

L'ÉMERGENCE D'UNE MATHÉMATIQUE DU PROBABLE AU XVII^e SIÈCLE¹

Norbert MEUSNIER (*)

RÉSUMÉ. — Cet article évoque le réseau des conditions qui, sur le terreau du scepticisme constructif, permettent l'émergence, dans la deuxième moitié du XVII^e siècle, d'une mathématique du probable offrant les éléments théoriques d'une nouvelle prudence; il confronte cette émergence aux traces que nous possédons actuellement d'une quantification du probable au XIV^e siècle. Le concept central de cette mathématisation est la valeur de l'espérance d'une situation de risque dont le modèle fondamental est celui du pari dans les jeux de hasard. On peut alors comprendre comment Jacques Bernoulli élabore, au sein du projet d'une logique générale du probable, les prémices d'une mathématique du probable issue de la problématique de l'estimation des probabilités.

ABSTRACT. — THE EMERGENCE OF A MATHEMATICAL THEORY OF THE PROBABLE IN THE SEVENTEENTH CENTURY. The paper considers the intricate web of conditions that made for the rise, from a suitable ground of constructive scepticism, of a mathematics of the probable, in the latter half of the seventeenth century, setting forth the theoretical elements for a new prudence and providence: this emergence is examined with reference to such traces as are extant and available to this day, of a quantification of probability, as effected in the fourteenth century. Central to this later mathematisation was the concept of value for the expectation in a risk situation, on the basic pattern of the wager in a game of chance. Jakob Bernoulli's approach thus becomes intelligible, when he set down, in the context of a projected general logic of the probable, the groundwork for a mathematics of the probable harking back to the problem-situation of probability evaluation.

Pour la plupart des mathématiciens probabilistes, l'histoire du calcul

¹ Une première version de cet article a fait l'objet d'un exposé dans le cadre du Séminaire d'histoire des mathématiques de l'Institut Henri Poincaré, au cours de la journée *Calcul des probabilités et applications du XVII^e au XX^e siècle* organisée le 22 mars 1995 par le Séminaire d'histoire du calcul des probabilités et de la statistique (Centre d'analyse et de mathématique sociales – CAMS – de l'EHESS, Centre Koyré).

(*) Texte reçu le 27 avril 1995, révisé le 10 janvier 1996.

Norbert MEUSNIER (Département de Mathématiques, Université Paris 8), 226 rue Saint-Denis, 75002 Paris (France).

des probabilités commence au début du XX^e siècle autour de Kolmogorov (voir, par exemple, [Loève 1978, p. 287, 289]), sa protohistoire au début du XIX^e siècle avec Laplace et sa préhistoire avec Jacques Bernoulli au début du XVIII^e siècle. Pour lors, c'est un point de vue que je n'ai pas besoin de remettre en question et je propose donc ici une approche de la préhistoire de la préhistoire du calcul des probabilités. Une belle histoire de cette préhistoire s'est frayée un chemin jusqu'à nous depuis Pierre Rémond de Montmort, passant par Leibniz, Condorcet, Montucla, Laplace, Cournot, une histoire si bien scellée par Siméon-Denis Poisson : «*Un problème relatif aux jeux de hasard, proposé à un austère janséniste par un homme du monde, a été à l'origine du Calcul des Probabilités*» [1837, p. 1].

Pascal est l'un des grands acteurs de cette préhistoire, mais peut-être plus encore est-il pour nous le symbole de son polymorphisme; son œuvre entière, philosophique, scientifique, apologétique et sa vie engagée, intellectuellement et même économiquement, expriment les diverses composantes du long et lent mouvement de formation d'une *nouvelle prudence probabiliste*; un mouvement qui paraît bien atteindre sa masse critique dans la deuxième moitié du XVII^e siècle. Les *Pensées*, en particulier, sont imprégnées de part en part d'une *philosophie de la décision*; une philosophie de la décision qui s'appuie sur ce que Pascal considère comme «*un merveilleux terrain d'études, un modèle réduit idéal*» [Thirouin 1991, p. 38] : les jeux de hasard. Il écrit :

«*Ne blâmez donc pas de fausseté ceux qui ont pris un choix; car vous n'en savez rien.*

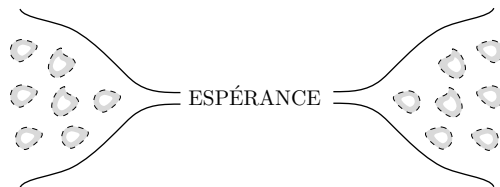
Non; [...] le juste est de ne point parier.

Oui; mais il faut parier. Cela n'est pas volontaire, vous êtes embarqués» [Pensées 451, p. 1213 (Lafuma 418)].

«*Combien de choses fait-on pour l'incertain, les voyages sur mer, les batailles! [...] S'il ne fallait rien faire que pour le certain [...] il ne faudrait rien faire du tout, car rien n'est certain [...]. Or quand on travaille pour demain et pour l'incertain, on agit avec raison : car on doit travailler pour l'incertain, par la règle des partis qui est démontrée*» [Pensées 452, p. 1216 (Lafuma 577)].

En hommage à E. Coumet, qui le premier il y a une trentaine d'années, porté par un raid initial de G.-T. Guilbaud [1952_{a,b}, 1960], a magistrale-

ment entrepris l'enquête², je voudrais exprimer à la manière d'Isidore Ducasse, combien cette préhistoire est belle : «*Belle comme la rencontre non fortuite sur une table de jeu d'un janséniste embarqué et d'un homme du monde... des affaires*»³, belle comme peut l'être la tentative de rendre compte des conditions de formation de l'une des plus profondes révolutions idéologiques du monde moderne : la révolution probabiliste⁴. Pour cela je vais analyser la microhistoire d'un battement d'ailes de papillon⁵ situé en 1654–1657, tout en évoquant très succinctement la macrohistoire qui le rend possible.



«*Toute forme est l'état d'une épreuve de forces que celles-ci déforment, transforment, informent ou performent. Stable, la forme n'apparaît plus comme une épreuve*» [Latour 1984, p. 178].

² Cette allusion à Hérodote veut signifier l'importance du travail de Coumet [1965, 1970] qui le premier traça les voies d'une véritable histoire scientifique et globale de la théorie du probable. Le lecteur ne manquera pas d'observer que son article de 1970 est paru dans la revue historique *Annales*.

³ J'applique la théorie d'Isidore Ducasse (voir [Meusnier 1991]) du détournement des citations à lui-même, sur ce célèbre passage des Chants de Maldoror : «*Il est beau comme la rétractilité des serres des oiseaux rapaces ; ou encore, comme l'incertitude des mouvements musculaires dans les plaies des parties molles de la région cervicale postérieure ; ou plutôt, comme ce piège à rats perpétuel, toujours retendu par l'animal pris, qui peut prendre seul des rongeurs indéfiniment, et fonctionner même caché sous la paille ; et surtout, comme la rencontre fortuite sur une table de dissection d'une machine à coudre et d'un parapluie*» [Ducasse 1869/1990, p. 289].

⁴ Une révolution probabiliste au sein de la rhétorique du probable (voir [Morini 1992, p. 2]). Pour une discussion du concept de révolution probabiliste au sens plus étroit d'une révolution scientifique, voir les articles de T.S. Kuhn, «*What are scientific revolutions ?*» ; I.B. Cohen, «*Scientific revolutions, revolutions in science, and a probabilistic revolution 1800–1930*» ; I. Hacking, «*Was there a probabilistic revolution 1800–1930 ?*», dans *The probabilistic revolution* [«*Collectif*» 1987, p. 7–55].

⁵ «*Si un seul battement des ailes d'un papillon peut avoir pour effet le déclenchement d'une tornade, alors il en va ainsi également de tous les battements précédents et subséquents de ses ailes, comme de ceux de millions d'autres papillons, sans parler des activités d'innombrables créatures plus puissantes, en particulier notre propre espèce*» [Lorenz 1995, p. 42].

1. UNE DÉCENNIE EXPLOSIVE

1.1. De 1708 à 1718 sont publiés les livres de Pierre Rémond de Montmort, à Paris et en français [1708], de Jacques Bernoulli, à Bâle et en latin [1713], et d'Abraham de Moivre, à Londres et en anglais [1718]. Ces livres ont en commun de traiter du calcul des «*chances*» ou des «*hazards*» ou encore des «*cas*», dans les jeux de hasard. Le livre de Rémond de Montmort est même publié deux fois pendant cette période et la deuxième édition contient également une importante contribution de Nicolas Bernoulli; Nicolas Bernoulli qui publie en 1711 dans les *Acta eruditorum* un abrégé de sa thèse de droit de 1709 sur l'*Usage de l'art de conjecturer en droit*. Quant au livre de De Moivre, il est le développement d'une première version parue en latin dans les *Philosophical Transactions* également en 1711; c'est un mémoire qui occupe un numéro entier de la revue. Cette période de 1708 à 1718 peut ainsi être considérée comme celle de la diffusion, élargie potentiellement à l'ensemble de la communauté savante de l'Europe, des premiers éléments de la conquête d'un nouveau territoire de la Raison par les mathématiques. Un demi-siècle auparavant Blaise Pascal s'exprime ainsi à propos des prémices de cette conquête :

«Et puis un traité tout à fait nouveau, d'une matière absolument inexplorée jusqu'ici, savoir : la répartition du hasard dans les jeux qui lui sont soumis, ce qu'on appelle en français faire les partis des jeux ; la fortune incertaine y est si bien maîtrisée par l'équité du calcul qu'à chacun des joueurs on assigne toujours exactement ce qui s'accorde avec la justice. Et c'est là certes ce qu'il faut d'autant plus chercher par le raisonnement, qu'il est moins possible d'être renseigné par l'expérience. En effet les résultats du sort ambigu sont justement attribués à la contingence fortuite plutôt qu'à la nécessité naturelle. C'est pourquoi la question a erré incertaine jusqu'à ce jour ; mais maintenant, demeurée rebelle à l'expérience, elle n'a pu échapper à l'empire de la raison. Et, grâce à la géométrie, nous l'avons réduite avec tant de sûreté à un art exact, qu'elle participe de sa certitude et déjà progresse audacieusement. Ainsi, joignant la rigueur des démonstrations de la science à l'incertitude du hasard, et conciliant ces choses en apparence contraires, elle peut, tirant son nom des deux, s'arroger à bon droit ce titre stupéfiant : La Géométrie du hasard»⁶.

⁶ «*Novissima autem ac penitus intentae materiae tractatio, scilicet de compositione*

1.2. L'explosion de la période 1708–1718 est l'expression visible de la réussite de la première percée de cette *Géométrie du hasard* dans les années 1654–1657, une percée dont les acteurs de première ligne sont d'une part Blaise Pascal et Pierre de Fermat en France et d'autre part Christiaan Huygens aux Pays-Bas. L'activité liée à la Géométrie du hasard entre ces deux périodes d'invention et d'explosion a laissé des traces de son implantation en France, aux Pays-Bas et surtout en Angleterre. Ce sont, en France, les derniers chapitres de *La Logique ou l'Art de penser* de Arnauld et Nicole, aux Pays-Bas des travaux sur les rentes viagères de Louis et Christiaan Huygens, de Johann Hudde et Johann De Witt, et en Angleterre les traductions du traité de Huygens par John Arbuthnot puis William Browne, les travaux sur les rentes viagères de Edmond Halley, les travaux de combinatoire de John Caramuel et Thomas Strode, l'argumentation en faveur de la providence divine de John Arbuthnot, les travaux sur la crédibilité des témoignages humains de George Hooper⁷, les réflexions sur l'utilisation d'un calcul des chances ou des probabilités afin de prendre des décisions dans les domaines de l'économie et de la politique de Richard Cumberland et John Arbuthnot. Je cite en particulier un passage de John Arbuthnot qui joue en Angleterre, comme nous

*aleae in ludis ipsi subjectis, quod gallico nostro idiomate dicitur faire les partis des jeux, ubi anceps fortuna aequitate rationis ita reprimatur ut utriusque lusorum quod jure competit exacte semper assignetur. Quod quidem eo fortius ratiocinando quaerendum, quo minus tentando investigari possit. Ambiguae enim sortis eventus fortuitae contingentiae potius quam naturali necessitati merito tribuuntur. Ideo res hactenus erravit incerta; nunc autem quae experimento rebellis fuit rationis dominium effugere non potuit. Eam quippe tanta securitate in artem per Geometriam reduximus, ut certitudinis ejus particeps facta, jam audacter prodeat; & sic matheseos demonstrationes cum aleae incertudine jungendo, et quae contraria videntur conciliando, ab utraque nominationem suam accipiens, stupendum hunc titulum jure sibi arrogat: aleae Geometria» [1654a, p. 74 et 1403]. Nous sommes en 1654 et Pascal s'adresse aux membres de l'Académie Le Pailleur. Le traité dont il parle ici, c'est probablement celui qui ne paraît que onze ans plus tard, trois ans après sa mort, l'*Usage du triangle arithmétique pour déterminer les partis qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties* [1665, p. 115-126]. Il faut comprendre «partis» au sens de partage et «parties» au sens de manches (d'un jeu).*

⁷ On peut rapprocher de ces travaux ceux de John Craig [1699], mais la mathématisation de la probabilité d'un témoignage y est élaborée selon un modèle analytique totalement étranger à la Géométrie du hasard issue de la problématique des partis. Cet aspect de la mathématisation du probable nous révèle, un peu plus si besoin était, la complexité de la dynamique sémantique de la notion de probabilité au XVII^e siècle et des tentatives de modélisation mathématique dont elle fait l'objet.

venons de le voir, un rôle très important :

«Je crois que le calcul de la quantité de probabilité pourrait être amélioré pour devenir une très utile et plaisante spéculation et être appliqué à de très nombreux événements accidentels, en dehors des jeux. [...] toute la politique dans le monde n'est rien d'autre qu'une sorte d'analyse de la quantité de probabilité dans les événements fortuits et un bon politicien n'est rien d'autre qu'un homme habile à de tels calculs ; mais les principes dont il est fait usage dans la solution de tels problèmes ne peuvent être étudiés dans un cabinet, mais acquis par l'observation de l'humanité. [...] Il y a de la même manière un calcul de la quantité de probabilité fondé sur l'expérience dont on peut faire usage dans les paris de toutes sortes ; c'est un enjeu, pour une femme qui attend un enfant, de savoir si ce sera un garçon, et si vous voulez connaître sa chance exacte, vous devez considérer la proportion dans les tables des naissances masculines et féminines»⁸.

2. UN TRAITÉ TOUT PETIT

2.1. L'étude des traces que je viens de mentionner met en évidence que l'énergie théorique essentielle de cette activité liée à la Géométrie du hasard provient du traité de Christiaan Huygens *De ratiociniis in ludo aleae*⁹ qui paraît en 1657. Ce calcul dans les jeux de hasard concerne des questions de parti, c'est-à-dire de partage de la mise lorsqu'un joueur désire se retirer avant la fin de la partie et la définition du pari équitable dans des jeux de dés.

2.2. Voici les termes dans lesquels Huygens énonce le problème des partis dans le cas le plus simple : «*Supposons maintenant que je joue*

⁸ «*I believe the Calculation of the Quantity of Probability might be improved to a very useful and pleasant Speculation, and applied to a great many events which are accidental, besides those of Games. [...] all the Politicks in the World, are nothing else but a kind of Analysis of the Quantity of Probability in casual Events, and a good Politician signifies no more, but one who is dextrous at such Calculations ; only the Principles which are made use of in the Solution of such Problems, can't be studied in a Closet, but acquir'd by the Observation of Mankind. [...] There is likewise a Calculation of the Quantity of Probability founded on Experience, to be made use of in Wagers about anything ; it is odds, if a Woman is with Child, but it shall be a Boy ; and if you would know the just odds, you must consider the Proportion in the Bills that the Males bear to the Females*» [Arbuthnot 1692], cité par Hald [1990, p. 183, 185–186].

⁹ *Sur le calcul ès jeux de hasard.*

contre quelqu'un à la condition que le premier qui gagnera trois fois remportera ce qui est déposé et que j'ai déjà gagné deux fois et l'autre une fois seulement. Si nous ne voulons pas poursuivre le jeu, mais partager de façon équitable l'argent pour lequel nous jouons, je désire savoir combien il m'en revient»¹⁰.

Voici maintenant un problème de pari dans le cas le plus simple : «Trouver en combien de fois quelqu'un peut entreprendre de jeter six points avec un dé»¹¹. Pour résoudre ces problèmes, Huygens

«utilise le fondement suivant : il ne fait pas de doute que dans les jeux de hasard il faut estimer le sort ou l'espérance qu'une personne a d'obtenir quelque chose autant que ce qui lui permettrait, en l'ayant, d'atteindre à nouveau le même sort ou la même espérance en jouant contre quelqu'un à condition égale. Par exemple, si quelqu'un cache à mon insu 3 pièces dans une main et 7 dans l'autre et me donne le choix de recevoir les pièces de celle des deux mains que je préfère, je dis que cela a la même valeur pour moi que si on me donne 5 pièces. En effet, lorsque j'ai 5 pièces, je peux à nouveau atteindre cette situation d'acquérir une égale espérance d'obtenir 3 ou 7 pièces et cela en rivalisant à jeu égal»¹².

C'est le fondement qui lui permet, par un raisonnement algébrique, d'établir les trois propositions sur le calcul de la valeur de l'espérance dont voici la première et la troisième :

«Proposition I : si j'espère a ou b, et que l'un ou l'autre puisse m'advenir aussi facilement, on doit dire que mon espérance vaut $(a + b)/2$.»

«Proposition III : si le nombre des cas dans lesquels il m'échoit a est p,

¹⁰ «Sumpto itaque me cum aliquo certare, hoc pacto : ut qui prius ter vicerit, quod depositum est, lucretur, & me jam bis vicisse, alterum verò semel. Scire cupio, si lusum prosequi non velimus, sed pecuniam, de quâ certamus, prout æquum est, partiri, quantum ejus mihi obtingeret» [Huygens 1657/1713, p. 11 (pagination originale)].

¹¹ «Invenire, quot vicibus suscipere quis possit, ut unâ tesserâ 6 puncta jaciat» [Ibid., p. 25].

¹² «Hoc utrobique utar fundamento : nimirum, in aleae ludo tanti æstimandam esse cujusque sortem seu expectationem ad aliquid obtinendum, quantum si habeat, possit denuæ ad similem sortem sive expectationem pervenire, æquâ conditione certans. Ut, exempli gratiâ, si quis me inscio alterâ manu 3 solidos occultet, alterâ 7 solidos, mihi que optionem det ex utrâ manu solidos accipere mâlim ; hoc tantundem mihi valere dico, ac si 5 solidi mihi dentur. Quoniam quinque solidos habens, denuæ eæ pervenire possum, ut æquam expectationem nanciscar ad 3 vel 7 solidos obtinendos : idque æquo lusu contendens» [Ibid., p. 3-4].

que par ailleurs le nombre des cas par lesquels il m'échoit b soit q , à supposer que tous les cas aient une inclination égale, mon espérance vaudra $(pa + qb)/(p + q)$ »¹³.

Ainsi les ingrédients fondamentaux de la construction de Huygens sont-ils les suivants : tout d'abord, il y a le fait que les problèmes des partis et les problèmes des dés sont analysés dans les termes du pari car c'est le juste pari qui doit être défini pour trouver le juste parti, c'est-à-dire la juste mise de celui qui achèterait la situation incertaine dans laquelle se trouve celui qui décide de sortir du jeu ; ensuite il y a le concept central qui permet cette définition, celui d'espérance ou plus précisément de la valeur de l'espérance d'obtenir des gains futurs potentiels ; enfin, il y a le mode de calcul de la valeur de l'espérance qui fait intervenir les cas dans lesquels chaque gain peut être obtenu, et cela en supposant que tous les cas peuvent arriver avec la «*même facilité*».

Il faut aussi souligner ce qui n'intervient pas du tout dans cette construction, de même que dans celle de Pascal qui en est assez proche d'un point de vue théorique, à savoir la notion de *probabilité* en quelque sens que ce soit ; il n'y est jamais question de probabilité ni explicitement, ni même implicitement.

2.3. Avec ce petit traité, Huygens met un certain nombre d'atouts dans le jeu de la Géométrie du hasard : sa publication en latin, sa publication en annexe d'un livre largement diffusé d'un mathématicien cartésien et grand professeur (il s'agit de Frans van Shooten), son extrême concision (une quinzaine de pages), sa grande clarté de style axiomatique-déductif, illustré d'exemples très simples, sa liaison, par la méthode de résolution, des problèmes de parti et des problèmes de pari, sa proposition de défis aux lecteurs sous la forme de problèmes à résoudre.

¹³ «*Propositio I : Si a vel b expectem, quorum utrumvis æquè facillè mihi obtingere possit, expectatio mea dicenda est valere $(a + b)/2$* » [Huygens 1657/1713, p. 4].

«*Propositio III : Si numerus casuum, quibus mihi eveniet a, sit p ; numerus autem casuum, quibus mihi eveniet b, sit q, sumendo omnes casus æque in proclivi esse : expectatio mea valebit $(pa + qb)/(p + q)$* » [*Ibid.*, p. 7].

Dans la version originale en néerlandais, *Van Rekeningh in Spelen van Geluck* [*Œuvres*, t. XIV], Huygens utilise les termes *kans* et *kansse* (pluriel *kanssen*) pour exprimer les notions traduites en latin par *casus* et *expectatio*. Sur cette question extrêmement délicate à propos du terme d'espérance suscitée par la confrontation des textes néerlandais et latin, voir Freudenthal [1980] et les notes de Meusnier[1992b].

3. DE LA GÉOMÉTRIE DU HASARD À L'ART DE CONJECTURER

3.1. De même qu'un nombre probablement assez important de mathématiciens et de philosophes — disons savants — de la deuxième moitié du XVII^e siècle comme Hudde, De Witt, Spinoza, Leibniz, et tous les Anglais cités plus haut, Jacques Bernoulli lit le traité de Huygens et cherche à résoudre les problèmes qui y sont proposés. Il considère même que le *De ratiociniis in ludo aleae* est si fondamental qu'il en fait avec de très larges commentaires et développements la première partie de son *Ars conjectandi*¹⁴ publié seulement en 1713, huit ans après sa mort. Nous savons d'après son extraordinaire journal scientifique qu'il possède l'essentiel du contenu mathématique de ce livre dès 1689 ou 1690, cinq ans après avoir commencé à travailler sur les problèmes proposés par Huygens. Les ouvrages de Montmort et de De Moivre, qui paraissent à peu près en même temps que celui de Bernoulli sont en grande partie consacrés à la solution technique de problèmes particuliers fournis par des situations théoriques issues des jeux de hasard. Ceci est surtout vrai dans le cas de De Moivre¹⁵, mais l'*Ars conjectandi* qui traite également ces questions techniques, est, bien au-delà de cela, le manifeste synthétique et explicite d'un *nouveau probabilisme*. Un probabilisme quantitatif et non plus seulement qualitatif; un probabilisme qui cherche effectivement, au-delà du projet énoncé dans la *Logique* de Port-Royal, à se donner les moyens techniques, d'ordre logique et mathématique, de rendre son projet opératoire, sous réserve de pouvoir s'en donner les moyens pratiques.

3.2. Le livre de Bernoulli est composé de quatre parties : le traité de Huygens avec la résolution des problèmes proposés, un traité de combinatoire très développé, l'application de ces outils à la résolution de problèmes relevant des jeux de hasard, enfin la si fameuse et si méconnue «*quatrième partie de l'Art de conjecturer traitant de l'usage et l'application de la doctrine précédente aux affaires civiles, morales et économiques*»¹⁶. Jacques Bernoulli y écrit :

¹⁴ *Art de conjecturer*. P. R. de Montmort traduit : «*Art de deviner*» [1708/1713, p. IV].

¹⁵ Au sujet de Montmort, voir l'article à paraître de Coumet [1996].

¹⁶ «*Artis conjectandi pars quarta, tradens usum & applicationem præcedentis doctrinæ in civilibus, moralibus & æconomicis*» [Bernoulli 1713, p. 210].

«*L'art de conjecturer ou la stochastique se définit pour nous comme l'art de mesurer aussi exactement que possible les probabilités des choses. Le but est que dans nos jugements et dans nos actions nous puissions toujours choisir ou suivre le parti que nous aurons découvert comme meilleur, préférable, plus sûr ou mieux réfléchi. C'est sur cela seulement que repose toute la sagesse du Philosophe et toute la prudence du Politique*»¹⁷. Tout est dit : cette «*stochastique*» est une théorie du probable qui offre les moyens de définir les conditions du meilleur choix à faire aussi bien pour connaître que pour agir. Bernoulli propose ainsi d'y trouver les fondements d'une nouvelle *prudence* et son projet relève de la problématique beaucoup plus générale du scepticisme constructif.

4. ÉPISTÉMIQUE, LA PROBABILITÉ

4.1. La méthode de l'espérance de Pascal-Huygens est élaborée et développée sur le terrain «*des jeux de hasard que leurs premiers inventeurs ont pris soin d'organiser en vue de se ménager l'équité, de telle sorte que fussent assurés et connus les nombres de cas qui doivent entraîner le gain ou la perte, et de telle sorte que tous ces cas puissent arriver avec une égale facilité*»¹⁸. Ce que Jacques Bernoulli prétend c'est qu'il est possible d'en étendre l'application à tous les domaines dans lesquels nous n'avons pas de certitude pour peu que nous puissions définir dans chaque circonstance ces cas également faciles. Dans tous les domaines, comme dans le cas particulier des jeux de hasard, l'incertitude n'est qu'une apparence, un défaut de notre entendement. Cette incertitude n'est pas dans les choses mais dans la connaissance que nous en avons. «*Tout ce qui bénéficie sous le soleil de l'être ou du devenir, passé, présent ou futur, possède toujours en soi et objectivement une certitude totale*»¹⁹. Il s'agit là de la certitude objective de la chose, c'est-à-dire sa «*vérité*», mais «*dans son rapport à*

¹⁷ «*Ars conjectandi sive Stochastice nobis definitur ars metiendi quàm fieri potest exactissimè probabilitates rerum, eo fine, ut in judiciis & actionibus nostris semper eligere vel sequi possimus id, quod melius, satius, tutius aut consultius fuerit deprehensum ; in quo solo omnis Philosophi sapientia & Politici prudentia versatur*» [Bernoulli 1713, p. 213].

¹⁸ «*in aleæ ludis, quos primi inventores ad æquitatem ipsis conciliendam data opera sic instituerunt, ut certi notique essent numeri casuum, ad quos sequi debet lucrum aut damnum, & ut casus hi omnes pari facilitate obtingere possent*» [*Ibid.*, p. 223].

¹⁹ «*Omnia, quae sub Sole sunt vel fiunt, præterita, præsentia sive futura, in se &*

nous [...] elle est la mesure de notre connaissance touchant cette vérité»²⁰ et il s'agit alors de la certitude subjective²¹.

Bernoulli est encore plus précis lorsqu'il écrit :

«*La contingence est surtout en rapport avec notre connaissance*»²², «*je le montre par des exemples. Etant donné la position du dé, sa vitesse et la distance de la table, au moment où il quitte la main du joueur, le dé ne peut tomber autrement qu'il ne tombe en réalité : cela est tout à fait certain ; de même étant donné la composition présente de l'air, et étant donné la masse des vents, des vapeurs et des nuages, leur position, mouvement, direction, vitesse et les lois du mécanisme selon lesquelles tous ces éléments réagissent les uns sur les autres, le temps du lendemain ne peut être autre que ce qu'il sera en réalité*»²³.

Ainsi, il énonce explicitement le postulat métaphysique d'une nécessité universelle et l'incertitude ne concerne donc que notre connaissance des choses et non les choses. Ce qui ainsi est incertain, nous le conjecturons : «*conjecturer quelque chose, c'est mesurer sa probabilité*»²⁴ et «*la probabilité*

objectivè summam semper certitudinem habent» [Ibid., p. 210]. En affirmant cela, Bernoulli, bien sûr, ne fait preuve d'aucune originalité, surtout à la fin du XVII^e siècle (voir à ce sujet Meusnier [1987a, p. 75–76]). Probabilisme et déterminisme ne s'opposent pas, bien au contraire, dans la mesure où il s'agit d'un probabilisme épistémique au sein d'un déterminisme ontique.

²⁰ «*in ordine ad nos [...] constitit in mensura cognitionis nostræ circa hanc veritatem*» [Ibid., p. 210].

²¹ «*Certitudo [...] spectatur vel objectivè [...] vel subjective*» (on considère la certitude [...] ou bien objectivement [...] ou bien on la considère subjectivement) [Ibid., p. 210].

²² «*adeo ut contingentia præcipuè etiam respiciat cognitionem nostram*» [Ibid., p. 213].

²³ «*quod exemplis declaro. Certissimum est, quòd data tessera positione, velocitate & distantia ab alveo, eo momento quo manum projicientis deferit, tessera non potest aliter cadere, quàm uti revera cadit : item, quòd data aëris constitutione præsentè, datisque ventorum, vaporum, nubium mole, situ, motu, directione, velocitate & mechanismi legibus, quibus hæc omnia in se invicem agunt, tempestas crastinæ diei non possit alia fore, quàm qualis reapse futura est*» [Ibid., p. 212].

Arbuthnot écrit : «*It is impossible for a Die, with such determin'd force and direction, not to fall on such a determin'd side, only I don't know the force and direction which makes it fall on such a determin'd side, and therefore I call that Chance, which is nothing but want of art*» (Il est impossible pour un dé, avec une force et une direction bien déterminée, de ne pas tomber sur une face bien déterminée ; seulement je ne connais pas la force et la direction qui le font tomber sur une telle face déterminée et par conséquent j'appelle cela hasard, ce qui n'est rien d'autre qu'un manque d'habileté) ; cité par Hald [1990, p. 185]. Là où Bernoulli parle de «*connaissance*» (cognitio), Arbuthnot parle d'«*habileté*» (art).

²⁴ «*Conjicere rem aliquam est metiri illius probabilitatem*» [Bernoulli 1713, p. 213].

[...] *est un degré de la certitude et en diffère comme la partie diffère du tout*»²⁵.

4.2. Bernoulli, nous l'avons vu, oppose la certitude objective et la certitude subjective; il est parfaitement clair alors qu'il désigne par la notion de probabilité un degré de la certitude *subjective*. Cependant je ne parlerai pas, à ce moment de sa théorie, de probabilités subjectives mais de probabilités *épistémiques*; il est nécessaire en effet de distinguer d'une part le plan de la nature des probabilités où l'on peut opposer les choses et les jugements sur les choses en parlant de probabilités ontiques et de probabilités épistémiques, et d'autre part le plan des modalités de l'estimation de ces probabilités où l'on peut alors opposer des probabilités subjectives obtenues *a priori* et des probabilités objectives obtenues *a posteriori*.

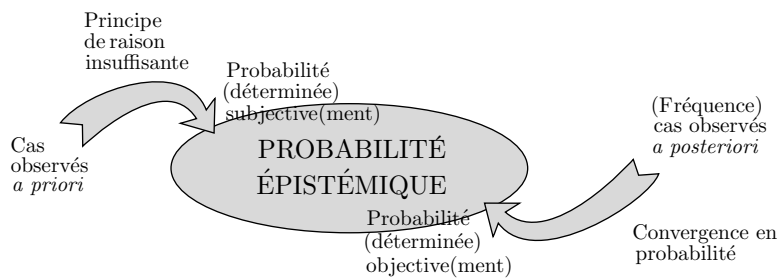


Schéma de détermination de la «probabilité» chez Jacques Bernoulli.

Ainsi peut-on parler de probabilités subjectives dans le cas des dés, obtenues par des considérations de symétrie et le principe de raison insuffisante «*car à cause de la similitude des bases et du poids uniforme des dés il n'y a point de raison pour qu'une des bases soit plus encline à échoir que l'autre*»²⁶ et on peut parler de probabilités objectives lorsqu'elles sont obtenues «*en observant l'issue de nombreux exemples semblables*»²⁷ c'est-à-dire fréquemment. Je dis on peut parler de probabilités objectives

²⁵ «*Probabilitas [...] est gradus certitudinis, & ab hac differt ut pars à toto*» [*Ibid.*, p. 211].

²⁶ «*cum propter similitudinem hedrarum & conforme tesseræ pondus nulla sit ratio, cur una hedrarum pronior esset ad cadendum quàm altera*» [*Ibid.*, p. 224].

²⁷ «*ex eventu in similibus exemplis multoties observato*» [*Ibid.*, p. 224].

et subjectives car en fait Bernoulli ne parle pas ici de probabilités mais de «*cas*». Ainsi, les précisions que je viens de donner permettent d'éviter de confondre probabilité subjective et probabilité épistémique d'une part et surtout probabilité objective et probabilité ontique d'autre part.

4.3. Pour Jacques Bernoulli, de manière très classique — ou très scolastique si l'on veut — lorsqu'il utilise le terme de «*probabilité*», il parle de la probabilité d'une opinion, de la probabilité d'un jugement. Ce que lui, le premier, systématise, c'est la possibilité de «*mesurer la probabilité*». Pour cela, par un mouvement dialectique d'analogie il faut d'une part que les questions de jeux de hasard soient considérées comme de simples cas particuliers d'opinions ou de conjectures, et d'autre part que l'on puisse appliquer la méthode de l'espérance à toute conjecture ; en fait que toute opinion ait une valeur au sens propre du terme, que toute opinion puisse ainsi faire l'objet d'un pari équitable. Tout revient donc, pour toute conjecture, à déterminer la force de ce qui la prouve, sa valeur.

5. UNE LOGIQUE GÉNÉRALE DU PROBABLE

5.1. Bernoulli écrit : «*Les probabilités, sont estimées d'après le nombre et aussi le poids des arguments qui de quelque manière prouvent ou révèlent que quelque chose est, sera, ou a été. En outre par le poids, j'entends la force de ce qui prouve*»²⁸. Par exemple : pour un joueur de dés, si l'argument de la victoire est l'obtention de sept points avec deux dés, la conjecture est alors le fait de gagner, et en estimer la probabilité c'est calculer le poids de l'argument. «*La force de ce qui prouve, qui donne son efficacité à n'importe quel argument dépend d'une multitude de cas où il peut exister ou ne pas exister, révéler ou ne pas révéler ou même révéler le contraire*»²⁹. Ainsi y a-t-il dans le cas particulier du jeu de dés précédent, six cas dans lesquels l'argument existe et prouve, et trente cas dans lesquels il n'existe pas et donc ne prouve rien de la conjecture. La

²⁸ «*Probabilitates aestimantur ex numero simul & pondere argumentorum, quæ quoquo modo probant vel indicant, rem aliquam esse, fore aut fuisse. Per Pondus autem intelligo vim probandi*» [*Ibid.*, p. 214].

²⁹ «*vim probandi, qua pollet quodlibet argumentum, pendere à multitudine casuum, quibus illud existere vel non existere, indicare vel non indicare, aut etiam contrarium rei indicare potest*» [*Ibid.*, p. 218].

méthode de l'espérance permet de calculer la probabilité de la conjecture dans le cas d'un jeu de dé. Mais en fait, c'est le cas des jeux de dés qui sert de modèle pour étendre la méthode au calcul des probabilités des conjectures en général³⁰.

5.2. La notion de probabilité est conçue principalement par la philosophie et la théologie scolastiques, comme la qualité que procure à un jugement une ou plusieurs autorités reconnues ; le fait d'*être probable* signifie dans ce cas *être approuvable* parce qu'*approuvé* par une autorité indiscutable. Au sein de profondes transformations structurelles économiques et politiques, manifestes depuis le milieu du XV^e siècle, une immense crise sceptique, aux XVI^e et XVII^e siècles, exprime le bouleversement des valeurs culturelles de l'Occident chrétien. Une crise essentiellement théologique que développent les controverses de la Réforme et de la Contre-Réforme ; mais aussi de manière plus générale une crise épistémologique au cœur des controverses de la science dogmatique scolastique ou néo-géométrique et de la nouvelle science expérimentale : Robert Boyle, en particulier, place au centre de son argumentation fondée sur les témoignages humains et factuels, la notion de *certitude morale*³¹.

Aussi, la connaissance étant impossible, le probable est, de plus en plus, la connaissance partielle que procurent les preuves fournies par des témoins ou par toutes sortes d'indices. Cette conception du probable, c'est celle des juristes et c'est elle que systématise Jacques Bernoulli dans la quatrième partie de son *Ars conjectandi*. Comme il le laisse entendre, elle répond aux derniers chapitres de l'*Art de penser* d'Arnauld et Nicole, c'est-à-dire de la *Logique* de Port-Royal³². Je l'ai montré rapidement, avec la méthode de l'espérance pour moyen de calcul et le modèle

³⁰ Cette extension est la condition de la logique générale du probable que Bernoulli développe dans le remarquable chapitre III : «*De variis argumentorum generibus, & quomodo eorum pondera aestimentur ad supputandas rerum probabilitates*» (Les diverses espèces d'arguments et comment estimer leur poids pour supputer les probabilités) [Bernoulli 1713, p. 217–223].

³¹ Voir à ce sujet les chapitres 2 (« Voir et croire : la production expérimentale des faits pneumatiques ») et 7 (« La philosophie naturelle et la Restauration : les intérêts en jeu ») de S. Shapin et S. Schaffer [1985/1993] et le chapitre VII « Le scepticisme constructif ou modéré » de R. Popkin [1979/1995].

³² «*Quatrième partie, De la méthode :*

Chap. XII. De ce que nous connaissons par la foi soit humaine, soit divine [...].

Chap. XIII. Quelques règles pour bien conduire sa raison dans la créance des événements qui dépendent de la foi humaine [...].

des jeux de hasard pour moyen analogique, Bernoulli se donne les moyens théoriques de développer les bases d'une logique générale des probabilités si l'on entend bien que cette notion de probabilité désigne la force probatoire de l'argument ou de la série d'arguments d'une conjecture. Il relie ainsi la problématique locale de la valeur du pari dans les jeux de hasard et la problématique globale de la probabilité des jugements dans une théorie que l'on peut considérer comme le développement du vaste programme énoncé dans la *Logique* de Port-Royal en 1662. On trouve des traces explicites mais très limitées de cette liaison chez Chillingworth dès 1638 dans le contexte des controverses entre protestants et catholiques sur la «*règle de la foi*»³³; et George Hooper, en 1699–1700, développe, dans un article des *Philosophical Transactions*, un calcul de la crédibilité du témoignage humain dont les résultats sont comparables à certains de ceux obtenus à la même époque par Bernoulli dans sa logique générale du probable.

5.3. Le calcul classique de la théorie additive des probabilités n'est qu'un cas particulier de cette logique générale, celui qui correspond au cas particulier du modèle fondamental des jeux de hasard et qui repose sur la possibilité de définir des cas «*également possibles, ou qui peuvent survenir avec une égale facilité*»³⁴. Le problème central de cette logique générale est celui de l'estimation des cas dans les situations où à la différence de celle des jeux de hasard ces cas ne peuvent pas être déterminés *a priori*. Alors :

«*Ce qu'il n'est pas donné d'obtenir a priori l'est du moins a posteriori, c'est-à-dire qu'il sera possible de l'extraire en observant l'issue de nombreux exemples semblables ; car on doit présumer que, par la suite, chaque fait peut arriver et ne pas arriver dans le même nombre de cas qu'il avait été constaté auparavant, dans un état de choses semblables qu'il arrivait ou n'arrivait pas*»³⁵.

Chap. XIV. Application de la règle précédente à la créance des miracles [...].

Chap. XV. Autres remarques sur le même sujet de la créance des événements [...].

Chap. XVI. Du jugement qu'on doit faire des accidents futurs» [Arnauld et Nicole 1662/1970, p. 409-431].

³³ Voir à ce sujet Franklin [1991, p. 139] et Morini [1992].

³⁴ «*æquè possibles [...], seu pari facilitate evenire posse*» [Bernoulli 1713, p. 219].

³⁵ «*quod à priori elicere non datur, saltem à posteriori, hoc est, ex eventu in similibus*

Chacun «tient pour évident que plus on aura recueilli de nombreuses observations de ce genre, moins grand sera le danger de s'écarter du but»³⁶, un but qui est de «rechercher expérimentalement le nombre de cas»³⁷. Le terrain privilégié de la remarque de cette «évidence», qui n'est bien entendu rien moins qu'évidente, Bernoulli le rencontre dès le début de ses travaux sur les problèmes de Huygens et l'application qu'il fait de la méthode de l'espérance à des calculs sur la valeur d'un héritage en fonction de la durée de vie des protagonistes [Meusnier 1987a, p. 134–152]. Ainsi, ce terrain privilégié c'est celui des observations sur les tables de mortalité où se manifestent, quand on les y cherche, de remarquables régularités³⁸. Mais Bernoulli, le physicien théoricien, le mathématicien, ne se satisfait pas de cette intuition, de cette évidence. Il se donne les moyens théoriques de quantifier la connaissance que l'on peut obtenir, par l'observation des cas *a priori*, avec un modèle de dé généralisé : une urne contenant des boules blanches et des boules noires, dans une proportion quelconque mais connue. Le tirage théorique d'une boule avec remise dans l'urne après chaque tirage permet d'envisager une suite d'observations aussi longue que l'on veut, même sans fin ! Ainsi les cas *a priori* étant connus, les cas observés *a posteriori* fournissent une estimation de la proportion des cas *a priori*. Exprimé avec des termes qui nous sont plus familiers, on peut dire que la *fréquence* observée fournit une estimation de la *probabilité*, une *estimation objective de la probabilité subjective* définie tout à l'heure. Mais quelle confiance peut-on accorder à cette estimation ?

«Il reste assurément à chercher si, en augmentant ainsi le nombre des observations, nous augmentons continuellement la probabilité d'atteindre le rapport réel entre les nombres de cas qui font qu'un événement peut arriver et le nombre de ceux qui font qu'il ne peut arriver, de sorte que cette probabilité dépasse enfin un degré quelconque de certitude ; ou si

exemplis multoties observato eruere licebit ; quandoquidem præsumi debet, tot casibus unumquodque posthac contingere & non contingere posse, quoties id antehac in simili rerum statu contingisse & non contingisse fuerit deprehensum [Bernoulli 1713, p. 224].

³⁶ «*compertum habet, quo plures ejusmodi captæ fuerint observationes, eò minus à scopo aberrandi periculum fore*» [Ibid., p. 225].

³⁷ «*explorandi numeros casuum per experimenta*» [Ibid., p. 226].

³⁸ Le livre de John Graunt est la première étude systématique des tables de mortalité ; il paraît à Londres en 1662.

le Problème, pour ainsi dire, a son Asymptote, c'est-à-dire s'il existe un certain degré de certitude qu'il n'est jamais possible de dépasser, de quelque manière qu'on multiplie les observations, [...] d'avoir découvert le vrai rapport des cas. [...] Mais pour que cela ne soit pas compris autrement qu'il ne convient, il faut bien noter ce qui suit. Je voudrais que le rapport entre les nombres de cas que nous entreprenons de déterminer expérimentalement ne fut pas pris de façon nette et sans partage (car ainsi c'est tout le contraire qui arriverait et il deviendrait d'autant moins probable de découvrir le vrai rapport qu'on ferait de plus nombreuses observations), mais je voudrais que le rapport fut admis avec une certaine latitude, c'est-à-dire compris entre une paire de limites, pouvant être prises aussi rapprochées qu'on voudra»³⁹.

Ainsi la fréquence observée est-elle à peu près le rapport des cas recherchés. C'est en fait l'étude de cet à-peu-près qu'entreprend Bernoulli par des moyens purement combinatoires. Il est ainsi conduit à établir par une démonstration d'une assez grande rigueur le fondement théorique du cœur énergétique de la théorie mathématique des probabilités sur le modèle de l'urne : ce que nous considérons maintenant comme un cas particulier de la «loi faible des grands nombres»⁴⁰, c'est-à-dire la convergence en probabilité de la fréquence d'un événement vers sa probabilité. Bernoulli exprime cela en français lorsqu'il écrit :

³⁹ «*Inquirendum nimirum restat, an aucto sic observationum numero ita continuo augeatur probabilitas assequendæ genuinæ rationis inter numeros casuum, quibus eventus aliquis contingere & quibus non contingere potest, ut probabilitas hæc tandem datum quemvis certitudinis gradum superet : an verò Problema, ut si dicam, suam habeat Asymptoton, h.e. an detur quidam certitudinis gradus quem nunquam excedere liceat, utcumque multiplicentur observationes, [...] nos veram casuum rationem detexisse. [...] Ne autem hæc secus intelligantur quàm oportet, probè notandum est, quòd rationem inter numeros casuum, quam experimentis determinare aggredimur, non præcisè & in indivisibili acceptam velim (sic enim contrarium prorsus eveniret, eoque minus probabile fieret, veram rationem inventam esse, quo plures caperentur observationes) verum rationem in aliqua latitudine sumtam, i.e. binis limitibus conclusam, sed qui tam arcti constitui possunt, quàm quis voluerit*» [*Ibid.*, p. 225-226].

⁴⁰ L'expression de «loi des grands nombres» pour désigner le théorème obtenu par Jacques Bernoulli est utilisée pour la première fois par Poisson en 1835 et il convient de parler ici de loi faible des grands nombres dans la mesure où Borel introduit en 1909 le concept de convergence presque sûre et énonce ainsi une loi plus forte. Je signale que cette «loi des grands nombres» n'a rien à voir avec le «théorème d'or» de Bernoulli qui énonce un résultat sur les rayons de courbure, malgré la mention qui s'en perpétue chez les meilleurs auteurs !

«étant même une chose démontrée, qu'on en peut tant faire [d'observations] qu'il sera à la fin probable de toute probabilité donnée, et par conséquent qu'il sera moralement certain, que la raison d'entre ces nombres, que l'on aura ainsi trouvée par expérience difère de la véritable d'aussi peu que l'on voudra : qui est tout ce qu'on peut souhaiter»⁴¹.

C'est avec ce protoconcept de convergence en probabilité que Bernoulli inaugure une théorie mathématique des probabilités qui n'est plus une simple quantification du probable mais qui offre les bases d'une véritable physique du probable.

5.4. «Assurément, dans la pratique de la vie civile, où le moralement certain est tenu pour absolument certain, [...] cela suffit largement pour régler nos conjectures, dans n'importe quel domaine qui se présente, non moins scientifiquement que dans les jeux de hasard : en effet, si à la place de l'urne nous mettions l'air, par exemple, ou le corps humain, qui contiennent en eux l'aliment des variations atmosphériques et des maladies, comme l'urne contient les pierres, nous pourrions en tout cas par le même procédé déterminer grâce à l'observation combien plus facilement peut arriver dans ces sujets tel ou tel événement»⁴².

«Cela suffit largement»... faut-il encore pouvoir le faire et qui plus est savoir quelle confiance, quelle crédibilité on peut accorder à l'estimation empirique de la probabilité *subjective* inconnue mais postulée comme certaine par la probabilité *objective* connue mais incertaine ! Dans le cas de l'urne modèle, Bernoulli atteint bien son but : démontrer que l'estimation est d'autant plus sûre que le nombre d'observations est plus grand, et ainsi définir cette sûreté ; mais le problème de la mesure de la confiance — crédibilité ou probabilité — que l'on peut accorder à cette estimation de la probabilité subjective par la probabilité objective reste entier. On peut se demander ensuite comment, et à quel prix métaphysique, des observations sur des cas particuliers toujours différents — comme pour la durée de vie

⁴¹ «Lettre à un amy, sur les parties du jeu de paume» dans [Bernoulli 1713, p. (3)].

⁴² «quod sane in usu vitæ civilis, ubi moraliter certum pro absolute certo habetur, [...] abunde sufficit ad conjecturas nostras in quavis materia contingente non minus scientificè dirigendas, atque in ludis aleæ : etenim si loco urnæ substituamus aërem, ex. gr. sive corpus humanum, quæ fomitem variarum mutationum atque morborum intra se, velut urna calculos, continent, poterimus utique eodem modo per observationes determinare, quanto facilius in istis subjectis hic vel ille eventus accidere possit» [Ibid., p. 226].

des personnes ou tout autre comportement humain — peuvent être considérées comme des observations particulières d'une expérience renouvelée dans des conditions toujours identiques; et cela afin de pouvoir utiliser le modèle de l'urne. Enfin, on peut se demander comment il est possible d'obtenir pratiquement ces observations particulières, précisément en dehors du modèle de l'urne.

5.5. Jacques Bernoulli s'arrête au bord du précipice de sa théorie du probable. D'un même mouvement il le construit ainsi que les moyens d'en poursuivre l'exploration. Les problèmes techniques et épistémologiques potentiellement secrétés par sa théorie du calcul et de l'estimation des probabilités sont ainsi au cœur des développements de la théorie pendant plus d'un siècle dans les travaux de De Moivre, Bayes, Condorcet et Laplace. Par contre sa logique générale du probable qui tente de systématiser les éléments d'une théorie de la connaissance probable est presque totalement ensevelie pendant plus de deux siècles sous l'interprétation fréquentielle du calcul des probabilités élaborée sur le modèle de l'urne.

6. OÙ L'ON VOIT QUE ÇA BOUGE ENCORE

6.1. Dans la formation de ce nouveau territoire de la connaissance rationnelle qu'est la connaissance probable, la solution du problème des partis au milieu du XVII^e siècle et selon la méthode de l'espérance, joue un rôle central : elle rend disponible les moyens techniques d'un calcul justifié de la valeur d'une situation incertaine, à proprement parler du *risque*.

6.2. Suivre la trace de l'élaboration locale de cette solution, ce qu'il est actuellement possible de faire sur une durée de trois siècles, offre les éléments d'une histoire exemplaire. Avec Pascal et Huygens le problème des partis est stabilisé d'un même mouvement dans sa formulation et dans les principes de sa résolution : le jeu qui est pratiqué par les joueurs est un jeu de «*hasard pur*»; au moment où il faut partager ce n'est pas le passé de la situation qui en détermine la valeur, mais son futur potentiel, et le futur est envisagé à partir de son terme, dans un algorithme inversé par rapport au cours du jeu; enfin, les valeurs du partage sont les valeurs des mises dans un jeu parfaitement équitable qui recrée la même situation que celle des joueurs au moment du partage.

Ce problème, ou plutôt des problèmes qui en sont proches, on en trouve la trace épisodique depuis la fin du XIV^e siècle. Les conditions du jeu y sont rarement les mêmes et en particulier il est extrêmement rare qu'il s'agisse d'un jeu de pur hasard ; le plus souvent il s'agit d'un jeu d'adresse (tir à l'arbalète, à l'arc, jeu de paume), d'un jeu de force (course) ou de réflexion (échecs). Ce n'est en fait que dans le problème stabilisé que le jeu est explicitement défini comme jeu de hasard pur. Depuis la fin du XV^e siècle et pendant tout le XVI^e siècle, même s'il s'agit d'un problème relativement marginal dans le champ des mathématiques, nous avons la trace de nombreuses solutions qui font l'objet de polémiques à distance entre leurs auteurs.

C'est la solution de Pascal-Huygens par la méthode de l'espérance qui paraît mettre fin au débat. Comme l'écrit Pascal : «*La question a erré incertaine jusqu'à ce jour ; mais maintenant [...] elle n'a pu échapper à l'empire de la raison*», une raison qui a construit de manière concomitante les conditions pratiques et juridiques du problème, et sa solution. Toutes les autres solutions ont également leur propre rationalité, une rationalité plus fragile ou plus limitée. Un seul exemple, mais c'est le plus riche de signification : si le jeu n'est pas un jeu de hasard pur, rien n'est moins hors de propos que de considérer les résultats déjà obtenus par les joueurs et d'en tenir compte dans la solution. Mais le problème est alors trop complexe et trop vague pour pouvoir générer une solution qui puisse être fondée et généralisée, s'il n'est pas analysé. L'histoire technique du problème pendant deux siècles c'est l'histoire de cette analyse, c'est-à-dire de la convergence de principes méthodologiques proprement mathématiques de simplification du problème et de modèles d'équité définis par la juridiction des contrats aléatoires, convergence vers la définition du problème standard.

6.3. L'apparition il y a quelques années d'une nouvelle trace du problème ne vient-elle pas éclairer un peu différemment cette perspective ? En effet, nous connaissons maintenant un texte sur le problème des partis, antérieur d'un siècle aux plus anciens connus jusqu'alors⁴³. Son auteur anonyme en donne une solution grâce à un algorithme direct et une méthode algébrique ; une solution d'une très grande netteté, dans le

⁴³ Voir [Toti Rigatelli 1985], [Schneider 1988], [Meusnier 1996].

style algorithmique et non pas axiomatico-déductif; une solution identique par le résultat à celle de Pascal-Huygens, mais totalement différente par la méthode et à propos d'un jeu d'échecs ce qui n'est pas, à proprement parler, un jeu de hasard! La méthode en est d'ailleurs si originale qu'elle n'a à ma connaissance jamais été réinventée depuis.

6.4. Hormis le fait que l'apparition de cette trace met en évidence une filiation plus complexe du problème des partis que celle qui était envisagée jusqu'à présent, en particulier des origines probablement *arabes*, l'existence d'une solution du XIV^e siècle permet de mieux envisager la dynamique de réalisation de celle de Pascal-Huygens trois siècles plus tard. À l'aune de celle-ci, la solution de l'auteur anonyme du XIV^e siècle peut être considérée comme « exacte », de même que celles des autres auteurs des XV^e et XVI^e siècles peuvent être qualifiées par certains historiens d'« erronées ». Les solutions « erronées » apparaissent comme des étapes normales d'une heuristique de la solution, dont elles sont plus ou moins proches. Les principes méthodologiques et juridiques y sont plus ou moins fermement maîtrisés et l'on pense rendre compte ainsi de leur effacement devant la solution définitive. Mais que faire de la solution « exacte » antérieure? Connue ou ignorée, quelle est sa signification par rapport au débat qui aboutit à la stabilisation du problème standard? Il y a vingt-cinq ans, E. Coumet a posé malicieusement cette question à laquelle je faisais allusion précédemment : « *La théorie du hasard est-elle née par hasard ?* »; il a surtout montré dans le détail, suivi en cela par quelques autres historiens, comment on pouvait y répondre en dégageant les contextes théologiques, juridiques, économiques, sociologiques de sa possibilité. Ne reste-t-il pas *symétriquement* à montrer comment dans les mêmes conditions la solution de l'anonyme du XIV^e siècle n'est pas morte par hasard⁴⁴ ?

6.5. Cette question est d'autant plus pertinente qu'à la même époque, Nicole Oresme développe dans le cadre d'une argumentation générale contre l'astrologie judiciaire, l'argument de la vraisemblance de l'incommensurabilité des mouvements célestes [Meusnier 1988]; il l'appuie sur une démonstration qui fait intervenir une notion de probabilité quantitative

⁴⁴ « *Si un battement des ailes d'un papillon peut déclencher une tornade, il peut aussi bien avoir pour effet de l'empêcher* » [Lorenz 1995, p. 42].

fondée sur une analogie avec un jeu de hasard plus ou moins théorique. Il écrit, vers 1350 :

«*Ainsi s'il est un nombre dont on ignore absolument ce qu'il est, sa taille et s'il est grand ou petit, comme c'est le cas du nombre des heures qui passeront avant l'antéchrist, il est vraisemblable qu'un tel nombre inconnu ne sera pas un nombre cubique. Une situation analogue se présente dans les jeux où si quelqu'un demande si un nombre caché est un nombre cubique, il est plus prudent de répondre négativement puisque cela paraît plus probable et plus vraisemblable*»⁴⁵.

L'association du modèle du jeu de hasard et de la recherche d'une quantification de la probabilité d'une opinion délimitent ainsi le terrain d'une approche quantitative de la Prudence. Son expression savante, nous n'en retrouvons la trace qu'au début du XVII^e siècle chez quelques théologiens ou juristes qui au travers du modèle du jeu introduisent une argumentation issue de la pratique du marchand. Je cite ici un passage de Hurtado de Mendoza⁴⁶ de 1617 :

«*Considère, ainsi, combien il est plus prudent de se croire immortel, et pour ne pas s'exposer à la damnation éternelle, de renoncer à ces voluptés passagères, puériles, bestiales; encore pas à toutes, à celles-là seulement que les lois interdisent. [...] Si tu étais commerçant ou homme d'affaires, tenterais-tu la fortune en risquant tout ton avoir pour un maigre gain? Le commerçant prudent ne risque pas une grosse fortune sur un gain nul, mais il balance ses chances de façon que l'enjeu à gagner ne soit pas moindre que le risque de perte*»⁴⁷.

⁴⁵ «*Ideo si sit aliquis numerus de quo penitus ignoretur, quis est aut quantus, et utrum sit magnus vel parvus, sicut forte numerus horarum omnium que transibunt antequam antichristus erit, verisimile est quod talis numerus sit non cubicus; sicut est in ludis si peteretur de numero abscondito utrum sit cubicus vel non, tutius est respondere quod non cum hoc probabilius et verisimilius videatur*» [Oresme XIV^e, p. 248–249].

⁴⁶ Pedro Hurtado de Mendoza est né en 1578; il entre chez les jésuites en 1595, professe la philosophie et la théologie à Salamanque, et meurt à Madrid en 1654.

⁴⁷ Hurtado de Mendoza : *De anima*, disput. XVIII section I, 6–7, (*Opera*, Lyon, 1617), cité et traduit par Henri Busson [1933, p. 551].

Je dois cette citation à Antoine Glémain, qui a collecté systématiquement les textes sur « l'argument du pari » de Platon à Pascal, de même que celle-ci de Bernardo Ochino (Sermon de 1544), première mention d'une liaison, sur ce thème, avec le modèle du jeu de hasard : «*Pour ceux qui doutent de l'immortalité de l'âme, quand ils arrivent à la mort, trouver une autre vie ou ne pas la trouver, c'est comme jouer sa chance : mais de même que celui-là serait un sot qui dans un jeu de hasard jouerait tout son bien,*

7. LA PASSE DE L'ESPÉRANCE

7.1. À ne lire que Pascal et les derniers chapitres de la *Logique* de Port-Royal, et trop vite, on peut facilement avoir l'impression banale que c'est la solution du problème des partis par la méthode de l'espérance qui fournit tout à coup la possibilité d'une application dans le cas des décisions portant sur les jugements incertains. Des traces comme celles que l'on peut relever entre autres chez Chillingworth ou Hurtado de Mendoza laissent au contraire soupçonner que globalement le modèle du marchand, de la balance des pertes et des gains, dont les risques sont interprétés dans le modèle du jeu de hasard, est assez largement partagé comme modèle de pensée du probable avant que localement la méthode de l'espérance, au travers de la solution du problème des partis, ne lui donne la possibilité de se formuler explicitement.

7.2. Ainsi, ce qui fait la force vitale, l'être de la solution de Pascal-Huygens, ce battement d'ailes de papillon au milieu du XVII^e siècle, c'est donc bien autre chose que sa vérité ou sa cohérence locale, aussi géométrique soit-elle. La puissance potentielle de conviction et de pénétration de sa structure de solution est bien sûr sans commune mesure avec celle de l'anonyme du XIV^e siècle, mais son être c'est aussi et indissociablement sa force de diffusion; or celle-ci se trouve dans l'étendue et la dynamique du réseau des récepteurs potentiels. Ne suffisent pas les moyens théoriques de convaincre, encore faut-il avoir des interlocuteurs à convaincre; des interlocuteurs qui ne demandent qu'à être convaincus, c'est-à-dire qui puissent ressentir l'utilité de se réapproprier l'argumentation au travers d'un médiateur.

Le *médiateur* de l'émergence d'une mathématique du probable c'est la balance des risques du joueur-marchand, calculateur prudent, c'est l'*espérance*.

alors qu'il est riche, contre une ombre vaine, de même et plus encore, est stupide celui qui en vivant dans le péché se met en péril, s'il y a une autre vie, d'aller pour toujours au gouffre infernal» (cité et traduit par H. Busson [1933, p. 547]).

BIBLIOGRAPHIE

Sources primaires

ARBUTHNOT (J.)

[1692] *Of the laws of chance, or, a method of calculation of the hazards of game*, London, 1692 (publié anonymement) ; 4^e éd., révisée par John Ham, London, 1738.

[1710] An argument for Divine Providence, taken from the constant regularity observed in the births of both sexes, *Philosophical Transactions*, 27 (1712), p. 186–190 ; réimpr. dans [« Collectif » 1977, p. 30–34].

ARNAULD (A.), NICOLE (P.)

[1662] *La Logique ou l'Art de penser*, Paris, 1662 ; rééd., Paris : Flammarion, 1970.

BERNOULLI (J.)

[1713] *Ars conjectandi*, Basel, 1713 ; rééd. dans *Die Werke von Jakob Bernoulli*, vol. 3, Basel : Birkhäuser, 1975, p. 107–286. Trad. fr. de la première partie dans [Meusnier 1992a] et de la quatrième partie dans [Meusnier 1987a].

BERNOULLI (N.)

[1709] *De usu artis conjectandi in jure*, Basel, 1709 ; rééd. dans *Die Werke von Jakob Bernoulli*, vol. 3, Basel : Birkhäuser, 1975, p. 287–326. Trad. fr. dans [Meusnier 1992b].

[1711] *Specimina artis conjectandi, ad quaestiones juris applicatae*, *Acta eruditorum*, suppl., (1711), p. 159–170.

CRAIG (J.)

[1699] *Theologiae christianae principia mathematica*, London, 1699 . Trad. fr. partielle d'Antoine Glémain (non publiée).

GRAUNT (J.)

[1662] *Natural and political observations mentioned in a following index and made upon the bills of mortality*, London, 1662. Trad. fr. de Éric Vilquin, *Observations naturelles et politiques faites sur les bulletins de mortalité*, Paris : INED, 1977.

HOOPER (G.)

[1689] *A fair and methodical discussion of the first and great controversy, between the church of England and church of Rome, concerning the infallible guide*, London, 1689.

[1699] A calculation of the credibility of human testimony, *Phil. Trans.*, 21 (1700), p. 359–365. Trad. fr. d'Antoine Glémain (non publiée).

HUYGENS (C.)

[Œuvres] *Œuvres complètes*, Société Hollandaise des Sciences, La Haye : Nijhof, 1888–1950.

[1657] *De ratiociniis in ludo aleae*, dans F. van Schooten, *Exercitationum mathematicarum*, Leiden, 1657 ; reproduit avec commentaires dans l'*Ars conjectandi* de J. Bernoulli [1713]. Trad. fr. dans [Meusnier 1992a]. Version néerlandaise initiale : *Van Rekeningh in Spelen van Geluck*, 1660 ; rééd., avec trad. fr., dans [Œuvres XIV, p. 52–91] .

MOIVRE (A. de)

[1711] De mensura sortis, seu, de probabilitate eventuum in ludis a casu fortuito pendentibus, *Phil. Trans.*, 27 (1712), p. 213–264. Trad. angl. par B. McClinck dans *International Statistical Review*, 52 (1984), p. 237–262.

- [1718] *The doctrine of chances : or, a method of calculating the probability of events in play*, London, 1718; 3^e éd., 1756; réimpr., New York : Chelsea, 1967.
- MONTMORT (P.R. de)
- [1708] *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*, Paris : 1708 (publié anonymement); 2^e éd. revue et augmentée de plusieurs lettres, Paris, 1713 (publié anonymement); réimpr. New York : Chelsea, 1980.
- ORESME (N.)
- [XIV^e] *De proportionibus proportionum. Ad pauca respicientes*, mss. édités avec introductions, notes et trad. angl. par Edward Grant, Madison : The University of Wisconsin Press, 1966.
- PASCAL (B.)
- [Œuvres] *Œuvres complètes*, texte établi, présenté et annoté par J. Chevalier, Paris : Gallimard (Pléiade), 1954.
- [Pensées] *Pensées*, Œuvres, p. 1079–1358; édition par L. Lafuma, Paris : Seuil, 1962.
- [1654a] *Celeberrimae matheseos academiae parisiensi*, Œuvres, p. 73–74. Trad. fr. dans Œuvres, p. 1402–1404.
- [1654b] Correspondance avec Fermat, Œuvres, p. 77–90.
- [1665] *Traité du triangle arithmétique, avec quelques autres petits traités sur la même matière*, Paris, 1665; Œuvres, p. 91–171.
- Sources secondaires**
- BELLHOUSE (D.R.)
- [1988] Probability in the sixteenth and seventeenth centuries : an analysis of puritan casuistry, *Intern. Statist. Rev.*, 56 (1988), p. 63–74.
- BOUDOT (M.)
- [1967] Probabilité et logique de l'argumentation selon Jacques Bernoulli, *Les Études philosophiques*, (1967), p. 265–288.
- BRAKEL (J. van)
- [1976] Some remarks on the prehistory of the concept of statistical probability, *Archive for History of Exact Sciences*, 16 (1976), p. 119–136.
- BUSSON (H.)
- [1933] *La Pensée religieuse française de Charron à Pascal*, Paris : Vrin, 1933.
- «COLLECTIF»
- [1970] *Studies in the history of statistics and probability*, vol. 1, E.S. Pearson et M.G. Kendall (éd.), London : Griffin, 1970.
- [1977] *Studies in the history of statistics and probability*, vol. 2, M. Kendall et R.L. Plackett (éd.), London : Griffin, 1977.
- [1987] *The probabilistic revolution*, vol. 1, L. Krüger, L.J. Daston et M. Heidelberger (éd.), Cambridge (Mass.) : MIT Press, 1987.
- [1989] *The empire of chance. How probability changed science and everyday life*, G. Gigerenzer, Z. Swijtink, T. Porter *et al.* (éd.), Cambridge : Cambridge University Press, 1989.
- COUMET (E.)
- [1965] Le problème des partis avant Pascal, *Archives internationales d'histoire des sciences*, 18 (1965), p. 245–272.
- [1970] La théorie du hasard est-elle née par hasard?, *Annales : Économies, Sociétés, Civilisations*, 25 (1970), p. 574–598.

- [1979] Sur “le calcul ès jeux de hasard” de Huygens : dialogues avec les mathématiciens français (1655–1657), dans *Huygens et la France*, Paris : Vrin, 1982, p. 123–137.
- [1996] Sur l’“Essay d’analyse sur les jeux de hasard” de Rémond de Montmort : entre récréations mathématiques et philosophies, (à paraître).
- DASTON (L.)
- [1980] Probabilistic expectation and rationality in classical probability theory, *Historia mathematica*, 7 (1980), p. 234–260.
- [1987] The domestication of risk : mathematical probability and insurance, 1650–1830, dans [«Collectif» 1987, p. 237–260].
- [1988a] *Classical probability in the enlightenment*, Princeton : Princeton University Press, 1988.
- [1988b] L’interprétation classique du calcul des probabilités, *Annales*, 44 (1989), p. 715–731.
- [1989] Classical probabilities, 1660–1840, dans [«Collectif» 1989, p. 1–36].
- [1994] How probabilities came to be objective and subjective, *Hist. math.*, 21 (1994), p. 330–344.
- DEMAN (T.)
- [1933] Probabilis, *Revue des sciences philosophiques et théologiques*, 22 (1933), p. 260–290.
- [1936] Probabilisme, dans *Dictionnaire de théologie catholique*, t. XIII, 1936, col. 417–619.
- FRANKLIN (J.)
- [1991] The ancient legal sources of 17th century probability, dans Stephen Gankroger (éd.), *The uses of antiquity. The scientific revolution and the classical tradition*, Dordrecht : Kluwer, 1991, p. 123–144.
- FREUDENTHAL (H.)
- [1980] Huygens’ foundations of probability, *Hist. math.*, 7 (1980), p. 113–117.
- GARBER (D.), ZABELL (S.)
- [1979] On the emergence of probability, *Arch. hist. exact sci.*, 21 (1979), p. 33–53.
- GARBOLINO (P.), MORINI (S.)
- [1987] Logica dell’incerto e geometria del caso : le origini della probabilita nel XVII secolo, *Il Cannocchiale*, 1–2 (1987), p. 23–48. Trad. angl., *The logic of uncertainty and the geometry of chance : the origins of probability in the 17th century*, Ferrara : Università degli Studi di Ferrara, 1990 .
- GARDEIL (A.)
- [1911] La certitude probable, *Rev. sci. philos. théol.*, 5 (1911), p. 237–266 et 441–485.
- GARIBALDI (U.), PENCO (M.A.)
- [1991] Intentional vs extensional probabilities from their origins to Laplace, *Hist. math.*, 18 (1991), p. 16–35.
- GLÉMAIN (A.)
- [1993] *Croyance et probabilités dans la pensée européenne des XVII^e et XVIII^e siècles*, Paris : CAMS, P. 087 (série Histoire du calcul des probabilités et de la statistique, n° 16), 1993.
- GRIER (B.)
- [1986 ?] *George Hooper and the early theory of testimony*, prépublication.

GUILBAUD (G.T.)

- [1952a] Les problèmes de partage. Matériaux pour une enquête sur les algèbres et les arithmétiques de la répartition, *Économie appliquée*, 5 (1952), p. 93–137; rééd. dans *Éléments de la théorie mathématique des jeux*, Paris : Dunod, 1968.
- [1952b] Les théories de l'intérêt général et le problème logique de l'agrégation, *Ibid.*, 5 (1952), p. 501–551; rééd. dans *Éléments de la théorie mathématique des jeux*, Paris : Dunod, 1968.
- [1960] Faut-il jouer au plus fin ? Notes sur l'histoire de la théorie des jeux, dans *La Décision* (Colloques internationaux du CNRS), Paris : CNRS, 1960.

HACKING (I.)

- [1975] *The emergence of probability. A philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference*, Cambridge : Cambridge University Press, 1975.

HALD (A.)

- [1990] *A history of probability and statistics and their applications before 1750*, New York : John Wiley, 1990.

KENDALL (M.G.)

- [1956] The beginnings of a probability calculus, *Biometrika*, 44 (1956), p. 1–14; rééd. dans «Collectif» 1970, p. 19–34].
- [1960] Where shall the history of statistics begin ?, *Ibid.*, 47 (1960), p. 447–449; rééd. dans «Collectif» 1970, p. 45–46].

LOÈVE (M.)

- [1978] Calcul des probabilités, dans Jean Dieudonné (dir.), *Abrégé d'histoire des mathématiques 1700–1900*, Paris : Hermann, 1978, t. II, p. 277–313.

MAISTROV (L.E.)

- [1967] *Probability theory. A historical sketch*, New York : Academic Press, 1974. Traduit par S. Kotz d'après l'éd. russe originale, Moskva : Nauka, 1967.

MEUSNIER (N.)

- [1985] Problèmes de partage au fondement de la stochastique, dans *Rôle des problèmes dans l'histoire et l'activité mathématique*, Montpellier : IREM, 1985, p. 118–157.
- [1987a] *Jacques Bernoulli et l'ars conjectandi. Documents pour l'étude de l'émergence d'une mathématisation de la stochastique*, Rouen : IREM, 1987.
- [1987b] Huygens–De Witt : un modèle mathématique de calcul de la valeur des événements incertains, dans *Les mathématiques dans la culture d'une époque*, Strasbourg : IREM, 1987, p. 192–205.
- [1988] À propos de l'utilisation par Nicole Oresme d'une argumentation probabiliste, dans *Nicole Oresme : tradition et innovation chez un intellectuel du XIV^e siècle*, Paris : Les Belles Lettres, 1988, p. 165–177.
- [1989] Argumentation et démonstration : à quoi sert la démonstration de la loi des grands nombres de Jacques Bernoulli, dans *La démonstration mathématique dans l'histoire*, Besançon : IREM, 1989, p. 81–97.
- [1992a] *Christiaan Huygens et Jacques Bernoulli : la première partie de l'Ars conjectandi*, Paris : CAMS, P. 085 (série Histoire du calcul des probabilités et de la statistique, n^o 14), 1992.
- [1992b] *Nicolas Bernoulli : l'usage de l'art de conjecturer en droit*, Paris : CAMS, P. 086 (série Histoire du calcul des probabilités et de la statistique, n^o 15), 1992.
- [1996] Le problème des partis : un étonnant manuscrit du XIV^e siècle, (à paraître).

MORINI (S.)

- [1992] *Logique de l'incertain et géométrie du hasard : la controverse sur la règle de la foi et les origines de la probabilité au XVII^e siècle*, Paris : CAMS, P. 078, (série Histoire du calcul des probabilités et de la statistique, n° 12), 1992.

ORE (O.)

- [1960] Pascal and the invention of probability theory, *American Mathematical Monthly*, 67 (1960), p. 409–419.

SCHNEIDER (I.)

- [1988] The market place and games of chance in the fifteenth and sixteenth centuries, dans Cynthia Hay (éd.), *Mathematics from manuscript to print, 1300–1600*, Oxford : Clarendon Press, 1988, p. 220–235.

SHAFFER (G.)

- [1978] Non-additive probabilities in the work of Bernoulli and Lambert, *Arch. Hist. Exact Sci.*, 19 (1978), p. 309–370.

SHAPIRO (B.J.)

- [1983] *Probability and certainty in seventeenth-century England : a study on the relationships between natural science, religion, history, law and literature*, Princeton : Princeton University Press, 1983.

SHEYNIN (O.B.)

- [1974] On the prehistory of the theory of probability, *Arch. Hist. Exact Sci.*, 12 (1974), p. 97–141.

- [1977] Early history of the theory of probability, *Ibid.*, 17 (1977), p. 201–259.

SHOESMITH (E.)

- [1983] Expectation and the early probabilists, *Hist. math.*, 10 (1983), p. 78–80.

STIGLER (S.M.)

- [1988] The dark ages of probability in England : The seventeenth century work of Richard Cumberland and Thomas Storde, *Intern. Statist. Rev.*, 56 (1988), p. 75–88.

THIROUIN (L.)

- [1991] *Le hasard et les règles. Le modèle du jeu dans la pensée de Pascal*, Paris : Vrin, 1991.

TODHUNTER (I.)

- [1865] *A history of the mathematical theory of probability, from the time of Pascal to that of Laplace*, Cambridge, 1865; réimpr. New York : Chelsea, 1949.

TOTI RIGATELLI (L.T.)

- [1985] Il problema delle parti in manoscritti del XIV e XV secolo, dans M. Folkerts et U. Lindgren (éd.), *Mathemata*, vol. 12, Wiesbaden : Steiner, 1985, p. 229–236.

WESTERGAARD (H.)

- [1932] *Contributions to the history of statistics*, London : King, 1932; rééd. La Haye-Paris : Mouton, 1969.

Sources de réflexion

BLOOR (D.)

- [1976] *Knowledge and social imagery*, London : Routledge and Kegan Paul, 1976. Trad. fr. de Dominique Ebnöther, *Socio/logie de la logique ou les limites de l'épistémologie*, Paris : Pandore, 1983.

- DUCASSE (I.), LE COMTE DE LAUTRÉAMONT
 [1869] *Les chants de Maldoror, Poésies I et II, Correspondance*, Paris, 1869; rééd. établie par J.L. Steinmetz, Paris : Flammarion, 1990.
- LATOURE (B.)
 [1984] Irréductions, dans *Les Microbes : guerre et paix*, Paris : Métailié, 1984, p. 169–265.
- LORENZ (E.N.)
 [1995] Un battement d'aile de papillon au Brésil peut-il déclencher une tornade au Texas?, *Alliage*, 22 (1995), p. 42–45.
- MEUSNIER (N.)
 [1991] Isidore Ducasse, géomètre de la poésie, dans *La Figure et l'espace*, Lyon : IREM, 1991, p. 235–259.
- POISSON (S.D.)
 [1837] *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités*, Paris, 1837.
- POPKIN (R.H.)
 [1979] *The history of scepticism from Erasmus to Spinoza*, Los Angeles : University of California Press, 1979. Trad. fr. de Christine Hivet, *Histoire du scepticisme d'Erasmus à Spinoza*, Paris : PUF, 1995.
- SERRES (M.)
 [1980] *Le passage du Nord-Ouest, Hermès V*, Paris : Éditions de Minuit, 1980.
- SHAPIN (S.), SCHAFFER (S.)
 [1985] *Leviathan and the air-pump. Hobbes, Boyle and the experimental life*, Princeton : Princeton University Press, 1985. Trad. fr. de Thierry Piélat, *Leviathan et la pompe à air, Hobbes et Boyle entre science et politique*, Paris : La découverte, 1993.