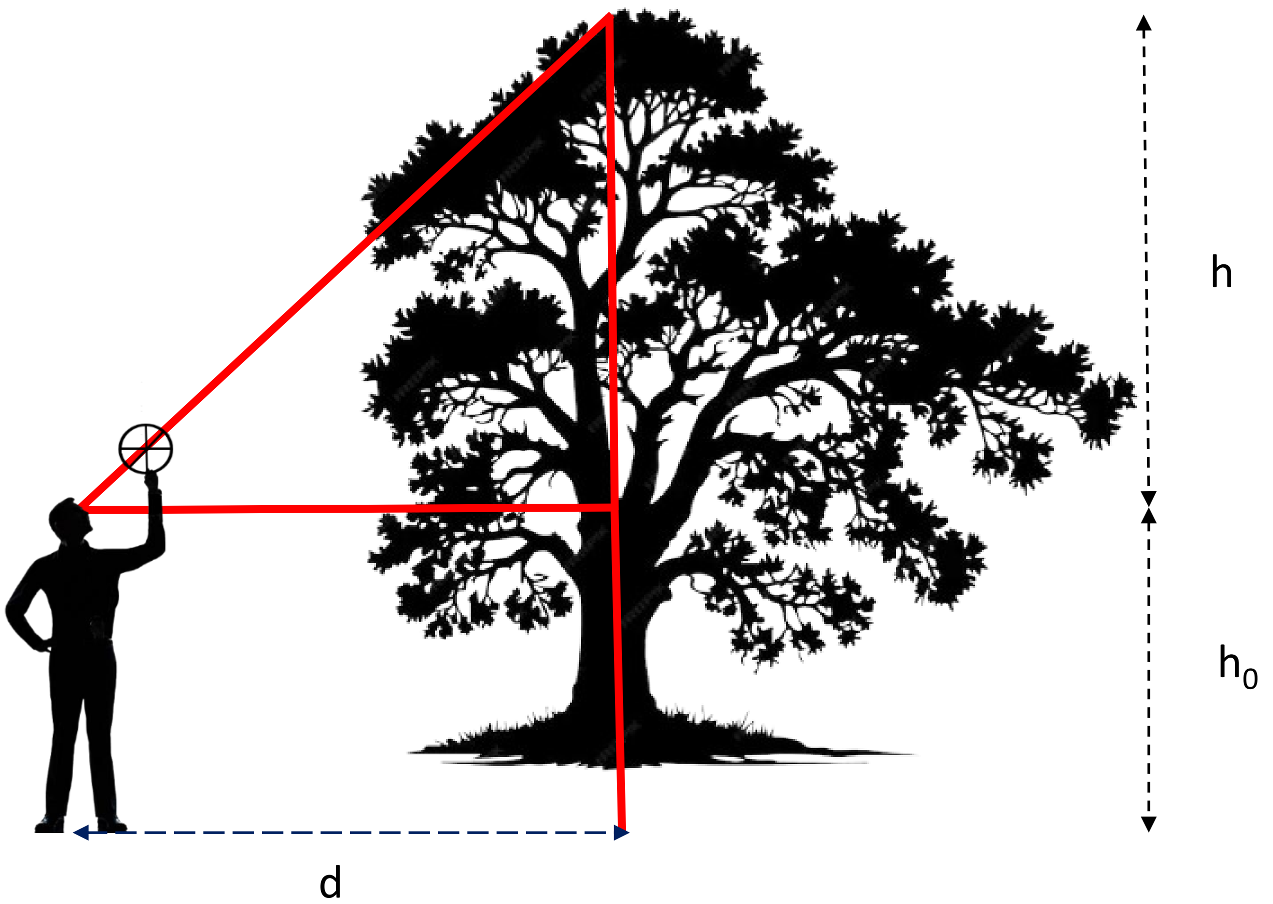
L’astrolabe (45°)

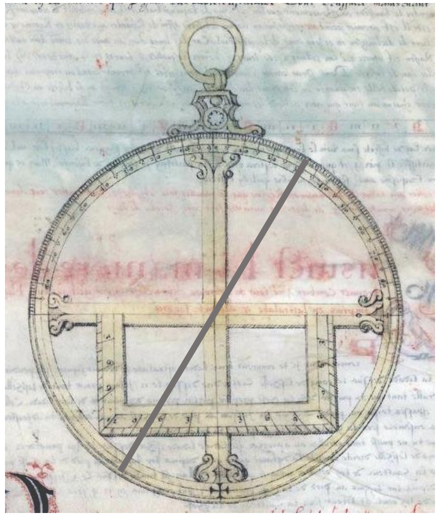
Jacques Devaulx, Manuscrit 1583, fol, 15v



Par l’astrolabe ordinaire ci-devant figuré, l’on peut savoir la hauteur d’une tour, d’un arbre, ou de quelque autre chose que ce soit. Donc pour voir ceci, il convient de poser l’alidade de l’astrolabe dessus le point 45 degrés, ou moitié du quartier, puis approcher ou reculer jusqu’à ce que l’on voit le coupeau, ou bout de la chose que l’on veut mesurer, par les deux pinnules de l’alidade. Et le voyant, l’on peut dire que la chose a autant de hauteur comme il y a depuis soi jusqu’au pied de la chose, en y ajoutant la hauteur de son œil. Pour démonstrance, s’ensuit la figure :

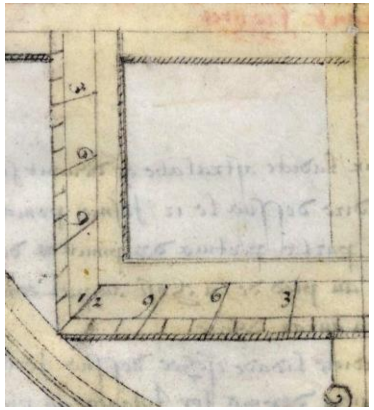
Avec 45°, h = d.



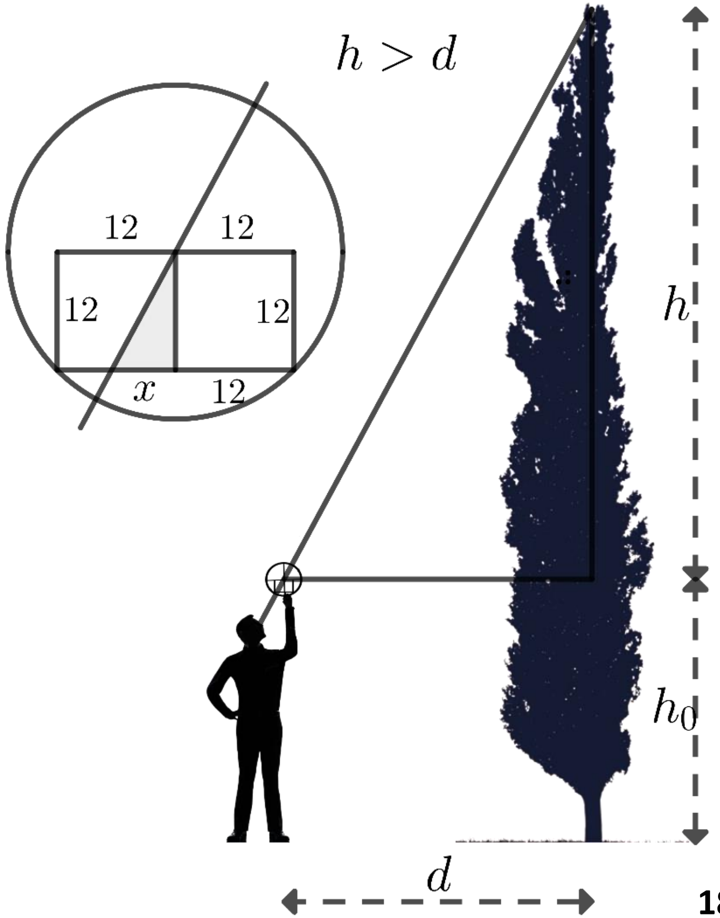


L’astrolabe (angle quelconque)

Jacques Devaulx, Manuscrit 1583, fol. 16r



L’altimètre



Le quadrant de hauteur

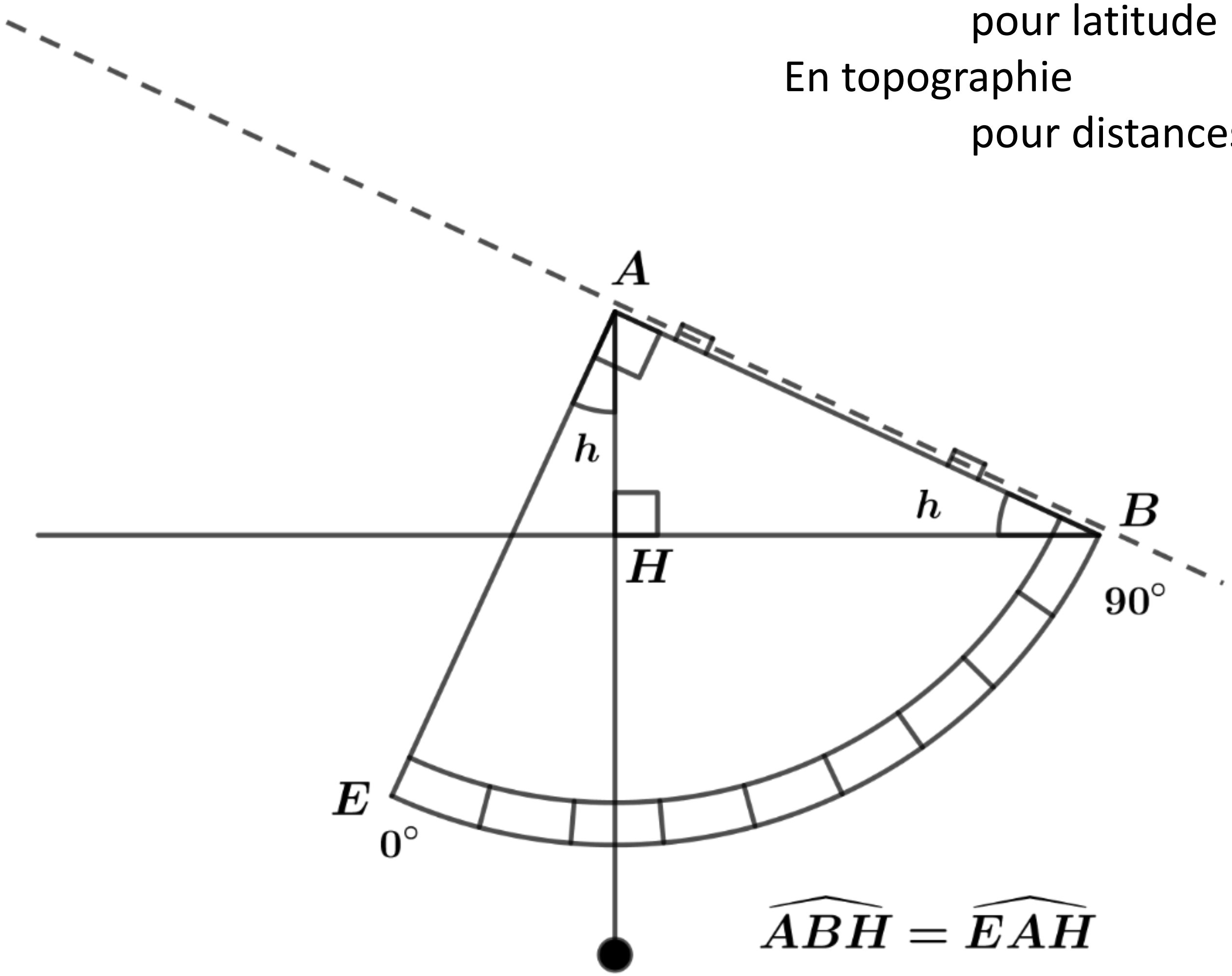
Mesure d'angles :

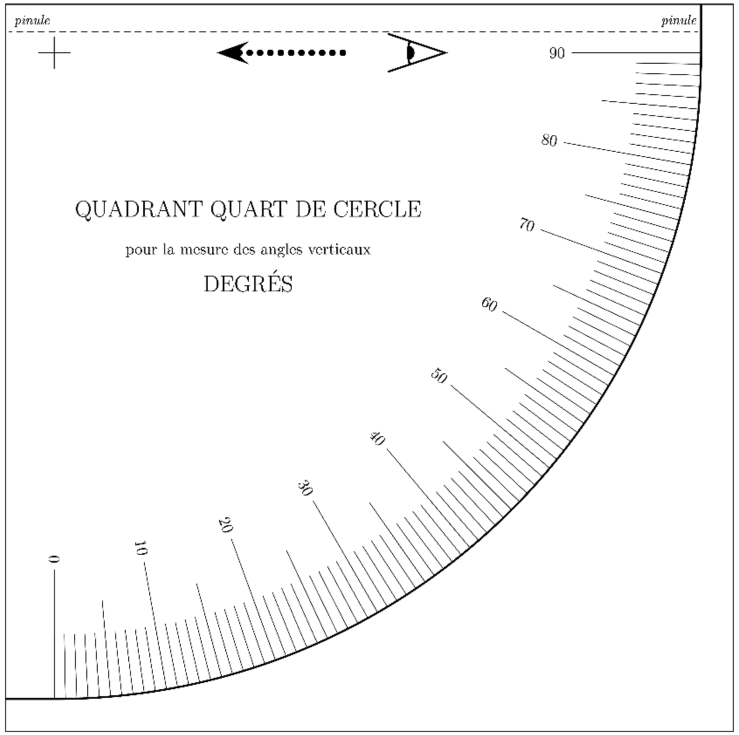
En navigation

pour latitude

En topographie

pour distances (avec trigo)





Quart de cercle et Trigonométrie

Nicolas Bion, 1709 *Traité de la construction et des principaux usages des instruments,* p. 143-144

Uſages du quart de cercle avec deux pinules immobiles & un plomb ſuſpendu au centre.

Premierement par les degrez.

POur obſerver les hauteurs comme celle d'un Aſtre au ciel, ou la hauteur d'une Tour, placez le quart de cercle verticalement; mettez l'œil ſous la pinule immobile qui eſt vers la circonference du quart de cercle, & dirigez l'inſtrument de maniere que le rayon viſuel paſſant par les ouvertures des deux pinules tende au point de l'objet propoſé; à l'égard du Soleil il ſuffit qu'un de ſes rayons paſſe par les deux petits trous qui doivent eſtre percés au bas des pinules.

L'Arc de la circonference compris entre le fil du plomb & le demi-diametre où ſont attachées les pinules, marque le complément de la hauteur de l'Aſtre ſur l'horiſon ou ſa diſtance du Zénith; l'arc compris entre le fil & l'autre demi-diametre qui eſt vers l'objet marque ſa hauteur ſur l'horiſon.

Ce même arc détermine auſſi l'ouverture de l'angle fait par le rayon viſuel & la ligne horiſontale parallelle à la baſe de la Tour.

Mais pour obſerver des profondeurs, comme celle d'un foſſé ou d'un puits, il faut mettre l'œil au deſſus de la pinule qui eſt vers le centre du quart de cercle.

Toute l'operation conſiſte à calculer des triangles par des regles de trois, formées de la proportion des ſinus des angles à leurs côtez oppoſez, ſuivant les preceptes de la Trigonometrie rectiligne dont nous allons donner icy quelques exemples.

USAGE I.

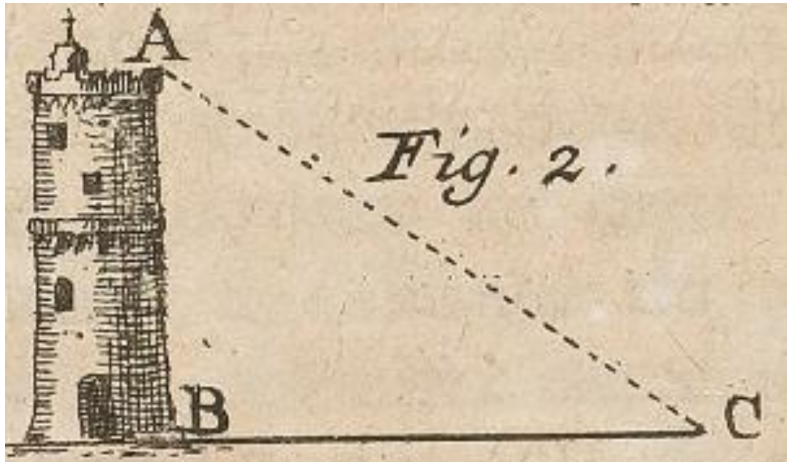
SOit propoſé à connoître la hauteur de la Tour A B, dont le pied eſt acceſſible. *XIII. Planche. Fig. 2.*

Ayant planté le pied de vôtre inſtrument au point C, regardez le ſommet de la Tour A par les deux pinules immobiles; le fil du plomb ſuſpendu librement s'arrêtera ſur le nombre des degrez qui détermine la valeur de l'angle qui ſe fait au centre du quart de cercle par le rayon viſuel & la ligne horiſontale, parallelle à la baſe de la Tour; comptant les degrez compris entre le fil & le demi-diametre qui eſt du côté de la Tour.

Suppoſé donc que ce fil ſoit arrêté ſur 35 degrez 35 minutes, & qu'ayant meſuré exactement la diſtance du pied de la Tour ſur le terrain de niveau, avec la chaîne juſqu'au lieu où s'eſt faite l'obſervation, on aït trouvé 47 pieds; on aura trois choſes connuës; ſçavoir, le côté meſuré B C, & les angles du triangle A B C; car comme on ſuppoſe toûjours les murs bâtis à plomb, l'angle B eſt droit ou de 90 degrez, & par conſequent les 2 angles aigus A & C valent enſemble 90 degrez, puiſque les 3 angles de tout triangle rectiligne ſont égaux à deux droits.

Or l'angle obſervé eſt de 35 degrez 35 m. donc l'angle A eſt de 54 d. 25 m. enſuite dequoy vous formerez cette analogie; le ſinus de 54 d. 25 m. donne 47, que donnera le ſinus de 35 d. 35 m.

Le calcul eſtant fait on trouvera 33 pieds & demi, pour 4e terme de la regle de trois, auquel nombre ajoûtant 5 pieds pour la hauteur du centre du quart de cercle, & qui eſt ordinairement la hauteur de l'œil d'un homme qui obſerve au deſſus du terrain, on aura 38 pieds & demi pour la hauteur de la Tour propoſée.



Quart de cercle et Trigonométrie

Nicolas Bion, 1709 *Traité de la construction et des principaux usages des instruments*, p. 143-144

Uſages du quart de cercle avec deux pinules immobiles & un plomb ſuſpendu au centre.

Premierement par les degrez.

POur obſerver les hauteurs comme celle d'un Aſtre au ciel, ou la hauteur d'une Tour, placez le quart de cercle verticalement; mettez l'œil ſous la pinule immobile qui eſt vers la circonference du quart de cercle, & dirigez l'inſtrument de maniere que le rayon viſuel paſſant par les ouvertures des deux pinules tende au point de l'objet propoſé; à l'égard du Soleil il ſuffit qu'un de ſes rayons paſſe par les deux petits trous qui doivent eſtre percés au bas des pinules.

L'Arc de la circonference compris entre le fil du plomb & le demi-diametre où ſont attachées les pinules, marque le complément de la hauteur de l'Aſtre ſur l'horiſon ou ſa diſtance du Zénith; l'arc compris entre le fil & l'autre demi-diametre qui eſt vers l'objet marque ſa hauteur ſur l'horiſon.

Ce même arc détermine auſſi l'ouverture de l'angle fait par le rayon viſuel & la ligne horiſontale parallelle à la baſe de la Tour.

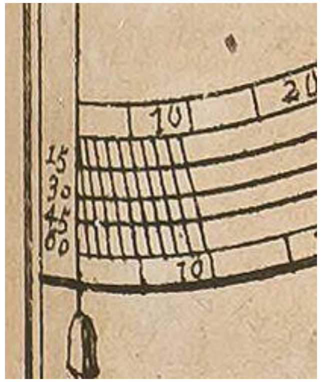
Mais pour obſerver des profondeurs, comme celle d'un foſſé ou d'un puits, il faut mettre l'œil au deſſus de la pinule qui eſt vers le centre du quart de cercle.

Toute l'operation conſiſte à calculer des triangles par des regles de trois, formées de la proportion des ſinus des angles à leurs côtez oppoſez, ſuivant les preceptes de la Trigonometrie rectiligne dont nous allons donner icy quelques exemples.

USAGE I.

SOit propoſé à connoître la hauteur de la Tour A B, dont le pied eſt acceſſible. *XIII. Planche. Fig 2.*

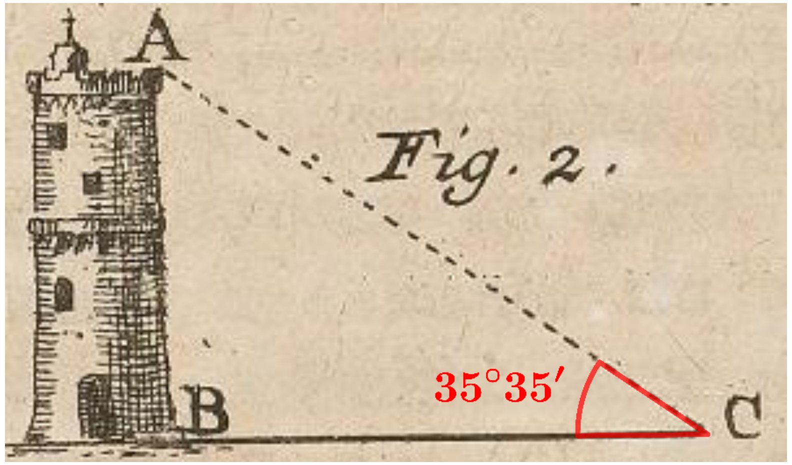
Ayant planté le pied de vôtre inſtrument au point C, regardez le ſommet de la Tour A par les deux pinules immobiles; le fil du plomb ſuſpendu librement s'arrêtera ſur le nombre des degrez qui détermine la valeur de l'angle qui ſe fait au centre du quart de cercle par le rayon viſuel & la ligne horiſontale, parallelle à la baſe de la Tour; comptant les degrez compris entre le fil & le demi-diametre qui eſt du côté de la Tour.



Suppoſé donc que ce fil ſoit arrêté ſur 35 degrez 35 minutes, & qu'ayant meſuré exactement la diſtance du pied de la Tour ſur le terrain de niveau, avec la chaîne juſqu'au lieu où s'eſt faite l'obſervation, on aït trouvé 47 pieds; on aura trois choſes connuës; ſçavoir, le côté meſuré B C, & les angles du triangle A B C; car comme on ſuppoſe toûjours les murs bâtis à plomb, l'angle B eſt droit ou de 90 degrez, & par conſequent les 2 angles aigus A & C valent enſemble 90 degrez, puiſque les 3 angles de tout triangle rectiligne ſont égaux à deux droits.

Or l'angle obſervé eſt de 35 degrez 35 m. donc l'angle A eſt de 54 d. 25 m. enſuite dequoy vous formerez cette analogie; le ſinus de 54 d. 25 m. donne 47, que donnera le ſinus de 35 d. 35 m.

Le calcul eſtant fait on trouvera 33 pieds & demi, pour 4e terme de la regle de trois, auquel nombre ajoûtant 5 pieds pour la hauteur du centre du quart de cercle, & qui eſt ordinairement la hauteur de l'œil d'un homme qui obſerve au deſſus du terrain, on aura 38 pieds & demi pour la hauteur de la Tour propoſée.



Quart de cercle et Trigonométrie

Nicolas Bion, 1709 *Traité de la construction et des principaux usages des instruments*, p. 143-144

Uſages du quart de cercle avec deux pinules immobiles & un plomb ſuſpendu au centre.

Premierement par les degrez.

POur obſerver les hauteurs comme celle d'un Aſtre au ciel, ou la hauteur d'une Tour, placez le quart de cercle verticalement; mettez l'œil ſous la pinule immobile qui eſt vers la circonference du quart de cercle, & dirigez l'inſtrument de maniere que le rayon viſuel paſſant par les ouvertures des deux pinules tende au point de l'objet propoſé; à l'égard du Soleil il ſuffit qu'un de ſes rayons paſſe par les deux petits trous qui doivent eſtre percés au bas des pinules.

L'Arc de la circonference compris entre le fil du plomb & le demi-diametre où ſont attachées les pinules, marque le complément de la hauteur de l'Aſtre ſur l'horiſon ou ſa diſtance du Zénith; l'arc compris entre le fil & l'autre demi-diametre qui eſt vers l'objet marque ſa hauteur ſur l'horiſon.

Ce même arc détermine auſſi l'ouverture de l'angle fait par le rayon viſuel & la ligne horiſontale parallelle à la baſe de la Tour.

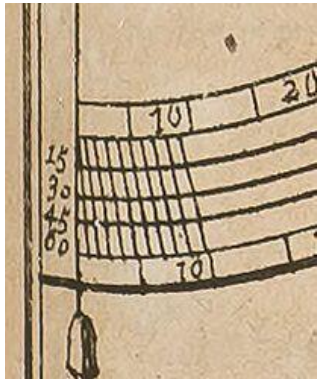
Mais pour obſerver des profondeurs, comme celle d'un foſſé ou d'un puits, il faut mettre l'œil au deſſus de la pinule qui eſt vers le centre du quart de cercle.

Toute l'operation conſiſte à calculer des triangles par des regles de trois, formées de la proportion des ſinus des angles à leurs côtez oppoſez, ſuivant les preceptes de la Trigonometrie rectiligne dont nous allons donner icy quelques exemples.

USAGE I.

SOit propoſé à connoître la hauteur de la Tour A B, dont le pied eſt acceſſible. *XIII. Planche. Fig. 2.*

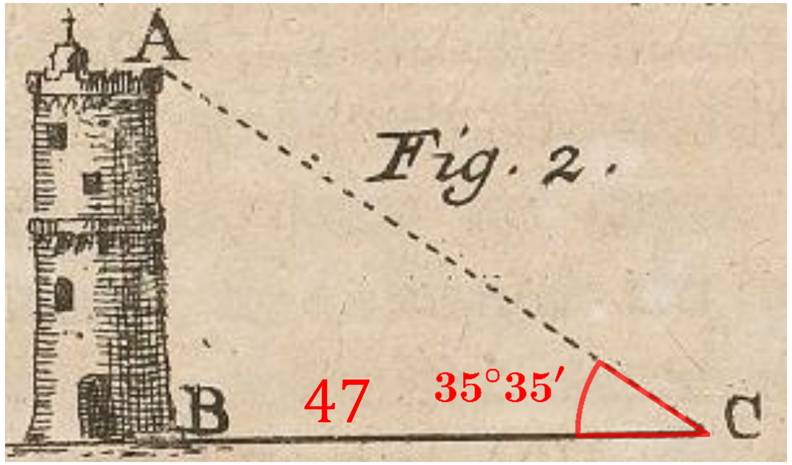
Ayant planté le pied de vôtre inſtrument au point C, regardez le ſommet de la Tour A par les deux pinules immobiles; le fil du plomb ſuſpendu librement s'arrêtera ſur le nombre des degrez qui détermine la valeur de l'angle qui ſe fait au centre du quart de cercle par le rayon viſuel & la ligne horiſontale, parallelle à la baſe de la Tour; comptant les degrez compris entre le fil & le demi-diametre qui eſt du côté de la Tour.



Suppoſé donc que ce fil ſoit arrêté ſur 35 degrez 35 minutes, & qu'ayant meſuré exactement la diſtance du pied de la Tour ſur le terrain de niveau, avec la chaîne juſqu'au lieu où s'eſt faite l'obſervation, on aït trouvé 47 pieds; on aura trois choſes connuës; ſçavoir, le côté meſuré B C, & les angles du triangle A B C; car comme on ſuppoſe toûjours les murs bâtis à plomb, l'angle B eſt droit ou de 90 degrez, & par conſequent les 2 angles aigus A & C valent enſemble 90 degrez, puiſque les 3 angles de tout triangle rectiligne ſont égaux à deux droits.

Or l'angle obſervé eſt de 35 degrez 35 m. donc l'angle A eſt de 54 d. 25 m. enſuite dequoy vous formerez cette analogie; le ſinus de 54 d. 25 m. donne 47, que donnera le ſinus de 35 d. 35 m.

Le calcul eſtant fait on trouvera 33 pieds & demi, pour 4e terme de la regle de trois, auquel nombre ajoûtant 5 pieds pour la hauteur du centre du quart de cercle, & qui eſt ordinairement la hauteur de l'œil d'un homme qui obſerve au deſſus du terrain, on aura 38 pieds & demi pour la hauteur de la Tour propoſée.



Quart de cercle et Trigonométrie

Nicolas Bion, 1709 *Traité de la construction et des principaux usages des instruments*, p. 143-144

Uſages du quart de cercle avec deux pinules immobiles & un plomb ſuſpendu au centre.

Premierement par les degrez.

POur obſerver les hauteurs comme celle d'un Aſtre au ciel, ou la hauteur d'une Tour, placez le quart de cercle verticalement; mettez l'œil ſous la pinule immobile qui eſt vers la circonference du quart de cercle, & dirigez l'inſtrument de maniere que le rayon viſuel paſſant par les ouvertures des deux pinules tende au point de l'objet propoſé; à l'égard du Soleil il ſuffit qu'un de ſes rayons paſſe par les deux petits trous qui doivent eſtre percés au bas des pinules.

L'Arc de la circonference compris entre le fil du plomb & le demi-diametre où ſont attachées les pinules, marque le complément de la hauteur de l'Aſtre ſur l'horiſon ou ſa diſtance du Zénith; l'arc compris entre le fil & l'autre demi-diametre qui eſt vers l'objet marque ſa hauteur ſur l'horiſon.

Ce même arc détermine auſſi l'ouverture de l'angle fait par le rayon viſuel & la ligne horiſontale parallelle à la baſe de la Tour.

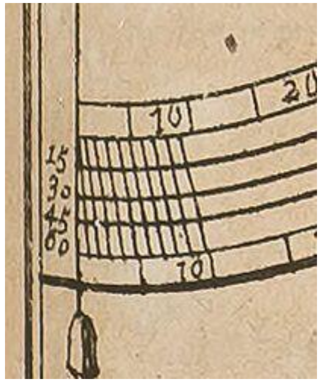
Mais pour obſerver des profondeurs, comme celle d'un foſſé ou d'un puits, il faut mettre l'œil au deſſus de la pinule qui eſt vers le centre du quart de cercle.

Toute l'operation conſiſte à calculer des triangles par des regles de trois, formées de la proportion des ſinus des angles à leurs côtez oppoſez, ſuivant les preceptes de la Trigonometrie rectiligne dont nous allons donner icy quelques exemples.

USAGE I.

SOit propoſé à connoître la hauteur de la Tour A B, dont le pied eſt acceſſible. *XIII. Planche. Fig 2.*

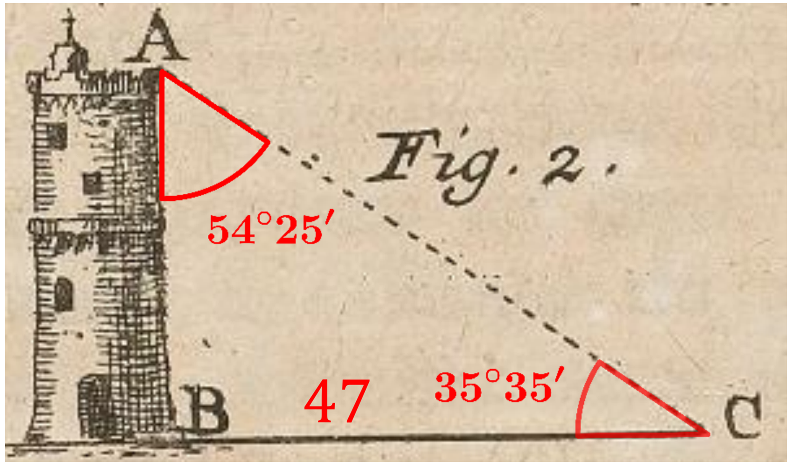
Ayant planté le pied de vôtre inſtrument au point C, regardez le ſommet de la Tour A par les deux pinules immobiles; le fil du plomb ſuſpendu librement s'arrêtera ſur le nombre des degrez qui détermine la valeur de l'angle qui ſe fait au centre du quart de cercle par le rayon viſuel & la ligne horiſontale, parallele à la baſe de la Tour; comptant les degrez compris entre le fil & le demi-diametre qui eſt du côté de la Tour.



Suppoſé donc que ce fil ſoit arrêté ſur 35 degrez 35 minutes, & qu'ayant meſuré exactement la diſtance du pied de la Tour ſur le terrain de niveau, avec la chaîne juſqu'au lieu où s'eſt faite l'obſervation, on aït trouvé 47 pieds; on aura trois choſes connuës; ſçavoir, le côté meſuré B C, & les angles du triangle A B C; car comme on ſuppoſe toûjours les murs bâtis à plomb, l'angle B eſt droit ou de 90 degrez, & par conſequent les 2 angles aigus A & C valent enſemble 90 degrez, puiſque les 3 angles de tout triangle rectiligne ſont égaux à deux droits.

Or l'angle obſervé eſt de 35 degrez 35 m. donc l'angle A eſt de 54 d. 25 m. enſuite dequoy vous formerez cette analogie; le ſinus de 54 d. 25 m. donne 47, que donnera le ſinus de 35 d. 35 m.

Le calcul eſtant fait on trouvera 33 pieds & demi, pour 4e terme de la regle de trois, auquel nombre ajoûtant 5 pieds pour la hauteur du centre du quart de cercle, & qui eſt ordinairement la hauteur de l'œil d'un homme qui obſerve au deſſus du terrain, on aura 38 pieds & demi pour la hauteur de la Tour propoſée.



Quart de cercle et Trigonométrie

Nicolas Bion, 1709 *Traité de la construction et des principaux usages des instruments*, p. 143-144

Uſages du quart de cercle avec deux pinules immobiles & un plomb ſuſpendu au centre.

Premierement par les degrez.

POur obſerver les hauteurs comme celle d'un Aſtre au ciel, ou la hauteur d'une Tour, placez le quart de cercle verticalement; mettez l'œil ſous la pinule immobile qui eſt vers la circonference du quart de cercle, & dirigez l'inſtrument de maniere que le rayon viſuel paſſant par les ouvertures des deux pinules tende au point de l'objet propoſé; à l'égard du Soleil il ſuffit qu'un de ſes rayons paſſe par les deux petits trous qui doivent eſtre percés au bas des pinules.

L'Arc de la circonference compris entre le fil du plomb & le demi-diametre où ſont attachées les pinules, marque le complément de la hauteur de l'Aſtre ſur l'horiſon ou ſa diſtance du Zénith; l'arc compris entre le fil & l'autre demi-diametre qui eſt vers l'objet marque ſa hauteur ſur l'horiſon.

Ce même arc détermine auſſi l'ouverture de l'angle fait par le rayon viſuel & la ligne horiſontale parallelle à la baſe de la Tour.

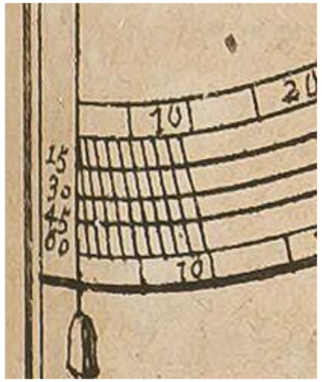
Mais pour obſerver des profondeurs, comme celle d'un foſſé ou d'un puits, il faut mettre l'œil au deſſus de la pinule qui eſt vers le centre du quart de cercle.

Toute l'operation conſiſte à calculer des triangles par des regles de trois, formées de la proportion des ſinus des angles à leurs côtez oppoſez, ſuivant les preceptes de la Trigonometrie rectiligne dont nous allons donner icy quelques exemples.

USAGE I.

SOit propoſé à connoître la hauteur de la Tour A B, dont le pied eſt acceſſible. *XIII. Planche. Fig 2.*

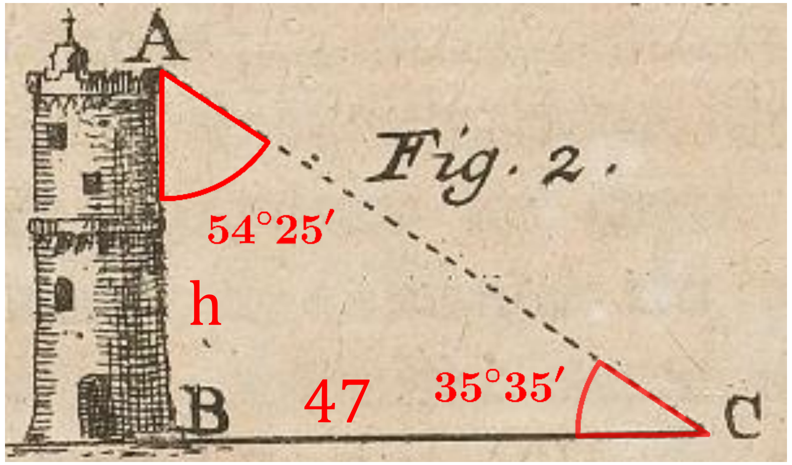
Ayant planté le pied de vôtre inſtrument au point C, regardez le ſommet de la Tour A par les deux pinules immobiles; le fil du plomb ſuſpendu librement s'arrêtera ſur le nombre des degrez qui détermine la valeur de l'angle qui ſe fait au centre du quart de cercle par le rayon viſuel & la ligne horiſontale, parallele à la baſe de la Tour; comptant les degrez compris entre le fil & le demi-diametre qui eſt du côté de la Tour.



Suppoſé donc que ce fil ſoit arrêté ſur 35 degrez 35 minutes, & qu'ayant meſuré exactement la diſtance du pied de la Tour ſur le terrain de niveau, avec la chaîne juſqu'au lieu où s'eſt faite l'obſervation, on aït trouvé 47 pieds; on aura trois choſes connuës; ſçavoir, le côté meſuré B C, & les angles du triangle A B C; car comme on ſuppoſe toûjours les murs bâtis à plomb, l'angle B eſt droit ou de 90 degrez, & par conſequent les 2 angles aigus A & C valent enſemble 90 degrez, puiſque les 3 angles de tout triangle rectiligne ſont égaux à deux droits.

Or l'angle obſervé eſt de 35 degrez 35 m. donc l'angle A eſt de 54 d. 25 m. enſuite dequoy vous formerez cette analogie; le ſinus de 54 d. 25 m. donne 47, que donnera le ſinus de 35 d. 35 m.

Le calcul eſtant fait on trouvera 33 pieds & demi, pour 4e terme de la regle de trois, auquel nombre ajoûtant 5 pieds pour la hauteur du centre du quart de cercle, & qui eſt ordinairement la hauteur de l'œil d'un homme qui obſerve au deſſus du terrain, on aura 38 pieds & demi pour la hauteur de la Tour propoſée.



Quart de cercle et Trigonométrie

Nicolas Bion, 1709 *Traité de la construction et des principaux usages des instruments*, p. 143-144

Uſages du quart de cercle avec deux pinules immobiles & un plomb ſuſpendu au centre.

Premierement par les degrez.

POur obſerver les hauteurs comme celle d'un Aſtre au ciel, ou la hauteur d'une Tour, placez le quart de cercle verticalement; mettez l'œil ſous la pinule immobile qui eſt vers la circonference du quart de cercle, & dirigez l'inſtrument de maniere que le rayon viſuel paſſant par les ouvertures des deux pinules tende au point de l'objet propoſé; à l'égard du Soleil il ſuffit qu'un de ſes rayons paſſe par les deux petits trous qui doivent eſtre percés au bas des pinules.

L'Arc de la circonference compris entre le fil du plomb & le demi-diametre où ſont attachées les pinules, marque le complément de la hauteur de l'Aſtre ſur l'horiſon ou ſa diſtance du Zénith; l'arc compris entre le fil & l'autre demi-diametre qui eſt vers l'objet marque ſa hauteur ſur l'horiſon.

Ce même arc détermine auſſi l'ouverture de l'angle fait par le rayon viſuel & la ligne horiſontale parallelle à la baſe de la Tour.

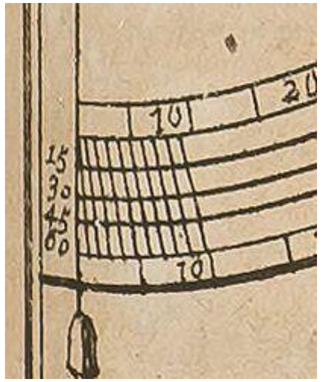
Mais pour obſerver des profondeurs, comme celle d'un foſſé ou d'un puits, il faut mettre l'œil au deſſus de la pinule qui eſt vers le centre du quart de cercle.

Toute l'operation conſiſte à calculer des triangles par des regles de trois, formées de la proportion des ſinus des angles à leurs côtez oppoſez, ſuivant les preceptes de la Trigonometrie rectiligne dont nous allons donner icy quelques exemples.

USAGE I.

SOit propoſé à connoître la hauteur de la Tour A B, dont le pied eſt acceſſible.

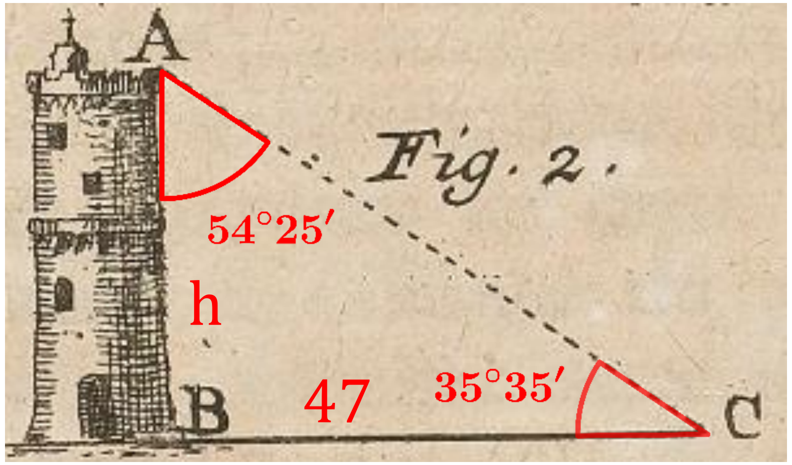
Ayant planté le pied de vôtre inſtrument au point C, regardez le ſommet de la Tour A par les deux pinules immobiles; le fil du plomb ſuſpendu librement s'arrêtera ſur le nombre des degrez qui détermine la valeur de l'angle qui ſe fait au centre du quart de cercle par le rayon viſuel & la ligne horiſontale, parallelle à la baſe de la Tour; comptant les degrez compris entre le fil & le demi-diametre qui eſt du côté de la Tour. *XIII. Planche. Fig 2.*



Suppoſé donc que ce fil ſoit arrêté ſur 35 degrez 35 minutes, & qu'ayant meſuré exactement la diſtance du pied de la Tour ſur le terrain de niveau, avec la chaîne juſqu'au lieu où s'eſt faite l'obſervation, on aït trouvé 47 pieds; on aura trois choſes connuës; ſçavoir, le côté meſuré B C, & les angles du triangle A B C; car comme on ſuppoſe toûjours les murs bâtis à plomb, l'angle B eſt droit ou de 90 degrez, & par conſequent les 2 angles aigus A & C valent enſemble 90 degrez, puiſque les 3 angles de tout triangle rectiligne ſont égaux à deux droits.

Or l'angle obſervé eſt de 35 degrez 35 m. donc l'angle A eſt de 54 d. 25 m. enſuite dequoy vous formerez cette analogie; le ſinus de 54 d. 25 m. donne 47, que donnera le ſinus de 35 d. 35 m.

Le calcul eſtant fait on trouvera 33 pieds & demi, pour 4e terme de la regle de trois, auquel nombre ajoûtant 5 pieds pour la hauteur du centre du quart de cercle, & qui eſt ordinairement la hauteur de l'œil d'un homme qui obſerve au deſſus du terrain, on aura 38 pieds & demi pour la hauteur de la Tour propoſée.



$$\frac{\sin 54°25}{47} = \frac{\sin 35°35}{h}$$

Quart de cercle et Trigonométrie

Nicolas Bion, 1709 *Traité de la construction et des principaux usages des instruments*, p. 143-144

Uſages du quart de cercle avec deux pinules immobiles & un plomb ſuſpendu au centre.

Premierement par les degrez.

POur obſerver les hauteurs comme celle d'un Aſtre au ciel, ou la hauteur d'une Tour, placez le quart de cercle verticalement; mettez l'œil ſous la pinule immobile qui eſt vers la circonference du quart de cercle, & dirigez l'inſtrument de maniere que le rayon viſuel paſſant par les ouvertures des deux pinules tende au point de l'objet propoſé; à l'égard du Soleil il ſuffit qu'un de ſes rayons paſſe par les deux petits trous qui doivent eſtre percés au bas des pinules.

L'Arc de la circonference compris entre le fil du plomb & le demi-diametre où ſont attachées les pinules, marque le complément de la hauteur de l'Aſtre ſur l'horiſon ou ſa diſtance du Zénith; l'arc compris entre le fil & l'autre demi-diametre qui eſt vers l'objet marque ſa hauteur ſur l'horiſon.

Ce même arc détermine auſſi l'ouverture de l'angle fait par le rayon viſuel & la ligne horiſontale parallelle à la baſe de la Tour.

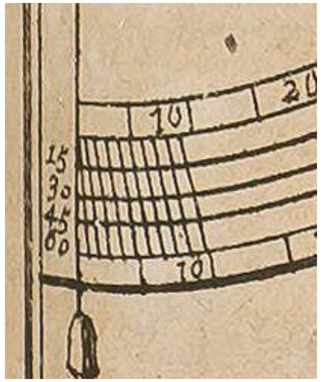
Mais pour obſerver des profondeurs, comme celle d'un foſſé ou d'un puits, il faut mettre l'œil au deſſus de la pinule qui eſt vers le centre du quart de cercle.

Toute l'operation conſiſte à calculer des triangles par des regles de trois, formées de la proportion des ſinus des angles à leurs côtez oppoſez, ſuivant les preceptes de la Trigonometrie rectiligne dont nous allons donner icy quelques exemples.

USAGE I.

SOit propoſé à connoître la hauteur de la Tour A B, dont le pied eſt acceſſible. XIII. Planche. Fig 2.

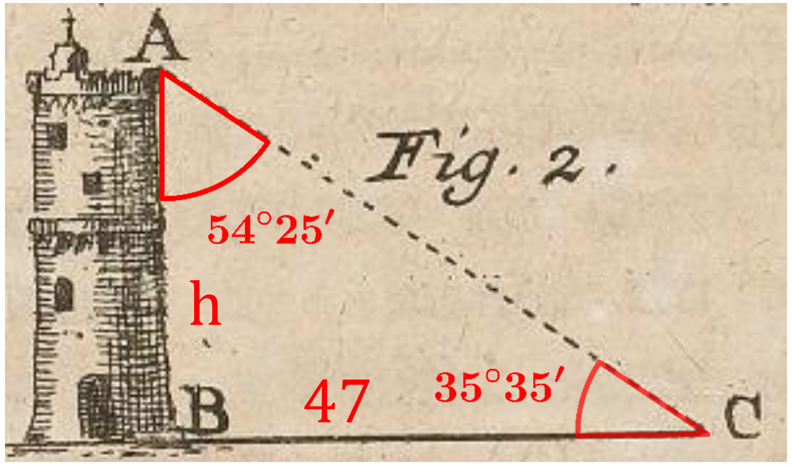
Ayant planté le pied de vôtre inſtrument au point C, regardez le ſommet de la Tour A par les deux pinules immobiles; le fil du plomb ſuſpendu librement s'arrêtera ſur le nombre des degrez qui détermine la valeur de l'angle qui ſe fait au centre du quart de cercle par le rayon viſuel & la ligne horiſontale, parallele à la baſe de la Tour; comptant les degrez compris entre le fil & le demi-diametre qui eſt du côté de la Tour.



Suppoſé donc que ce fil ſoit arrêté ſur 35 degrez 35 minutes, & qu'ayant meſuré exactement la diſtance du pied de la Tour ſur le terrain de niveau, avec la chaîne juſqu'au lieu où s'eſt faite l'obſervation, on aït trouvé 47 pieds; on aura trois choſes connuës; ſçavoir, le côté meſuré B C, & les angles du triangle A B C; car comme on ſuppoſe toûjours les murs bâtis à plomb, l'angle B eſt droit ou de 90 degrez, & par conſequent les 2 angles aigus A & C valent enſemble 90 degrez, puiſque les 3 angles de tout triangle rectiligne ſont égaux à deux droits.

Or l'angle obſervé eſt de 35 degrez 35 m. donc l'angle A eſt de 54 d. 25 m. enſuite dequoy vous formerez cette analogie; le ſinus de 54 d. 25 m. donne 47, que donnera le ſinus de 35 d. 35 m.

Le calcul eſtant fait on trouvera 33 pieds & demi, pour 4e terme de la regle de trois, auquel nombre ajoûtant 5 pieds pour la hauteur du centre du quart de cercle, & qui eſt ordinairement la hauteur de l'œil d'un homme qui obſerve au deſſus du terrain, on aura 38 pieds & demi pour la hauteur de la Tour propoſée.

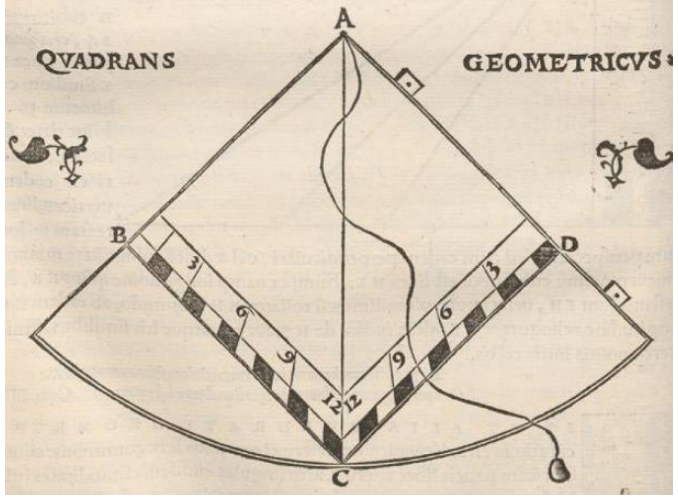


$$\frac{\sin 54°25}{47} = \frac{\sin 35°35}{h}$$

$$h + h_0 = 33\tfrac{1}{2} + 5$$

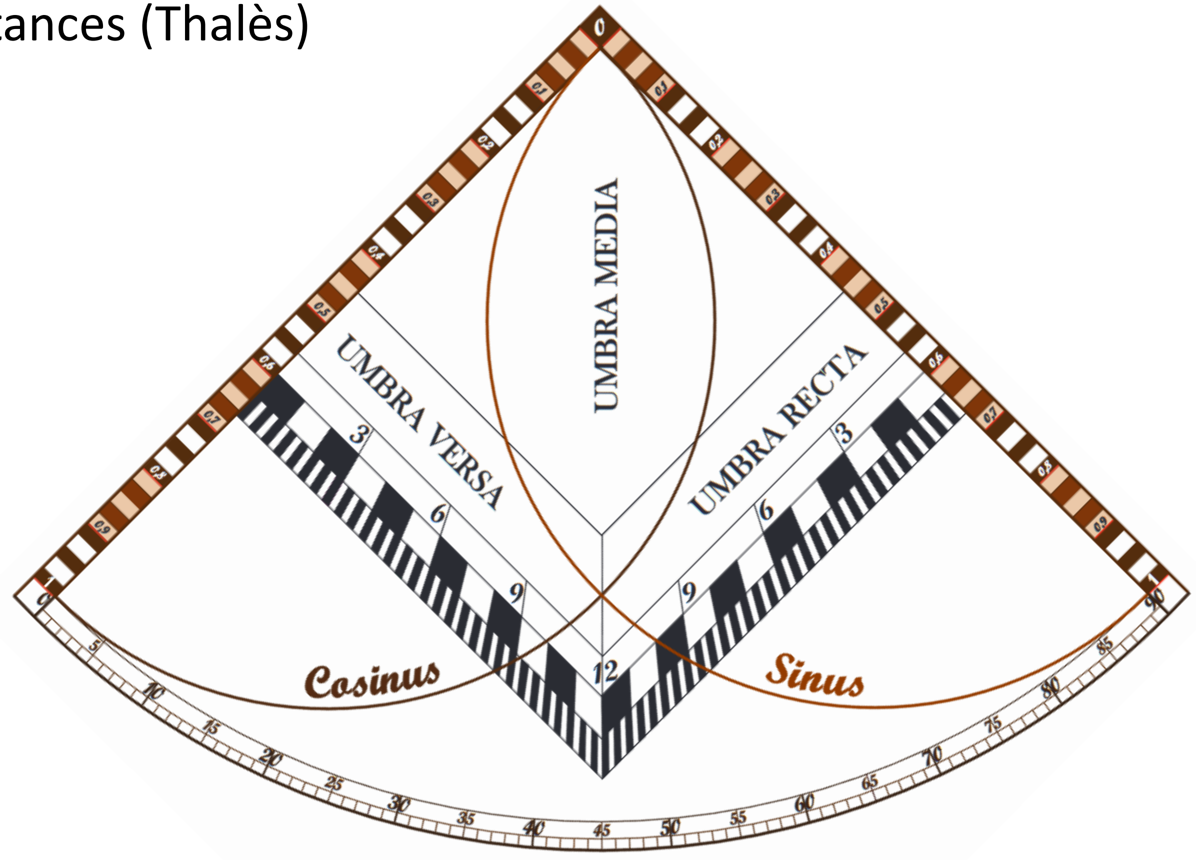
38 pieds ½

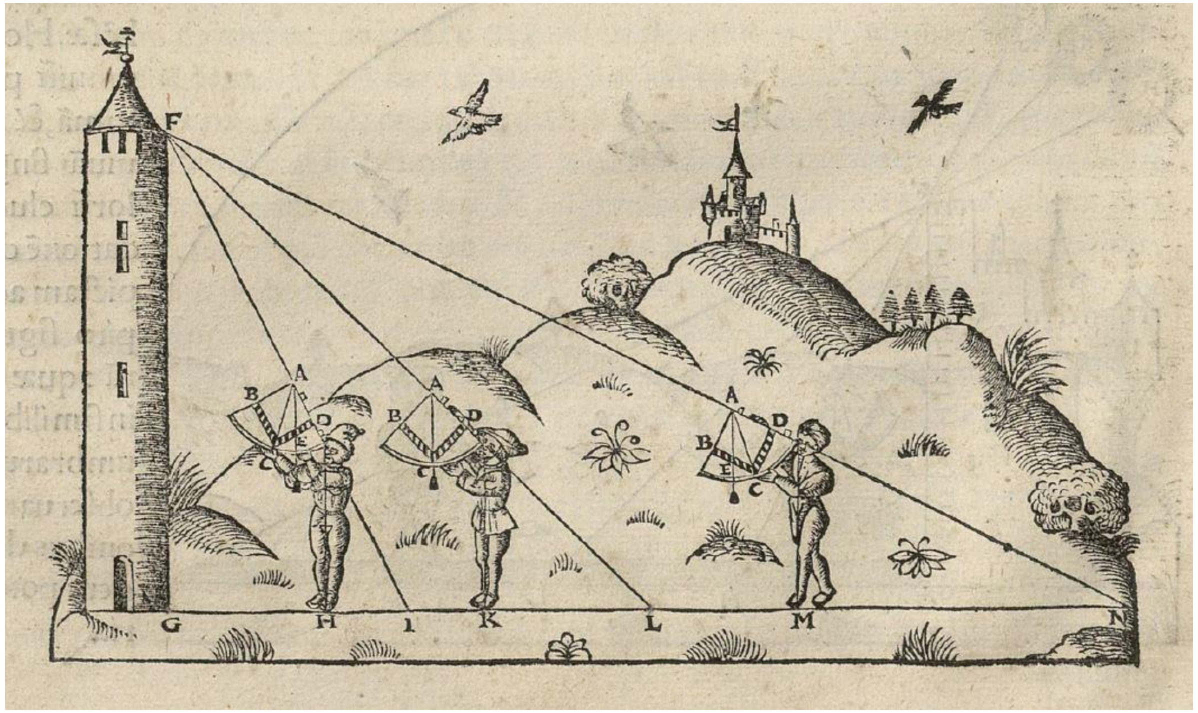
Le quadrant de hauteur



Oronce Fine, *Protomathesis*, 1532, f. 67v.

Mesure de distances (Thalès)

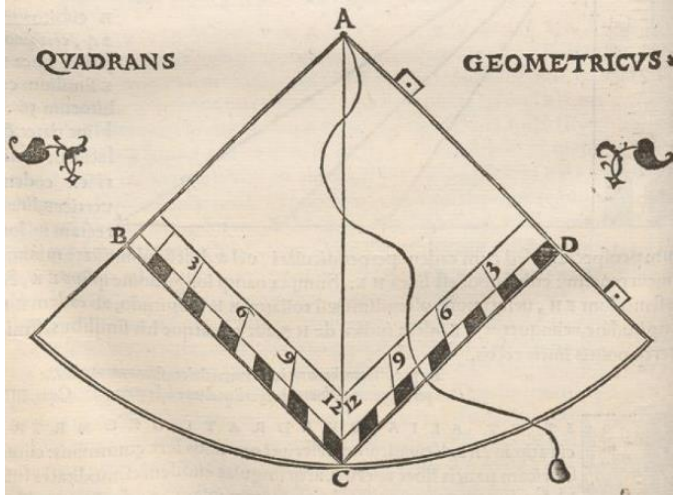




Oronce Fine, *Protomathésis*, 1532, f. 70v.

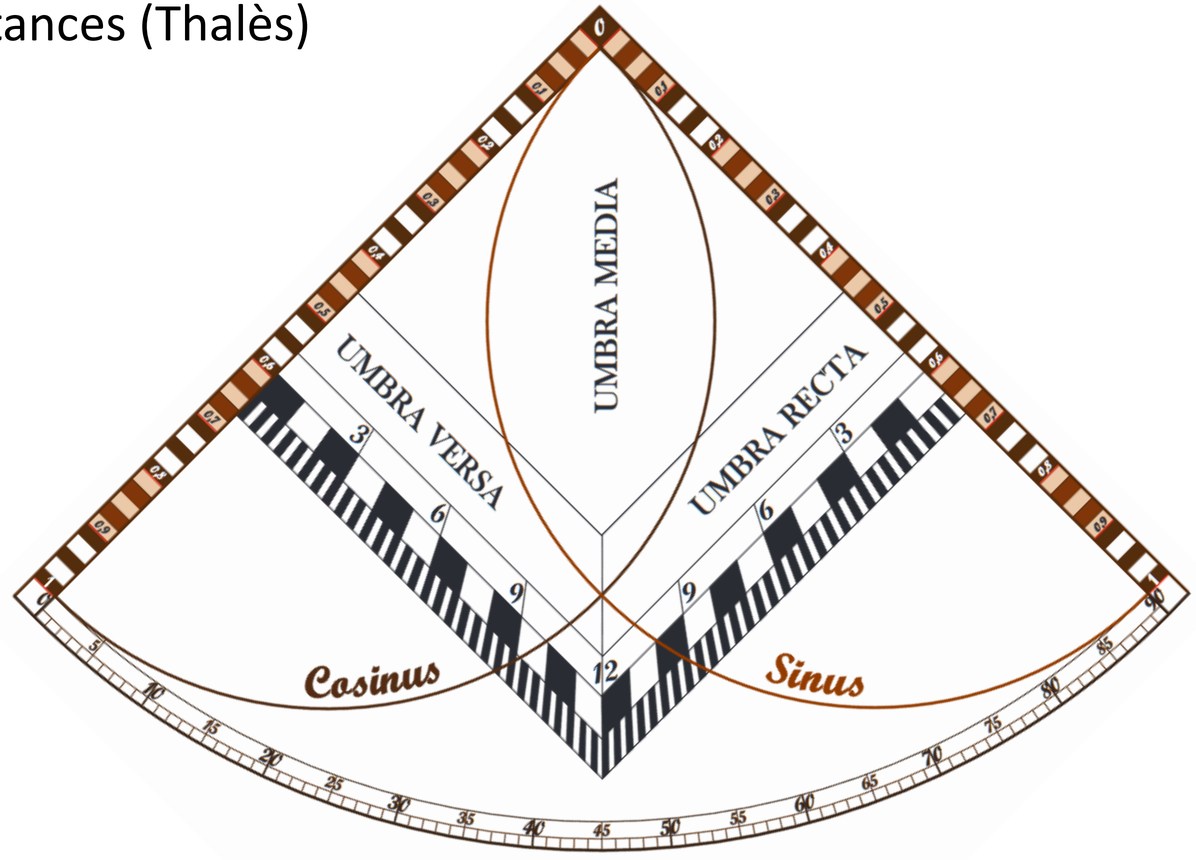
http://www.meridienne.org/index.php?page=quadrant.types

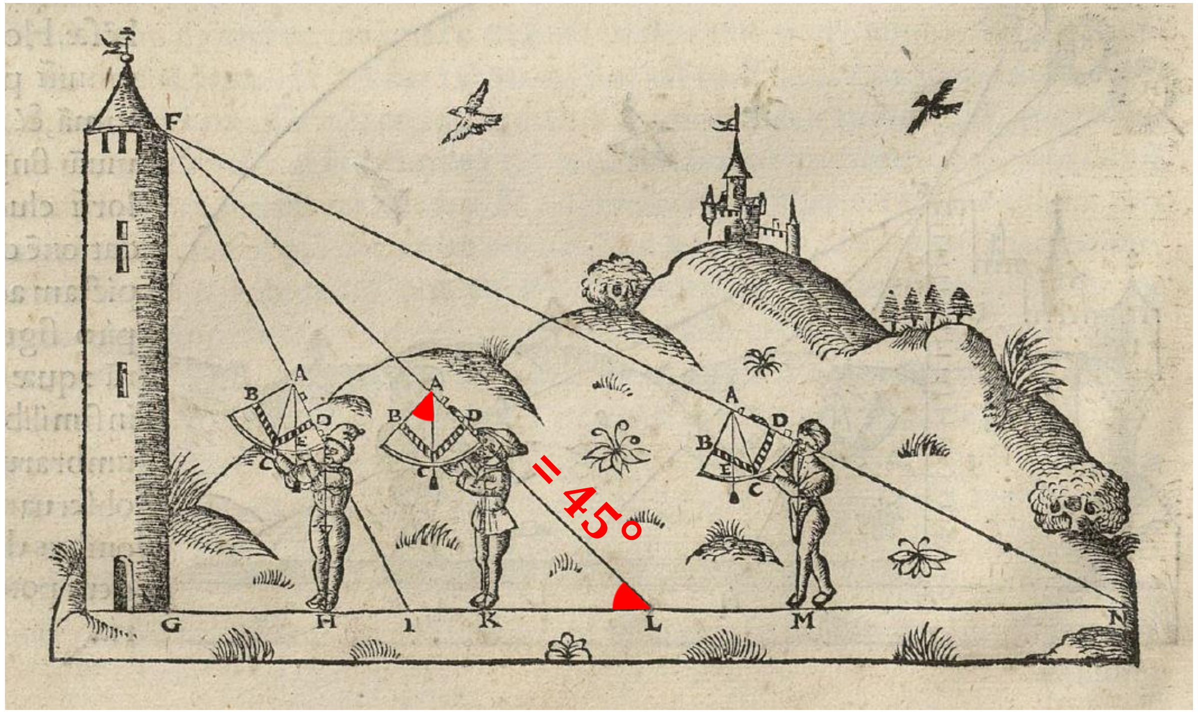
Le quadrant de hauteur



Oronce Fine, *Protomathesis*, 1532, f. 67v.

Mesure de distances (Thalès)

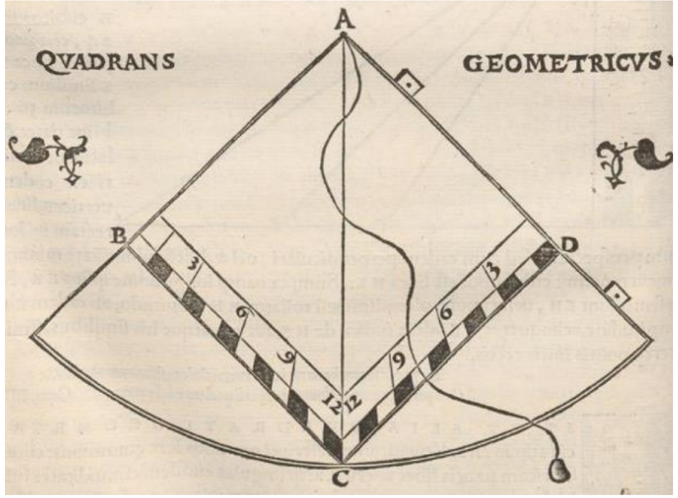




Oronce Fine, *Protomathésis*, 1532, f. 70v.

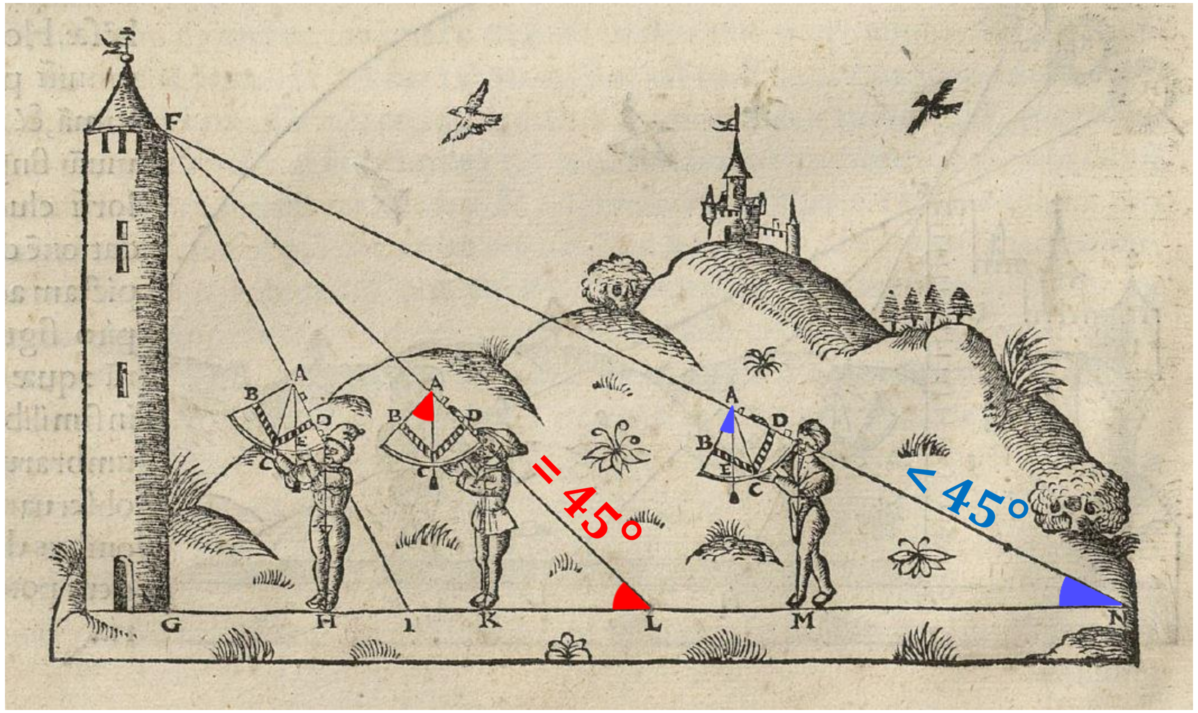
http://www.meridienne.org/index.php?page=quadrant.types

Le quadrant de hauteur

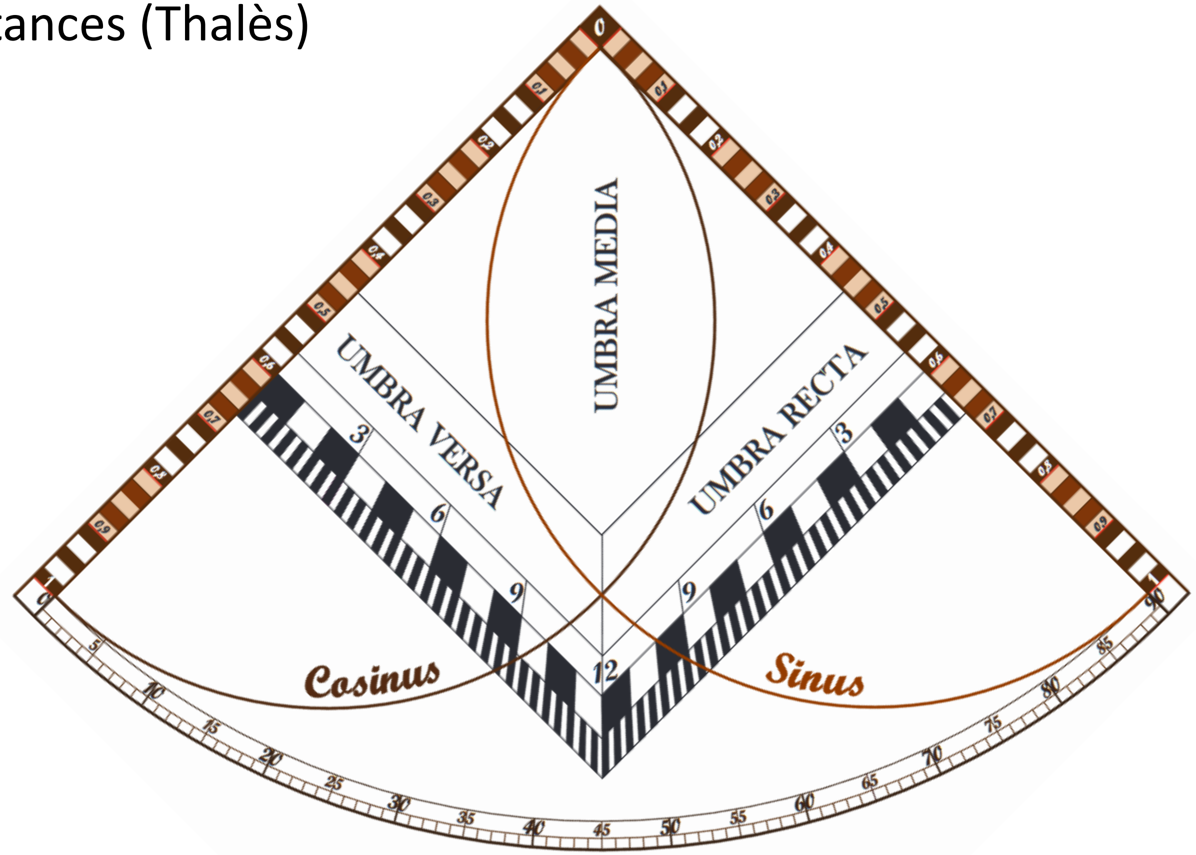


Oronce Fine, *Protomathesis*, 1532, f. 67v.

Mesure de distances (Thalès)

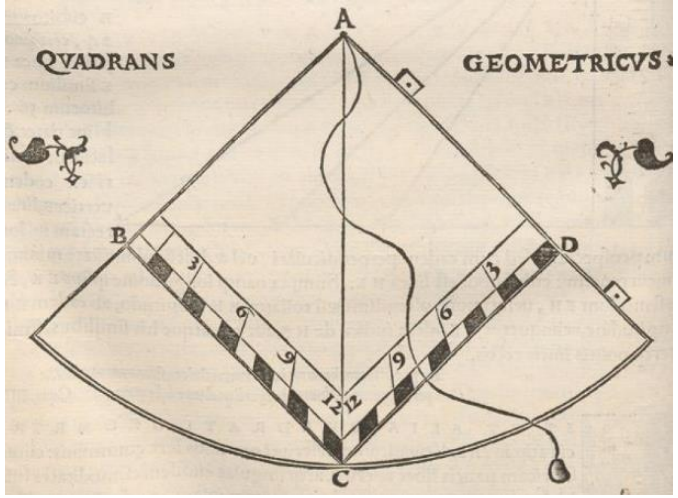


Oronce Fine, *Protomathésis*, 1532, f. 70v.



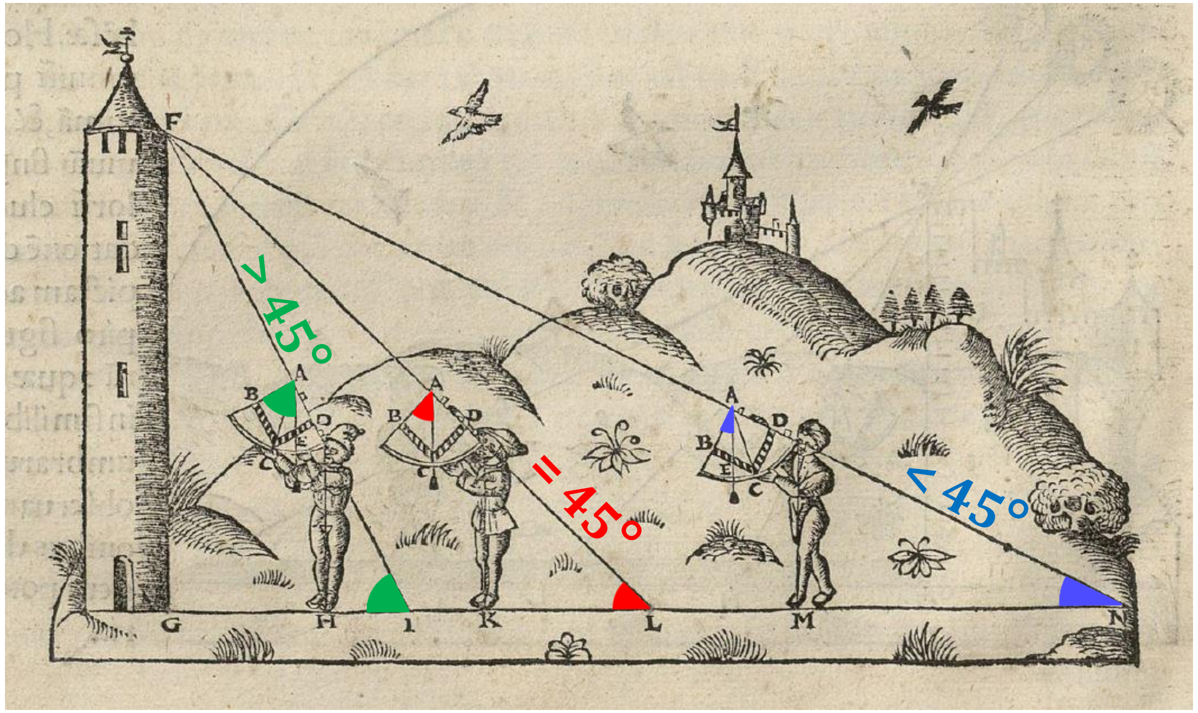
http://www.meridienne.org/index.php?page=quadrant.types

Le quadrant de hauteur

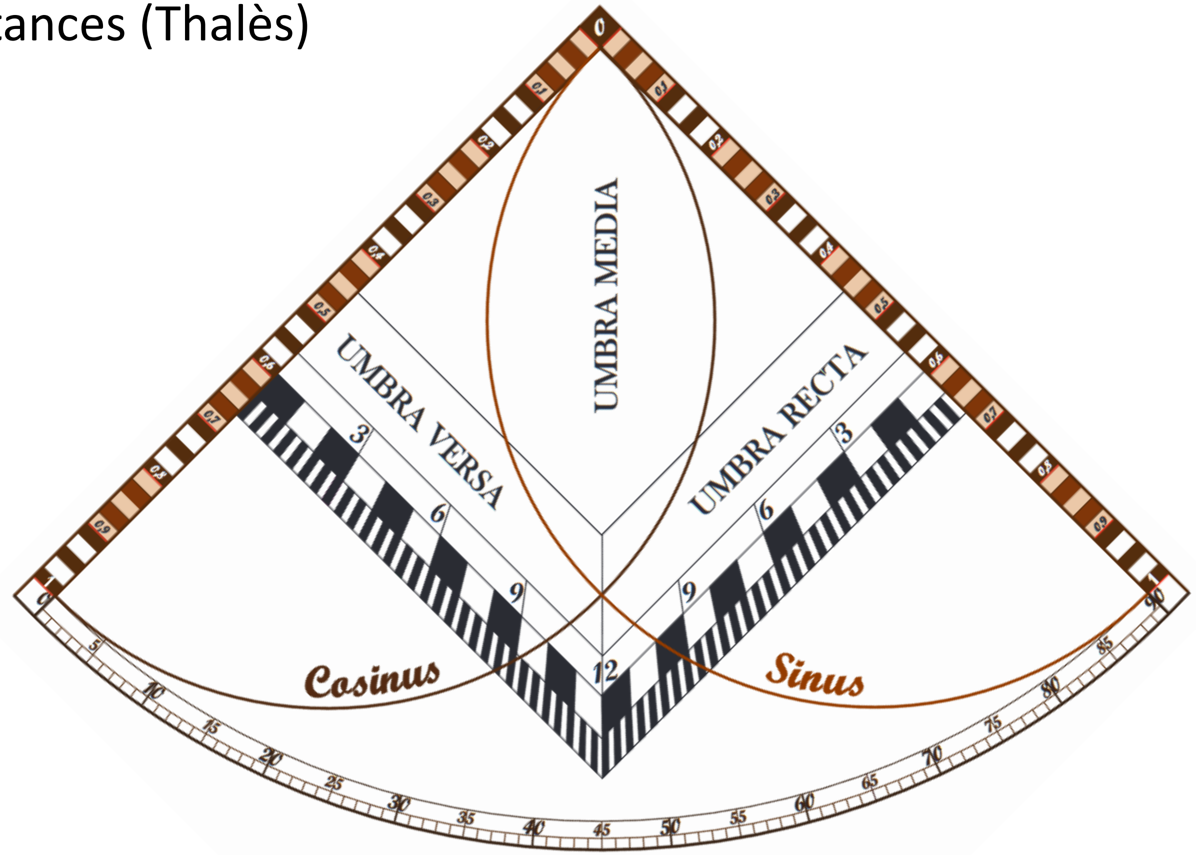


Oronce Fine, *Protomathesis*, 1532, f. 67v.

Mesure de distances (Thalès)



Oronce Fine, *Protomathésis*, 1532, f. 70v.



http://www.meridienne.org/index.php?page=quadrant.types

Theoria et praxis quadrantis Geometrici, Levinus Hulsus, 1594