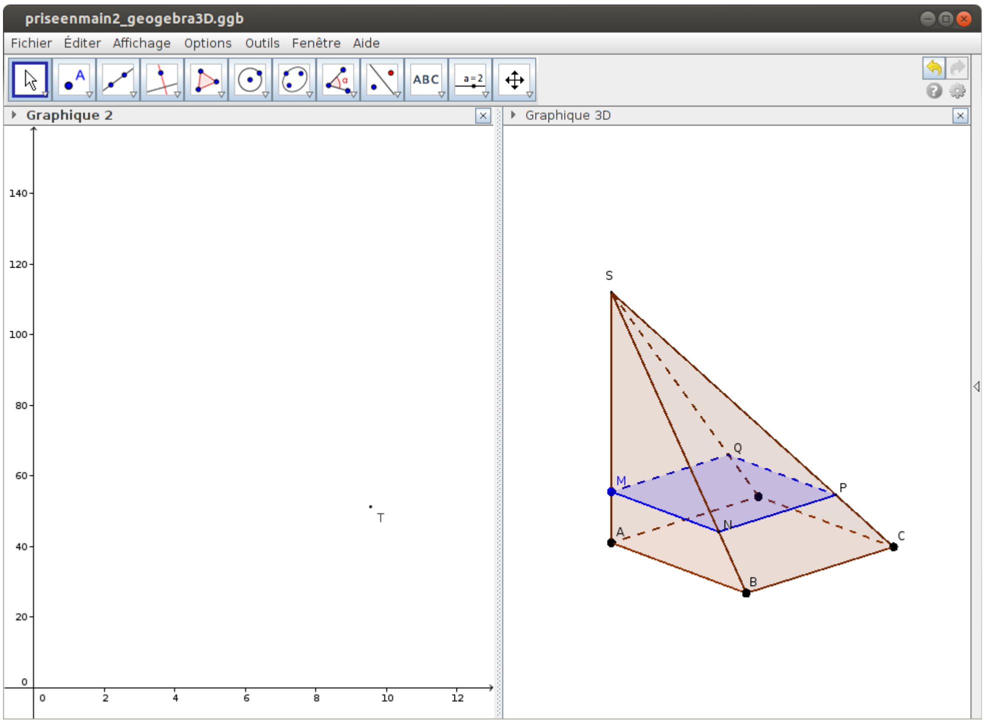
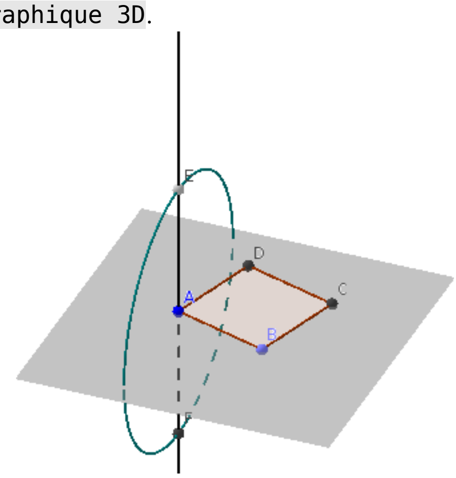
Atelier GeoGebra 3D : Extrait d'un problème de brevet

Énoncé : SABCD est une pyramide à base carrée telle que AB = 9, SA = 12, et telle que (SA) est perpendiculaire au plan ABC.
Le point M est un point de [SA] et on pose SM = x.
Le plan passant par M et parallèle à ABCD coupe les arêtes en M,N,P et Q.
Étudier l'aire de MNPQ en fonction de x.



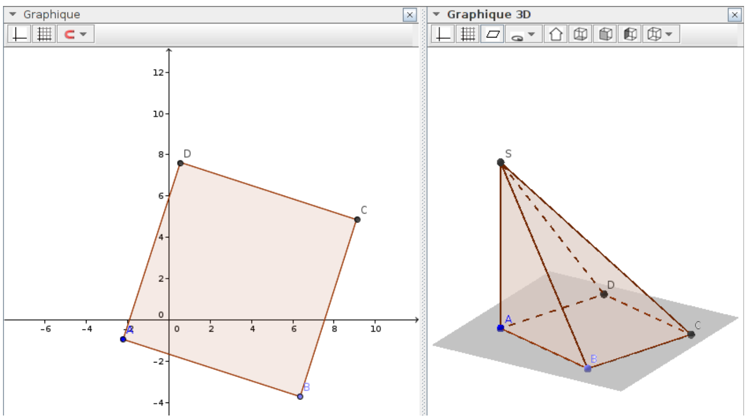
Construction d'une pyramide à base carrée

– Lancer GeoGebra 3D.
– Redimensionner la fenêtre GeoGebra et afficher les fenêtres `Algèbre`, `Graphique` et `Graphique 3D`.
– On commence par construire la base carrée ABCD.
  – Placer un point A puis un point B tel que AB = 9 cm à l'aide de l'outil `Cercle (centre-rayon)`.
  – Construire le carré de côté [AB] avec l'outil `Polygone régulier`. Cliquer sur A et B puis indiquer 4 pour le nombre de points (nombre de sommets du polygone régulier).
  – Masquer le cercle.
– Construire le sommet S de la pyramide. Cela peut être fait de plusieurs façons.
  – Première possibilité
    – Construire la droite perpendiculaire au plan ABC passant par A avec l'outil `Perpendiculaire` : cliquer sur le plan ABC puis sur A.
    – Construire le cercle de centre A, de rayon 12 et de direction (Ox) ou (Oy). Choisir l'outil `Cercle (Centre-Rayon+Direction)`. Cliquer sur A, entrer 12 pour le rayon et cliquer sur l'axe (Ox) ou (Oy).
    – Utiliser l'outil `Intersection entre deux objets` pour le cercle et la droite précédemment créés.



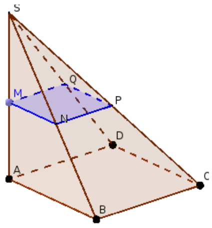
  – Deuxième possibilité
    – Dans la zone de saisie, entrer « S = A + (0,0,12) ». Plus rapide !

  Remarque : cette deuxième façon de faire montre que si on voulait réaliser une construction analogue avec une base non contenue dans le plan (xOy), on pourrait utiliser la commande « u=UnitOrthogonalVector[poly1] » puis « S = A + 12*u ».
– Terminer la pyramide à l'aide de l'outil... `Pyramide`.
  Cliquer sur la base ABCD puis son sommet S.



Construction de la section MNPQ

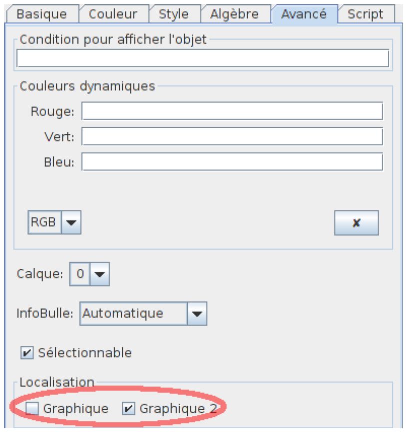
– Placer un point M sur la hauteur [SA] de la pyramide.
– Construire le plan parallèle à ABC passant par M avec l'outil `Plan parallèle`.
  Remarque : après avoir sélectionné l'outil, on peut déplacer la vue 3D par un cliquer-glisser du bouton droit de la souris afin d'accéder à la base ABCD. En effet, celle-ci peut être cachée par les faces latérales de la pyramide et le survol de la souris ne permet de sélectionner que la face *la plus en avant* de la vue, même si toutes les faces survolées sont mises en évidence (changent de couleur).
– Définir les points N,P,Q via l'outil `Intersection entre deux objets`. Puis la section avec l'outil `Polygone`.



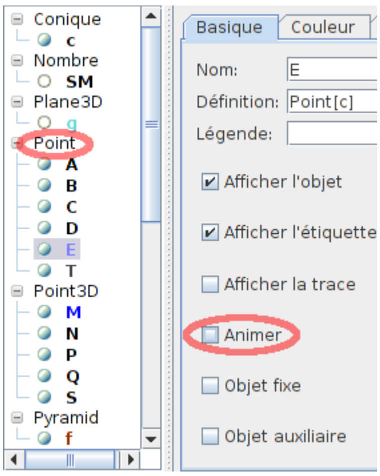
– Ajuster la vue (masquer les axes, le plan (xOy), le pavé de *clipping -coupure-*), masquer le plan de section, ajuster les propriétés graphiques des objets, notamment le polygone de section (si la sélection d'un objet est graphiquement délicate, on peut toujours utiliser la fenêtre Algèbre !).
– **Remarque** : nous avons ici construit la section « à la main ». Il est possible de le faire plus rapidement via la commande IntersectionRégions :

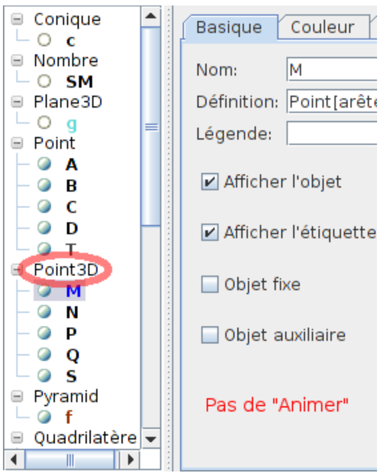
La section créée est alors visible dans la fenêtre Algèbre, en tant que polygone.

Variations de l'aire en fonction de SM = x



– Masquer la fenêtre `Graphique` (le polygone ABCD ne sera plus utile) et la remplacer par la fenêtre `Graphique 2` pour tracer la courbe représentative de la fonction exprimant l'aire de MNPQ en fonction de la longueur SM=x.
– Saisir « T = (SM,poly2) » et valider. Déplacer le point M pour vérifier la courbe décrite par T.
  Si le point T n'apparaît pas, c'est qu'il est dans une autre fenêtre Graphique ; celle qui était active au moment de la saisie. Pour modifier cela, accéder à ses Propriétés à l'aide de la fenêtre Algèbre, et dans l'onglet Avancé, partie Localisation, décocher Graphique et cocher Graphique 2.
– Il ne reste qu'à ajuster les axes et activer la trace du point T pour obtenir une courbe représentative en déplaçant le point M à la souris. L'épaisseur de la trace obtenue dépend de la taille choisie pour le point T.
  Remarque : il ne semble pas possible d'animer le point M par le biais de son menu contextuel. C'est un peu moins naturel, mais on peut définir le point M par la somme « A + (0,0,t) » où t est un nombre défini comme variant entre 0 et 12 (c'est évidemment un raccourci informatique pour l'image de A par la translation de vecteur (0,0,t)). On obtient l'animation de M par l'animation du curseur (nombre) t et, en même temps le tracé de la courbe sans avoir à manipuler la souris.





Références :

GeoGebra 5.0 (en développement)

Webstart http://www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50.jnlp
Notes de version http://wiki.geogebra.org/en/Release_Notes_GeoGebra_5.0

GeoGebra 5.0 (prise en main)

Un article de prise en main traitant cette activité ainsi que deux autres sur la revue en ligne Mathém@TICE :
http://revue.sesamath.net/spip.php?article499