

On considère l'algorithme suivant :

- Étape 1 : choisir un entier naturel non nul n .
- Étape 2 : si $n = 1$, alors l'algorithme s'arrête. Sinon aller à l'étape 3.
- Étape 3 : si n est pair, remplacer n par $\frac{n}{2}$. Sinon, remplacer n par $3n + 1$. Retourner à l'étape 2.

Exemple : pour $n = 13$, les valeurs successives de n sont,

40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

Cette liste est appelée *suite de Syracuse* associée à 13.

À l'heure actuelle, on ignore si, pour tout entier naturel non nul n , la liste des valeurs successives associées à n est finie et se termine par 1. On pense que c'est vrai, mais ce n'est pas démontré. Cette conjecture est appelée « conjecture de Syracuse ».

On a adopté un vocabulaire aéronautique pour décrire la suite de Syracuse associée à un entier naturel non nul n . Ainsi, on dit que cette suite est le *vol* de n , le nombre de termes de cette suite est la *durée* du vol, le terme le plus grand du vol est son *altitude maximale* (*).

Le programme Xcas suivant permet d'afficher, pour tout entier naturel non nul n , la durée de son vol, son altitude maximale et son vol.

```

syr (n) := {
local j , L;
j := n;
L := NULL;
while (j != 1) { if (frac (j/2) == 0) { j := j/2 } else { j := 3*j + 1 }; L := L, j; }
print (" Pour " + n + " , la durée du vol est " + size (L) + " , l'altitude
maxi est " + max (L) );
return L;
}
;;

```

Exemple : 13 a un vol de durée 9, son altitude maximale est 40.

Question : En considérant des entiers de la forme 2^p , $p \in \mathbf{N}$, on constate que l'on peut trouver des entiers pour lesquels la durée du vol est aussi grande que l'on veut et pour lesquels l'altitude maximale est aussi grande que l'on veut. Pourquoi ?

(*) voir « Pour la science » n° 247