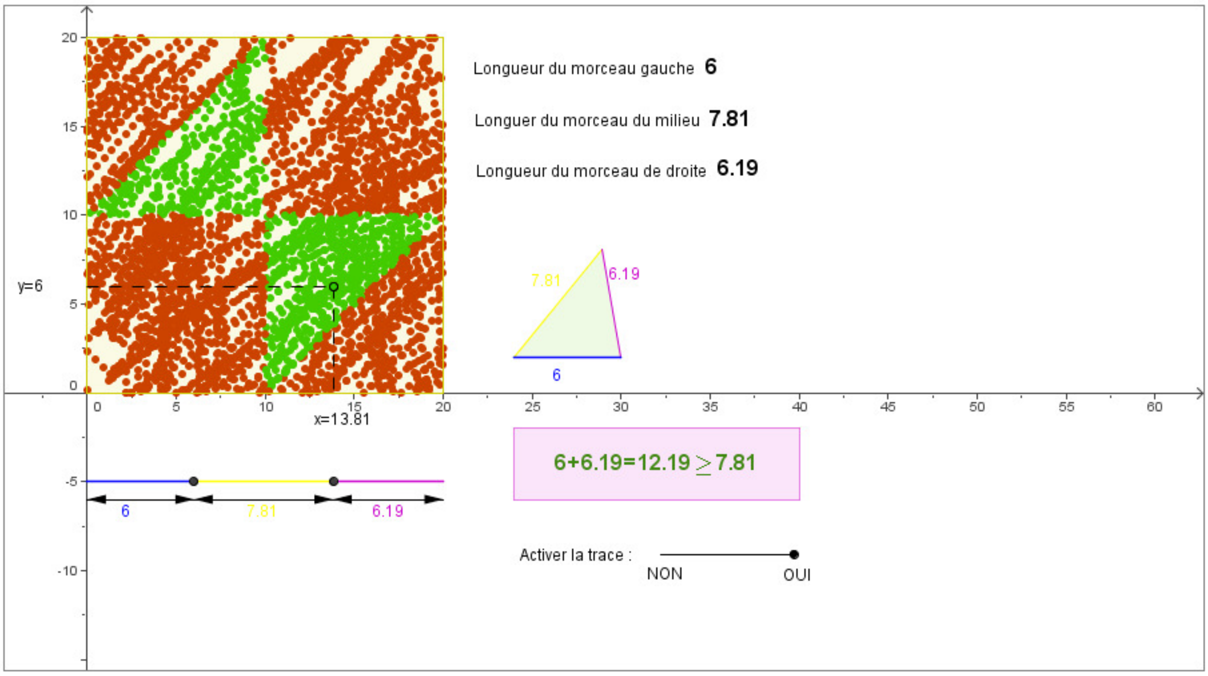
UNE PREUVE DU PROBLÈME

Il existe de nombreuses preuves de ce problème. La plus logique, étant donné la construction sous le tableur, semble celle-ci :



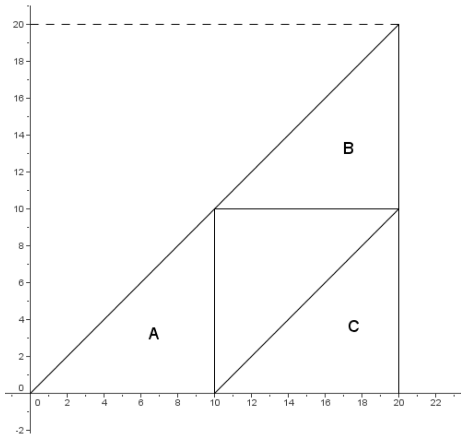
➥ On voit apparaître un axe de symétrie par rapport à la droite $y=x$ puisque x et y jouent des rôles symétriques. Ainsi, on peut se limiter au demi-carré inférieur, en supposant que $y \leq x$

➥ On a donc

a=min(x,y)=y

b=|y-x|=x-y

et c=20-a-b=20-y-$(x-y)$=20-x



➥ La première inégalité triangulaire donne c≤a+b, c-à-d :

$$20-x \leq y+x-y \Leftrightarrow -2x \leq -20 \Leftrightarrow x \geq 10$$

Ce qui permet d'éliminer la zone A

➥ La seconde inégalité triangulaire donne a≤b+c, c-à-d :

$$y \leq x-y+20-x \Leftrightarrow 2y \leq 20 \Leftrightarrow y \leq 10$$

Ce qui permet d'éliminer la zone B

➥ La première inégalité triangulaire donne b≤c+a, c'est-à-dire :

$$x-y \leq 20-x+y \Leftrightarrow -2y \leq -2x+20 \Leftrightarrow y \geq x-10$$

Ce qui permet d'éliminer la zone C

Ce qui prouve finalement en évaluant le rapport d'aire que p=$\frac{1}{4}$