Nombre dérivé

Fiche élève

$1^{\text{ère}}$S

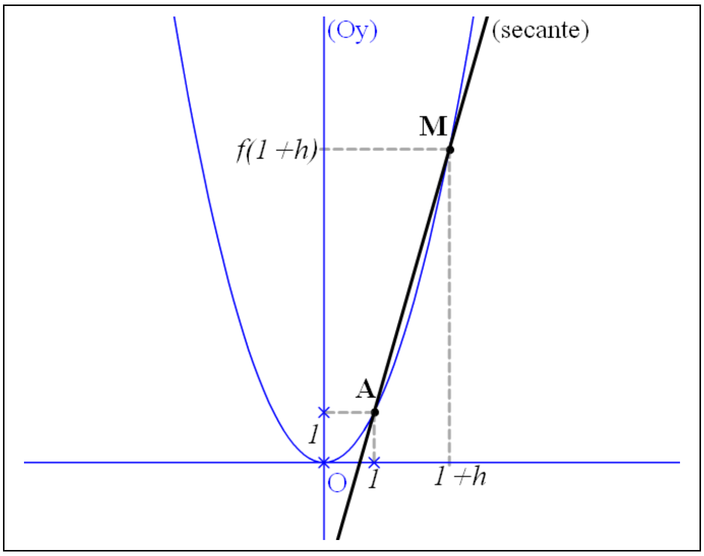
Auteurs : JP Vanroyen, Raymond Moché

Le problème

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^2$

A est le point de C_f d'abscisse 1 et M est le point de C_f d'abscisse $1+h$, où h est un paramètre réel.

La droite (AM) est une sécante.



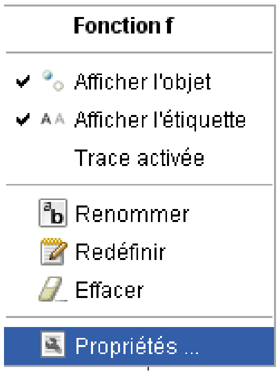
L'objectif de cette activité est d'étudier ce qu'il se passe quand h tend vers 0, c'est à dire quand le point M se rapproche du point A.

PARTIE I

Question 1

Commencer par définir la fonction f : 

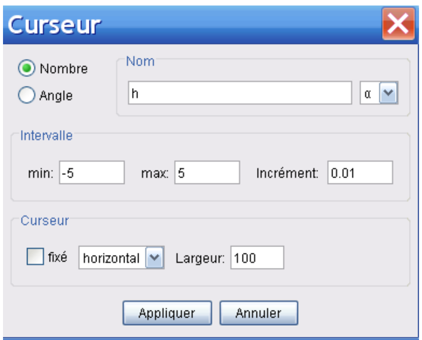
Définir le point A de coordonnées $A(1; f(1))$: 



Cliquer sur la courbe de f à l'aide du bouton droit, et cliquer sur *Propriétés…*

Dans l'onglet *Basique*, cocher la case *Objet fixe*.

Définir un paramètre réel h à l'aide du bouton ***Curseur*** présent dans la $6^{\text{ème}}$ colonne de boutons.



Question 2

Construire un point M à l'aide de l'instruction $M = (x(A)+h, f(x(A)+h))$

- **`Expliquer cette commande. Que peut-on dire de ce point M ?`**

Changer la valeur de h à l'aide du curseur. Pour cela, cliquer sur le bouton *Déplacer* (à gauche) et déplacer le curseur.

- **`Qu'observe t-on ?`**

Construire la droite (AM).

Si M n'apparaît pas à l'écran, c'est sans doute qu'il faut changer l'unité du repère.

Pour cela, cliquer à l'aide du bouton droit sur l'axe des ordonnées et étudier les options proposées.
Choisir 2,5 pour valeur de h.

- **Quelles sont dans ce cas les coordonnées de *A* et *M* ?**

On peut modifier la valeur de h à l'aide des touches fléchées du clavier à condition de sélectionner préalablement h dans la *fenêtre Algèbre*.

- **Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$ (avec $h = 2,5$)**
- **En déduire le coefficient directeur de la droite (AM).**

Question 3

Dans la 6ème colonne de boutons, on trouve le bouton *Pente*.
Cliquer sur ce bouton puis sur (AM).
Modifier la valeur de ***h.***

- **A quoi correspond cette "pente" de la droite (AM) ?**
- **Quand M se rapproche de A, vers quelle droite Δ_A se rapproche la sécante (AM) ?**

Cette droite Δ_A est appelée tangente à la courbe C_f en A.
Pour s'en convaincre, modifier l'incrément de h (prendre 0,001 par exemple) et modifier la valeur *de* h à l'aide des touches fléchées du clavier , en sélectionnant au préalable ce paramètre h à l'aide de la souris.
(Pour modifier l'incrément de *h,* cliquer à l'aide du bouton droit sur h dans la *fenêtre algèbre*, et dans le menu contextuel, choisissez *Propriétés* puis l'onglet *curseur* ; modifier simultanément le nombre de décimales affichées à l'aide du menu déroulant *Options* de la barre de menus de GeoGebra, en sélectionnant *Nombre de décimales*)

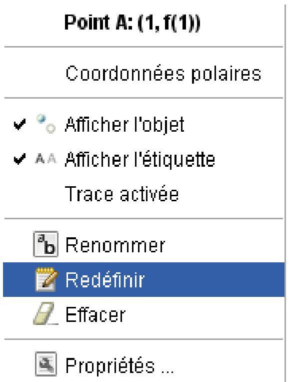
- **Combien vaut cette pente (AM) quand $h = 0,005$, $h = 0,001$?**
- **Combien vaut cette pente (AM) quand $h = 0,0003$?**
- **Que peut-on conjecturer à propos du coefficient directeur de la tangente en A ?**
- **Construire la tangente Δ_A .**

Question 4

a) On modifie maintenant le point A en lui donnant pour abscisse $1,5$.

- **Que peut-on conjecturer à propos du coefficient directeur de la tangente en A ?**

Pour modifier l'abscisse de A, il faut *redéfinir* le point A :
cliquer à l'aide du *bouton droit* sur A dans la *fenêtre algèbre*,
et dans le menu contextuel, choisissez *Redéfinir*.



b) On considère maintenant le point A d'abscisse $0,5$.

- **Que peut-on conjecturer à propos du coefficient directeur de la tangente en A ?**

c) On considère maintenant le point A d'abscisse $-0,4$.

- **Que peut-on conjecturer à propos du coefficient directeur de la tangente en A ?**

PARTIE II

- **Sur le papier :**

Déterminer le coefficient directeur $d(h)$ de la sécante (AM) en fonction de *h*.
Quelle est la limite de $d(h)$ quand *h* tend vers 0 ? Que peut-on en conclure ?
Vérifier les résultats de la question 4.

PARTIE III

Reprendre les questions des deux parties précédentes avec la fonction $f(x) = x^2 - 2x - 1$