

Fiche professeur

Auteurs : Le FOLL Laurence et PETIT Raphaël © novembre 2020

But de l'activité : Exerciseur permettant l'apprentissage d'une rédaction correcte de l'application directe du théorème de Pythagore, de sa réciproque et de sa contraposée.

Compétences engagées :

- ✓ Calculer
- ✓ Communiquer

Pré-requis :

- ✓ Connaître le théorème de Pythagore

Matériels utilisés :

- ✓ Ordinateur et vidéoprojecteur (ou VPI) pour le professeur
- ✓ Ordinateurs ou tablettes pour les élèves
- ✓ Calculatrices

Nom du logiciel utilisé :

- ✓ GeoGebra Classique 5

Document utile à télécharger :

- ✓ Exerciseur_Pythagore.ggb
- ✓ Exerciseur_recip_contrap_Pythagore.ggb

Présentation :

Les documents GeoGebra sont des exercices pour aider les élèves à maîtriser la rédaction liée à l'usage du théorème de Pythagore, de sa réciproque et de sa contraposée.

Principe des exercices :

- Une configuration aléatoire est proposée. (triangle rectangle avec deux longueurs connues pour le premier ou triangle avec trois longueurs connues pour le deuxième)
- Une question est posée en titre
- L'élève cherche la réponse en la rédigeant sur **support papier**
- L'élève clique sur le bouton « Voir/cacher la rédaction ».
- L'élève compare à son travail pour le valider ou le corriger seul.

Déroulement de la séance :

Ce document peut être utilisé suivant différents scénarii.

- soit en classe, par le professeur au VPI, qui choisit la configuration qui l'intéresse,
- soit en classe, par les élèves, sur tablettes ou en salle pupitre,
- soit à la maison dans le but de responsabiliser l'élève.

Les fichiers GeoGebra sont disponibles :

- en fichiers joints
- ou sur Internet : <https://www.geogebra.org/m/wbdlmczgr>

(Voir captures d'écran en troisième page)

Adapter l'exerciseur à ses pratiques :

Les fichiers GeoGebra peuvent être personnalisés facilement pour en faire une version adaptée à sa pratique ou à ses besoins en classe.

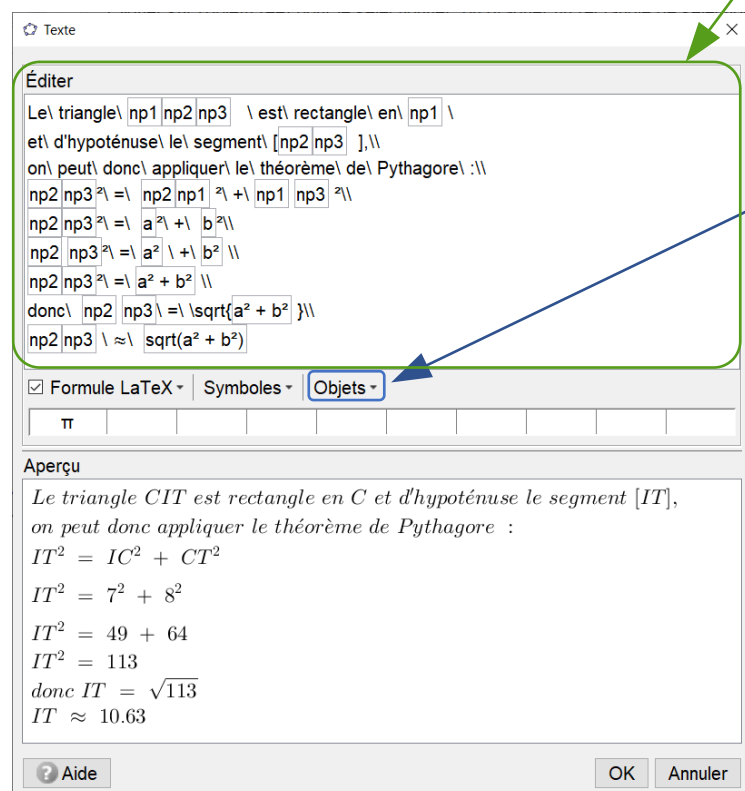
Il suffit de modifier des objets présents dans la construction, à partir de la fenêtre Algèbre.

Pour Exerciseur_Pythagore.ggb :

Quatre objets textes permettent d'afficher la correction dans les cas suivants :

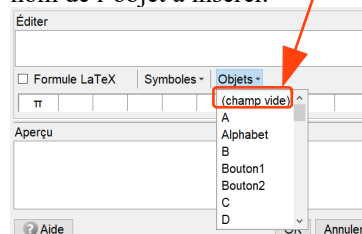
- Texte5 pour trouver la longueur d'un côté de l'angle droit quand celle-ci n'est pas un nombre décimal,
- Texte8 pour trouver la longueur d'un côté de l'angle droit quand celle-ci est un nombre décimal,
- Texte9 pour trouver la longueur de l'hypoténuse quand celle-ci est un nombre décimal,
- Texte13 pour trouver la longueur de l'hypoténuse quand celle-ci n'est pas un nombre décimal.

Par exemple, pour Texte13 :
 On ouvre la fenêtre Algèbre,
 on sélectionne l'objet
 et on affiche ses propriétés pour modifier la saisie dans le champ « Editer ».



Les objets np1, np2 et np3 correspondent aux noms des sommets du triangle, np1 étant toujours celui du sommet de l'angle droit. (« np1 » signifie « nom point 1 »)

Pour insérer un tel objet dans un texte dynamique, il suffit de cliquer sur **Objets** puis d'insérer un « champ vide » dans lequel vous écrirez le nom de l'objet à insérer.



Le texte est écrit en LaTeX, on doit donc respecter quelques règles de codage de la syntaxe :

- pour que les espaces entre les mots soient respectés, chaque espace doit être précédé de `\` ou le texte est tapé à l'intérieur des accolades `\text{ }`,
- un retour à la ligne est commandé par `\\`.

Un aperçu automatique dans le bas de la fenêtre permet de vérifier le rendu avant validation.

Pour Exerciseur_recip_contrap_Pythagore.ggb :

Le fichier est construit sur les mêmes principes.

Six objets textes permettent d'afficher la correction dans les cas suivants :

- Texte4 pour prouver que le triangle est rectangle quand le plus grand des trois côtés est cité en premier,
- Texte5 pour prouver que le triangle est rectangle quand le plus grand des trois côtés est cité en deuxième,
- Texte6 pour prouver que le triangle est rectangle quand le plus grand des trois côtés est cité en troisième,
- Texte4 pour prouver que le triangle n'est pas rectangle quand le plus grand des trois côtés est cité en premier,
- Texte5 pour prouver que le triangle n'est pas rectangle quand le plus grand des trois côtés est cité en deuxième,
- Texte6 pour prouver que le triangle n'est pas rectangle quand le plus grand des trois côtés est cité en troisième.

L'objet l_{gi} , pour i allant de 1 à 3, est la longueur du côté opposé à n_{pi} .

$carré_i = l_{gi}^2$ et $carré_{ij} = carré_i + carré_j$

Les autres objets restent les mêmes.

Remarque :

Concernant l'application directe de la propriété de Pythagore, il est important de préciser deux points :

- la définition de la racine carrée d'un nombre positif aura été étudiée en amont de cette activité ;
- l'implication « $IT^2 = a$ donc $IT = \sqrt{a}$ » sera justifiée par la positivité de la longueur du segment [IT].

Petite histoire des fichiers :

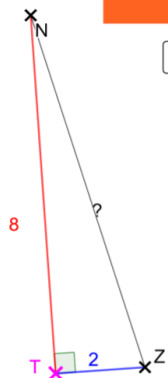
Raphaël (groupe ArCSiN de l'IREM de Lille) a proposé à la publication le premier exercice et Laurence (groupe RALLYE de l'IREM de Lille) l'a étudié pour en proposer une version pour la réciproque et la contraposée, ce qui explique les petites différences (logo, rédaction des textes, ...)

Aperçus :



Calcul de la longueur manquante d'un côté dans un triangle rectangle

Nouvel exercice Voir/cacher la rédaction



Le triangle TZN est rectangle en T et d'hypoténuse le segment [ZN], on peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$ZN^2 = ZT^2 + TN^2$$

$$ZN^2 = 2^2 + 8^2$$

$$ZN^2 = 4 + 64$$

$$ZN^2 = 68$$

$$\text{donc } ZN = \sqrt{68}$$

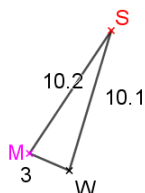
$$ZN \approx 8.25$$



Si le triangle n'apparaît pas entièrement, il est possible de déplacer les points colorés.

Démontrer si un triangle est rectangle ou non.

Nouvel exercice Voir/cacher la rédaction



Le triangle SMW est tel que $SM = 10.2$; $SW = 10.1$ et $MW = 3$.
Ce triangle est-il rectangle ?

Si le triangle SMW était rectangle,

il le serait en le point W car le segment [SM] est le côté du triangle de plus grande longueur.

$$SM^2 = 10.2^2 = 104.04$$

$$SW^2 + MW^2 = 10.1^2 + 3^2 = 102.01 + 9 = 111.01$$

$$\text{Je constate que } SM^2 \neq SW^2 + MW^2$$

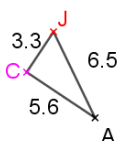
donc, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle SMW n'est pas rectangle.



Si le triangle n'apparaît pas entièrement, il est possible de déplacer les points colorés.

Démontrer si un triangle est rectangle ou non.

Nouvel exercice Voir/cacher la rédaction



Le triangle JCA est tel que $JC = 3.3$; $JA = 6.5$ et $CA = 5.6$.
Ce triangle est-il rectangle ?

Si le triangle JCA était rectangle,

il le serait en le point C car le segment [JA] est le côté du triangle de plus grande longueur.

$$JA^2 = 6.5^2 = 42.25$$

$$JC^2 + CA^2 = 3.3^2 + 5.6^2 = 10.89 + 31.36 = 42.25$$

$$\text{Je constate que } JA^2 = JC^2 + CA^2$$

donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle JCA est rectangle en C.