SONDAGES ET PROBABILITÉS : COMMENT FAIT-ON PARLER LES CHIFFRES ?

SÉANCE DU 11 MARS 2004

Avec Benoît Rittaud, mathématicien
Et Jean-Philippe Lesne, statisticien

LYCÉE GABRIEL FAURÉ (FOIX, ARIÈGE)

C'est dans le bel ensemble architectural du Lycée Gabriel Fauré, construit au XIXe siècle à Foix, que se déroulait cette sixième séance de l'Université des Lycéens. Trois autres établissements ariégeois s'étaient mobilisés, depuis Mirepoix, Pamiers ou Saint-Girons, déléguant des classes de première et terminale ES (Economique et Social). Plus de 130 lycéens au total, auxquels s'étaient joints l'inspecteur d'Académie de l'Aveyron, l'inspecteur pédagogique régional de mathématiques et le chargé de mission auprès de la Rectrice pour la culture scientifique.

CONSEIL RÉGIONAL MIDI-PYRÉNÉES

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

PRÉFECTURE DE LA RÉGION MIDI-PYRÉNÉES

www.agrobiosciences.org

L'UNIVERSITÉ DES LYCÉENS

UNE EXPÉRIENCE PILOTE EN MIDI-PYRÉNÉES POUR METTRE LA SCIENCE EN CULTURE

En France et en Europe, la régression des effectifs étudiants dans certaines filières scientifiques préoccupe les pouvoirs publics. Ce phénomène pose à moyen terme le problème du renouvellement des cadres scientifiques et techniques, des enseignants et des chercheurs. De plus, le désintérêt des jeunes à l'égard de la science risque de nuire au débat démocratique sur les choix d'orientation de la recherche et de ses applications. La revalorisation de la place de la science dans la cité est d'ailleurs l'une des priorités du Ministère de la Jeunesse, de l'Éducation et de la Recherche.

LA CONNAISSANCE ET LA CULTURE SCIENTIFIQUE AU CŒUR DES RAPPORTS ENTRE LA SCIENCE ET LA SOCIÉTÉ

La Mission d'Animation des Agrobiosciences (MAA), créée dans le cadre du Contrat de Plan État-Région Midi-Pyrénées 2000-2006, a pour vocation, au plan régional et national, de favoriser l'information, les échanges et le débat entre la science et la société. Elle est à l'initiative de l'Université des Lycéens : une série de rencontres visant à rapprocher les chercheurs, les professionnels, les lycéens et leurs enseignants. Cette démarche destinée aux lycéens de Midi-Pyrénées et qui devrait à terme être transposée dans d'autres régions de France, voire d'Europe, est réalisée en partenariat avec : l'Académie de Toulouse, le centre régional de documentation pédagogique, le comité national des programmes et le cercle Pierre de Fermat.

UNE INITIATIVE POUR SENSIBILISER LES JEUNES À LA CULTURE SCIENTIFIQUE

Les principaux objectifs de l'Université des Lycéens sont :
- Inscrire les sciences, les technologies et les techniques dans la culture générale afin de permettre aux jeunes de se forger un esprit critique,
- Redonner du sens aux savoirs scientifiques en montrant les passerelles existant entre les disciplines, les relations entre la science et le contexte socio-économique et culturel, ainsi que les liens entre les savoirs et les métiers,
- Incarner la science à travers l'exemple du parcours de scientifiques venus à la rencontre des élèves pour « raconter » la science et dialoguer.

UNE QUESTION, UNE DISCIPLINE, UNE TRAJECTOIRE

- La découverte d'une discipline scientifique : chaque séance, animée par l'équipe de la MAA, fait intervenir un chercheur, le conférencier principal, qui explore un champ scientifique à travers sa trajectoire individuelle, mais aussi à travers l'histoire collective de sa discipline : les grands enjeux, les questionnements, les perspectives.
- La confrontation des approches et l'interdisciplinarité : en contrepoint du conférencier principal, un intervenant de discipline ou de secteur professionnel autres apporte son point de vue et réagit aux propos du chercheur.
- Un dialogue avec les lycéens : à l'issue de ces exposés, une heure est consacrée au débat entre les lycéens et les intervenants.

UN ACCOMPAGNEMENT PÉDAGOGIQUE DES CLASSES

- L'édition d'un dossier préparatoire permet aux enseignants de préparer le débat en amont : listes des ressources documentaires, biographies des intervenants, principaux points de repères sur les sujets…
- La diffusion du contenu des séances est assurée par la mise en ligne sur les sites de la MAA www.agrobiosciences.org et de ses partenaires, ainsi que par la diffusion d'un document écrit.

UNE ÉVALUATION DES SÉANCES

La mise en place et la validation d'un protocole d'évaluation sont assurées par des chercheurs de l'équipe de recherche en didactique des sciences, à l'École Nationale de Formation Agronomique, auprès des lycéens : recueil de leurs réactions, appréhension des évolutions de leur opinion et de leur appropriation des connaissances.

LE SUJET

COMMENT FAIT-ON PARLER LES CHIFFRES ?

« LES MATHS, ÇA SERT À RIEN ? »

À première vue, il est parfois difficile de trouver un intérêt immédiat aux mathématiques, ou de savoir quelles sont leurs applications concrètes dans d'autres disciplines. Souvent vécues comme rébarbatives, voire comme simple outil de sélection au lycée et dans les concours d'entrée, les mathématiques peuvent paraître complexes et abstraites. Et pourtant… tout n'est pas seulement question de calculs compliqués et désincarnés, de problèmes « d'inconnues à ramener au connu ».

DES JEUX DE HASARD AUX SONDAGES D'OPINION

Car sans les mathématiques, leurs outils, leurs théories et leurs méthodes, peu de disciplines scientifiques pourraient avancer, que ce soit la physique, la météorologie, la chimie, la biologie ou l'économie. Sans oublier nos technologies les plus usitées, telles que l'informatique et le téléphone mobile. Ainsi, les mathématiques sont indispensables à de nombreux secteurs d'activités. C'est le cas notamment des instituts de sondage, qui utilisent les statistiques et les probabilités pour le traitement des informations recueillies. Ces mêmes probabilités qui ont d'ailleurs été inventées pour calculer les chances de gagner à des jeux de hasard…

LES PROBABILITÉS : UNE SCIENCE EXACTE ?

« Étudier les probabilités ne permet certes pas de savoir si la pièce va retomber sur pile ou sur face, mais permet de quantifier avec toute la rigueur mathématique le degré de notre ignorance des issues possibles d'une expérience aléatoire. La théorie mathématique des probabilités fait aujourd'hui partie intégrante des sciences exactes, et son importance intellectuelle et pratique dépasse de loin les simples jeux d'argent. »

Benoît Rittaud

BENOÎT RITTAUD

Mathématicien, maître de conférences à l'Université Paris-13, Benoît Rittaud aime à communiquer sa passion des mathématiques. Il est ainsi l'auteur de plusieurs ouvrages de vulgarisation à destination de tous les publics. Citons notamment, aux éditions Le Pommier, le petit livre « Faut-il avoir peur des maths ? », aux éditions des Petites Pommes du Savoir, ainsi qu'un recueil de nouvelles, « L'Assassin des échecs et autres fictions mathématiques », qui met en scène la géométrie, la logique et les probabilités. Deux livres à mettre dans les mains de tous ceux qui pensent être nuls en maths ou que celles-ci ne servent à rien !

LA CONFÉRENCE

LES PROBABILITÉS : QUAND LES MATHÉMATICIENS AVAIENT LE GOÛT DU JEU

Alors que les mathématiques naissent sous l'Antiquité, il faudra attendre le XVII^e siècle pour que la théorie des probabilités voit le jour. Pourquoi un tel écart ? C'est que les probabilités, c'est-à-dire le calcul des chances et des risques, portent sur le hasard, une notion qui, longtemps, ne fait pas très scientifique… Les Grecs ont beau adorer lancer les dés ou tirer au sort, leurs savants ne s'intéressent qu'à la géométrie et ne disposent pas des outils mathématiques nécessaires aux calculs des probabilités. C'est sous l'impulsion de grands savants comme le Toulousain Pierre de Fermat et, surtout, Blaise Pascal que les probabilités peuvent progressivement faire l'objet d'une théorie mathématique à part entière et ce « grâce » aux problèmes que leur posait un riche chevalier qui adorait parier sur les jeux de hasard… Les explications de Benoît Rittaud.

DES GRECS QUI ADORAIENT LES JEUX DE HASARD

« Vouloir associer les mathématiques et le **hasard*** semble relever de l'impossible. D'un côté, les mathématiques sont faites de rigueur et de précision. De l'autre côté, le hasard tel qu'on l'expérimente avec les jeux de dés ne peut donner lieu à aucune précision puisque l'on ne connaît pas à l'avance le résultat. Et pourtant, nous sommes habitués à l'association des deux à travers les sondages. Cela fait partie de notre culture mais il faut savoir qu'il a fallu beaucoup de temps pour cela. Il me semble intéressant de comprendre pourquoi cela a été si difficile, en regardant de plus près l'histoire des mathématiques. Celles-ci ont été fondées par la civilisation grecque, à partir du V^e siècle avant notre ère : elle a été la première à poser les définitions, à s'intéresser à des objets abstraits comme des droites ou des cercles et à chercher à mesurer les figures géométriques. La géométrie est d'ailleurs, à l'époque, le principal centre d'intérêt et la grande œuvre des Grecs.
Par ailleurs, ces derniers étaient extrêmement concernés par le hasard qu'ils évoquaient fréquemment dans les textes qu'il nous reste d'eux, par exemple les récits de Homère. Ainsi, dans l'*Iliade*, certaines décisions se prennent en tirant au sort. De même, dans la mythologie grecque, les

Comme par hasard…

Drôle de mot que le hasard. En fait, son origine est arabe. « Az-zahr » désignait tout simplement le « jeu de dés », que pratiquaient de nombreux peuples depuis l'Antiquité. Il aura également ce sens en français, du moins au cours du moyen âge, pour signifier ensuite le « mauvais coup », le risque, le danger. C'est à partir de la Renaissance que le hasard prend la signification de « événement fortuit » pour évoluer progressivement vers la définition actuelle : « cause qu'on attribue à ce qui arrive sans raison apparente ».

BLAISE PASCAL (1623-1662)

Ce savant français commence seul, à 12 ans, à étudier la géométrie et à fréquenter de grands mathématiciens. À 19 ans, il invente, pour aider son père comptable, une machine à calculer, qu'il appelle la « Pascaline », qui est capable d'additionner, de multiplier et de diviser. Il introduit, avec Fermat, le calcul des probabilités, en étudiant des problèmes de jeux. Mais il mènera également des expériences sur le vide et la pression atmosphérique, qui le conduiront à être à l'origine de l'invention de la presse hydraulique et de l'assèchement des marais poitevins. Du côté des mathématiques, il s'intéresse au calcul infinitésimal et aux suites de nombres entiers.

PIERRE DE FERMAT (1601-1665)

Ce mathématicien français qui fit carrière au Parlement de Toulouse, consacrait une grande partie de ses loisirs aux mathématiques. Il fonda ainsi avec Pascal la théorie des probabilités, inventa le calcul différentiel et s'intéressa à la théorie des nombres.

L'astragale

Cet ancêtre de l'osselet, auquel jouaient les Grecs, était en fait un petit os (en français, l'astragale désigne d'ailleurs un os du pied).

dieux Zeus, Poséidon et Hadès tirent au sort la répartition du monde et c'est Zeus qui a gagné. Au quotidien, les Grecs aimaient tellement les jeux de hasard qu'ils ont inventé l'ancêtre des dés, l'**astragale***, qui consistait en un petit os, auxquels ils jouaient souvent. Et pourtant… alors qu'ils avaient tout pour le faire - de grands mathématiciens et le goût du hasard – les Grecs n'ont pas inventé les probabilités.

Athènes aurait même dû, dans son propre intérêt, mettre au point cette théorie des probabilités. Cette cité devait en effet sa puissance à sa flotte maritime. Or, dans la mesure où ses navires risquaient d'échouer lors de naufrages, elle aurait pu logiquement développer un système d'assurances rudimentaire : on peut imaginer que lorsque tel Athénien affrétait un navire, il versait dans un pot commun une certaine somme, plus ou moins élevée en fonction des risques encourus, du trajet à faire, du type de bateau, du prix des marchandises transportées… Les Athéniens n'ont pas eu cette idée-là. De la même façon, leur organisation politique aurait pu les conduire à créer une théorie du hasard. Les Athéniens vivaient en effet dans une démocratie où l'on élisait les responsables par tirage au sort parmi tous les citoyens, avec des règles très précises pour que tous les citoyens soient réellement égaux. Dans leur mode de vie et leur culture, beaucoup de situations auraient donc dû logiquement faire que les Grecs inventent le calcul des probabilités.

POURQUOI LES GRECS N'ONT PAS PU INVENTER LES PROBABILITÉS

Il y a au moins trois raisons qui expliquent qu'ils ne l'ont pas fait. D'abord, une raison technique que l'on peut expliquer au travers d'un exemple. Imaginons un jeu très simple qui consiste à jeter un dé et à s'intéresser à la probabilité d'obtenir au moins 5. Pour calculer cette probabilité, il suffit d'abord de compter le nombre de tous les résultats possibles – donc les six faces du dé - et ensuite, le nombre des résultats qui sont favorables : en l'occurrence, il n'y a que deux résultats favorables : le 5 et le 6. Il ne reste plus qu'à diviser ce nombre de cas favorables par le nombre de tous les cas possibles : la probabilité d'obtenir au moins 5 est de 2/6, c'est-à-dire un tiers. Cela nous paraît simple, mais cela ne l'était pas du tout pour les Grecs de l'Antiquité, parce que leurs mathématiques ne se fondaient pas sur les nombres, mais sur la géométrie : ils ramenaient tout à des segments, des droites, des carrés, ce qui devient très compliqué pour faire des calculs. Ainsi, comme ils ne connaissaient pas les fractions, ils pouvaient difficilement comprendre que 2/6 équivaut à 1/3. Écrire le chiffre 2, une barre et le chiffre 6, les Grecs ne l'ont jamais fait.

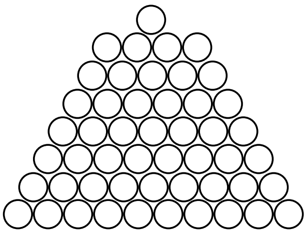
Deuxième obstacle : la principale préoccupation des Grecs, surtout les Athéniens, était l'équité. Ils étaient surtout soucieux de l'égalité de tous les citoyens, y compris devant le hasard. Ils s'attachaient à ce que chacun ait le même bulletin, que les urnes soient strictement semblables etc. En revanche, la probabilité d'être élu ou non ne les intéressait pas.

Dernière difficulté : les Grecs ont inventé ce qui constitue la démarche scientifique, que l'on peut résumer à travers une formule attribuée à un philosophe grec, Leucippe : « Rien n'arrive par hasard, tout arrive par nécessité ». Le moindre phénomène a donc une cause : si la bouteille tombe par terre, c'est parce qu'il y a une force qui a agi et qu'on peut comprendre. Ce n'est pas par hasard qu'elle tombe par terre. Faire de la science est donc possible. Mais comme cette démarche nie le hasard, on ne peut pas l'étudier. Les probabilités se heurtent à cet obstacle : les scientifiques, en général, veulent éviter le hasard.

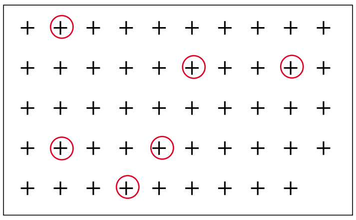
LE PARIEUR QUI VOULAIT GAGNER AUX DÉS…

Les débuts de la théorie des probabilités datent du XVIIe siècle seulement, alors que les mathématiques ont vu le jour il y a 2 500 ans ! Tout commence en 1654, par une question posée par un joueur, le Chevalier de Méré, au savant **Blaise Pascal***. Ce chevalier un brin roublard voulait parier avec un autre joueur que s'il jetait 24 fois de suite une paire de dés, il obtiendrait au moins une fois un double six. Il demande donc à Pascal si ce pari l'avantage. La réponse n'est pas évidente, car pour ce pari, seul Méré lance les dés, ce qui rompt la symétrie entre les joueurs.

Pour pouvoir répondre à Méré, Pascal a dû compter, parmi toutes les possibilités, lesquelles sont favorables à Méré et lesquelles lui sont défavorables. Il a ainsi plus ou moins inventé les probabilités, avec un autre mathématicien, **Pierre de Fermat***. Ayant résolu le problème de Méré (le calcul montre que le pari était effectivement à l'avantage du chevalier), Blaise Pascal n'a pas beaucoup poussé la théorie, mais il reste celui qui a été le premier à dire qu'on a le droit de faire de la « géométrie » du hasard - à



49 boules numérotées



6 numéros cochés

GAGNER AU LOTO

Nombre de tirages possibles de 6 boules parmi les 49 :

49 X 48 X 47 X 46 X 45 X 44 = 10 068 347 520

Nombre de tirages contenant les 6 numéros cochés :

6 X 5 X 4 X 3 X 2 X 1 = 720

Probabilité de gagner le gros lot :

$$\frac{720}{10\,068\,347\,520} = 0{,}0000000715$$

ESPÉRANCE DE GAIN

Mise : 1 € **Gros lot** : 1 000 000 €

Probabilité de gagner le gros lot : 1/14 000 000

Gain moyen :

$$\left(\frac{1}{14\,000\,000} \times 1\,000\,000\right) + \left(\frac{13\,999\,999}{14\,000\,000} \times (-1)\right) = -0{,}93$$

l'époque, géométrie est synonyme de mathématiques -, qu'on peut donc, tout en étant scientifique, s'intéresser aux lois du hasard.

JOUEZ-VOUS AU LOTO ?

Pour illustrer les mathématiques du hasard, intéressons-nous au loto. Le loto comprend 49 boules numérotées de 1 à 49. Chaque joueur a une grille numérotée de 1 à 49 dont il coche six numéros. Quand les six numéros cochés correspondent aux six numéros tirés au sort, le joueur gagne le gros lot. Pour calculer la probabilité de gagner ce gros lot, on commence par compter le nombre de tirages possibles. Il y a 49 choix possibles pour la première boule, 48 choix possibles pour la seconde boule, 47 pour la troisième etc. Le nombre de tirages possibles est donc de 49 x 48 x 47 x 46 x 45 x 44 etc., ce qui donne 10 068 347 520 tirages possibles (plus de dix milliards). Pourquoi doit-on multiplier ces chiffres et non les additionner ? Pour vous l'expliquer, je vais simplifier l'exemple : admettons que l'on ne tire que deux boules et que je n'aie donc coché que les cases 1 et 2 de ma grille. Une première boule parmi 49 est tirée et disons qu'elle porte le numéro 1, parmi les 49 numéros possibles. Quand on tire la seconde boule, le choix ne porte plus qu'entre 48 boules, numérotées de 2 à 49. J'ai donc 48 solutions si ma première boule porte le numéro 1, mais aussi 48 solutions si ma première boule porte le numéro 2, 48 solutions si ma première boule porte le numéro 3 et ainsi de suite. En tout, le nombre total de façon que j'ai de tirer mes deux boules est ainsi 49 x 48. Le même type de raisonnement permet de comprendre ce qui se passe pour trois boules, ou davantage.
Revenons à notre loto complet : une fois le nombre total de tirages obtenu, il s'agit de compter le nombre de tirages favorables, c'est-à-dire ceux qui donneront les mêmes numéros que ceux que le joueur a cochés sur sa grille. Parmi les six numéros cochés, il y a six choix favorables pour la première boule tirée, cinq choix favorables pour la seconde, quatre pour la troisième etc. Le nombre de tirages qui contient les six numéros cochés est égal à : 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1, c'est-à-dire 720 seulement. La probabilité de gagner le gros lot, c'est le rapport de ces deux quantités : 720 divisé par plus de 10 milliards, ce qui donne environ 0,0000000715, soit à peu près une chance sur 14 millions.

Mais on a également besoin de savoir le montant du gros lot : car même si la chance est faible de gagner, le gain est très important. Nous faisons alors appel à la notion d'« espérance de gain », qui s'écrit E. Pour la calculer, imaginons donc que je mise 1 Euro, et que le gros lot soit de 1 million d'Euros. On sait que la probabilité de gagner ce gros lot est de 1 sur 14 millions. On peut donc calculer, à partir de ces trois données – la probabilité de gagner, le montant du gros lot et le montant de la mise - le gain moyen. Dans notre exemple, le gain moyen, c'est une chance sur 14 millions de gagner un million d'Euros, et 13 999 999 chances sur 14 millions de perdre la mise payée pour jouer. Le gain moyen est donc négatif : si on ne joue qu'une grille, on perd en moyenne 93 centimes. Le jeu est nettement défavorable au joueur…

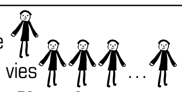
LE PARI DE PASCAL : CROIRE EN DIEU

Cette notion d'espérance de gain avait déjà été utilisée par Blaise Pascal, dès le début des probabilités. Ce penseur, dans un livre très célèbre intitulé « Les Pensées », a tenu un raisonnement de nature probabiliste qu'on connaît aujourd'hui sous le nom du « Pari de Pascal » qui obéit exactement au même

LE PARI PASCALIEN

Mise : une vie

Gros lot » : N vies



Probabilité que Dieu existe : p

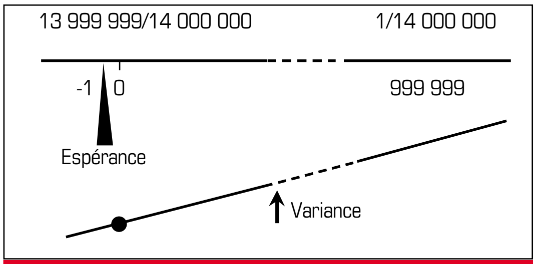
« Gain moyen » :

p x N + (1-p) x (-1) vies

soit p (N + 1) - 1 vies

N infini ⇨ gain moyen infini

DES PROBABILITÉS SANS HASARD



raisonnement que celui que j'ai fait pour le loto. Sauf que Pascal l'applique à la question de savoir si on doit ou non croire en Dieu. Pascal dit en substance : « J'arrive sur la Terre. On me propose un jeu qui consiste à croire en Dieu ou à ne pas croire en Dieu. Est-ce que j'ai intérêt à croire en Dieu ou pas ? ». Il traite ce problème comme nous traitons celui du loto, sauf que pour ce jeu de la croyance, au lieu de miser un Euro, on mise une vie. Si on a raison de croire, on gagne le gros lot, on va au paradis… Pascal le quantifie en disant qu'il va gagner tel nombre (N) de vies. Puis il attribue une certaine probabilité au fait que Dieu existe. C'est p, qui se situe entre 0 et 1. Il calcule ensuite ce qu'il gagne en moyenne à ce jeu, exactement comme pour le loto, sauf que la formule est un peu plus complexe. Il y a une probabilité p de gagner N vies, et une probabilité 1- p de perdre une vie, celle que j'ai misée à croire en Dieu. Cela se simplifie de la manière suivante : p x (N + 1) -1 vie.

Pascal tient le raisonnement suivant : si j'ai raison de croire en Dieu, alors ce n'est pas N vies que je gagne mais la vie éternelle, c'est-à-dire que N est une valeur infinie. On obtient alors un gain moyen infini, quelle que soit la probabilité que vous avez accordée à l'existence de Dieu. Même si vous dites qu'il n'y a qu'une chance sur un milliardième que Dieu existe, comme N est infini, l'espérance de gain au pari consistant à croire en Dieu est infinie. La conclusion semble sans appel : il faut croire en Dieu. Pascal ne dit pas que Dieu existe, mais qu'on a intérêt à y croire.

Cela dit, son raisonnement a une faille, qui réside dans la valeur de p. Pascal pensait que l'on ne peut pas nier la possibilité que Dieu existe, et il croyait pouvoir en déduire que la valeur de p était nécessairement non nulle. Or il a été découvert par la suite que, sur le plan théorique, rien n'interdit qu'un événement soit possible mais pourtant de probabilité nulle. On peut donc tout à fait dire : « J'accepte la possibilité que Dieu existe mais j'attribue à cette éventualité une probabilité nulle ». Ce n'est pas contradictoire. Or si l'on attribue une probabilité nulle à la possibilité que Dieu existe, on se trouve avec la quantité « zéro fois l'infini », que l'on sait démontrer être égale, dans ce contexte, à… zéro. Le gain moyen devient alors égal à – 1, et le pari de Pascal est donc défavorable au joueur si p est égal à 0. Conclusion : les probabilités ne permettent pas de savoir si on a intérêt à croire en Dieu ou pas…

LA PART DU RISQUE

Mais revenons à un autre jeu de hasard, qui nous permet de comprendre une notion supplémentaire : la variance. Imaginez que vous jouez à pile ou face. Si c'est pile, vous gagnez un Euro. Si c'est face, vous perdez un Euro. C'est un jeu équilibré : en moyenne, vous gagnez 0,00 Euro… Mais augmentons les gains et admettons que si c'est pile, vous gagnez un million d'Euros, et que si c'est face, vous perdez un million d'Euros. Le jeu est là aussi équilibré : l'espérance de gain est nulle car vous avez autant de chances de perdre que de gagner la même somme. Pourtant, les deux situations sont différentes. Les mathématiciens ont quantifié cela par la notion de variance : la variance permet de quantifier la dose de risque que l'on prend à jouer. Évidemment, cette notion, comme les mathématiques en général, ne prend pas en compte le plaisir de jouer au loto, qui apporte un gain autre que financier.

OÙ IL N'Y A PLUS DE HASARD…

Arrivée à la fin du XVIIIe siècle (un siècle après le début des probabilités) la théorie des probabilités commence à bien tenir la route et aurait déjà pu s'appliquer pour mener des sondages d'échantillons représentatifs, comme ceux que l'on pratique aujourd'hui. En fait, cela n'a pas été le cas : il a fallu un siècle pour y parvenir. Car là encore, il y avait une réticence à considérer le hasard comme un véritable objet de sciences, malgré les travaux de B. Pascal. C'est seulement au XXe siècle qu'un grand mathématicien russe, Andreï Kolmogorov, parvient à donner des bases rationnelles à la théorie des probabilités, qui devient alors pleinement un domaine scientifique où l'on ne parle plus du tout de hasard. Mais comment peut-on faire des probabilités sans hasard ? Il faut reprendre la notion d'espérance de gain et celle de variance d'un point de vue purement mécanique. Imaginez une tige rigide horizontale, donc une droite qui a 0 pour point d'origine. Sur cette droite, vous placez deux pierres : une grosse pierre au point – 1, qui représente la probabilité de perdre sa mise au Loto, soit 13 999 999/14 000 000. À l'autre bout, au point 999 999, vous placez une autre pierre, beaucoup plus petite, qui représente la masse 1/14 000 000, soit la probabilité de gagner le gros lot. En clair : si je gagne, j'empoche 10 milliards - 1 euro (ma mise) avec une probabilité de 1 sur 14 millions. J'imagine alors que cette tige peut basculer et je cherche le point d'équilibre entre les deux pierres. Eh bien, ce point d'abscisse est exactement la valeur de l'espérance mathématique de gagner au loto, qui est, selon les valeurs données ici, de – 0,93.

De la même façon, on peut obtenir la variance. Supposons que la tige et les pierres sont toujours au même endroit et qu'on fixe un clou à l'endroit de l'espérance. Je donne une petite « pichenette » ce

qui fait tourner la tige. La vitesse à laquelle elle tourne dépend de la position des deux petites pierres. Eh bien, on peut montrer que la vitesse est directement donnée par la variance (c'est ce qu'en physique on appelle le théorème de l'inertie) : plus les pierres sont rapprochées de l'espérance, moins le risque est grand, moins l'écart à la moyenne est grand et plus ça tourne vite. Inversement : plus les pierres sont éloignées du centre, plus la vitesse sera lente. Il y a une relation directe entre les deux. Vous le voyez, même le hasard, l'Espérance de gains, le risque pris, peuvent être représentés de façon purement physique. Il n'y a plus de loto et de tirage au sort, mais juste des masses et des positions. C'est l'œuvre du xxe siècle qui permet aujourd'hui d'asseoir les probabilités sur des bases aussi rigoureuses que l'algèbre, la géométrie, les mathématiques ou la physique. Ce n'est donc pas une science incertaine. Si on dit que l'on a une chance sur deux de gagner au loto, on énonce une forme d'incertitude mais ce calcul des chances est sûr.
Cela a permis à des scientifiques d'exploiter les probabilités à des fins statistiques : à partir des années 1920-1930, les sondages commencent à naître. Aujourd'hui, les choses vont beaucoup plus loin. La notion de hasard et de probabilité est devenue un outil à part entière des mathématiques, à partir duquel on peut faire des calculs très précis et des choses de plus en plus inattendues ».

JEAN-PHILIPPE LESNE

Statisticien, diplômé de l'École Polytechnique et de l'École Nationale de la Statistique et de l'Administration Économique, Jean-Philippe Lesne dirige le pôle Mesure et Prévision à l'Institut de sondages BVA, qui réalise des enquêtes d'opinion et des études de marché dans différents domaines (politique, consommation, transport, société, marketing…). Des applications très concrètes qui illustrent les aspects pratiques des théories statistiques et des probabilités.

LE POINT DE VUE DU STATISTICIEN

« BONJOUR, C'EST POUR UN SONDAGE… »

Tout le monde connaît les sondages, que ce soient les enquêtes d'opinion pour prédire quel sera le vainqueur d'une élection, ou les études pour mieux saisir le type de consommateurs qui achète tel nouveau produit. Il y a d'ailleurs longtemps que les gouvernants cherchent à mesurer la population et à connaître ses comportements. Mais c'est aux États-Unis, à partir des années 30, que les premières règles rigoureuses s'établissent, au service du marketing et de la politique. Une technique que la France ne tarde pas à appliquer, notamment après la seconde guerre mondiale où sont créés de nombreux instituts de sondage. Massivement utilisés aujourd'hui, souvent critiqués quand ils se trompent, les sondages obéissent à des règles précises, fondées sur les mathématiques. Jean-Philippe Lesne explique ces secrets de fabrication et leurs limites.

DES APPLICATIONS TRÈS CONCRÈTES

« Ce que vient de retracer Benoît Rittaud a aujourd'hui des applications très concrètes. Un exemple : l'assurance. Les prix que l'on paye pour assurer sa maison, par exemple, impliquent des calculs très sérieux qui servent à évaluer la probabilité qu'un risque survienne et la perte liée à ce risque. On comprend bien que pour les particuliers, les entreprises et la société tout entière, il faille être capable de s'assurer. Et là, il ne s'agit plus d'un jeu. Ce sont des travaux théoriques et pratiques essentiels.
Bien d'autres secteurs utilisent les probabilités. Je souhaiterai en évoquer deux pour lesquels j'ai travaillé. Le premier, qui n'est pas très éloigné de l'assurance, est celui de la finance où il est primordial de gérer le risque. Quand quelqu'un achète une action sur un marché financier, il peut certes faire son choix en fonction de ses opinions sur l'entreprise qui vend ses actions et des informations qu'il a sur sa gestion. Mais, malgré tout, il devra faire une forme de pari : « En achetant cette action, je mise une certaine somme qui aidera l'entreprise à se développer, et j'espère ainsi que l'action que j'achète aujourd'hui 100 Euros en vaudra 200 l'année prochaine ». Sauf qu'il y a toujours un risque que cette entreprise connaisse des difficultés ou que la conjoncture économique se dégrade. Du coup, la variance est une donnée très importante pour le monde de la finance. C'est ce que les financiers appellent la volatilité : à peu de choses près, c'est l'ampleur des variations possibles pour mesurer le risque.
Il y a un troisième domaine dans lequel le fait de savoir probabiliser des événements futurs est tout à fait crucial : le domaine de la prévision et des instituts de sondages. Là, le plus difficile consiste non pas à dire si tel phénomène va avoir lieu ou non, mais à prévoir son ampleur.
Comment procède-t-on pour décrire ce qu'il va se passer ? Nous envisageons d'abord une large palette de scénarios, des pires aux meilleurs, en déterminant les plus plausibles. Nous leur attribuons donc une certaine probabilité, que nous déduisons de données observables : les cours de la bourse, les courbes de vente, les commandes à venir etc. Cela pose une

LA MÉTHODE DES QUOTAS

C'est la méthode la plus utilisée par les instituts de sondage. Elle consiste à reconstituer la population en miniature : l'échantillon comprend les mêmes pourcentages de catégories d'individus que dans la population totale. Par exemple, si la population totale comprend 6 % d'agriculteurs, l'échantillon de 1 000 personnes comprendra 60 agriculteurs. La difficulté réside dans la définition et le nombre de critères pris en compte.
Si un échantillon de 1 000 personnes obéit à ces règles rigoureuses, on considère qu'il donne des résultats beaucoup plus fiables qu'un échantillon de 10 000 personnes choisies de manière aléatoire.

JOHN M. KEYNES (1883-1946)

Cet économiste anglais, mathématicien de formation, a travaillé sur les théories de l'économie politique et sur les probabilités. Conseiller du gouvernement britannique, il s'oppose aux économistes de son temps, notamment à travers son ouvrage « Théorie générale de l'emploi, de l'intérêt et de la monnaie », rédigé en 1936. Sa théorie, fondée notamment sur la relance de l'économie par la demande, a généré tout un courant de pensée dite « keynésienne ». Non dépourvu d'humour, il laisse également derrière lui quelques formules fameuses, telle que « Éviter de payer des impôts est la seule recherche intellectuelle gratifiante… ».

foule de difficultés techniques et de problèmes de fond. Ainsi peut-on s'interroger sur l'influence qu'a une prévision sur les comportements des gens : ce n'était pas la prévision qui était plausible, mais les gens qui, la connaissant, réalisent celle-ci. C'est ce qu'on appelle l'auto-réalisation. Cela dit, il vaut mieux avoir tort ensemble que raison tout seul…

SONDAGES : COMBIEN DE PERSONNES FAUT-IL INTERROGER ?

Pour en venir aux sondages, ces derniers sont basés sur les statistiques, dont les aspects pratiques sont difficiles à enseigner. Ainsi, quand un client s'adresse à nous pour savoir le profil des consommateurs qui achètent son produit, nous disposons d'un temps assez court pour répondre. Plus nous prenons du temps à chercher ces informations, plus cela coûte. Il faut donc faire des compromis, pour n'être ni sous-informé, ni trop lent et trop coûteux.
Ensuite, vient la question du nombre de personnes qu'il convient d'interroger. Si vous souhaitez connaître l'opinion des Français sur tel problème, ce qu'ils pensent de tel homme politique ou de tel nouveau médicament, vous pourriez vous dire qu'il suffit d'interroger beaucoup de monde, des gens pris au hasard un peu partout, de différents âges et de conditions sociales diverses. Il faudrait aller partout en France pour interroger 10 000 personnes prises au hasard… Ce large échantillon coûterait beaucoup trop cher. C'est pourquoi, la plupart du temps, les sondages politiques par exemple sont réalisés auprès de 1 000 Français représentatifs, qui ne sont pas dispersés dans tout l'Hexagone. Ils sont choisis à partir de critères très simples : l'âge des individus, leur sexe, leur profession et la zone d'habitat urbain ou rural. Ce sont là les quatre principales variables qui peuvent jouer sur l'opinion d'un individu. En fonction de ces critères, nous faisons des **quotas*** pour être sûrs que toutes ces variables sont intégrées, sachant que nous connaissons à peu près combien il y a de personnes de tel âge, de tel sexe, de telle profession vivant dans les villes ou dans les campagnes. Notre échantillon respectera donc les mêmes pourcentages. Si 10 % des jeunes vivent dans les villes, notre échantillon comportera cette même proportion.
Cela dit, nous sommes conscients des imperfections : les résultats sur un échantillon ne sont pas aussi fiables et précis que ceux que l'on aurait obtenus auprès de la population tout entière.

COMME LE DIAGNOSTIC DU MÉDECIN

Ces compromis qui tiennent compte des contraintes de terrain ne signifient pas qu'on puisse se passer de la théorie. Pour toutes ces enquêtes et pour les modèles de prévision, nous avons absolument besoin du calcul, des mathématiques pures, de la probabilité. Reste toutefois une autre contrainte : il faut être capable d'interpréter les données statistiques. Souvent, nous avons plusieurs prévisions possibles. Il faut alors choisir, parmi celles-ci, un scénario qui ait du sens. Nous ne pouvons pas nous contenter de dire « J'ai 2 000 équations, voilà le résultat, et je ne sais pas pourquoi ça donne ça ». Et là encore, nous devons faire des compromis. De ce point de vue, même si les enquêtes d'opinion ont des fondements scientifiques, nous ne pouvons pas prétendre qu'elles sont purement scientifiques. C'est une discipline pratique, une science assez proche du diagnostic médical. Le fait qu'un médecin ait fait des études théoriques vous rassure, mais en même temps, l'expérience compte énormément : face à des symptômes, il n'y a pas toujours une seule explication, une seule réponse. Et celles-ci ne sont pas toujours strictement déduites des connaissances théoriques. On préfère tel ou tel médecin aussi pour ces raisons qui n'ont rien à voir avec la théorie mais qui sont liées à la pratique.
Nous sommes dans ce même compromis : il nous faut des règles théoriques pour ne pas faire n'importe quoi, mais on ne peut pas non plus se contenter d'utiliser des modèles et des calculs mathématiques très précis qu'on applique automatiquement. Il faut aussi évaluer, interpréter, diagnostiquer. Le grand économiste **Keynes*** disait ainsi : « Il vaut mieux avoir à peu près raison que tort avec précision ».

LES MATHS NE SERVENT PAS QU'AUX MATHEUX !

J'aimerais évoquer un dernier point sur les maths, qui reprend le titre du livre de Benoît Rittaud, « Faut-il avoir peur des maths ? ». Si celles-ci sont un outil de sélection sociale – les bons élèves en maths sont dirigés vers les meilleures filières et les mauvais ne peuvent pas avoir le choix – alors, oui, il faut avoir peur. Il y a eu toutes sortes de dérives qui donnent une mauvaise image des maths. C'est d'autant plus dommage que le champ d'application des mathématiques est beaucoup plus large qu'on ne le croit. On connaît les liens entre les maths et la physique parce qu'on se sert des équations pour résoudre tel problème balistique ou mécanique. Mais, depuis environ une cinquantaine d'années, l'application des maths et en particulier des probabilités et des statistiques, concerne très fortement la science économique, la biologie, la sociologie, la démographie… Les mathématiques sont ainsi extrêmement utiles dans des métiers très divers, et notamment pour mieux comprendre des phénomènes sociaux. D'où l'importance d'avoir une culture scientifique, même dans des métiers qui, a priori, ne sont pas purement scientifiques ».

QUESTIONS ET RÉPONSES

PAS D'INTERNET SANS LES MATHÉMATIQUES !

Durant près d'une heure, le dialogue entre le public et les intervenants a permis d'éclaircir et de compléter les conférences. Où l'on évoque pourquoi les maths sont mal aimées, où l'on revient sur le résultat des élections présidentielles que nul sondage n'avait vu arriver, et où l'on apprend que les mathématiques, très en vogue, permettent à bon nombre de nouvelles technologies de fonctionner…

Vous dites qu'il ne faut pas avoir peur des maths. Selon vous, sont-elles détestées par les élèves ?

Benoît Rittaud : Je ne suis pas sûr qu'il y ait une telle répulsion chez les lycéens. Cela dit, ce n'est pas forcément une matière que l'on aime bien. Les mathématiques ont une particularité : c'est la seule discipline que les élèves n'ont pas l'occasion de faire vivre après leurs études. Dans les journaux télévisés, vous entendrez des choses qui évoqueront vos cours d'histoire ou de biologie. Mais vous entendrez rarement l'évocation des maths que vous avez apprises. C'est un savoir que l'on ne fait pas vivre. Du coup, les maths apparaissent purement comme une discipline scolaire. On se souvient avoir été assis devant un professeur qui voulait nous faire faire des exercices et où il fallait démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés sans que l'on en comprenne l'utilité.

Vous avez parlé des Grecs. Mais n'y a-t-il pas eu d'autres civilisations, arabes ou asiatiques par exemple, qui auraient réussi à inventer les probabilités ?

Benoît Rittaud : Pas à ma connaissance. Cela dit, il est vrai que les Grecs n'ont pas été les seuls à fonder les mathématiques. Les Arabes ont ainsi développé l'algèbre et c'est grâce à eux qu'on a su manipuler un peu mieux les nombres. Ils ont fait les premières études combinatoires, mais n'ont jamais eu, semble-t-il, l'idée d'envisager cette technique pour concevoir une théorie des probabilités. C'est-à-dire à calculer le rapport de nombre de cas favorables au nombre de cas possibles. Avant le XVIIe siècle, il n'y a pas vraiment eu grand chose dans le domaine.

On se souvient tous de la dernière élection présidentielle en France, le 21 avril 2002 (1). Comment les instituts de sondage ont-ils pu se tromper à ce point ?

Jean-Philippe Lesne : Effectivement, personne n'avait prévu que Jean-Marie Le Pen parvienne au second tour. Là, nous nous sommes trompés. Mais plus généralement, il faut relativiser les erreurs des instituts de sondage. D'abord, les critères que nous retenons – l'âge, le sexe, la catégorie socio-professionnelle et le lieu de résidence – pour choisir les 1 000 personnes interrogées ne sont peut-être plus pertinents. Ils ne suffisent peut-être plus à influencer les comportements de vote. Il peut ainsi exister d'autres critères à prendre en compte, tel que le fait de préférer rouler à vélo, quel que soit mon âge, mon sexe et ma catégorie socio-professionnelle.
Deuxièmement, il faut rappeler que les résultats des sondages ne sont pas diffusés par les instituts mais par la presse, qui ne rend pas toujours suffisamment compte des marges d'erreur que nous précisons pour chaque résultat. Pourquoi de telles marges d'erreur ? D'abord, beaucoup de sondés ne savent pas quoi répondre : ils ne savent même pas s'ils vont aller voter et préfèrent donc ne rien dire. C'est le cas en général de 300 personnes sur les 1 000 Français représentatifs. Déjà, il n'en reste plus que 700 qui expriment des intentions de vote, ce qui introduit une sélection. D'autres changent d'avis après le sondage et ne votent pas pour le parti ou la personne pour lequel ils avaient opté au moment de l'enquête. Ainsi, pour le premier tour des présidentielles, le dernier sondage qu'a réalisé l'Institut BVA donnait Jospin à 17 % et Le Pen à 14 %. En fait, ce dernier a obtenu 17 % des suffrages. Or on considère que la marge d'erreurs est autour de 2,5 %, voire 3 % si beaucoup de personnes refusent de répondre. BVA n'était donc pas si loin du résultat réel. D'ailleurs, ces prévisions avaient surpris les responsables du service politique. Toutefois, nous n'avions pas prévu que Le Pen serait devant Jospin. La probabilité d'une telle situation n'était que de 5 à 10 %. C'est faible, mais cela veut dire que ce n'était pas impossible.

Dernier point : nous savons que les déclarations de vote ne sont pas toujours sincères et c'est d'autant plus vrai pour certains partis comme le Front National. Comme ils en ont conscience, tous les instituts de sondage ont des méthodes pour « redresser » les chiffres. Ainsi, BVA qui menait des sondages tous les deux jours à la fin de la campagne présidentielle, obtenait seulement 7 % de gens qui déclaraient voter pour Le Pen. Après avoir appliqué une méthode de « correction » des chiffres, en estimant que beaucoup n'osaient pas révéler qu'ils voteraient pour cet homme politique, nous obtenions 14 % pour Le Pen. Ce vote est toujours sous-estimé dans les déclarations alors que d'autres, comme le vote pour les écologistes, sont au contraire surestimés. C'est un problème qui reste très difficile à résoudre ».

« Que pensez-vous de l'utilisation qui est faite de vos sondages par les politiques et les journaux ? »

Jean-Philippe Lesne : « En cas d'erreur importante, chacun accuse l'autre. Les médias accusent les politiques de n'utiliser que les sondages qui leur sont favorables, les politiques disent que les médias déforment la réalité… La faute est toujours chez les autres. Ce que je peux dire, en tant que statisticien, c'est que les grandes tendances qui ressortent des prévisions ne sont pas démenties par les chiffres réels. C'est un « plus » que nous a permis l'application de la théorie des probabilités, assez récente, pour dire si un phénomène a des chances ou non de se produire.

Concernant les présidentielles, les sondages montraient bien que la tendance était à la hausse pour Jean-Marie Le Pen et à la baisse pour Jospin. De ce point de vue là, il n'y a pas de surprise. Sauf que cette tendance a été plus forte que prévue. Je ne connais pas un seul cas où la réalisation concrète du vote a donné une tendance inverse de celles données par les sondages dans les derniers jours. Il vaudrait donc mieux que les instituts de sondage et les médias communiquent sur les tendances, des chiffres moyens et non pas sur des pourcentages très précis. »

« Est-ce qu'il reste des grands défis à relever pour les mathématiques aujourd'hui ? »

Benoît Rittaud : « Il n'y en a jamais eu autant ! Tout simplement parce qu'il y a rarement eu autant de mathématiciens dans le monde. Surtout, les questions théoriques que nous nous posons sont de plus en plus issues de problèmes pratiques. Par exemple, la météo a donné l'occasion de poser la question des modèles mathématiques à inventer, notamment avec des systèmes d'équations différentielles. À partir de là, une théorie mathématique pure a été mise au point. De même, le développement technologique dans le monde a besoin des mathématiques et vient donc nourrir les recherches de nouvelles théories et de nouvelles applications. Prenez l'ordinateur : comment faire en sorte qu'une image soit transmise très rapidement d'un ordinateur à l'autre via Internet ? C'était là une question de mathématique. Avant les années 80-90, nous ne savions pas la traiter. C'est un des exemples qui montre que les nouvelles technologies dont vous servez au quotidien ont eu besoin, pour exister, que l'on invente de nouveaux modèles mathématiques ».

(1) Lors des dernières présidentielles françaises, qui semblaient opposer principalement le candidat sortant Jacques Chirac et le Premier ministre Lionel Jospin, aucun institut de sondage n'avait prévu que Jean-Marie Le Pen dépasserait Lionel Jospin au premier tour, éliminant ce dernier avant même le deuxième tour.

QUELQUES RESSOURCES DOCUMENTAIRES

LES PROBABILITÉS ONT UNE HISTOIRE

• Attali, Jacques. *Blaise Pascal ou le génie français*. LGF, 2002. Le livre de poche.
La biographie d'un homme considéré comme l'un des plus grands écrivains français, mais qui fut aussi le mathématicien du XVIIe siècle qui ouvrit la voie à la théorie des probabilités.
• Bernstein, Peter L. *Plus fort que les dieux : la remarquable histoire du risque*. Flammarion, 1998.
L'auteur retrace, de l'antiquité à nos jours, l'histoire des idées qui ont façonné la conception moderne du risque : probabilités et échantillonnages, théorie des jeux, lois des grands nombres…
• Callens, Stéphane. *Les Maîtres de l'erreur*. PUF, 1997.
Après la révolution newtonienne du XVIIIe siècle est apparue la « révolution probabilitaire » dont sont issues les sciences sociales contemporaines. De Gauss à Borel, l'auteur étudie le renouvellement de la pensée de la mesure par la théorie des probabilités.

• *Histoire des probabilités*. Académie de Clermont-Ferrand HYPERLINK **http://crdp.ac-clermont.fr/pedago/maths/classes/proba/histoire.htm**
Un aperçu historique du calcul des probabilités et des théories de différents mathématiciens : Pascal, Bernouilli, Laplace, Poincaré, Borel, Kolmogorov…

COMPRENDRE LES PROBABILITÉS ET LES STATISTIQUES

• Belorizky, Elie. *Probabilités et statistique dans les sciences expérimentales*. Nathan, 1998. Collection 128.
L'ouvrage introduit, avec un certain nombre de situations physiques classiques, des éléments du calcul des probabilités et les principales fonctions de distribution. La théorie de la mesure et le traitement des incertitudes sont particulièrement analysés.
Pour enseignant.
• Escofier, Brigitte, Pagès, Jérôme. *Initiation aux traitements statistiques*. PU de Rennes, 1997.
L'ouvrage s'articule autour du traitement statistique d'un fichier de données (20 notes obtenues par 993 élèves de terminale). Méthodes et outils statistiques sont graduellement introduits au fur et à mesure que les questions se posent. La présentation est véritablement ancrée dans la pratique.
• Faut-il se fier aux statistiques ? *Tangente*, n° 77, 2000.
Ce numéro de Tangente est entièrement consacré aux statistiques : histoire des statistiques, théorie de l'estimation, échantillonnage, méthode des quotas, test du khi-deux, jeux et problèmes avec leurs solutions.
• Fine, Jeanne, Saguès, Françoise. *Introduction à la statistique*. St@ternet, 2001.
http://www2.toulouse.iufm.fr/mathematiques/stat2/present/index.htm
Une proposition de cours et d'exercices sur le site de l'IUFM de Toulouse.
• Fréling, Philippe. *Les mots des maths 3 : suite, statistiques, probabilités, dénombrements*. Vidéocassette. CNDP, 2000.
Quatre films qui partent d'une démarche historique pour expliquer les notions mathématiques de suite, statistiques, probabilités, dénombrements. Chaque notion est illustrée par des exemples pris dans la réalité quotidienne du physicien, du marin, de l'architecte, du musicien ou de l'astronome.
• Frugier, Gérard, Matthieu, Gérard. ill. *Petits problèmes quotidiens de probabilités avec leurs solutions*. Ellipses, 2002.
L'ouvrage, illustré avec humour, se propose d'initier des non-spécialistes au calcul des probabilités devenu

« incontournable » dans notre vie quotidienne.
• Goldfarb, Bernard. *Introduction à la méthode statistique : Gestion, économie*
Les auteurs étudient, à partir de données réelles, à la fois la statistique descriptive et des éléments de probabilités.
Les méthodes de la statistique sont illustrées par des applications sous Excel ou SPSS.
Pour enseignant.
• Les probabilités. *Tangente*, hors-série n° 17, novembre 2003
Un numéro spécial consacré à la science de l'aléa (loi de Bernouilli, loi binomiale…) et à ses applications (sondages).
• Py Bernard. *Statistique descriptive : Nouvelle méthode pour bien comprendre et réussir.* Economica, 1996
Cet ouvrage est un manuel d'initiation et d'utilisation des techniques de la statistique descriptive. Sa lecture à deux vitesses permet d'aller rapidement à l'essentiel ou de s'orienter vers les démonstrations mathématiques et les exercices d'application.
• Rittaud, Benoît. *Hasard et probabilités.* Le Pommier, 2002. Quatre à quatre.
Benoît Rittaud présente la notion mathématique de probabilité en partant de quelques jeux de hasard et du modèle équiprobable. Il fait découvrir les diverses ramifications touchées par cette théorie mathématique comme les jeux de hasard, la linguistique et la théorie de l'information.
• Robert, Claudine, Guézou, Yves ill. *Contes et décomptes de la statistique.* Vuibert, 2003
Une explication des notions élémentaires de la statistique par le biais de divers contes et récits. Le texte est volontairement accessible à tous.

LE HASARD APPRIVOISÉ PAR LES MATHÉMATIQUES ?

• Bruce, Colin, Devillers-Argouac'h Martine. trad., Paget, Daniel. trad. *Elémentaire mon cher Watson !* Flammarion, 2002
Colin Bruce fait revivre Sherlock Holmes et le docteur Watson dans douze nouvelles aventures. Les enquêtes policières sont résolues grâce aux déductions logiques du célèbre détective agrémentées ici de probabilités.
• *Chroniques du hasard.* CNDP, 1989. 2 vidéocassettes.
Tout en regardant la télévision qui annonce catastrophes et résultats de courses, Pascal et le Chevalier de Méré jouent aux dés et devisent sur l'aléatoire et les probabilités.
• Dacunha-Castelle, Didier. *Les Chemins de l'aléatoire.* Flammarion, 2000
Les mathématiques de l'aléatoire (probabilités, grands nombres, statistiques, événements) et l'usage qu'on en fait dans la société (le risque médical, les assurances, la Bourse).
• Dutertre, Jacques. *Ne jouez pas idiot ! optimiser ses chances par le calcul des probabilités.* Grancher, 2003.
Statistiques et probabilités à l'appui, l'auteur nous fait découvrir comment limiter au maximum le hasard et faire une utilisation rationnelle des mises à la Roulette, au Black Jack, au Loto ou au Tiercé.
• Eastaway, Rob, Wyndham, Jeremy. *Pourquoi les bus arrivent-ils toujours par trois ? les mathématiques dans la vie quotidienne.* Flammarion, 2001
Comment les mathématiques expliquent avec humour les énigmes de la vie courante.
• Pagès, Gilles, Bouzitat, Claude, Guézou, Yves ill. *En passant par hasard : les probabilités de tous les jours.* Vuibert, 1999.
L'ouvrage démonte les mécanismes qui sont à l'œuvre dans les phénomènes quotidiens tels que les embouteillages, le surbooking des places d'avion, les jeux de hasard, la Bourse et les finances. De nombreux dessins humoristiques agrémentent l'ouvrage.
• Peut-on gagner aux jeux de casino ? *Tangente*, n° 87, juillet-août 2002.
« Le joueur face au casino, c'est le pot de terre contre le pot de fer. Un combat perdu d'avance. Si Dieu est du côté des gros bataillons, le calcul des probabilités est du côté de la banque. Il n'existe pas de martingale infaillible. Il existe juste des techniques pour résister » (Introduction de l'éditeur)
• Rose, José. *Le hasard au quotidien : coïncidences, jeux de hasard, sondages.* Seuil, 1993.
Un essai humoristique, parsemé d'anecdotes, sur les subtilités des probabilités et leurs applications les plus courantes.

UNE APPLICATION PARTICULIÈRE DES MATHÉMATIQUES : LE SONDAGE

• Ardilly, Pascal. *Les techniques de sondage.* Technip, 1994
Les fondements mathématiques et méthodologiques des enquêtes par sondage, et le cadre théorique pour mesurer les performances : méthodes d'échantillonnage, techniques d'estimation et de redressement, calcul de la

précision des résultats obtenus.
• Cayrol, Roland. *Sondages, mode d'emploi*. Presses de sciences Po, 2000.
Roland Cayrol, directeur associé de l'institut CSA, décrit la technique et le métier de sondeur. Prenant position contre certaines critiques, il affirme que les sondages sont, dans les démocraties, un instrument essentiel de connaissance et même de liberté.
• Dowek, Gilles. *Peut-on croire les sondages ?* Le Pommier, 2002. Les petites pommes du savoir.
Choix des personnes interrogées, fiabilité des réponses, interprétation des résultats… L'ouvrage apporte les connaissances nécessaires à la lecture et à la compréhension des sondages.
• Henry, Michel. Simulation d'un sondage. Fourchettes d'échantillonnage et intervalles de confiance. *Bulletin de l'APMEP*, n° 444, janvier-février 2003
http://www2.ac-lille.fr/apmep/les_ateliers/LA24_Henry.PDF
Les méthodes de sondage se sont développées grâce à la diffusion des outils informatiques. Au lycée, on peut proposer aux élèves d'utiliser les fonctionnalités d'un tableur pour simuler des sondages aléatoires simples.
Pour enseignant.
Cet article de périodique est également disponible sur le site de l'APMEP-Lille.
• Blondiaux, Loïc. *La fabrique de l'opinion : une histoire sociale des sondages*. Seuil, 1998.
L'auteur explore les conditions de naissance des sondages dans les années 30. En France l'outil, importé des États-Unis, a été longtemps ignoré ou rejeté avant d'opérer une véritable révolution dans l'opinion.
L'ouvrage invite à une réflexion sur les implications politiques de cette invention.
• Meynaud, Hélène, Duclos, Denis. *Les sondages d'opinion*. La Découverte, 1996.
Une vue d'ensemble du sondage d'opinion et des enjeux qui influent sur sa commande, sa conception, sa réalisation, ses résultats et son utilisation.
• SOFRES, Duhamel, Olivier prés, Méchet, Pierre prés. *L'État de l'opinion* 2003. Seuil, 2003.
Les sondages effectués par la SOFRES en 2002 dans les domaines de la politique, de l'économie et de la société analysés et commentés.
L'édition 2004 de *L'État de l'opinion* paraîtra en mars 2004.
• Kessler, Emmanuel. *La Folie des sondeurs : De la trahison des opinions*. Denoël, 2002.
Kessler, journaliste politique, donne un mode d'emploi des sondages et en recense les dérapages. En fait, dit-il, « la manipulation, volontaire ou non, vient plutôt du gouffre qui sépare ce qu'ils mesurent réellement des conclusions que l'on tire d'une lecture superficielle des chiffres publiés ». Un livre écrit avec humour et fourmillant d'anecdotes. À lire avant de voter !
• Lech Jean-Marc. *Sondages privés : les secrets de l'opinion*. Stock, 2001.
Jean-Marc Lech, coprésident d'IPSOS, a côtoyé les principaux acteurs politiques (Giscard d'Estaing, Mitterrand, Chirac) et a parfois travaillé pour eux à titre confidentiel. Il livre ses réflexions sur le rôle des sondages dans la vie politique des trente dernières années.

INSTITUTS DE STATISTIQUES ET SOCIÉTÉS DE SONDAGES

1) Statistiques
• INSEE : Institut National de la Statistique et des Études Économiques
http://www.insee.fr/fr/home/home_page.asp
• INED : Institut National d'Études Démographiques
http://www.ined.fr/
• Voir aussi les services statistiques des différents ministères.

2) Sondages
• BVA : **http://www.bva.fr/**
• CSA : **http://www.csa-fr.com/default.asp**
• IFOP : **http://www.ifop.com/index_fr.htm**
• IPSOS : **http://www.ipsos.fr/index.asp**
• Louis Harris : **http://www.louis-harris.fr/**
• TNS SOFRES : **http://www.tns-sofres.com/default.asp**

Bibliographie réalisée par Joëlle Caillard. CRDP Midi-Pyrénées. Février 2004