QUARTILES ET DISPERSION

27 février 2009

Cette note se rattache à la proposition suivante du programme : "Le recours aux quartiles permet de préciser la dispersion d'une série par rapport à la seule notion d'étendue". Elle annonce les notions d'intervalles interquartiles et de boîte à moustache qui figurent actuellement au programme de Première ¹.

1 Résumé d'une série statistique

Soit $(S) = (x_1, \dots, x_n)$ une série statistique. On peut la résumer par le tableau suivant :

min	q_1	m	q_3	max	e	M

où min, q_1 , m, q_2 , max, e et M désignent respectivement le minimum, le premier quartile, la médiane, le deuxième quartile, le maximum, l'étendue et la moyenne de (S). Le résumé ne comprend donc que 7 termes alors que (S) en comprend habituellement plusieurs milliers. On perd donc beaucoup d'information au bénéfice d'une grande simplicité.

On remarquera que min, q_1 , m, q_2 , max d'une part, M d'autre part sont des caractéristiques de (S) de natures complètement différentes : en effet, M est une moyenne arithmétique (ou un barycentre) que l'on calcule à l'aide des opérations sur les nombres réels tandis que min, q_1 , m, q_2 , max ne dépendent que de la relation d'ordre \leq . L'étendue est une notion mixte en ce sens qu'elle se calcule à l'aide de \leq et de la soustraction.

On peut dire que min, q_1 , m, q_2 , max et M sont des caractéristiques (ou paramètres) de position de la série statistique (\mathcal{S}) en ce sens qu'il nous renseigne sur la position de (\mathcal{S}) si on la représentait sur un axe gradué. e est une caractéristique (ou paramètre) de dispersion en ce sens que plus l'étendue est grande, plus les valeurs qui composent (\mathcal{S}) sont dispersées.

Sans la moyenne, le résumé ci-dessus nous paraîtrait très insuffisant car la moyenne est la caractéristique de position la plus importante et la plus naturelle de (S).

¹Programmes de l'enseignement des Mathématiques, des SVT, de Physique-Chimie du Collège, BO n°6 du 19 avril 2007, Hors-Série, p. 59

2 Quartiles et qualité de la dispersion d'une série statistique

Que peut-on dire des résumés suivants de deux séries statistiques?

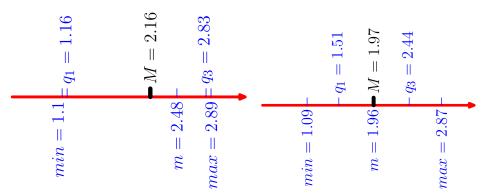
min	q_1	m	q_3	max	e	M
1,1	1,16	2,48	2,83	2,89	1,79	2,16

et

min	q_1	m	q_3	max	e	M
1,09	1,51	1,96	2,44	2,87	1,78	1,97

On peut dire que ces deux séries sont à peu près également dispersées puisque leurs étendues valent respectivement 1,79 et 1,78.

Mais elles sont dispersées de manières très différentes, ce que montrent leurs quartiles. Les choses apparaissent plus clairement si l'on place les points min, q_1 , m, q_3 , max et M sur un axe gradué. Cela donne :



<u>Deuxième série</u>: On voit que les points q_1 , m et q_3 sont répartis régulièrement entre min et max. Comme entre deux valeurs consécutives se trouvent à peu près un quart des valeurs de cette série, on pourra se risquer à dire que la deuxième série est dispersée de manière assez homogène.

<u>Première série</u>: Au contraire, il y a à peu près un quart des valeurs de la première série qui sont très près de son minimum et à peu près un quart de ses valeurs qui sont très près de son maximum. La dispersion des valeurs de cette série est donc plus grande.

On ne connaît pas la <u>nature des valeurs</u> des deux séries. Comme il s'agit de séries réparties de manières très différentes, on peut faire l'hypothèse qu'elles concernent deux grandeurs différentes.

Références

- 1 Programme de l'enseignement des mathématiques, des SVT, de physique-chimie du collège, B.O. N°6 19 AVRIL 2007, Hors-série, Annexe 2 Mathématiques
- ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edute1/bo/2007/hs6/MENE0750668A_annexe2.pdf
- 2 Mathématiques Collège, Projet de document d'accompagnement Probabilités

$-\ 17\ mars\ 2008$

http://eduscol.education.fr/D0015/doc_acc_clg_probabilites.pdf

