

IREM
de
LILLE

HISTOIRE
DES
PROBABILITÉS
ET DES
STATISTIQUES



***Les probabilités
et les statistiques
sont apparues
dans des
contextes différents***

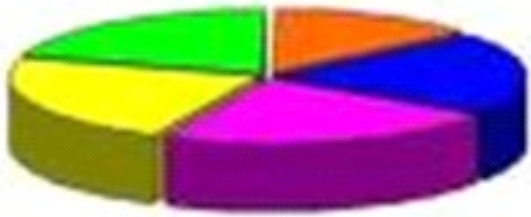


Probabilités :

Pascal invente la géométrie du hasard

Leibniz crée une « logique » de vraisemblance

Statistiques



Statistiques :

les gouvernements
les encouragent
comme moyen de
décisions et/ou
d'observations



SOMMAIRE

1. Introduction.
2. Naissance théorique.
3. L'archéologie.
4. Et après ?
5. Parlons Statistiques ...
6. Rencontre du 3ème type

1 - Introduction



Un exemple ...

Lançons un dé : quelle
est la probabilité
d'obtenir un « 1 » ?



CAS n°1

Si on accepte l'idée d'un dé équilibré ...

6 faces
donc probabilité de
 $1/6$

CAS n°2



On effectue « suffisamment » de jets ...

**On trouveras
également un résultat
proche de $1/6$**



Que penser de ces solutions ?

Stats ou Probas ?



Des approches différentes ...

- Prédire ou décider
- Extrapoler des résultats



LE PROBLEME ... le plus difficile

**Que veut-on faire
et comment le
modéliser ???**



Mathématiquement parlant

**Les stats et les probas
se ramènent
les unes aux autres**



Christian HUYGENS

« L'ordre importe et l'ordre des choses est celui des problèmes qui n'est pas le même en Probabilités et en Statistiques ! »

2 – Une naissance théorique



1. Histoires de chances et de hasards

Les jeux de hasard ont eu un rôle important dans la naissance des Probabilités

Dames jouant avec 3 dés

*Fresque du XIV^{ème}
siècle*

château de Arco di
Trento

Italie – pointe nord du
lac de Garde



Les joueurs de Dés ***Georges de la Tour (1593-1652)***



Le problème des partis du Chevalier de Méré



Deux joueurs misent la même somme d'argent « M » pour un jeu de pur hasard en 3 manches gagnantes.



Le problème des partis du Chevalier de Méré

**Le jeu s'arrête
avant la fin.**

**Comment répartir
équitablement la
somme « 2 M » ?**

***Le problème des partis
du Chevalier de Méré***



**Retour
au bel été 1654 ...**

Des échanges épistolaires ...

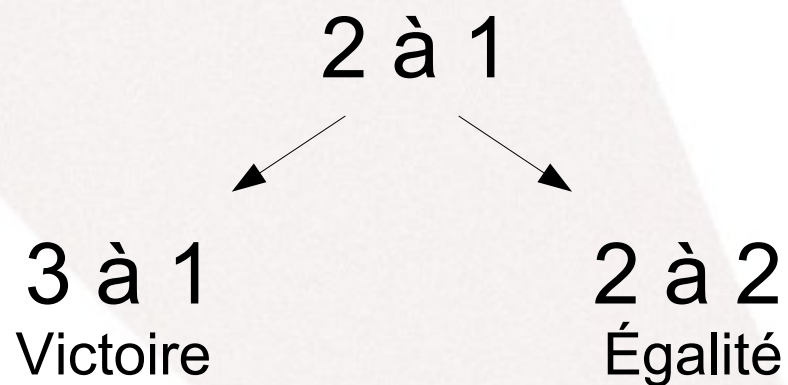


Pascal vs Fermat



Idée de solution ...

Si le match s'arrete à « 2 à 1 », que se passe t-il ?





***Pour les joueurs ...
... à « 2 à 1 »?***

Celui qui mène 2 à 1 :

Sa part est

$$0,5 \times (2M) + 0,5 \times (2M / 2) = 1,5 M$$

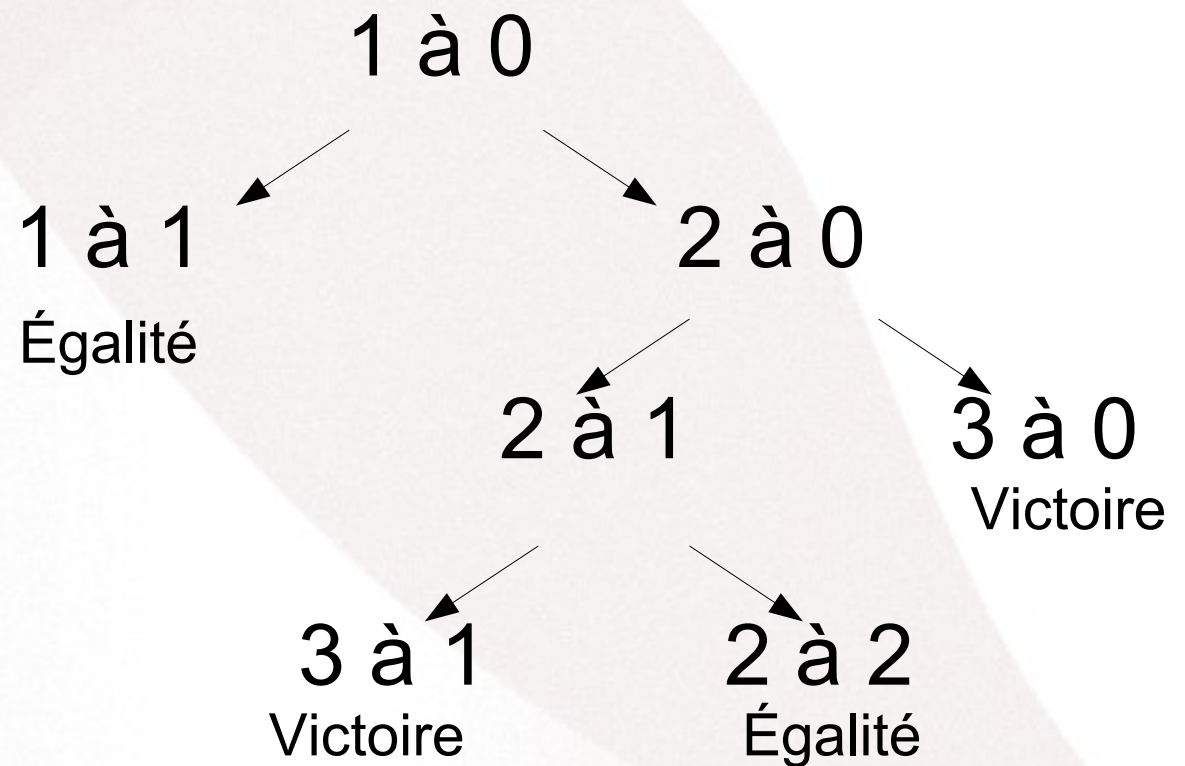
Celui qui est mené 1 à 2 :

Sa part est 0,5 M

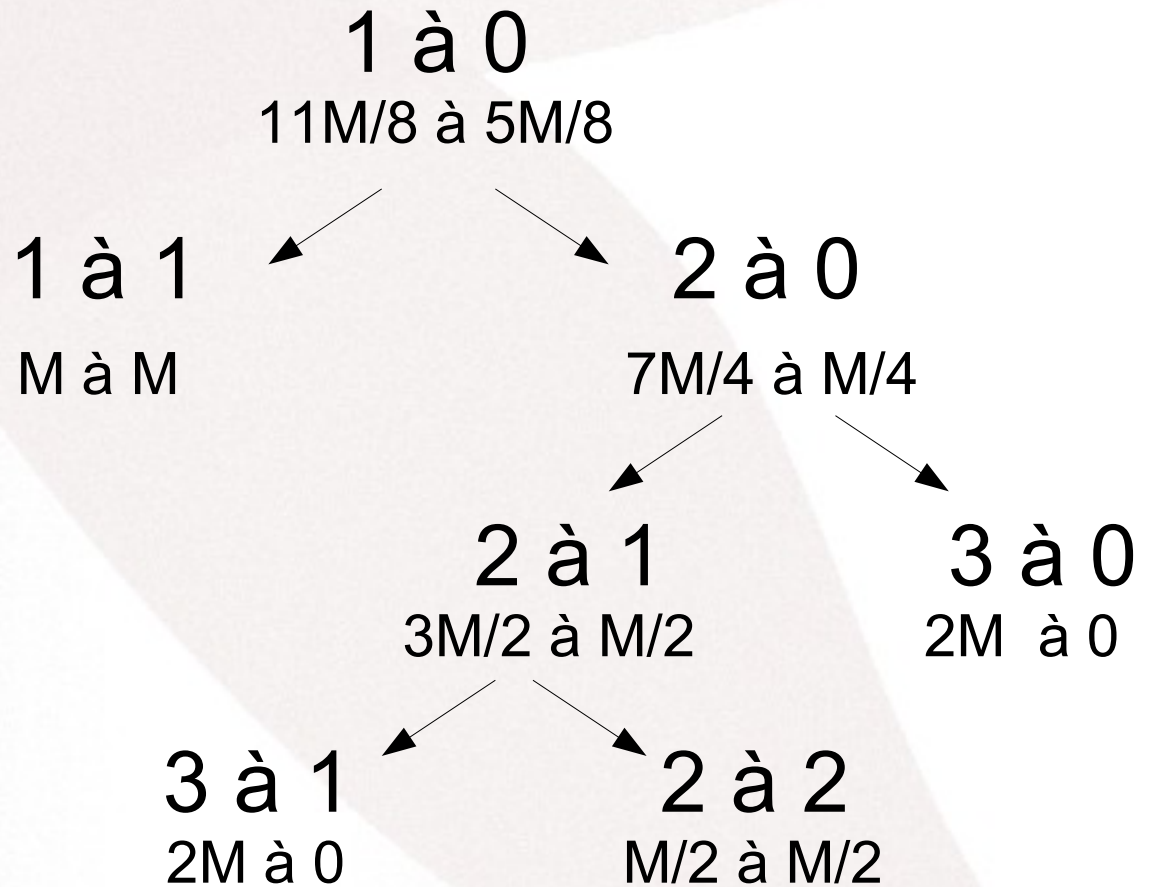


Autre cas étudié ...

Si le match s'arrete à 1 à 0,
que se passe t-il ?



Pascal et Fermat en déduisent ...





Des traces avant ???

Pacioli 1491
Tartaglian 1556
Peverone 1494
Gosselin 1578
Forestani 1603

3 - Et avant, quelles traces de Probabilités ?

En route vers une archéologie des Probabilités



Les atomistes et le *De natura rerum*

Vers – 420, plus
ancienne cosmologie
non théologique, reprise
par Lucrèce dans son
De Natura Rerum



En résumé ?

Cosmologie
déterministe mais
notre monde est dû au
hasard
(hasard au sens
d'ignorance)



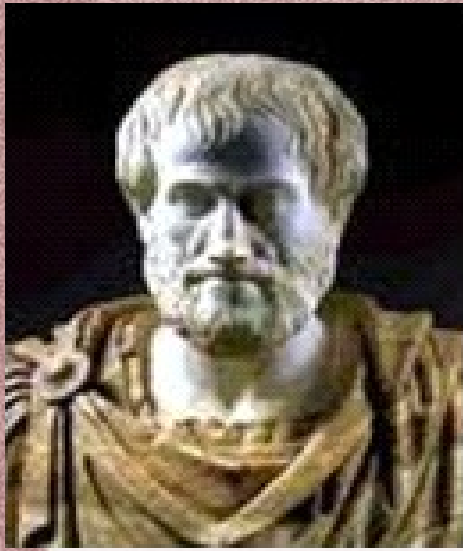
Platon (427-347 av JC)

**Refus du hasard à
l'échelle de l'univers !**

Mais localement ...

pourquoi pas.

**cf. *La République*
(pseudo tirage au sort)**

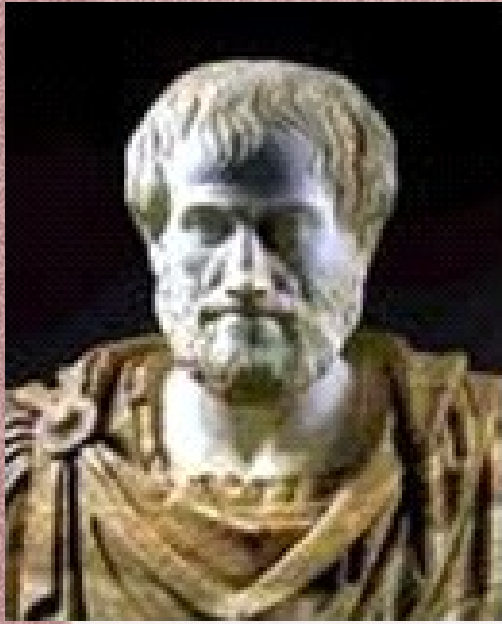


***Aristote (384-322 av JC)
suit Platon***

Pour Aristote,
« probabilité »

Signifie

« communément
admis par tous »



Des traductions érronnées

Ce n'est qu'au cours de traductions, au Moyen Age, à la Renaissance, qu'apparaît un glissement vers

« vraisemblance
d'une idée »



Au 16ième et 17ième

**Apparition du
Probabilisme**

**dans la
Théologie Jésuite**



« Si une opinion est probable, il est permis de la suivre, quand bien même est plus probable l'opinion opposée »

Bartolomé de Médina (1527)



Quand Pascal la combat

Les jansénites et
Pascal critiquent alors
celle-ci comme
« relativisme moral »



*Pourquoi une
naissance si tardive ?*

Cette partie des
mathématiques
aurait-elle pu naître
plus tôt ?

A 6x6 grid of dice faces. The numbers 1 through 9 are highlighted in blue. The numbers are arranged as follows:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|
| 8 | 9 | | | | |
| | 3 | 5 | 7 | | |
| 6 | | 4 | 2 | | |
| 5 | 1 | 2 | | | |
| | 7 | | 1 | | |
| | 9 | 5 | | 3 | |
| 3 | 6 | | 7 | | |
| 6 | 2 | 1 | | | |
| | | 9 | 4 | | |

***Combinatoire or not
combinatoire ?
That is the question !***

**Une naissance autour
des travaux sur les
arrangements et
combinaisons**



Des travaux depuis l'aube des temps

Des traces de travaux
sur les combinatoires,
en Inde
en – 200 avant J.C.



Des noms parmi tant d'autres

Raymond Lulle (XII ième Siècle) :
fondateur de la théorie des combinaisons

Zhu Shijie : en Chine

Le Miroir de jade des 4 inconnues (1303) y
figure les coeff du binôme $(a+b)^n$

Gottfried Leibniz (1646-1716) :
De arte combinatoria (1666)



Au Moyen Orient

Al Khalil Ibn Ahmad (718-786)

Al karaji (mort en 1023)

Al Samaw'al (1174)

associent

« combinatoire » et « algèbre »



Quel lien ???

**Le célèbreissime
rapport :**

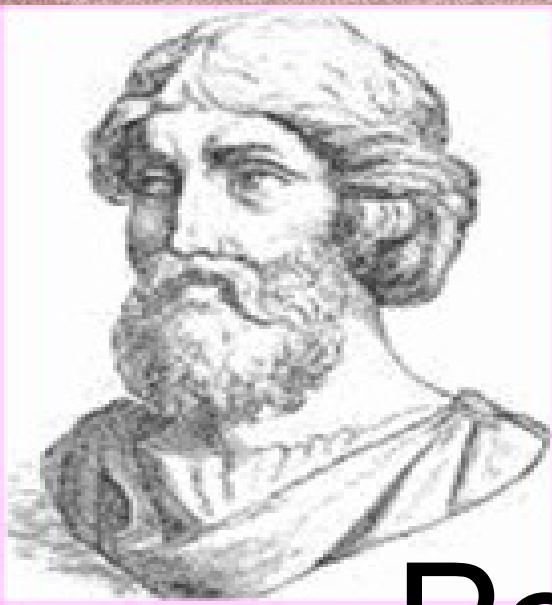
n o m b r e d e c a s f a v o r a b l e s

n o m b r e d e c a s p o s s i b l e s



Donc
les probabilités
seraient
Combinatoires ???

Non, pas
seulement ;-)



Alors pourquoi ?

Pourquoi un Grec, par exemple, n'aurait-il pas pu inventer les probabilités plus tôt ?



*Pourquoi se poser la
question ?*

Les probabilités sont
aussi géométriques



Tartaglia et Torricelli

Au XVIII siècle,
apparition de la
balistique :
évaluation des chances de
toucher une cible visée
avec des projectiles



D'où la question ...

Les probabilités
géométriques n'auraient-
elle pas pu être
découvertes plus tôt ?



***En fait ...
probablement non !***

**Pour que cela soit
possible, il faut au
moins trois choses :**



1- Climat intellectuel

***2- Possibilités
techniques***

***3- Sollicitations du
monde***



1- Climat intellectuel

a. Distinguer l'ordre du désordre, mais surtout l'ordre dans le désordre...



1- Climat intellectuel

b. Admettre la notion
de hasard
impersonnel...



1- Climat intellectuel

c. Au sein du fortuit,
voir la régularité
statistique...



1- Climat intellectuel

d. Admettre que
certains résultats
peuvent être connus,
par avance
et d'autres non...



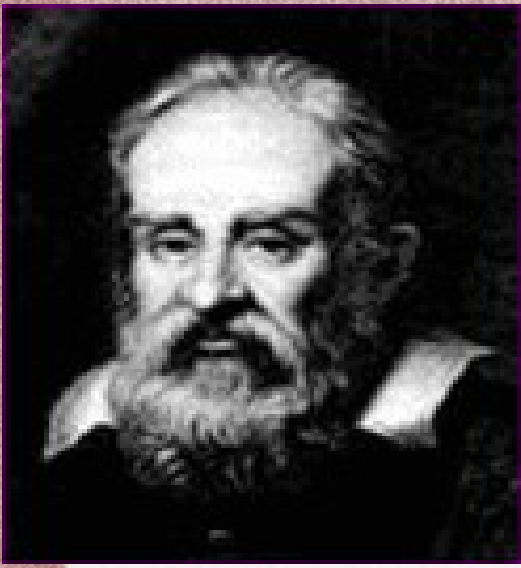
1- Climat intellectuel

**e. Imaginer des
moyens, des outils
pour mettre en oeuvre
tout cela...**

2- Possibilités techniques



**Calcul intégral,
infinitésimal, ...**



3- Sollicitations extérieures

Economie

(contrats commerciaux à risques,
assurance maritime, rente, ...)

Politique

(prise de décision, ...)

Militaire

(Balistique, ..)



***4 - Petit
historique
rapide...***



Christiaan Huygens

De ratiociniis in ludo

aleae (1657)

Raisonnements sur les jeux de dés

Jeux de Hasard
Notion d'espérance

« Quoique dans les jeux de hasard pur les résultats soient incertains, la chance qu'un joueur a de gagner ou de perdre a cependant une valeur déterminée ».

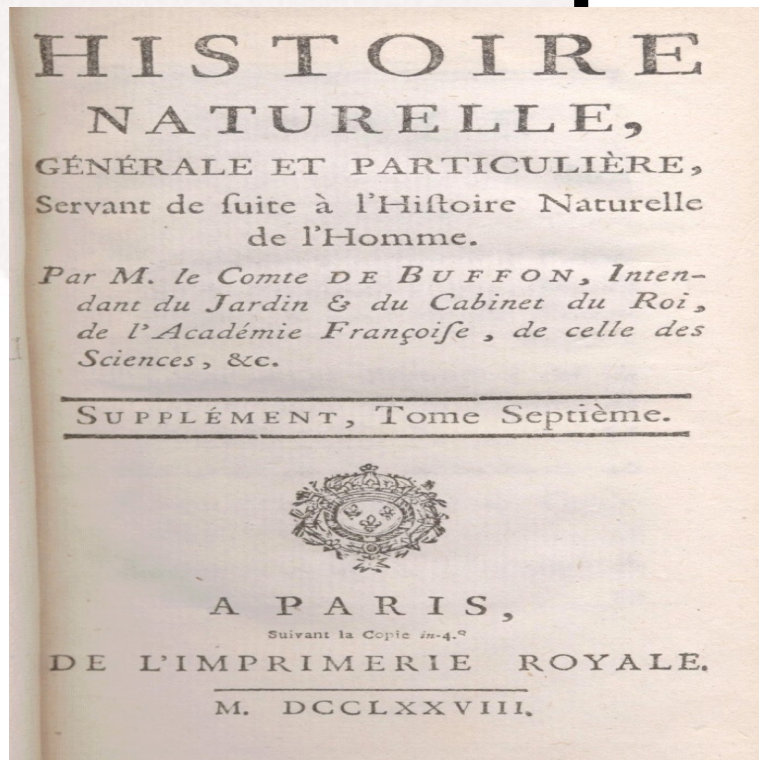
Christiaan Huygens

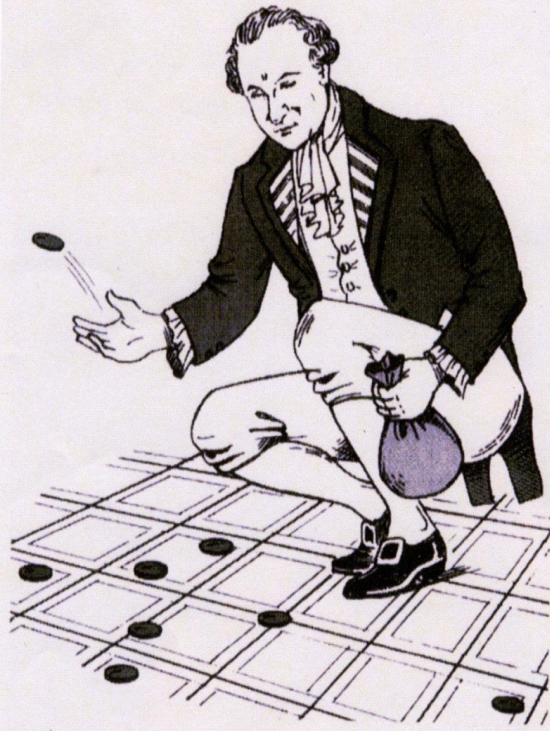
De ratiociniis in ludo aleae



Georges Louis Leclerc Comte de Buffon

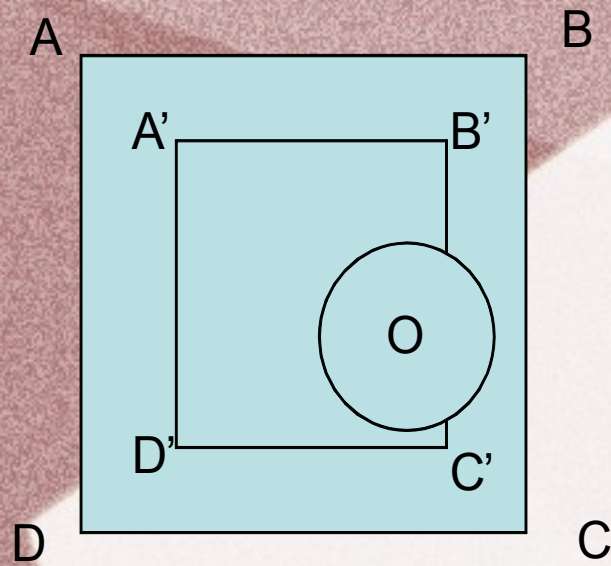
Probabilités géométriques





Avec le jeu du franc-carreau, Buffon introduit les « probabilités géométriques » :

loi uniforme sur un domaine plan



$$\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

ABCD le carreau dans lequel le centre O de l'écu est tombé, la condition « Franc-Carreau » est géométriquement élémentaire : elle est réalisée si et seulement si le centre du disque tombe à l'intérieur du carré $A'B'C'D'$, homothétique du carré ABCD par rapport à son centre.

Buffon considère comme évident que *la probabilité* de « Franc-Carreau » est égale au rapport des aires des carrés $A'B'C'D'$ et $ABCD$.

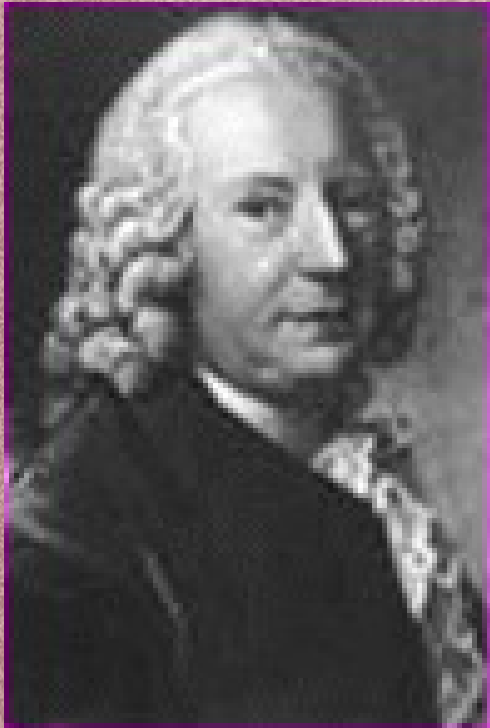


*Jean le Rond
D'Alembert
(1717-1783)*

Probabilités,
mathématiques
et réalité : quel lien?

D'Alembert ne croit pas que
l'on puisse faire des
probabilités un instrument de
connaissances pratiques.

Il en expose cependant la
théorie la plus actualisée pour
son époque.

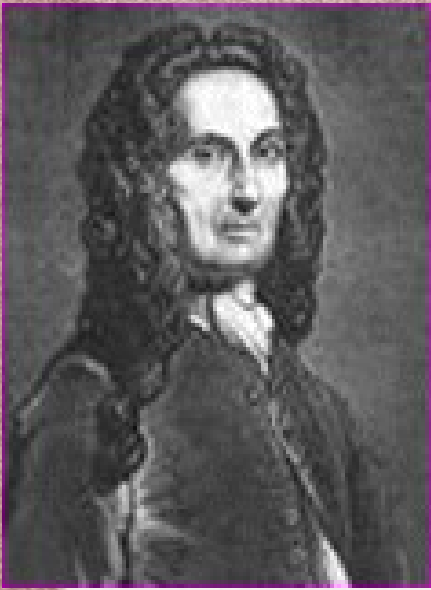


Jacques Bernoulli

Ars conjectandi

(1713 – posthume)

Notion de Variables
Aléatoires et
Première version de la loi
des grands nombres

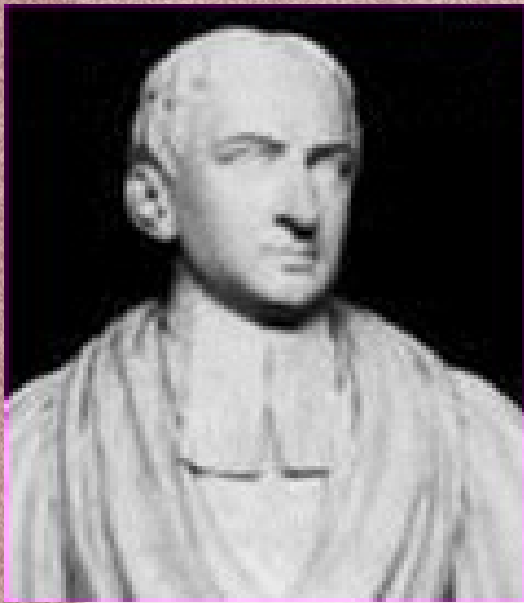


Abraham de Moivre

*Théorie de la
Probabilité*

(1718)

Généralisation de
l'usage de la
combinatoire



Roger Cotes

Opera Miscellanea

(1722 - posthume)

Théorie des erreurs

Quantification de l'écart
entre la mesure et sa
« vraie » valeur

(préfiguration des théorèmes centraux limites)



Marie Jean Caritat Marquis de Condorcet

ARTICLE III.

Des principes fondamentaux du calcul des probabilités.

Le calcul des probabilités a pour objet les faits dont la réalité est inconnue.

On cherche d'abord à déterminer le nombre de tous les évènements également possibles, et il est absolument nécessaire de remonter à ceux auxquels il est permis de supposer cette égale possibilité, sans quoi le calcul deviendrait absolument hypothétique. On cherche ensuite, dans ce nombre d'évènements également possibles, quel est le nombre de ceux qui remplissent une certaine condition, et on dit que la probabilité d'avoir un évènement qui remplisse cette condition, est exprimé par le second de ces nombres divisé par le premier.

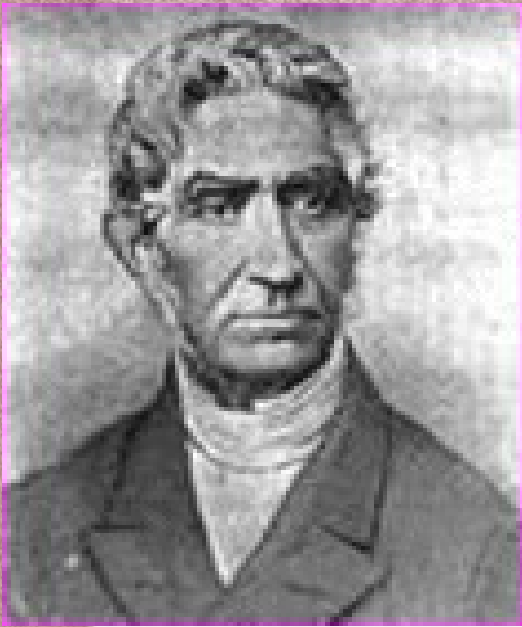


Pierre-Simon Laplace

Première version du
Théorème Central
limite (1812)

Pour les V.A. à deux
états

(type Pile ou Face)



***1841 : création du
Conseil Supérieur
Statistique***

**Sous l'impulsion de
Quételet ...**

**Les Statistiques quittent la
maison Probabilité.**



Emile Borel

Notion de mesure
et d'ensembles
mesurables
(1897)



Henri-Léon Lebesgue

Théorie de l'Intégration



Alexandre Liapounov

Version moderne du théorème de la limite centrale (1901)

Énoncé



Andrei Markov

Chaines de Markov ...

Pour quoi faire ?

généralisation de la loi
des grands nombres
pour une suite
d'expériences
dépendantes les unes
des autres

Que d'applications !

Par exemple, diffusion
et indexation des sites
internet sur Google



Andrej Kolmogorov

1933 : fait sortir les probabilités d'un ensemble de méthodes pour en créer une véritable théorie



Kiyoshi Itô (1940)

Lien entre le calcul
stochastique et les
équations aux
dérivées partielles ...

Lien Analyse - Probabilité

*Et des applications en
pagaille*

Imagerie médicale –
Astronomie –
Reconnaissance de
Caractère

(Loi de Baye)

*Et des applications en
pagaille*

**Micro économie
(Théorie des Jeux)**

*Et des applications en
pagaille*

Physique – Biologie
moléculaire

(Mvt Brownien –
Equation de Foker –
Calcul Stochastique)

*Et des applications en
pagaille*

**Mathématique
financière – Produits
dérivés**

**(Modèle de Black-
Scholes)**

***Et des applications en
pagaille***

**Evaluation de risques
industriels**

(Probabilité de sûreté)

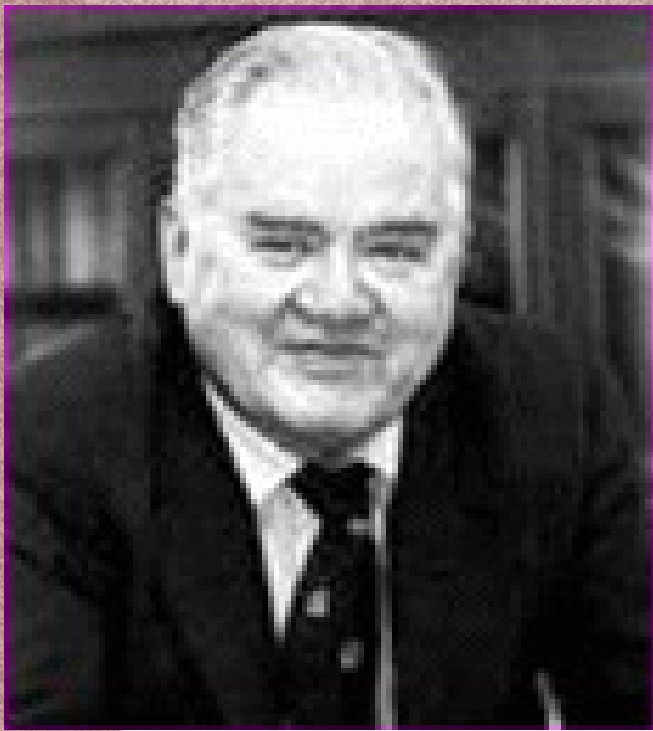
4 – Parlons un peu de Statistiques

*Les Statistiques ...
ce sont :*

Science théorique

Méthodes

& Techniques



John Tukey

Il y a deux
approches des
Statistiques :

- Statistiques exploratoires
- Statistiques confirmatoires

Retour sur son histoire

**Activités existant dès
l'aube de l'humanité**

*Recensions,
recensions!*

En Chine, 23^{ième}
siècle avant J.C.

En Egypte, 18^{ième}
siècle avant J.C.

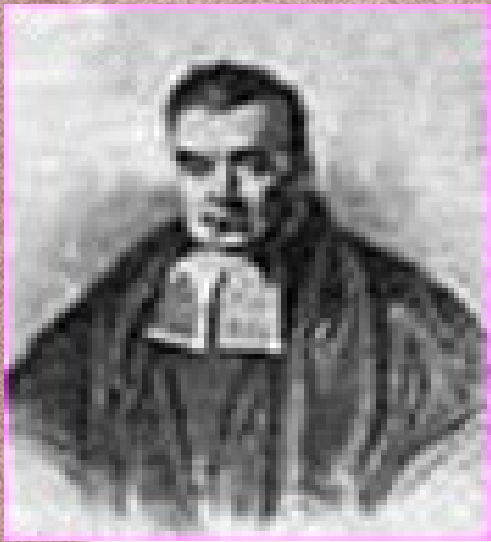
*Rôle collecteur
jusqu'au XVII^{ème}
siècle ...*

Sous l'initiative des
guildes marchandes et
des intendants de
l'Etat ...



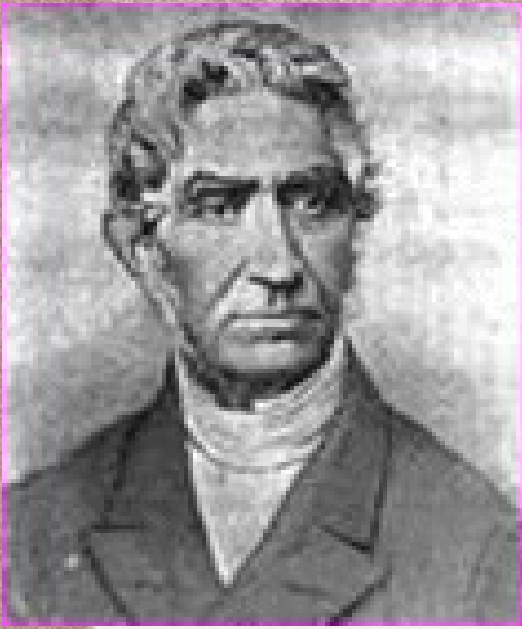
Au 18^{ème} siècle

Apparition des
premières tables de
mortalité ... rôle
prévisionnel



Thomas Baye

Premier embryon
de statistique



***1841 : création du
Conseil Supérieur
Statistique***

Adolphe Quételet

**Les Statistiques forment
une science à part entière
s'appuyant sur les
Probabilités.**



1890 : grand recensement aux USA

Herman Hollerith invente la carte perforée pour traiter les informations ...

Premières applications industrielles

Le XXème siècle

Aux USA, applications
industrielles

Après la première guerre
mondiale, développement
en Europe



René Carmille

Naissance de l'Insee en
1946 s'expliquant par la
pauvreté de la statistique
officielle en France jusqu'à
cette date

*Le Dieu Informatique
à partir de 1940, aux USA
et 1960, en Europe.*

Son avènement permet de
traiter plus de données, de
croiser les séries...

Naissance de l'Analyse
multidimensionnelle

Plusieurs courants de pensée ...

- Les objectivistes
- Les subjectivistes
- Les néo-Bayésiens

Les objectivistes

Les probabilités fournissent
un modèle permettant
d'idéaliser la distribution en
fréquence ... rien de plus

Les subjectivistes

Les probabilités fournissent un moyen de mesurer la confiance que l'on peut avoir dans une prévision



Les néo-Bayésiens

Les données statistiques ne permettent pas de donner un modèle probabiliste...
Il faut proposer au départ une forme générale du modèle.

***Des applications ... en
Démographie***

**Recensement :
photographie de la
population**

***Des applications ... en
SES et Econométrie***

**Etude de groupes
ou de secteurs
économiques**

Des applications ... en Sociologie

**Les enquêtes
statistiques constituent
les matériaux
d'enquête**

*Des applications ... en
géophysique*

Prévisions
météorologiques,
Climatologie, Pollution,
Etude des rivières et
des océans

Des applications ... en Physiques

Mécanique statistique ou
thermodynamique
statistique : à partir de
l'étude de particules
individuelles, généralisation
au comportement global

***Des applications ... en
Marketing***

Sondages d'opinion ...

**Outil de décision ou
d'investissement**

***Des applications ... en
Métrologie***

Systemes de mesure :

tailles, etc

*Des applications ... en
médecine et en psychologie*

Comportement des
maladies, fréquence

Validité d'un traitement, d'un
dépistage

***Des applications ... en
Archéologie***

**Applications aux
vestiges
(Céramologie)**

*Des applications ... en
Ecologie*

Etude des communautés
végétales et des
écosystèmes

***Des applications ... en
Assurance et en Finance***

Calcul de risques, ...

***5 – Rencontres du 3ème Type
entre Probabilités et
Statistiques***

Histoire de l'Astronomie

Articulation difficile entre modèles probabilistes et observations statistiques : moteur du progrès des découvertes.

Statistiques : outil pour les Probabilités.

Observations statistiques
descriptives permettant
d'identifier les modèles
probabilistes

Probabilités : outils pour les Statistiques.

Les grandes propriétés
probabilistes permettent
de prédire à partir
d'observations
statistiques...

Par exemple, version
statistique du théorème de
la limite centrée :

Si $n > 30$, $(X-m)/s$ suit
une loi normale centrée
réduite...

Conéquences ...

Tests de conformités,
Intervalle de confiance,
Tests d'homogénéité,
Test de Khi deux,
Simulations, ...

**En espérant ne
pas avoir été trop
fatiguant ...**

Bon appétit !!!