

Premiers pas vers la fonction arccosinus en utilisant le site [mathlive.fr](https://www.mathlive.fr)

Fiche professeur

Cycle 4
3^{ème}

Auteur : PETIT Raphaël © juin 2021

But de l'activité : Découvrir la fonction arccosinus en cherchant à calculer la mesure d'un angle.

Compétences engagées :

- ✓ Calculer
- ✓ Chercher

Pré-requis :

- ✓ Notion de fonction (représentation graphique, image, antécédent)
- ✓ Cosinus d'un angle aigu

Matériels utilisés :

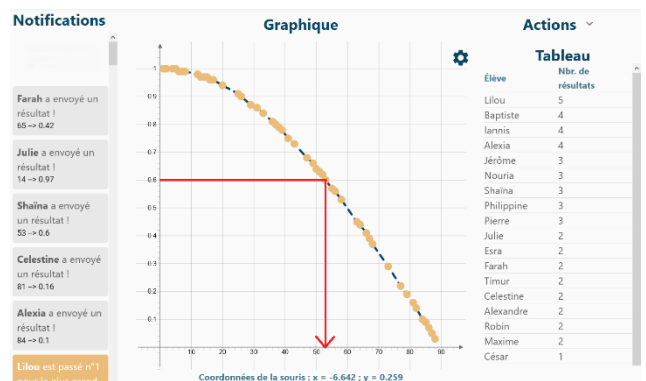
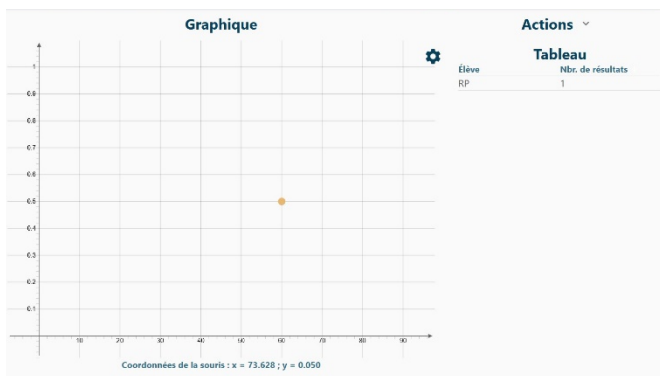
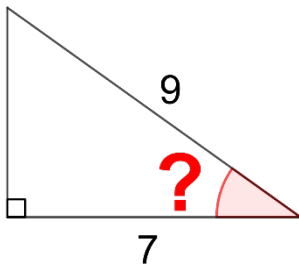
- ✓ Pour le professeur : Ordinateur et vidéoprojecteur (ou VPI)
- ✓ Pour les élèves : Ordinateurs, tablettes ou smartphones connectés

Nom du logiciel utilisé :

- ✓ site [mathlive.fr](https://www.mathlive.fr)
- ✓ GeoGebra

Documents utiles à télécharger :

Aucun



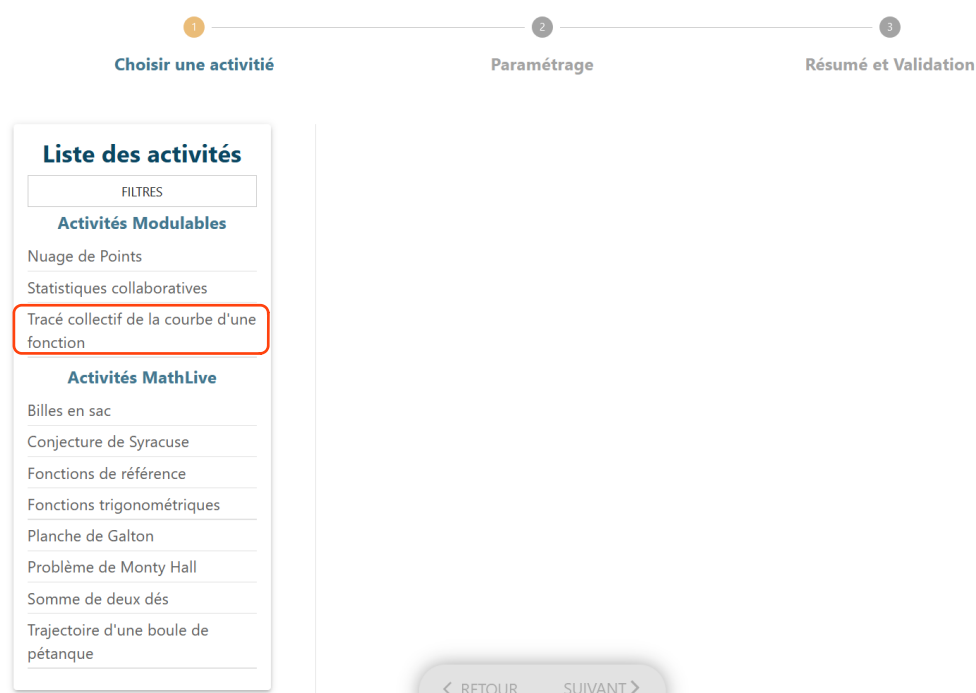
Présentation :

Cette activité permet de découvrir la fonction arccosinus à partir de l'étude d'une courbe représentative de la fonction cosinus créée collectivement par les élèves dans un repère.

C'est aussi l'occasion d'utiliser un outil numérique en ligne, <https://www.mathlive.fr/>, il permet la mutualisation des résultats d'expériences ou de calculs menés par les élèves pour produire un graphique.

Préparation de la séance :

- 1) Se connecter sur le site mathlive.fr, puis s'identifier en tant qu'enseignant.
- 2) Choisir l'activité « Tracé collectif de la courbe d'une fonction »



- 3) Cliquer sur «SUIVANT».

4) Sur le site mathlive.fr, les angles sont exprimés en radians. Nous souhaitons tracer point par point la représentation graphique de la fonction cosinus avec des angles exprimés en degrés. Il faut donc définir la fonction f ainsi : $f(x) = \cos\left(\frac{x \times \pi}{180}\right)$

Pour écrire le symbole π , il faut, comme c'est indiqué dans l'aide, taper `\pi`.

- 5) Effectuer les réglages suivants :

- Demander de créer des valeurs aléatoires sur un intervalle ou éventuellement équiréparties de façon à avoir une bonne répartition des valeurs de x sur l'intervalle $[0^\circ; 90^\circ]$.
- Demander 89 valeurs équiréparties avec un pas de 1 et un nombre de décimales de x égal à 0.
- Mettre le nombre de décimales pour x à 0.
- Demander deux décimales pour les valeurs de y pour que les résultats soient suffisamment précis).
- Cliquer sur le bouton « Modifier » et écrire la question suivante :
« Image de x par la fonction f définie par $f(x) = \cos\left(\frac{x \times \pi}{180}\right)$ (arrondir au centième) ».
Si on n'avait pas effectué cette action, le site aurait affiché la fonction avec une conversion d'unité degrés-radians :
Image de x par la fonction $f(x) = \cos\left(x \cdot \frac{\pi}{180}\right)$ (arrondir au centième)
Cette conversion d'unités n'est pas l'objet de l'activité, autant la masquer !
- Cocher la case « Accepter les valeurs erronées ».
Les réponses fausses des élèves seront ainsi acceptées dans un premier temps de façon à permettre les retours critiques sur le graphique obtenu. Les points correspondants pourront ainsi se voir appliquer un code couleur en fonction de la nature de l'erreur commise (faute d'arrondi ou faute de calcul), et également être cachés.



Tracé collectif de la courbe d'une fonction

Paramètres

1 - Expression algébrique de la fonction

$$f(x) = \cos\left(x \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

2 - Création des valeurs de x

Comment voulez-vous définir les valeurs proposées aux élèves ?

- Valeurs aléatoires sur un intervalle
- Valeurs équiréparties sur un intervalle
- Valeurs saisies manuellement
- Aucune valeur prédéfinie

Bornes de l'intervalle :

xMin Inclure xMax Inclure

1 89

Nombre de décimales pour x :

0

Pas :

1

3 - Saisie élève

Arrondi attendu pour les valeurs de y :

2 décimales

Question que verra l'élève :

Image de x par la fonction $f(x) = \cos(x)$ (arrondir au centième)

MODIFIER

Gestion des valeurs erronées :

Accepter les valeurs erronées

L'élève pourra envoyer son résultat même s'il est incorrect. Vous aurez la possibilité de masquer les résultats erronés.

Paramétrage valide

4 - Récapitulatif

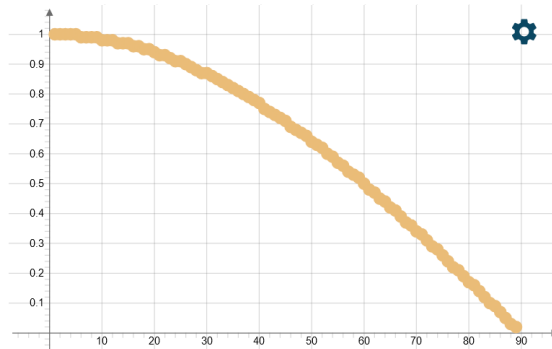
Liste des valeurs dont il faudra trouver les images :

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18 ;
19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; 30 ; 31 ; 32 ; 33 ; 34 ;
35 ; 36 ; 37 ; 38 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42 ; 43 ; 44 ; 45 ; 46 ; 47 ; 48 ; 49 ; 50 ;
51 ; 52 ; 53 ; 54 ; 55 ; 56 ; 57 ; 58 ; 59 ; 60 ; 61 ; 62 ; 63 ; 64 ; 65 ; 66 ;
67 ; 68 ; 69 ; 70 ; 71 ; 72 ; 73 ; 74 ; 75 ; 76 ; 77 ; 78 ; 79 ; 80 ; 81 ; 82 ;
83 ; 84 ; 85 ; 86 ; 87 ; 88 ; 89 ;

EDITER LES VALEURS

Nombre de points : 89

Prévisualisation graphique :



Courbe théorique Courbe d'interpolation

6) Cliquer sur le bouton «SUIVANT ».

La nouvelle page résume les choix que nous avons faits et propose, soit de prévisualiser l'activité, soit de créer la session.



Tracé collectif de la courbe d'une fonction

Paramètres choisis

$$\text{Fonction : } f(x) = \cos\left(x \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

Valeurs de x disponibles pour les élèves :

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ;
17 ; 18 ; 19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; 30 ;
31 ; 32 ; 33 ; 34 ; 35 ; 36 ; 37 ; 38 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42 ; 43 ;
44 ; 45 ; 46 ; 47 ; 48 ; 49 ; 50 ; 51 ; 52 ; 53 ; 54 ; 55 ; 56 ; 57 ;
58 ; 59 ; 60 ; 61 ; 62 ; 63 ; 64 ; 65 ; 66 ; 67 ; 68 ; 69 ; 70 ;
71 ; 72 ; 73 ; 74 ; 75 ; 76 ; 77 ; 78 ; 79 ; 80 ; 81 ; 82 ; 83 ; 84 ;
85 ; 86 ; 87 ; 88 ; 89 ;

Arrondi pour les valeurs de y : 2 décimales

Question affichée aux élèves :

Image de x par la fonction $f(x) = \cos(x)$ (arrondir au centième)

Autoriser les valeurs erronées :

Validation

Prévisualiser l'activité afin de la tester avant de l'utiliser en classe

PRÉVISUALISER

Créer une session afin de pouvoir l'utiliser en classe

CRÉER LA SESSION

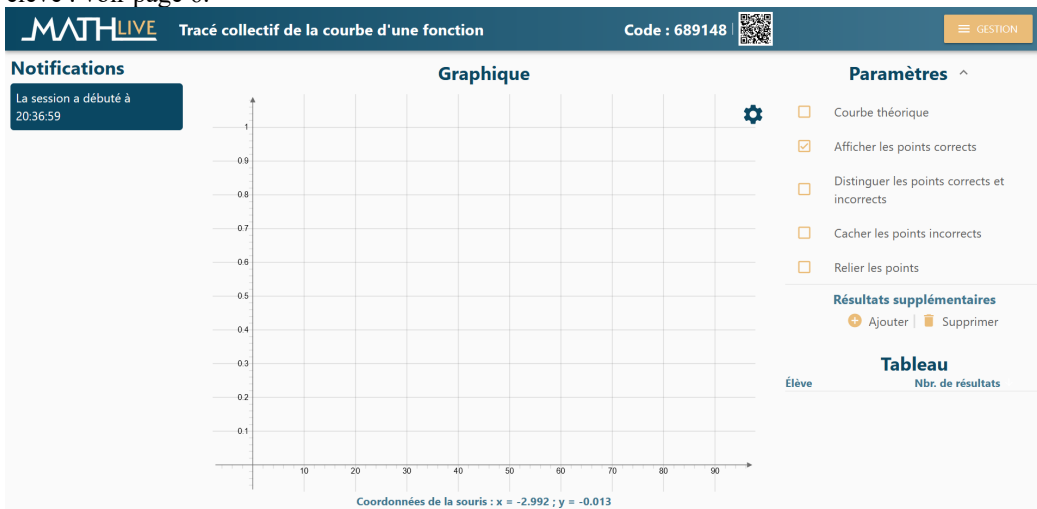
L'aide proposée pour la prévisualisation explique en détails comment l'effectuer.

7) Cliquer sur « CREER LA SESSION ».

Vous obtenez alors le **code d'accès** à l'activité pour les élèves ainsi que le **QRCode**.



8) Cliquer sur « DEMARRER LA SESSION » pour obtenir un aperçu de l'interface « professeur » de collecte des résultats de chaque élève : voir page 6.



Test de la séance :

Il s'agit d'observer comment se présente l'interface élève et de contrôler si tout est bien réglé pour l'activité de l'élève.

Se connecter en tant qu'élève, au choix :

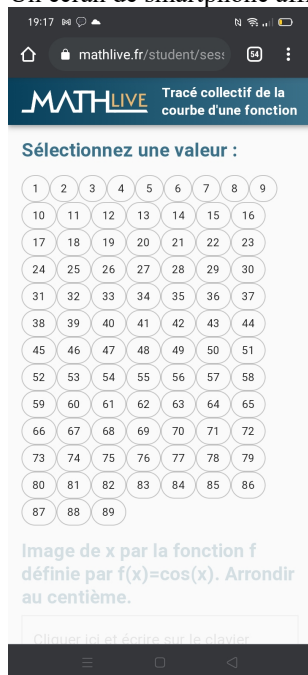
- aller sur le site mathlive.fr :
cliquer sur Accès élèves,
puis indiquer votre nom et saisir le code (copie d'écran)
- utiliser le QRCode pour indiquer ensuite votre nom



Un écran d'ordinateur affichera ce qui suit :



Un écran de smartphone affichera ce qui suit :



Choisir une des valeurs proposées et calculer son image par la fonction cosinus (avec à l'aide d'une calculatrice).

Saisir cette valeur.

Cliquer sur ENVOYER VOTRE RESULTAT.

Au fur et à mesure que les résultats sont envoyés, le tableau de l'enseignant s'actualise automatiquement et l'ensemble de tous les points se crée à l'écran. Un bilan des scores est affiché sur le côté et les élèves les plus rapides reçoivent des félicitations sous forme de badges :

- **Eclaireur** pour le premier à avoir envoyé un résultat
- **Machine** pour celui qui a envoyé le plus grand nombre de résultats corrects.

MATHLIVE Tracé collectif de la courbe d'une fonction Code : 157395

Notifications

- Petit a envoyé le premier résultat et passe en tête !
Petit est tel l'éclairer qui guide ses compagnons à travers la forêt mystérieuse. Ça mérite un badge !
- Petit a envoyé un résultat !
43 → 0.73
- Petit a rejoint la session!
- La session a débuté à 18:45:16

Graphique

Coordonnées de la souris : $x = 98.474$; $y = 0.717$

Actions

Tableau

Élève	Nbr. de résultats
Petit	1

Sur l'écran du professeur, le résultat envoyé est matérialisé par un point dans le repère affiché.

On peut maintenant supprimer cet essai en cliquant sur le bouton GESTION.

MATHLIVE Tracé collectif de la courbe d'une fonction Code : 5888

Notifications

- Raphaël a envoyé un résultat !
89 → 0.02
- Raphaël a envoyé un résultat !
30 → 0.87
- Raphaël a envoyé un résultat !
72 → 0.31
- Raphaël a envoyé le premier résultat et passe en tête !

Graphique

Gestion de la session

Actions

- REJOUER
- METTRE EN PAUSE
- SUPPRIMER TOUS LES RÉSULTATS
- SUPPRIMER TOUS LES ÉLÈVES
- EXPORT CSV

Elèves

Raphaël

Quand on clique sur la flèche à côté du nom d'un élève, on peut visualiser numériquement les résultats qu'il a envoyés et on peut les supprimer.

Ce volet Gestion permet également de rejouer l'activité, c'est à dire de faire défiler, en quelques instants, l'ensemble des points envoyés par les élèves, dans l'ordre de leur création.

Selon l'objectif de l'enseignant, il est possible de cacher les points créés par les élèves, de mettre en couleur les points issus d'un mauvais calcul erroné(?) (en jaune les erreurs d'arrondi, en rouge les erreurs de calcul), de cacher les points incorrects d'afficher ou non la ligne brisée reliant les points corrects et d'afficher ou non la courbe théorique.

Paramètres

- Courbe théorique
- Afficher les points corrects
- Distinguer les points corrects et incorrects
- Cacher les points incorrects
- Relier les points

Résultats supplémentaires

+ Ajouter | Supprimer

Déroulement de la séance :

L'objectif de cette activité est de retrouver la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle dont les mesures des longueurs de deux des côtés de ce triangle sont connues.

Montrer une figure où les mesures des longueurs du côté adjacent à l'angle cherché et de l'hypoténuse sont affichées puis laisser les élèves proposer des pistes.

Rapidement, l'idée du cosinus émergera, mais les élèves devraient facilement se rendre compte que leurs connaissances ne sont pas suffisantes pour atteindre l'objectif attendu.

Le professeur leur propose donc d'étudier plus en détail cette fonction cosinus. Pour cela, il utilise la représentation graphique point par point obtenue sur le site mathlive.fr.

En fonction du choix de l'enseignant, ils peuvent utiliser un ordinateur ou leur propre smartphone avec connexion internet. (Dans ce cas, il est évidemment conseillé d'en demander l'autorisation exceptionnelle au chef d'établissement !)

Après quelques minutes d'expériences, un nombre suffisant de points est créé et l'allure de la courbe représentant la fonction cosinus se dessine.



Dans un premier temps, on voit tous les points apparaître et c'est l'occasion de discuter des points qui « semblent étranges ». Il suffit de passer le curseur de la souris sur ces points pour voir les valeurs renseignées par l'élève et les vérifier.

En cochant la case « Distinguer les points corrects et incorrects », le code couleur s'applique. On peut aussi cacher les points incorrects, relier les points corrects pour faire apparaître la ligne brisée ou afficher la courbe théorique.

On utilise ensuite cette représentation graphique pour retrouver des résultats envoyés par quelques élèves puis pour déterminer graphiquement et oralement la valeur du cosinus d'un angle aigu quelconque. (Interroger plusieurs élèves pour s'assurer que tout le monde a bien compris)

Pour une meilleure visualisation du processus, mais aussi pour permettre à chaque élève de refaire l'expérience a posteriori en autonomie, on peut utiliser le fichier GeoGebra suivant pour interroger les élèves sur la valeur du cosinus d'angles aigus donnés sans utiliser la calculatrice :

<https://www.geogebra.org/m/dn6ac7gs>

Le professeur pourra expliquer que la courbe est également obtenue en calculant des valeurs de cosinus d'angles aigus dans le tableau de GeoGebra puis en plaçant les points correspondants dans le graphique. En fonction du temps dont il dispose, il pourra également effectuer lui-même cette construction devant la classe.

Une fois le processus bien compris, les élèves pourront, avec le même document, retrouver la mesure d'un angle dont ils connaissent le cosinus, ce sera alors l'occasion de rappeler les notions d'image et d'antécédent d'un nombre par une fonction !

Il est alors temps de revenir à l'exercice proposé et d'en déduire, par lecture graphique, une valeur approchée de la mesure de l'angle recherché dans le triangle.

Lors de la séance suivante :

Revenir sur l'activité précédente et insister sur le fait qu'à chaque nombre compris entre 0 et 1, on peut associer une et une seule valeur d'angle comprise entre 0° et 90° donc le cosinus est ce nombre.

Il a donc été possible, pour les informaticiens, de programmer les ordinateurs et calculatrices pour retrouver automatiquement cette valeur pour nous. C'est ce qu'ils ont fait avec la touche Arccos de nos calculatrices !



L'utilisation du fichier GeoGebra est résumée dans la vidéo suivante afin de permettre, encore une fois, à chacun de retravailler cette activité à la maison ou de suivre le raisonnement effectué en classe pour un élève absent :

<https://www.youtube.com/watch?v=dwgZ9-4HfR8>

Revenir enfin à l'objectif et laisser quelques minutes aux élèves pour déterminer, grâce à la calculatrice, une mesure plus précise de l'angle recherché.

On peut présenter, en toute fin de séance, la vidéo suivante, résumant les étapes et précisant la rédaction attendue pour cet exercice :

<https://www.youtube.com/watch?v=VoYJdn7Qioc>

Remerciements :

Un grand merci à Jérémie et Robin, du site mathlive.fr pour leur disponibilité et leur réactivité. Ils ont su répondre à toutes nos demandes lors de la rédaction de cet article et ont ainsi modifié et complété leur site pour rendre la situation encore plus riche !