Résoudre un problème historique grâce à *Fibonacci* (2)

Fibonacci propose deux solutions au « problème des fruits et du voyageur ».

Première solution

> Tu fais ainsi :
> pour un fruit, c'est ce qu'il lui reste, cette personne en possède 1. On ajoute à celui-ci un fruit, ce qu'elle a remis au dernier gardien : ils seront 2 fruits, qu'on double, ils seront 4.
> Et c'est autant qu'elle avait lorsqu'elle est tombée sur le dernier gardien.
> On ajoute à ceux-ci le fruit qu'elle a donné au sixième gardien : ils seront 5 fruits, qu'on double, ils seront 10.
> Et c'est autant que ce qu'il lui restait après la sortie de la cinquième porte.
> On ajoute à ceux-ci le fruit qu'elle a donné au cinquième gardien : ils seront 11 fruits, qu'on double, ils seront 22.
> On ajoute à ceux-ci 1 pour le fruit qu'elle donne au quatrième gardien : ils seront 23, qu'on double, ils seront 46.
> On ajoute à ceux-ci 1 pour le fruit qu'elle donne au troisième gardien : ils seront 47, qu'on double, ils seront 94.
> On ajoute à ceux-ci 1 pour le fruit qu'elle donne au deuxième gardien : ils seront 95, qu'on double, ils seront 190.
> On leur ajoute 1 pour le fruit qu'elle donne à la première porte et on double la quantité obtenue, ils seront 382 fruits et c'est autant de fruits que ce que la personne avait.
> Et ainsi inversement, selon ce qui a été proposé, en revenant en arrière, tu pourras résoudre n'importe quelle situation semblable.
>
> À partir de *Fibonacci : extraits du Liber Abaci*, présenté par Marc Moyon, 2016, pp. 33-36.

1. Lis la solution de Fibonacci. Aviez-vous trouvé le même nombre de fruits que lui ?
2. Comment pourrait-on décrire simplement la solution proposée par le mathématicien pisan ?
3. Traduis-la en langage mathématique d'aujourd'hui.
4. D'après vous, que signifie « tu pourras résoudre n'importe quelle situation semblable ?

Deuxième solution

Autrement, pose ce que la personne a cueilli au départ comme la chose.

Elle en enlève la moitié à la première porte et 1 fruit. Il reste alors $\frac{1}{2}$ chose moins 1.
À la seconde porte, il en enlève la moitié et un fruit : il reste alors un quart de chose moins $(1+\frac{1}{2})$ de fruits.
À la troisième porte, il en enlève la moitié et un fruit. C'est pourquoi il reste $\frac{1}{8}$ de choses moins $(1+\frac{3}{4})$ de fruits dont il donne à la quatrième porte la moitié et un fruit.
Et ainsi, il en reste $\frac{1}{16}$ de choses moins $(1+\frac{7}{8})$ de fruits dont il reste $\frac{1}{32}$ de choses moins $(1+\frac{15}{16})$ lorsqu'à la cinquième porte, il donne la moitié et un fruit ajouté.
Il en donne sa moitié et un fruit ajouté à la sixième porte, il reste $\frac{1}{64}$ de choses moins $(1+\frac{31}{32})$ de fruits.
De cela alors, lorsqu'il en donne la moitié et un fruit ajouté à la septième porte, il reste $\frac{1}{128}$ de choses moins $(1+\frac{63}{64})$ de fruits qui sont égaux à un fruit.
C'est évidemment ce qu'il reste après être sorti des sept portes.

Si un fruit est ajouté à $(1+\frac{63}{64})$, il en vient que : $\frac{1}{128}$ de choses sont égales à $(2+\frac{63}{64})$ de fruits.
C'est pourquoi on multiplie $(2+\frac{63}{64})$ par 128, il y aura semblablement 382 fruits.

À partir de *Fibonacci : extraits du Liber Abaci*, présenté par Marc Moyon, 2016, pp. 33-36.

1. Lis la deuxième solution proposée par Fibonacci. En quoi est-elle différente de la première ?
2. À quoi correspond ce que Fibonacci appelle « la chose » ? Quelle mathématique utilise-t-il ici ?
3. Traduis cette solution en langage mathématique d'aujourd'hui.